



BCPC 2024 The 19th Beihang University
Collegiate Programming Contest

第十九届“快手杯”北京航空航天大学程序设计竞赛

决赛

2024 年 12 月 15 日 10:00 — 14:00

题目概况

题号	题目名	时间限制	空间限制
A	最强辅助	1 s	2 GB
B	四舍五入	1 s	2 GB
C	不够聪明的贝贝	1 s	2 GB
D	阿斯特赖亚	1 s	2 GB
E	工作调度	1 s	2 GB
F	数数	1 s	2 GB
G	回文串	1 s	2 GB
H	急死地	1 s	2 GB
I	倒反天罡	7 s	2 GB



A

最强辅助

时间限制: 1 秒

输入文件: 标准输入

空间限制: 2 GB

输出文件: 标准输出

你和一个兄弟正在打 Boss，队友玩输出而你是一个辅助。

队友现在打出了一个数值为 S 的攻击， S 是一个十进制下各位都不是 0 的 n 位正整数。身为辅助的你有强化队友攻击的能力：你可以在 S 的各数位间的 $n - 1$ 个空隙中插入任意的乘号，使得强化后的攻击数值是得到的乘法表达式的值。你也可以选择不使用强化能力。

给出队友打出的数值 S ，你要求出强化后的数值最大是多少。

输入格式

输入共一行，一个十进制下各位都不是 0 的正整数 S ($1 \leq S < 10^{18}$)，表示队友打出的数值。

输出格式

输出一行一个整数，表示强化后的数值最大是多少。

样例

标准输入	标准输出
5	5
22	22

**B 四舍五入**

时间限制: 1 秒

输入文件: 标准输入

空间限制: 2 GB

输出文件: 标准输出

T0xel 刚刚学习了四舍五入。

对一个整数进行一次四舍五入操作的定义如下：

- 选择一个数位 p ;
- 若 $p \geq 5$, 则将该位的高一位加 1, 该位及更低位均变为 0;
- 若 $p < 5$, 则该位及更低位均变为 0。

以下为一些示例：

- 对 998 的最高位 9 进行四舍五入操作后的结果为 1000;
- 对 998 的次高位 9 进行四舍五入操作后的结果为 1000;
- 对 998 的最低位 8 进行四舍五入操作后的结果为 1000;
- 对 244 的次高位 4 进行四舍五入操作后的结果为 200;
- 对 353 的次高位 5 进行四舍五入操作后的结果为 400;
- 对 353 的最高位 3 进行四舍五入操作后的结果为 0。

T0xel 想知道, 在小于 10^x 的数中, 能通过至多 y 次四舍五入操作变为 10^x 的数的和是多少。

由于答案很大, 你只需要输出答案对 998 244 353 取模的结果。

输入格式

输入共一行。

第一行, 两个整数 x, y ($1 \leq x, y \leq 10^5$), 含义如题面所示。

输出格式

输出一个整数, 表示答案对 998 244 353 取模的结果。

样例

标准输入	标准输出
1 1	35
9 5	293000073

提示

对于样例一, 共有 5 个数满足要求, 分别是 5, 6, 7, 8, 9。

对于样例二, 其中一个满足要求的数为 998 244 353, 其可以先通过对第八位 5 进行四舍五入操作, 变为 998 244 400, 再对第三位 8 进行四舍五入操作, 变为 10^9 。



不够聪明的贝贝

时间限制: 1 秒 输入文件: 标准输入
空间限制: 2 GB 输出文件: 标准输出

贝贝和宁宁要在一个长度为 $2n + 1$ 的数组 $\{a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}\}$ 上进行游戏, 该数组中的元素满足 $|a_i| \leq 100$ 。

1. 首先宁宁会构造出这个数组 $\{a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}\}$;
2. 然后贝贝选择其中恰好 n 个数, 得到它们的乘积 A ;
3. 随后宁宁拿走剩余的 $n + 1$ 个数, 得到它们的乘积 B ;
4. 若 $A > B$ 则贝贝获胜, 否则宁宁获胜。

