❖ 例1—储蓄问题(默认的论域为人)

前提：每个储蓄钱的人都获得利息。

结论：如果没有利息，那么就没有人去储蓄钱

证明:

(1) 规定原子公式:

S(x, y) 表示“x储蓄y”　M(x) 表示“x是钱”

I(x) 表示“x是利息”　E(x，y) 表示“x获得y”

(2) 用谓词公式表示前提和结论:

前提:

$(\forall x)\{ [(\exists y)(S(x, y) \land M(y))] \rightarrow [(\exists y)(I(y) \land E(x, y))] \}$

结论:

$\sim (\exists x) I(x) \rightarrow (\forall x)(\forall y)[M(y) \rightarrow \sim S(x, y)]$

（3） 化为子句形

按照化子句集的九步，把前提化为子句形：

▶(a) 消去蕴含符：

$(\forall x)\{ \sim [(\exists y)(S(x, y) \wedge M(y))] \vee [(\exists y)(I(y) \wedge E(x, y))] \}$

▶(b) 减否定辖域：

$(\forall x)\{ [(\forall y)(\sim S(x, y) \vee \sim M(y))] \vee [(\exists y)(I(y) \wedge E(x, y))] \}$

▶(c) 消去存在符：

$(\forall x)\{ [(\forall y)(\sim S(x, y) \vee \sim M(y))] \vee [(I(f(x)) \wedge E(x, f(x)))] \}$

▶(d) 化为前束形，去全称量词，并化母式为合取式：

$[\sim S(x, y) \vee \sim M(y) \vee I(f(x))] \wedge [\sim S(x, y) \vee \sim M(y) \vee E(x, f(x))]$

▶从前提条件得到下列子句集：

$S=\{ \sim S(x, y) \vee \sim M(y) \vee I(f(x)) , \sim S(x, y) \vee \sim M(y) \vee E(x, f(x)) \}$

结论的否定为：

$\sim\{\ \sim(\exists x)I(x) \rightarrow (\forall x)(\forall y)[\ M(y)\rightarrow\sim S(x, y)\ ]\ \}$

按照化子句集的九步，继续把结论的否定化为子句形：

▶(a)消去蕴含符：

$\sim\{\ (\exists x)I(x) \lor (\forall x)(\forall y)[\sim M(y) \lor \sim S(x, y)\ ]\ \}$

▶(b)减否定辖域：

$\{\ (\forall x)\sim I(x) \land (\exists x)(\exists y)[\ M(y) \land S(x, y)\ ]\ \}$

▶(c)变量标准化，消去存在符：

$\{\ (\forall z)\sim I(z) \land [\ M(B) \land S(A, B)\ ]\ \}$

▶(d)化为前束形，去全称量词，并化母式为合取式：

$\sim I(z) \land M(B) \land S(A, B)$

▶从结论的否定得到下列子句集：

$$\sim L=\{\ \sim I(z), M(B), S(A, B)\ \}$$

把前提化为子句形：

(1) ~S(x, y)V~M(y)VI(f(x))

(2) ~S(x, y)V~M(y)VE(x, f(x))

把结论化为子句形：

(3) ~I(z)

(4) S(A, B)

(5) M(B)

