

方法精讲-数量 3

主讲教师:牟立志

授课时间:2018.05.26



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量3(笔记)

本节学习任务:

- 1. 授课内容: 经济利润问题、排列组合与概率
- 2. 时长: 2.5 小时
- 3. 对应讲义: 169 页~174 页
- 4. 重点内容:
- (1) 掌握与成本、利润、折扣相关的公式,能准确地计算分段计费问题
- (2)掌握常用的排列、组合公式,理解分类与分步的区别,了解枚举法的适用范围
- (3)掌握捆绑法、插空法、插板法的适用范围和使用步骤,掌握错位排列 的条件识别特征并记住常见的错排数
- (4)掌握求概率的两种情况的解题思路,了解正难反易则从反面求解的技 巧

课前测验

1. (2017河南)某早餐店试营业主打套餐每份成本8元,售价26元。当天卖不完的主打套餐不再出售,在过去两天时间里,餐厅每天都会准备200份主打套餐,第一天剩余20份主打套餐,第二天全部卖光。问这两天该早餐店主打套餐共盈余多少元?

A. 6680 B. 6840

C. 7000 D. 7160

【解析】1. 同学们主要纠结在 A、B 项,说明同学们在做题时有些细节可能没有考虑到,尤其是选 B 项的同学,一会讲的时候要认真分析错在哪里。【选 A】

2. (2017 山东) 某部门从 8 名员工中选派 4 人参加培训,其中 2 人参加计算机培训,1 人参加英语培训,1 人参加财务培训,问不同的选法有多少种?

A. 256 B. 840

一 粉笔直播课

C. 1680 D. 5040

【解析】2. 本题是一道简单的初级入门的排列组合问题,正确率不是很高,原因可能在于很多同学没有接触过,不过不会不要紧,学排列组合觉得难的同学可能分为高中没学会或者根本没学过两类,后者相对容易学习,而前者原因在于高中的理论比较深入可能没学会,不过数量关系中排列组合比较基础,跟老师学好方法,学会识别题型就没有问题。【选 B】

第六节 经济利润问题

【知识点】经济利润问题:和钱、生活息息相关。

1. 例:老师作为一个喜欢打篮球的男生想要一双 AJ 篮球鞋,老师的妈妈要 买一双送给老师,网上标价 500 元一双,为定价;老师妈妈觉得贵,于是等双十一打五折的时候买,打五折为折扣,花了 250 元买入,250 元为实际的售价;而 老板进货价为 50 元,是老板的成本,老板赚了 200 元为利润。这个例子将经济利润问题中涉及的量均表示了出来,经济利润问题研究的就是量和量之间的等量 关系。

2. 公式:

- (1) 利润=售价-成本=250-50=200。
- (2) 利润率=利润/成本=200/50=400%。(注意数量关系中利润率=利润/成本,资料分析中利润率=利润/收入,是两种不同学科中的定义)。
 - (3) 售价=成本*(1+利润率)。
 - 例①我花 10 块钱买了一辆法拉利,期望获利 20%,求售价。
 - 答: 售价=成本*(1+利润率)=10*(1+20%)=12。
 - 例②我以12块钱卖出了一辆法拉利,获得了20%的利润,求成本。
- 答: 售价=成本*(1+利润率),则成本=售价/(1+利润率)=12/(1+20%)=10。
- (4) 折扣=售价/原价。打几折就是按照原来的百分之几十去出售的,比如 打五折即按原来的 50%出售;打六折即按原来的 60%出售。折扣率:同学们逛商 场时会看到 20%off,这不是打两折的意思,是少收 20%,即打 8 折,20%是折扣

率。

(5) 总价=单价*数量;总利润=单个利润*数量。

例1(2017河南)某早餐店试营业主打套餐每份成本8元,售价26元。当天卖不完的主打套餐不再出售,在过去两天时间里,餐厅每天都会准备200份主打套餐,第一天剩余20份主打套餐,第二天全部卖光。问这两天该早餐店主打套餐共盈余多少元?()

A. 6680 B. 6840

C. 7000 D. 7160

【解析】例 1. 方法一: 关于钱数是经济利润问题,问盈余多少,即问利润为多少。利润=售价-成本,每天准备 200 份,每份成本 8 元,则总成本为(200+200)*8,售价即卖出的钱数,第一天准备了 200 份,剩余 20 份,则第一天卖出 180份,第二天全卖光,则第二天卖出了 200 份,所以总售价为(180+200)*26,利润=售价-成本=(180+200)*26-(200+200)*8=380*26-400*8。本题选项尾数都为 0,不能看倒数第一位,看倒数第二位,去掉一个 0,所以式子去掉 0 为38*26-40*8,尾数 8-0 为 8,只有 A 项符合。