因为贝贝不够聪明, 所以宁宁想要尽可能地让着贝贝, 让贝贝获胜。具体来说, 宁宁想要达到如下目的:

- 无论贝贝如何选择这 n 个数, 它们的乘积始终都大于另外 $n + 1$ 个数。
- 即无论贝贝如何选择, 始终有 $A > B$ 。

给定整数 n , 请问宁宁是否能构造出这样的数组 $\{a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}\}$ 。

特别地, 若贝贝选择的数对应的集合为空集, 则约定它们的乘积为 1。

输入格式

本题包含多组测试数据。第一行, 一个正整数 T ($1 \leq T \leq 100$), 表示测试数据的组数。

对于每组数据:

一行, 一个整数 n ($0 \leq n \leq 100$)。

输出格式

对于每组数据:

若宁宁没法达到目标, 则输出一行一个字符串 'NO'。

否则, 第一行输出一个字符串 'YES', 第二行包含 $2n + 1$ 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}$, 表示你构造的方案。

样例

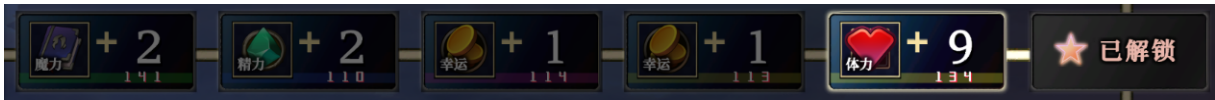
标准输入	标准输出
1	YES
0	-2



时间限制: 1 秒 输入文件: 标准输入
空间限制: 2 GB 输出文件: 标准输出

Oshwiciqwq 正在玩一个叫做「ASTLIBRA」的游戏, 他在游戏中需要不断强化主角的能力, 才能打败敌人获得胜利。

在游戏中, 有 k 种货币, 会在打败敌人时随机掉落。主角的能力需要通过天赋树来强化, 一共有 n 次强化, 玩家必须按顺序进行强化, 只有完成了第 i 次强化后, 才能进行第 $i+1$ 次强化。每次强化需要一定数量的某一种货币, 第 i 次强化需要 c_i 枚 t_i 种类的货币。



在游戏中, 玩家可以在不同种类的货币之间兑换, 不过兑换的比例为 $3:1$, 每次可以拿出 3 枚同一种类的货币, 兑换 1 枚另一种货币。

Oshwiciqwq 现在有一些货币, 第 i 种货币有 a_i 枚, 但他不知道如何兑换能够使得强化次数最多, 请你来帮他计算一下。

输入格式

第一行两个整数 n, k ($1 \leq n, k \leq 10^5$), 代表总强化次数和货币种类数。

第二行 k 个整数 a_1, a_2, \dots, a_k ($0 \leq a_i \leq 10^9$), 代表初始每种货币的数量。

接下来 n 行, 每行两个正整数 t_i, c_i ($1 \leq t_i \leq k, 1 \leq c_i \leq 10^9$), 代表第 i 次强化需要的货币种类和数量。

输出格式

输出一行一个整数, 代表最多能够进行的强化次数。

样例

标准输入	标准输出
5 3 4 3 5 1 1 2 4 3 2 1 2 3 1	4

提示

在样例中, 可以将 3 枚第 3 种货币换成 1 枚第 2 种货币。

换完后, 三种货币的数量分别为 4, 4, 2。

第一次强化后, 三种货币的数量分别为 3, 4, 2。

第二次强化后, 三种货币的数量分别为 3, 0, 2。

第三次强化后, 三种货币的数量分别为 3, 0, 0。

第四次强化后, 三种货币的数量分别为 1, 0, 0。

因为没有第 3 种货币了, 所以无法进行第五次强化。最多进行四次强化。



E 工作调度

时间限制: 1 秒

输入文件: 标准输入

空间限制: 2 GB

输出文件: 标准输出

小也有 n 个工作需要完成, 工作 i 的类型为 a_i 。同时, 还存在着 m 个工作间的依赖关系, 工作 y_i 依赖工作 x_i 表示必须先完成工作 x_i 再完成工作 y_i 。小也不擅长同时处理多种类型的工作, 所以她必须在完成某种类型的所有工作后, 再开始完成另外一种类型的工作。请你帮小也安排任意一个合理的工作安排顺序, 或者告诉她不存在一个合理的工作安排顺序。

