

**Importante:** Teste sem consulta. Resolva cada GRUPO em folhas separadas: GRUPO I responda na grelha do enunciado; GRUPO II e GRUPO III em folhas de capa separadas. Apresente e justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar. Não são consideradas folhas sem identificação. Não é permitida a utilização de tabelas, formulários, telemóveis ou máquina de calcular com capacidade gráfica. Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala. A desistência só é possível 30 minutos após o início do teste.

Nome COMPLETO: \_\_\_\_\_

## GRUPO I - Versão A

(Preencha a tabela de RESPOSTAS na folha de enunciado. Não são consideradas respostas múltiplas. **COTAÇÃO prevista:** 1.0 valores por cada resposta CORRETA. Cada resposta ERRADA desconta 1/3 valor na cotação deste Grupo.)

### RESPOSTAS

1	2	3	4	5

1. Considere a função  $f(x) = x^3$  no intervalo  $x \in [0, 1]$ . Qual o valor da aproximação da área sinalada de  $f(x)$  obtida pela soma de Riemann inferior para 3 partições de  $\Delta x_i = 1/3$

- (a)  $\frac{1}{9}$  (b)  $\frac{27}{36}$  (c)  $\frac{36}{81}$  (d)  $\frac{8}{27}$

2. Calcule, se existir, o valor de  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{2 - 2 \cos(x - a)}{(x - a)^2}$

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $-\infty$  (c) 0 (d) 1

3. Qual o valor do integral definido  $\int_0^\pi (\sin x)^3 \cos x \, dx$  ?

- (a)  $-\frac{1}{2}$  (b) 0 (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{\pi}{4}$

4. Calcule, se existir, o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3 - 2e^x)^{3/x}$

- (a) 1 (b)  $e^{-6}$  (c)  $e^{-2}$  (d)  $e$

5. Qual a expressão de  $\frac{d}{dx} \left[ \sqrt{\pi + \sin^2(2x)} \right]$  ?

- (a)  $\frac{2 \sin(2x) \cos(2x)}{\sqrt{\pi + \sin^2(2x)}}$  (b)  $\frac{\sin(2x) \cos(2x)}{\pi + \sin^2(2x)}$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{\pi + \sin^2(2x)}}$  (d)  $\frac{2 \sin(x) \cos(x)}{\sqrt{\pi + \sin^2(x)}}$

## GRUPO II

6. [2.5] Pela rutura de um tanque, uma mancha de óleo espalha-se em forma de um círculo, cuja área cresce a uma taxa constante de  $6 \text{ km}^2/\text{hora}$ . Qual a taxa de variação do raio da mancha de óleo,  $\frac{dr}{dt}$ , quando o perímetro dessa mancha for de  $3 \text{ km}$ ?
7. [2] Usando os conceitos de derivada da função composta e de derivada da função inversa, calcule a derivada  $\frac{dy}{dx}$  para  $y = \arcsin(e^{x^2})$ .
8. [2.5] Esboce a região  $Q$  do plano limitada pelos gráficos das seguintes funções:  $f_1(x) = 2 - \frac{2}{\pi}x$ ,  $f_2(x) = \sin x$ ,  $x = 0$  e  $x = \frac{\pi}{2}$ . Determine a área da região  $Q$ .

## GRUPO III

9. [6] Calcule os seguintes integrais usando técnicas apropriadas:

(a)  $\int \frac{1 + \ln(x^2)}{x \left( \ln(x) + \frac{1}{4} \ln(x^2) \ln(x^2) \right)} dx$

(b)  $\int x \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx$

(c)  $\int \frac{3x^2}{(x-3)(x^2+1)} dx$

(d)  $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\pi^2 - \tan^2 x}} dx$

10. [2] Usando o Teorema Fundamental do Cálculo, determine a derivada da função  $F(x)$  contínua, derivável:

$$F(x) = \int_x^{x^2} \sin t^2 dt$$

Justifique todos os cálculos efectuados.