方法二:题目问利润,利润=赚的部分-亏的部分,本题卖出了380份,一份成本为8,售价为26,所以一份赚了18元,但注意结果不是380*18,此时有20份没卖,属于亏本的部分,需要减掉,所以利润=380*18-20*8,结果对应A项。【选A】

例 2(2018 浙江)小王购买甲、乙两种特价商品。甲商品打八折后每件 52 元,乙商品打八五折后每件 34 元,小王购买这些商品总共比打折前节省了 83 元。问他购买这两种特价商品总共支出了多少元? ()

A. 544 B. 445

C. 427 D. 362

【解析】例 2. 方法一:问支出多少钱,由"甲商品打八折后每件 52 元"可知,甲原来的价钱*80%=52,所以甲的原价=52/80%=65 元,由"乙商品打八五折后每件 34 元"可知,乙的原价=34/85%=40 元,此时一个甲省 13 元,一个乙省 6

元,根据题意,总共省了83元,不知道购买个数,所以设购买甲x件,购买乙y件,可得13x+6y=83,属于不定方程,未知数为件数,必须为整数,利用数字特性做题。因为13和6的奇偶性不同,考虑奇偶性,6y为偶数,83为奇数,所以13x必须为奇数,则x必须为奇数,x可以为1、3、5、7······,所以逐个代入。x=1时,y不是整数,排除;x=3时,y也不是整数,排除;x=5时,解得y=3,此时不需要验证,因为答案有且只有一个。问总共支出多少钱,总支出=52*5+34*3,选项尾数不同,利用尾数法,尾数0+2结果为2,对应D项。

方法二:猜题方法:有些同学做错的原因是没有看到问的是支出的,而是按照原价计算的,所以正确答案和干扰项应差 83,正确选项应比干扰项少 83,观察选项,B、D 项差 83,所以 B 项为打折前,D 项为打折后,问打折后的,所以选择 D 项。【选 D】

【注意】可以用方法二猜题的原因在于出题人想"坑"同学,而"坑"必须借助题目中的某些点,如果识别出"坑",就可以抓住对应的点解题。

例 3(2017 天津)受市场影响,某种品牌同种价位的自行车在三个商场都进行了两次提价(第二次提价的百分比是以第一次提价后的价格为基础的),A 商场第一次提价 10%,第二次提价 20%; B 商场第一次提价 15%,第二次提价 15%;C 商场第一次提价 12%,第二次提价 18%。则提价最多的商场为()。

A. C 商场

B. A 商场

C. B 商场

D. 无法确定

【解析】例3. 假设原价格为100,第一次提价10%,所以价格为100*(1+10%),第二次提价20%,是在第一次提价的基础上提价,所以第二次价格为100*(1+10%)*(1+20%)。

方法一:题目均给出比例,不知道原价,经济利润问题给出大量比例,没有具体数值,所以可以赋值。赋值原价为100(赋值多少对结果无影响,赋值容易计算的数即可),A商场:100*(1+10%)*(1+20%);B商场:100*(1+15%)(1+15%);C商场:100*(1+12%)(1+18%)。比较过程中100对结果无影响,常规思路为将后面的数值计算出来比较,找到最大的即可。

方法二: 本题实质是比较(1+10%)*(1+20%)、(1+15%)(1+15%)、(1+12%)

(1+18%),三个式子两部分相加均为2.3,即A和B加和为定值,相加为定值,根据结论,当A=B时,乘积最大,所以B商场最大,对应C项。【选C】

【注意】均值定理: A+B 为一定值, 当 A=B 时, A*B 最大。

例 4 (2015 江苏) 某商品今年的成本比去年减少 15%,由于售价不变,利润率比去年增加了 24 个百分点,则该商品去年的利润率为 ()。

A. 24%

B. 30%

C. 36%

D. 42%

【解析】例4. 题目问利润率,利润率=利润/成本,但题目中未给出利润和成本的具体值,用赋值法。经济利润问题中,习惯将成本赋值为100,利润未知,但此时利润不能赋具体值,所以设为未知量x,经济利润问题的难点在于题目的量比较多。本题涉及成本、售价、利润、利润率,时间分为今年和去年两个时间点,列表分析。问去年的利润率,假设去年的成本为100,由"今年的成本比去年减少15%"可知今年的成本为85,假设去年的利润为x,则去年的售价为100+x,因为售价不变,所以今年的售价也为100+x,故今年的利润=售价-成本=x+15,今年的利润率=(x+15)/85,去年的利润率=x/100。求去年的利润率,必须解出x,则需要联立两个式子,根据"利润率比去年增加了24个百分点",百分点为两个百分数做差而来,所以(x+15)/85-x/100=24/100,一个方程一个未知数可以求解,解得x=36,代入得去年的利润率=36%。【选C】

【注意】1. 经济利润问题方法:

- (1) 求具体价格(例1和例2):列式、列方程。
- (2)题目给的是比例,没有给出具体值,已知比例,求比例(例 4):用赋值法,赋值赋为方便计算的数字即可,常赋值成本为100。例 4 也可以赋值售价,老师是按照逻辑解题,要想求利润率,利润率=利润/成本,先赋值成本为100,再假设利润为x。
- 2. 小技巧: 如果 A/B=C/D, 那么 A/B=C/D= (A±C) / (B±D)。例: 7/14=10/20=1/2=17/34=3/6。本题中(x+15)/85-x/100=24/100 整理得:(x+15)/85=(x+24)/100,第一步先去消x,所以等号两侧相减得(x+15)/85=(x+24)/100=9/15=3/5;第二步分母化同,(x+24)/100=3/5=60/100,解得x=36。

【知识点】分段计价: 考得较多,且比较简单,是必拿分的题目。

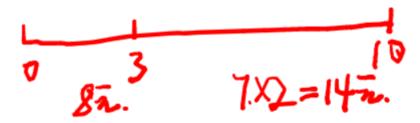
1. 在生活中,水电费、煤气费、出租车计费等,每段计费标准不等。用得越多,反而越贵。比如买东西,买得越多越便宜,问:在不同收费标准下,一共需要的费用?

2. 计算方法:

- (1) 按标准,分开。
- (2) 计算后, 汇总。

例:某地出租车收费标准为:3公里内8元,超出3公里,每公里2元,志哥坐车走了10公里,共花费多少钱?

答: 分段计价问题,两步走: ①按标准分开,总共走了 10 公里,3 公里内为 8元,3~10 公里为 7公里,每公里 2元,花费 14元。②汇总:8+14=22元。



例 5 (2017 江西) 某市出租车的计费方式如下: 路程在 2 公里以内(含 2 公里)为 8 元; 达到 2 公里后,每增加 1 公里收费 1.9 元; 达到 8 公里以后,每增加 1 公里收费 2.1 元,增加不足 1 公里时按四舍五入计算。某乘客乘坐这种出租车交了 44.6 元车费,则该乘客乘坐此出租车行驶的路程为()。

A. 18 公里

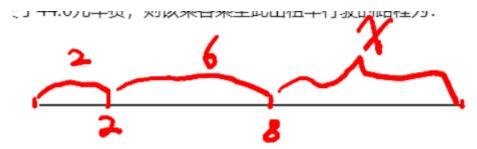
B. 19 公里

C. 20 公里

D. 21 公里

【解析】例 5. "增加不足 1 公里时按四舍五入计算": 如增加 0. 4 公里,根据四舍五入原则舍掉,则不收钱,如增加 0. 6 公里,根据四舍五入原则进上去,多收 1 公里的钱。给钱数算公里数,标准 1: 2 公里内花费 8 元;标准 2: 2~8公里为 6 公里,每公里 1. 9 元,花费: 1. 9*6=11. 4 元,相加<20 元,说明还没有结束,设 8 公里之后走了 x 公里,花费 2. 1x 元。汇总: 8+11. 4+2. 1x=44. 6,2. 1x=25. 2,解得 x=12,本题没有坑,如果选项有 12,不能选,8 公里之外走了

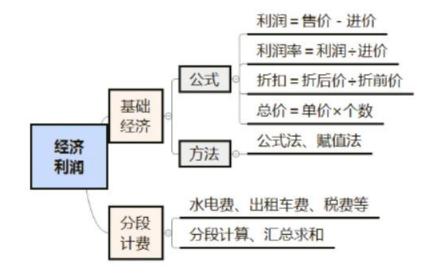
12 公里,则总共走了8+12=20 公里。【选C】



例 6 (2016 河南) 贾某在停车场停车,每个月前几个小时内收费的基础价格 为 5 元/小时,之后按照基础价格的 90%收费,某月贾某的停车时间为 120 小时,共交了 545 元,则按照基础价格停车的时间为多少小时? ()

【解析】例 6. 基础价格为 5 元/小时,"之后按照基础价格的 90%收费"说明之后每小时收费 4. 5 元,给总钱数,求标准,假设到 x 处是标准的分界点, $0\sim x$ 小时花费 5x 元,剩余部分花费 4.5*(120-x),汇总:5x+4.5*(120-x) =545,0.5x=5,解得 x=10。【选 B】

【答案汇总】1-5: ADCCC; 6: B



【小结】经济利润问题:

- 1. 基础经济:
- (1) 了解公式和等量关系。
- (2) 方法:
- ①公式法: 求具体价格, 如钱数 (元)、成本、利润、售价、定价。
- ②赋值法:给比例,求比例,没有数据需要赋值,赋值多少对于结果无影响,习惯赋值成本为好算的数,如赋值成本为100。
 - 2. 分段计费: 分段计算, 汇总求和。