形式化地说, 给出 n, m 和每个工作的类型 a_1, a_2, \dots, a_n 以及工作间的依赖关系 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 请你输出一个 $1 \sim n$ 的排列 p , 使得:

- 不存在 $1 \leq i < j \leq n, 1 \leq k \leq m$, 使得 $x_k = p_j, y_k = p_i$;
- 不存在 $1 \leq i < j < k \leq n$, 使得 $a_{p_i} = a_{p_k}, a_{p_i} \neq a_{p_j}$ 。

如果不存在满足条件的排列, 请输出 -1 。

输入格式

本题包含多组测试数据。

第一行一个正整数 T , 表示测试数据的组数。

对于每组数据:

第一行两个正整数 n, m ($1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5$), 分别表示工作的数量和工作间依赖关系的数量。

第二行 n 个正整数 a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq n$), 表示每个工作的类型。

接下来 m 行, 第 i 行有两个正整数 x_i, y_i ($1 \leq x_i, y_i \leq n, x_i \neq y_i$, 不存在 $i \neq j$ 且 $x_i = x_j, y_i = y_j$), 表示工作 y_i 依赖工作 x_i 。

保证对于单个测试点, 有 $\sum n \leq 5 \times 10^5, \sum m \leq 10^6$ 。

输出格式

对于每组数据, 输出一行。

如果存在合理的工作安排顺序, 请输出其中的任意一个, 用排列表示; 否则输出 -1 。

样例

标准输入	标准输出
2	1 3 2 4 5
5 3	3 1 4 2
1 2 1 2 5	
4 5	
1 3	
1 5	
4 3	
3 3 1 3	
1 4	
4 2	
3 2	



时间限制: 1 秒 输入文件: 标准输入
空间限制: 2 GB 输出文件: 标准输出

对于所有长度为 n 的仅包含 ‘0’、‘1’ 的 2^n 种字符串, 求满足以下条件的字符串数量:

- 至少包含一段长度不小于 a 的连续的 ‘0’ 作为子串, 或至少包含一段长度不小于 b 的连续的 ‘1’ 作为子串。

由于满足条件的字符串可能有很多, 只需要输出答案对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

输入格式

一行, 三个正整数 n, a, b ($1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq a \leq n, 1 \leq b \leq n$)。

输出格式

一行, 一个非负整数, 表示答案对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

样例

标准输入	标准输出
10 3 2	996



时间限制: 1 秒 输入文件: 标准输入
空间限制: 2 GB 输出文件: 标准输出

ForgetStar 非常喜欢回文串, 他认为回文是一种非常优秀的性质。在他所出的题中, 回文串越多, 题目越难。

ForgetStar 将一个字符串的长度不小于 2 的子串 S 称为本原回文子串, 当且仅当不存在另一个子串 S' , 使得 S 与 S' 拥有相同的回文中心, 且 S' 的长度更长, 即 $|S| < |S'|$ 。简单来讲, 本原回文子串都是极大的回文子串。

现在 ForgetStar 正在给校赛出题, 他希望题目有一定难度, 而又不至于过于困难。ForgetStar 认为有且只有一个本原回文子串的字符串是好的。现在他想知道, 对于给定的字符串, 有多少非空子串是好的。