(4) 消解反演推导出NIL

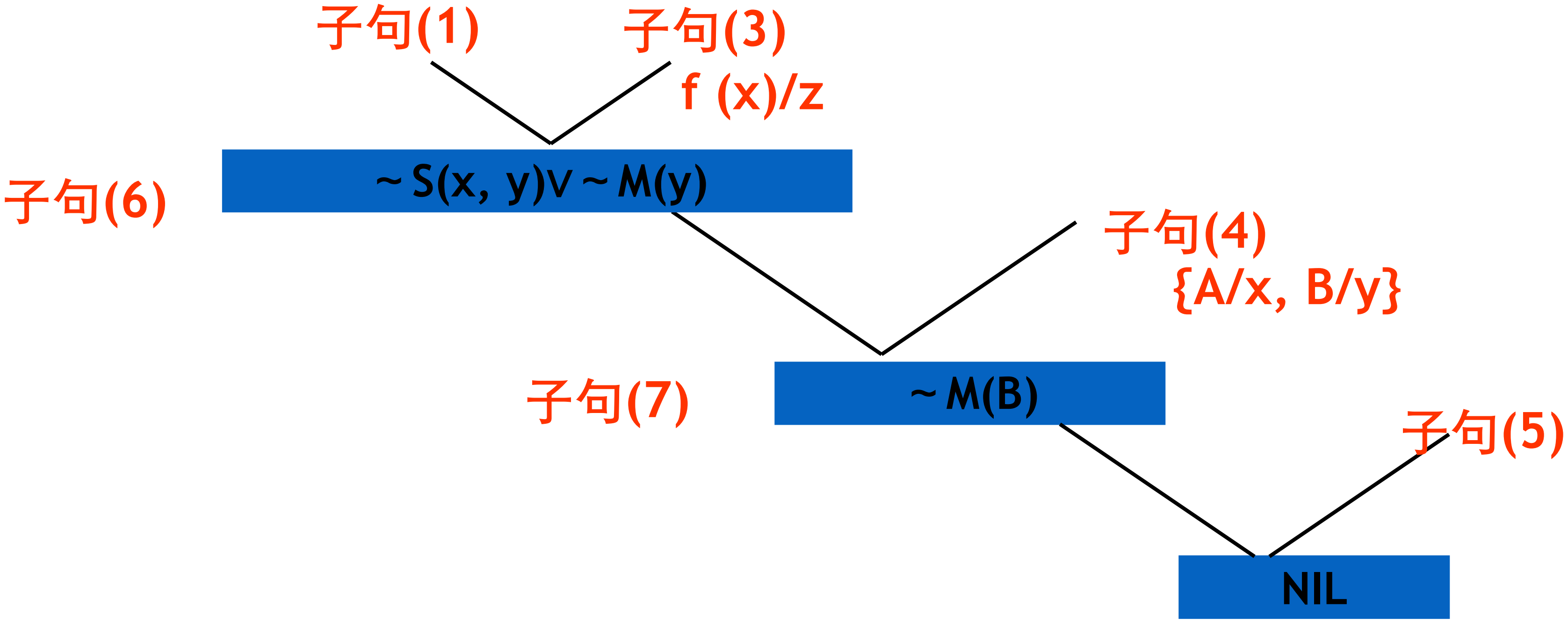

图3.12 储蓄问题反演树

(3) 反演求解过程

除了用消解反演树证明公式命题，我们还可以用反演树求取对某个问题的答案

- 从反演树求取答案步骤
  - (a) 把由目标公式的否定产生的每个子句添加到目标公式否定之否定的子句中去；
  - (b) 按照反演树，执行和以前相同的消解，直至在根部得到某个子句止；
  - (c) 用根部的子句作为一个回答语句。
- 实质
  - 把一棵根部有NIL的反演树变换为根部带有回答语句的一棵求解树。

例1，“如果无论约翰(John)到哪里去，菲多(Fido)也就去那里，那么如果约翰在学校里，菲多在哪里呢?”

解：

(a) 规定原子公式：

At(w, y) 表示 “w在y处”

(b) 用谓词公式表示已知条件和结论：

前提：

$(\forall y)\ [\ AT(JOHN, y) \rightarrow AT(FIDO, y)\ ]$

$AT(JOHN, SCHOOL)$

结论：

$(\exists x)\ AT(FIDO, x)$

结论的否定：

$(\forall x) \sim AT(FIDO, x)$

(c) 对本例应用消解反演求解过程：

- (1) 目标公式的否定的子句形为～AT(FIDO，x)，把它添加至目标公式否定之否定的子句中去，得到一重言式：

  ～AT(FIDO，x)∨AT(FIDO，x)

- (2) 用图3.14的反演树进行消解，并在根部得到解答子句：

  AT (FIDO，SCHOOL)

- (3) 用根部答案子句AT(FIDO， SCHOOL) 作为回答语句。

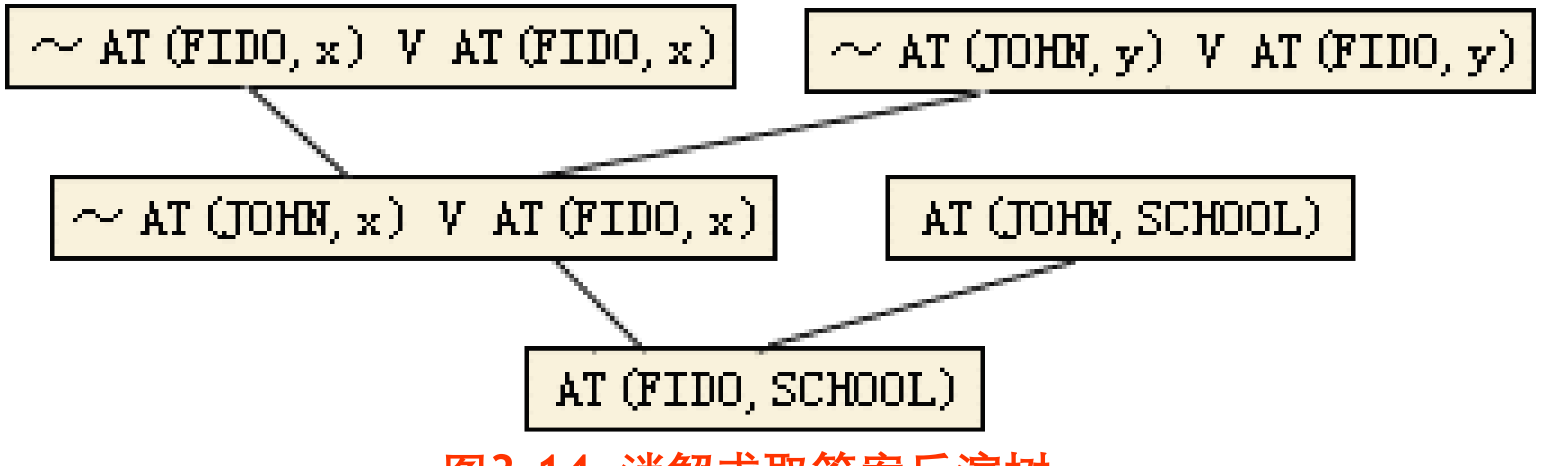

图3.14 消解求取答案反演树