第七节 排列组合与概率

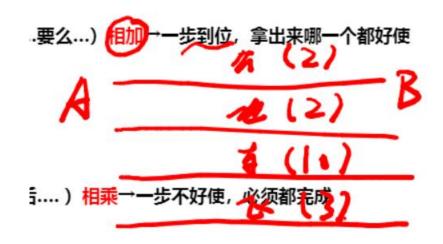
一、基础题型

【知识点】排列组合:

- 1. 两个原理、两个概念、N 多题型。
- 2. 两个原理: 分类与分步。
- (1) 分类(要么……要么……) 相加→一步到位,拿出来哪一个都好使。
- (2) 分步(先……后……) 相乘→一步不好使,必须都完成。

例: 我每天从家 A 点到公司 B 点上班。

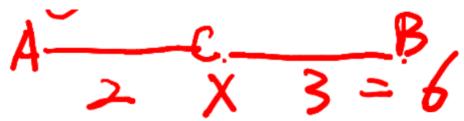
①有多种出行方式,可以坐公交、挤地铁、开车、开飞机,无论选择何种方式,都可以完成从A到B,一步到位是分类,分类相加。如公交有2辆,地铁有2趟,汽车有10辆,飞机有3架,问从A到B有多少种方式?



答: 分类相加: 2+2+10+3=17。

耐 粉筆直播课

②从A出发,先到地铁站C点买煎饼果子,再坐地铁到B点上班。"先……再"是分步,分步用乘法,从A到C有2种选择,从C到B有3种选择,问从A到B有多少种方法?



答:分步用乘法:3*2=6。

- 3. 排列与组合:
- (1) 排列: 与顺序有关。
- (2) 组合:与顺序无关。
- (3) 判定标准: 从主体当中任意的挑出两个, 调换顺序。
- ①对结果有影响,与顺序有关(A),是排列。
- ②对结果无影响,与顺序无关(C),是组合。
- (4) 例:
- ①从七个葫芦娃中,任选两个一起去救爷爷。

答:黄色是二娃,最上面是大娃,先选大娃再选二娃,或先选二娃再选大娃,都是大娃和二娃的组合,对结果无影响,用组合 C (7,2)。

②从七个葫芦娃中,任选两个一起去救爷爷(第一个去探路,第二个去打架)。

答:大娃力气大,二娃千里眼、顺风耳,大娃打架效果好,二娃探路效果好,如果让力工大娃探路、技术工种二娃打架,就是"送人头",无法救回爷爷,调换顺序对结果有影响,用排列 A (7,2)。

4. 计算方法:

- (1) A (7,2) = 7*6, A (7,3) = 7*6*5, A (8,4) = 8*7*6*5.
- (2)C(7,2)=A(7,2)/[A(2,2)]=7*6/2,C(7,3)=A(7,3)/[A(3,3)]=7*6*5/(3*2*1)=35,C(7,4)=A(7,4)/[A(4,4)]=7*6*5*4/(4*3*2*1)=35。C(7,3)=C(7,4),上角标的3+4=7,同理:C(7,5)=C(7,2),C(10,3)=C(10,7),算C(10,7)复杂,可以转化为C(10,3)。

例 1 (2017 山东) 某部门从 8 名员工中选派 4 人参加培训,其中 2 人参加计算机培训,1 人参加英语培训,1 人参加财务培训,问不同的选法有多少种?()

A. 256 B. 840

C. 1680 D. 5040

【解析】例 1. 排列组合问题,要有身临其境的感觉,要想选人,需要从 8 人中,选出 2 人学计算机、1 人学英语、1 人学财务,从 8 人中选 2 人学计算机,先选甲后选乙,与先选乙后选甲无差别,两人都是学习计算机,对结果无影响,无顺序用组合 C (8,2),从剩余 6 人中找 1 人学英语为 C (6,1),从剩余 5 人中选 1 人学财务为 C (5,1),"先……再"分步用乘法: C (8,2) *C (6,1) *C (5,1) =8*7/2*6*5=28*30=840。【选 B】

【注意】先从8人中选4人参加培训,再从4人中选2人学计算机,再从2人中选1人学英语,剩余1人学财务,最后相乘,列式:C(8,4)*C(4,2)*C(2,1)*C(1,1)。

例 2 (2017 重庆) 某交警大队的 16 名民警中, 男性为 10 人, 现要选 4 人进行夜间巡逻工作, 要求男性民警不得少于 2 名, 问有多少种选人方法? ()

