VALORES E VETORES PRÓPRIOS

exercícios do livro "Noções sobre Álgebra Linear", José Augusto Trigo Barbosa, FEUP Edições

12. Calcule os valores dos parâmetros reais α, β e δ, de modo que $X_1 = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}^T$ seja vetor próprio da matriz real

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 1 & 2 & \beta \\ 2 & \delta & 3 \end{bmatrix}$$

e tal que o traço da matriz seja igual a 6.

31. Seja a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ representada pela matriz

$$T = m(T) = \begin{bmatrix} 7 & -2 & b \\ -2 & c & -2 \\ -1 & a & 7 \end{bmatrix}, \quad a,b,c \in \mathbb{R}$$

em relação à base canónica, $E_3 = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, para $\mathbb{R}^3$.

a) Calcule os valores próprios de T sabendo que $\vec{x} = (1,2,1)$ é um dos seus vetores próprios e que o traço da matriz $\boldsymbol{T}$ é 18.

b) Determine os espaços próprios associados a cada um dos valores próprios e indique, para cada um dos subespaços obtidos, uma base e a dimensão.

c) Mostre que a matriz $\boldsymbol{T}$ é diagonalizável. Justifique devidamente a resposta, identificando a matriz diagonal semelhante a $\boldsymbol{T}$ e a respetiva matriz diagonalizadora.

40. Seja a transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ representada pela matriz

$$T = m(T) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

em relação à base canónica (E_4) para $\mathbb{R}^4$.

a) Calcule os valores próprios de T.

b) Determine os espaços próprios associados a cada um dos valores próprios e indique, para cada um dos subespaços obtidos, uma base e a dimensão.

c) Mostre que a matriz $\boldsymbol{T}$ é diagonalizável. Indique a respetiva matriz diagonalizadora e a matriz diagonal que lhe é semelhante.

d) Conclua em relação à dimensão do núcleo de T.