

1. Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

a) Determine as matrizes

$$D = 2A + 3B^T$$

$$E = A^T C^T$$

$$F = A^T - (2CA)^T$$

$$G = 2C - B^T A^T$$

$$H = C^2 - AB/2$$

b) Execute todos os produtos possíveis que envolvam as matrizes dadas, de modo a que as matrizes resultantes desses produtos sejam matrizes quadradas de ordem 2.

c) Adotando o método de eliminação de Gauss-Jordan, calcule a matriz inversa de C ; comprove o resultado obtido.

d) Nos casos em que tal for possível, determine os traços de todas as matrizes anteriormente definidas.

2. Seja a matriz quadrada de ordem 2, $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Verifique as igualdades $A^2 = 2A - I$ e $A^3 = 3A - 2I$, em que I é a matriz identidade. Derive uma expressão que caracterize, de um modo genérico, a matriz A^n , $n \in \mathbb{N}$, e mostre-a através do método de indução.

3. Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Dos seguintes produtos matriciais calcule aqueles que são possíveis.

$$E = (AB)^T$$

$$F = AB^T C$$

$$G = CBA$$

$$H = C^T B A^T$$

Justifique a resposta.

b) Adotando o método de eliminação de Gauss-Jordan, obtenha a matriz inversa das matrizes C e D ; comprove os resultados encontrados.