A. 1605 B. 1520

C. 1071 D. 930

【解析】例 2. 问有多少种选人方法,排列组合问题。

方法一:要求男性民警不得少于 2 名,有多种情况,需要分类:(1) 2 男 2 女: 16 个民警,男的为 10 人,女的为 6 人,从 10 个男的中选 2 人,没有顺序用 C (10,2),从 6 个女的中选 2 个女的,没有顺序用 C (6,2),选人有先后,分步用乘法: C (10,2) *C (6,2) =45*15; (2) 3 男 1 女: C (10,3) *C (6,1) =10*9*8/6*6=720; (3) 4 男 0 女: C (10,4) =210。分类是一步到位,2 男 2 女满足条件,3 男 1 女满足条件,4 男 0 女满足条件,每一类单独拿出来都满足,一步到位,是分类,用加法:45*15+720+210,先看尾数,尾数是 5,仅 A 项满足。

方法二:正向情况比较多,共3种,正难则反:正=全-反,全部是从16人中选出4人,减去不满足的,不少于的反面是少于,列式:C(16,4)-1男3女

Fb 粉笔直播课

-0 男 4 女=C (16, 4) -C (10, 1) *C (6, 3) - (6, 4)。【选 A】

例 3 (2016 北京) 某次专业技能大赛有来自 A 科室的 4 名职工和来自 B 科室的 2 名职工参加。结果有 3 人获奖且每人的成绩均不相同。如果获奖者中最多只有 1 人来自 B 科室, 那么获奖者的名单和名次顺序有多少种不同的可能性?()

A. 48 B. 72

C. 96 D. 120

【解析】例 3. 先分析满足的情况:最多只有 1 人来自 B 科室,分情况讨论: (1) 1B2A:从 B 科室中选 1 个: C (2,1),从 A 科室中选 2 个: C (4,2),3 人获奖顺序不同,故有 C (2,1) *C (4,2) *A (3,3) =72 种。(2) 0B3A:从 A 科室中选 3 个,有名次顺序,故有 C (4,3) *A (3,3) =24 种。共有 72+24=96 种。【选 C】

【注意】先确定名单,再排顺序。

例 4 (2015 国考)餐厅需要使用 9 升食用油,现在库房里库存有 15 桶 5 升装的,3 桶 2 升装的,8 桶 1 升装的。问库房有多少种发货方式,能保证正好发出餐厅需要的 9 升食用油? ()

A. 4 B. 5

C. 6 D. 7

【解析】例 4. 问有多少种发货方式,排列组合问题。做排列组合没有思路的时候可以先观察选项,选项的数都比较小,考虑枚举法: (1) 1 桶 5 升 2 桶 2 升 0 桶 0 升。(2) 1 桶 5 升 1 桶 2 升 2 桶 1 升。(3) 1 桶 5 升 0 桶 2 升 4 桶 1 升。(4) 0 桶 5 升 3 桶 2 升 3 桶 1 升。(5) 0 桶 5 升 2 桶 2 升 5 桶 1 升。(6) 0 桶 5 升 1 桶 2 升 7 桶 1 升。共有 6 种。【选 C】

【注意】1. 枚举法:观察选项如果数不大,一个个枚举出来也是不错的。

2. 注:别查漏了,最好按照一个标准,从大到小,或者从小到大。

【答案汇总】1-4: BACC

【知识点】特定题型:

- 1. 不在头、尾。
- 2. 相邻。
- 3. 不相邻。
- 4. 同素分队。
- 5. 错位排列。

【知识点】1. 不在头、尾。

- 2. 例子:
- (1) 有 5 个人:李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。五人站排,有多少情况?
 - 答: 排列有顺序, 有 A (5,5) 种。
- (2) 有 5 个人:李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。五人站排,涛哥不在排头,问:有几种排列情况?

答:一共 5 个位置,林涛排头不选,剩下 4 个位置,有 4 种选择;剩下 4 个人没有要求,有 A(4,4)种。林涛先排再排其他人,分步用乘法:有 4*A(4,4)种。

【知识点】1.相邻。

- 2. 方法 (捆绑法):
- (1) 先捆,把相邻的捆绑起来,考虑内部顺序。
- (2) 后排,把捆后的"胖子"与其他排列。
- 3. 例子:

问:5个人:李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。问:五人站排,露西和丽丽挨着,有几种情况?

答:挨着属于相邻问题,采用捆绑法。先捆:露西和丽丽相邻,内部有顺序,有 A(2,2)种。后排:捆完以后看成一个人,和另外 3人排序,有 A(4,4)种。分步用相乘:共有 A(2,2)*A(4,4)种。

二、特殊颗型

例 1 (2016 国考) 为加强机关文化建设,某市直属机关在系统内举办演讲比赛,3个部门分别派出 3、2、4 名选手参加比赛,要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连。问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内? ()

A. 小于 1000

B. 1000~5000

C. $5001 \sim 20000$

D. 大于 20000

【解析】例 1. 排列组合问题。关键词: 相连,相邻问题采用捆绑法。先捆后排。先把相邻的捆在一起,再排部门之间的顺序: $A(3,3)*A(2,2)*A(4,4)*A(3,3)=6*2*24*6=72*24=1000^{\dagger}$,对应 B 项。【选 B】

【知识点】不相邻:

1. 李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。问: 五人站排,露西和丽丽不挨着,有几种情况?

