Prova sem consulta. Duração: 2h. 2ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,0**] Considere $a \in \mathbb{R}^+$ e o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z) = (z^2, y^2, xz)$. Seja a curva simples fechada, *C*, intersecção das superfícies $x^2 + z^2 = a^2$ e $y = z$.

a) Esboce a curva *C* e calcule $\int_C z^2 dx + y^2 dy + xzdz$.

b) Tendo em atenção a alínea **a**) poderá concluir-se que $\vec{f}$ é gradiente? Justifique.

2. [**4,5**] Seja o campo vetorial $\vec{f}(x,y) = (x + \alpha y + \beta y^2, x + 2\beta xy)$, em que α e β são constantes reais. Considere a curva, *C*, fronteira da região limitada por $y = 1 - x$ e $y = (x-1)^2$, percorrida no sentido retrógrado.

a) Seja $\alpha = \beta = 0$. Esboce a curva, *C*, e calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ usando, se possível, o teorema de Green.

b) Determine os valores de α e β de modo que o campo $\vec{f}(x,y)$ seja gradiente.

c) Para os valores de α e β obtidos em **b**), obtenha o campo escalar, $\varphi(x,y)$, tal que $\vec{f} = \nabla\varphi$ e calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ entre os pontos $Q = (0,1)$ e $P = (1,0)$.

3. [**3,0**] Seja a superfície $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ e $z \geq 0$. Faça o seu esboço e calcule a sua área.

..........(*continua no verso*)

GRUPO II

4. [**3,0**] Considere o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z)=(z,y,x)$ e a superfície, *S*, do paraboloide $z=1-x^2-y^2$, $z\geq 0$.

a) Obtenha uma parametrização, $\vec{r}(u,v)$, para a superfície e indique um versor, $\vec{n}(u,v)$, do vetor fundamental.

b) Determine $\iint_S (\vec{f}\cdot\vec{n})dS$.

5. [**4,5**] Seja o integral triplo $\int_{-\sqrt{2}/2}^{0}\int_{-y}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{x^2+y^2}^{1} dzdxdy+\int_{0}^{\sqrt{2}/2}\int_{y}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{x^2+y^2}^{1} dzdxdy$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Calcule o valor do integral usando uma mudança de coordenadas apropriada.

c) Reescreva-o de modo que a última integração se faça em ordem a *x*.

6. [**2,0**] O momento de inércia polar, I_p, de uma superfície plana, *S*, limitada por uma linha fechada, *C*, em relação à origem de um referencial de coordenadas cartesianas é dado por $I_p=\iint_S r^2(x,y)dxdy$, em que $r(x,y)$ é a distância do ponto (x,y) à origem. Obtenha uma expressão que lhe permita obter o valor de I_p a partir de um integral de linha ao longo de *C*.