Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Reavaliação

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**4,0**] Seja a função vetorial $\boldsymbol{r}(t)=\left(t\sin(t), t\cos(t), \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}\right)$, $t\geq 0$. Determine:

a) O versor da tangente à curva na origem.

b) O comprimento de arco até ao ponto $Q=\left(0, 2\pi, \frac{8}{3}\pi^{3/2}\right)$.

2. [**4,0**] Calcule a derivada direcional da função de campo escalar $f(x,y,z)=x+\sin(yz)$ no ponto $R=(1,0,-1)$, na direção do vetor normal à superfície $x+4y^2+z^2=2$ neste mesmo ponto.

3. [**2,0**] Calcule os pontos críticos de $f(x,y)=x^2y-x^2-y^2$ e classifique-os.

4. [**4,0**] Seja a superfície de equação $x\sin(2z)+zy^2-1=0$. Assumindo que a equação da superfície define z como uma função implícita de x e y, $z=f(x,y)$, calcule $\partial z/\partial x$ e $\partial z/\partial y$ no ponto $P=(0,1,1)$.

5. [**4,0**] Considere o integral $\int_0^{\sqrt{3}}\int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3}x} 2xy\, dy\, dx$.

a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.

b) Reescreva-o: (i) trocando a ordem de integração;

(ii) em coordenadas polares.

6. [**2,0**] Seja a função vetorial $X(t)$, $t\in I$, $I\subset\mathbb{R}$, tal que $\|X(t)\|=k$, $k\in\mathbb{R}$, para todo $t\in I$. Mostre que $\frac{X''(t)\cdot X(t)}{\|X'(t)\|^2}=-1$.