答:

- (1) 先将可以相邻的进行排列,露西和丽丽不相邻,剩下 3 个人排,有顺序,有 A (3,3) 种。3 个人产生 4 个空位。
 - (2) 把不相邻的 2 个人插入 4 个空中, 有顺序, 有 A (4, 2) 种。
 - (3) 分步用相乘, 共有 A (3,3) *A (4,2) 种情况。
 - 2. 方法(插空法)。
 - (1) 先将可以相邻的进行排列,排列后形成若干个空位。
 - (2) 再将不相邻的插入到形成的空位中去。
 - 3.注: 谁不相邻,拿谁插空。

例 2 (2017 云南) 某兴趣组有男女生各 5 名,他们都准备了表演节目,现在需要选出 4 名学生各自表演 1 个节目,这 4 人中既要有男生,也要有女生,且不能由男生连续表演节目,那么,不同的节目安排有多少种?()

A. 3600

B. 3000

C. 2400

D. 1200

【解析】例 2. 男生有 5 个,女生有 5 个,选 4 个人,其中既要有男生又要

Fb 粉笔直播课

有女生,并且男生不能连续表演。分类讨论: (1) 1 男 3 女。5 个男生选 1 个, C (5,1),5 个女生选 3 个, C (5,3),节目的安排有顺序,共有 4 个节目,分步用乘法,有 C (5,1)*C (5,3)*A (4,4)=1200。(2) 2 男 2 女。先选人: C (5,2)*C (5,2);先排女生,有顺序,A (2,2),产生 3 个空位,从 3 个空中选 2 个,有顺序,A (3,2)。分步用乘法,有 C (5,2)*C (5,2)*A (2,2)*A (3,2)=1200种。共有 1200+1200=2400种。【选 C】

【注意】不能选3个男的,3个男的必定会出现连续表演节目的情况。

【知识点】同素分堆:相同元素分成几堆,问情况数有多少种?例:7个相同的苹果分给三个小盆友,每人至少分一个,有多少种分法?

答:7个苹果分给3个小朋友,相当于分成3堆。7个苹果产生8个空位,最左边和最右边不能插板,因此7个苹果产生6个可以插板的空。插一个板分成2堆,要分3堆要插2个板,即在6个空中插2个板。把板调换顺序对结果没有影响,故用组合,有C(6,2)种。

【知识点】方法(插板法):

- 1. M 个元素有 M-1 个空位, 分 N 堆, 需要 N-1 个板子。
- 2. 至少分一个共有 C (M-1, N-1) 方法。

例 3 (2016 深圳事业单位) 将 9 封相同的信投入 3 个不同的信箱,且每个信箱至少投入一封信,不同的投法有()种。

A. 18 B. 21

C. 28 D. 36

【解析】例 3. 相同的信封即相同的元素,投入 3 个不同的信箱即分成 3 堆。 C (空, 板) = C (8, 2) = 8*7/2=28。【选 C】

【知识点】同素分堆。

1. 问题: 10 个相同的苹果分给三个小盆友,每人至少分两个,有多少种分法?

答: "至少分两个"转化为"至少分一个",3个人假设为甲、乙、丙,先一人分一个,还剩7个苹果,再每人至少分一个,即此时每人至少分2个苹果。7个苹果分给3个人每人至少1个,有C(6,2)种。

- 2. 方法 (插板法):
- (1) 至少2个, 先每人分2-1=1个。
- (2) 再按照至少分1个分。

例 4(2014 广州)某办公室接到 15 份公文的处理任务,分配给甲、乙、丙三名工作人员处理。假如每名工作人员处理的公文份数不得少于 3 份,也不得多于 10 份,则共有多少种分配方式? ()

A. 15 B. 18

C. 21 D. 28

【解析】例 4. 题目没有说公文不一样,默认为一样。至少分 3 个,先每人分 2 个,转化为至少分 1 个。每人先分 2 个,分出去了 6 个,还剩 15-6=9 个,9 个文件产生 8 个空,3 个人用 2 个板,有 C (8, 2) =8*7/2=28 种。【选 D】

【注意】不得多于 10 份是"废话"。按最极端的分配 3、3、9,也不会多于 10 份。

【注意】排列组合不要想太多,做对的方法只有一个,做错的方法却有很多,不要天马行空的想象。

【知识点】错位重排:

- 1. 例子: 你、我、他一人拿出一支袜子,每个人都不闻自己,有几种情况?每个人都不拿原来的东西,顺序完全打乱,错位重排。
- 2. 记住公式: $D_1=0$; $D_2=1$; $D_3=2$; $D_4=(D_2+D_3)*3=9$; $D_5=(D_3+D_4)*4=44$, $D_6=(D_4+D_5)*5=53*5=265(D_4和D_5考的最多)$.

