Prova sem consulta. Duração: 2h30m. Prova de Reavaliação Global

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**3,0**] Seja a linha, *C*, de interseção da superfície $x^2+2y^2=z^2+1$ com o plano $z=y$.

a) Parametrize a linha *C* e calcule o seu versor da tangente no ponto $Q=\left(1/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2}\right)$.

b) Calcule o trabalho do campo vetorial $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(y+1,-x+y,-z)$ ao longo da linha *C* descrita no sentido direto visto da parte positiva do eixo dos *zz*.

2. [**3,0**] Determine a derivada direcional da função de campo escalar $f(x,y,z)=x^2+xy+z+\cos(z)$ no ponto $P=(-1,0,\pi)$, na direção da curva parametrizada por $\boldsymbol{r}(t)=(\cos(t),\mathrm{sen}(t),t)$, $t\geq 0$.

3. [**3,0**] Seja a equação $\cos(xyz)+\ln(x^2+y^2+z^2)=0$. Assumindo que *z* é função de *x* e de *y*, derivável, obtenha, por derivação implícita, $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

4. [**3,0**] Seja a superfície $2x+2y+z=6$, com $x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0$. Faça o seu esboço, parametrize-a e calcule a sua área.

5. [**3,0**] Seja $\int_C (1-y^2)dx+(x+x^2)dy$, em que *C* é a fronteira da região limitada por $y=2x$, $y=-x$ e $0\leq x\leq 2$ percorrida no sentido retrógrado. Esboce a linha *C* e determine o valor do integral.

6. [**3,0**] Considere o integral $\displaystyle\int_0^1\int_{-x}^{x}\int_0^2 y\ dzdydx+\int_1^2\int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}}\int_0^2 y\ dzdydx$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas e calcule o seu valor.

7. [**2,0**] Considere um campo escalar $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$. Usando o teorema de Green, mostre que se tem

$$\iint_D\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)dxdy=\oint_C\frac{\partial f}{\partial n}ds$$

onde *D* é uma região do plano limitada pela curva *C* e $\dfrac{\partial f}{\partial n}$ é a derivada direcional de *f* na direção normal exterior a *C*.