

- * Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;
- * A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;
- * Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.

1. [4,0] Considere a função de campo escalar $f(x, y, z) = e^{x+y} + z \cos(z)$. Calcule a derivada direcional da função no ponto $P = (1, -1, 0)$, segundo a direção definida pelo vetor tangente à curva $\mathbf{r}(t) = (\cos t, -1 + 2 \sin t, 0)$, $t \geq 0$, nesse ponto P .
2. [4,5] Seja a superfície definida pela equação $x^2 y + xy^2 + z = 1$. Obtenha:
 - a) Um vetor normal à superfície no ponto $Q = (1, 0, 1)$.
 - b) A equação cartesiana do plano tangente à superfície em Q .
3. [5,0] Considere a curva fechada descrita pela função vetorial $\mathbf{r}(t) = (5 \cos t, 4 \sin t, 3 \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$. Determine:
 - a) O versor da tangente à curva no ponto $P = \mathbf{r}(\pi/2)$.
 - b) A equação cartesiana do plano osculador à curva em P .
 - c) O comprimento da curva.
4. [4,5] Seja a equação $e^{yz} + \cos(x) + y^2 + z = 3$. Admitindo que a equação define implicitamente $z = f(x, y)$, calcule:
 - a) As derivadas parciais $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.
 - b) Os valores das derivadas parciais anteriores em $f(0, 0)$.
5. [2,0] Seja S uma superfície em \mathbb{R}^3 definida pela equação cartesiana $x = f(y, z)$. Mostre que a área de S é dada por $\iint_T \sqrt{1 + (f_y)^2 + (f_z)^2} dy dz$, em que T é a região do plano coordenado yOz onde se projeta S .