例 5 (2015 山东) 某单位从下属的 5 个科室各抽调了一名工作人员,交流到其他科室,如每个科室只能接收一个人的话,有多少种不同的人员安排方式?()

A. 120

B. 78

C. 44

D. 24

【解析】例 5. 交流到其他科室,原本的员工不回到自己的科室,5 个元素的错位重排,D=44 种。【选 C】

【知识点】错位重排:

- 1. 变型: A、B、C、D、E、F, 6个人一人拿出一支袜子, 只有 A 闻自己的袜子, 有几种情况?
 - 答: 6个人只有 A 闻自己的,剩余 5个人错位重排, D₅=44 种。
- 2. 变型: A、B、C、D、E、F, 6个人一人拿出一支袜子, 只有一个人闻自己的袜子, 有几种情况?
- 答: 只有1个人闻自己的,不确定是6个人中的哪一个人闻自己的,那么6个人有6种情况,剩余5个人错位重排,D₅=44,分步用乘法,有6*44种情况。
- 3. 变型: A、B、C、D、E、F,6个人一人拿出一支袜子,有两个人闻自己的袜子,有几种情况?

答:有2个人闻自己的,从6个人中选2个人,没有顺序,C(6,2),剩余4个人错位排列, D_4 =9种,分步用乘法,一共有C(6,2)*9种情况。

【答案汇总】1-5: BCCDC

三、概率问题

【知识点】概率问题:

- 1. 给情况求概率:直接运用公式,公式:概率 P=满足/全部。
- (1) 例:在一个筐里面,有3个A球,2个D球,1个C球,4个D球,问 摸到A球的概率为多少?
 - 答: P=3/10。
- (2) 拓展: 如果问摸到不是 D 球的概率,P=(3+2+1)/10=6/10,也可以利用正难则反的思维,P=1-4/10=6/10。
 - 2. 给概率求概率:

- (1) 分类: $P(A) = P_1 + P_2 + \cdots + P_n$,例: 假设老师中 500 万的概率为 0.5,中 300 万的概率为 0.3,中 100 万的概率为 0.1,那么老师中奖的概率为 0.5+0.3+0.1=0.9。
- (2) 分步: P(A) =P₁*P₂*······P_n。例: 假设老师遇到艳遇的概率为 0.8, 那 么老师既中奖又有艳遇的概率=0.9*0.8=0.72。
 - 3. 注: 正难则反: 满足概率=1-不满足概率。

例 1 (2017 河北) 小王从编号分别为 1、2、3、4、5 的 5 本书中随机抽出 3 本, 那么, 这 3 本书的编号恰好为相邻三个整数的概率为()。

A. 1/2

B. 2/5

C. 3/10

D. 3/5

【解析】例 1. 概率问题,属于给情况求概率,概率=满足条件数/总数,从 5本书中随机抽出 3本,总数为 C(5,3),满足的情况: 123、234、345 三种情况,满足条件的数为 3,因此概率=3/C(5,3)=3/10。【选 C】

例 2(2017 国考)某集团企业 5 个分公司分别派出 1 人去集团总部参加培训,培训后再将 5 人随机分配到这 5 个分公司,每个分公司只分配 1 人。则 5 个参加培训的人中,有且仅有 1 人在培训后返回原分公司的概率()。

A. 低于 20%

B. 在 20%~30%之间

C. 在 30%~35%之间

D. 大于 35%

【解析】例 2. 概率问题,给情况求概率,概率=满足/全部。所有的情况:5 个人任意分配到 5 个分公司的总情况为 A (5,5);满足只有 1 人培训后返回原公司的情况数为:5 人中任选 1 人返回原公司,每个人都有可能,共有 5 种选择, 再将剩下 4 人错位排列 D₄,分步用乘法,5*D₄=5*9。则所求概率=满足条件数/总数=5*9/A (5,5)=3/8=12.5%*3=37.5%【选 D】

例 3(2016 江苏)一辆公交车从甲地开往乙地需经过三个红绿灯路口,在这三个路口遇到红灯的概率分别是 0.4、0.5、0.6,则该车从甲地开往乙地遇到红灯的概率是()。

A. 0. 12 B. 0. 50

C. 0. 88 D. 0. 89

【解析】例 3. 概率问题,属于给概率求概率,问遇到红灯的概率,正面考虑繁琐,利用逆向思维,正难则反。遇到红灯的反面为不遇到红灯的概率,三个路口,每个路口都不遇到红灯,属于分步,用乘法,那么不遇到红灯概率=(1-0.4)*(1-0.5)*(1-0.6)=0.6*0.5*0.4=0.12,遇到红灯的概率=1-0.12=0.88。【选C】