我们将两个子串视为不同子串, 当且仅当它们在原串对应的区间不相同。

输入格式

一行, 一个仅包含小写字母的非空字符串 S ($|S| \leq 3 \times 10^5$), 表示所给的字符串。

输出格式

一行, 一个整数, 表示好的非空子串的数量。

样例

标准输入	标准输出
aababb	6
servaloveeveryone	14

提示

对于第一个样例 aababb 一共有 6 个好的非空子串: aa, aab, aba, bab, abb, bb。

注意到对于子串 aaba, 它共有两个本原回文子串 aa, aba, 因此不是好的。



时间限制: 1 秒 输入文件: 标准输入
空间限制: 2 GB 输出文件: 标准输出

给定 n 个数 a_1, a_2, \dots, a_n 。需要将这 n 个数分为非空的两个可重集合 A, B , 每个数要么在 A 中要么在 B 中, 使得 $\gcd\{x \in A\} > 1$ 且 $\gcd\{x \in B\} > 1$ 。

请找出让 $||A| - |B||$ 最小的合法方案, 如有多种方案符合要求请输出任意一种。若不存在合法的划分, 请输出 -1 。

A, B 均为可重集合, 允许重复元素存在。

输入格式

第一行, 一个整数 n ($2 \leq n \leq 2 \times 10^5$)。

第二行, n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^{12}$)。

输出格式

若无解, 只需输出 -1 。

否则, 输出 n 个整数 b_1, b_2, \dots, b_n ($b_i \in \{1, 2\}$)。其中 $b_i = 1$ 表示 a_i 被划分到 A 中, 否则被划分到 B 中。

样例

标准输入	标准输出
2 936881785883 114514	1 2
4 456461747369 247741664079 860289734604 501835678519	1 1 2 2



I

倒反天罡

时间限制: 7 秒

输入文件: 标准输入

空间限制: 2 GB

输出文件: 标准输出

公园里有 n 只猫, 这些猫依次以 $1, 2, \dots, n$ 标号。第 i 只猫的年龄是 age_i , 公认的辈分 $t_i \in \{0, 1\}$, 其中 $t_i = 0$ 表示这只猫被公认为是后辈猫, $t_i = 1$ 表示前辈猫。方便起见, 可以使用 (age_i, t_i) 来表示一只猫。

Serval 想评估这些猫之间公认辈分是否合理。具体来说, Serval 需要计算数只猫 $(age_{p_1}, t_{p_1}), \dots, (age_{p_k}, t_{p_k})$ 的「倒反天罡值」:

- Serval 会选择年龄阈值 a , 并认为年龄不大于 a 的猫是后辈猫, t'_{p_i} 置为 0; 年龄大于 a 的猫是前辈猫, t'_{p_i} 置为 1。
- 对于年龄阈值 a 而言, 如果一只猫公认的辈分 $t_{p_i} \neq t'_{p_i}$, 那么计为一次「倒反天罡」。
- 这些猫的「倒反天罡值」定义为: 年龄阈值 a 取遍任意整数时「倒反天罡」次数的最小值。

形式化地说, 对于 k 只猫 $(age_{p_1}, t_{p_1}), \dots, (age_{p_k}, t_{p_k})$, 它们的「倒反天罡值」为

$$\min_{a \in \mathbb{Z}} \left\{ \sum_{i=1}^k |t_{p_i} - [age_{p_i} > a]| \right\}$$

现在 Serval 想对公认辈分的合理性作出 q 次评估。每次评估前 Serval 会给你 l, r, k , 请你求出在第 $l, l+1, \dots, r$ 只猫中只保留其中 k 只猫时, 「倒反天罡值」最小是多少。

输入格式

第一行, 两个正整数 n, q ($1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq q \leq 5 \times 10^4$), 分别表示猫的数量以及需要评估的次数。

接下来 n 行, 每行两个整数 age_i, t_i ($1 \leq age_i \leq 10^9$, $t_i \in \{0, 1\}$), 表示每只猫的年龄和辈分。

接下来 q 行, 每行三个正整数 l, r, k ($1 \leq l \leq r \leq n$, $1 \leq k \leq r - l + 1$), 表示一次评估。

输出格式

输出共 q 行。对于每次评估, 输出一行, 一个整数, 表示最小的「倒反天罡值」。

样例

标准输入	标准输出
3 3	0
3 0	1
2 1	0
5 1	
1 2 1	
1 2 2	
1 3 2	