例 4(2017 北京)某单位从 10 名员工中随机选出 2 人参加培训,选出的 2 人全为女性的概率正好为 1/3。则如果选出 3 人参加培训,全为女性的概率在以下哪个范围内? ()

A. 低于 15%

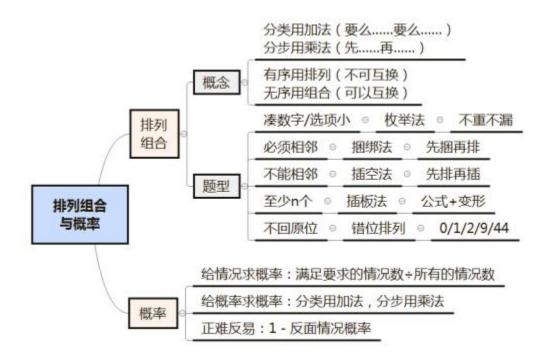
B. 15%到 20%之间

C. 20%到 25%之间

D. 高于 25%

【解析】例 4. 概率问题,属于给情况求概率。根据题意,1/3=满足/全部的。总情况数:10 个员工里面选 2 个人,没有顺序,用 C 来表示,C (10,2);满足的情况:女生人数未知,设女性共有 x 人,有 C (x,2) 种情况。那么 1/3=C (x,2) /C (10,2) =x (x-1) /10*9,整理为 x (x-1) =30,相邻两个数字相乘为 30,应是 5*6=30,那么 x=6。在 10 人中有 6 名女性,那么选出 3 人均为女性的概率 P=C (6,3) /C (10,3) =6*5*4/10*9*8=1/6 \approx 16.7%。【选 B】

【答案汇总】1-4: CDCB



【小结】排列组合与概率:

- 1. 排列组合: (1) 概念: ①分类用加法(要么······要么······); ②分步用乘法(先······再······); ③有序用排列(不可互换); ④无序用组合(可以互换)。
- (2) 题型:①凑数字/选项小,枚举法,不重不漏;②必须相邻,捆绑法, 先捆再排。③不能相邻,插空法,先排再插。④至少n个,插板法,公式+变形。 ⑤不回原位,错位排列,0/1/2/9/44。
 - 2. 概率: (1) 给情况求概率: 满足要求的情况数/所有的情况数。
 - (2) 给概率求概率: 分类用加法, 分步用乘法。
 - (3) 正难反易: 1-反面情况概率。
- 1. (2017 江西) 某公司研发出了一款新产品,当每件新产品的售价为 3000 元时,恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元时,就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品,那么该公司新产品的销售总额为:

A. 4. 72 亿元

B. 4. 46 亿元

C. 4. 64 亿元

D. 4. 32 亿元

【解析】1. 方法一: 常规思路总的钱数=单价*数量, 数量已知为 12 万件, 根据题意, 从 15 万件到 12 万件, 价格每少 1 万件,增加 200 元,少了 3 万件,增加 600 元,单价=3000+600=3600,那么钱数=3600*12 万=4.32 亿元。

方法二:利用 A=B*C,倍数特性中的整除特性。数量为 12,单价为 x, 12 是整数,单价也是整数,那么总钱数是 12 的倍数,12=3*4。观察选项,能被 4 整除的看末两位,排除 B 项 4. 46 亿元;看能被 3 整除的,看各位数字加和,A 项各位数字加和为 13,排除;C 项各位数字加和为 14,排除,因此只有 D 项满足。【选 D】

2. (2017 广东)单位工会组织拔河比赛,每支参赛队都由3名男职工和3 名女职工组成。假设比赛时要求3名男职工的站位不能全部连在一起,则每支队 伍有几种不同的站位方式?

B. 504

A. 432

C. 576 D. 720

【解析】2. 要求 3 名男职工不能全部连在一起,可以 2 个男的挨着,中间隔一个女的,男男女男,也有可能三个男的都不挨着,考虑的情况比较多,正难则反,考虑反面,不能全部连在一起的反面是三个男的挨在一起,相邻问题,捆绑法。3 个男的捆绑,有内部顺序,A (3,3),作为一个整体再与剩下的 3 个女职工排序,即 A (3,3) *A (4,4),3 名男职工的站位不能全部连在一起=全部-三个男的挨着在一起=A (6,6) -A (3,3) *A (4,4) =720-144=576。【选 C】

【答案汇总】第六节经济利润问题: 1-5: ADCCC; 6: B 第七节排列组合与概率:

- 一、基础题型: 1-4: BACC
- 二、特殊题型: 1-5: BCCDC
- 三、概率问题: 1-4: CDCB

一 粉笔直播课

遇见不一样的自己

Come to meet a different you

