U.PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA UNIVERSIDADE DO PORTO

Prova sem consulta. Duração: 2h15m. 2ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos três grupos utilizando folhas de capa distintas.**

## GRUPO I

**1.** [**3,0**] Seja a curva, *C*, de interseção das superfícies $z = 2x^2 + 2y^2$ e $x^2 + y^2 = 1$.

**a**) Obtenha uma parametrização para a curva *C*.

**b**) Calcule o integral de linha $\int_C (1-2y)dx + (2x)dy + e^x dz$.

**2.** [**3,0**] Recorrendo ao teorema de Green, calcule o integral de linha $\int_C (2xy)dx + (2x + x^2)dy$, sendo *C* a fronteira da região, $\Omega$, limitada pelos gráficos das funções $y = 1 - x$ e $y = (x-1)^2$, percorrida no sentido direto.

**3.** [**3,0**] Mostre que o campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (y+3z)\vec{i} + x\vec{j} + (3x+2z)\vec{k}$ é gradiente e determine o integral de linha $\int_L \vec{f} \cdot d\vec{r}$, em que *L* é uma curva cujo ponto inicial é $P = (3,-3,-3)$ e o ponto final é $Q = (-3,3-3)$.

## GRUPO II

**4.** [**3,0**] Considere a superfície, *S*, definida por $z^2 = x^2 + y^2$ , $1 \le z \le 4$.

**a**) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

**b**) Calcule a sua área.

..........................................................................................................***continua no verso***

**5.** [**3,0**] Sejam o campo vetorial $\vec{g}(x,y,z) = y\vec{i} - x\vec{j} + 2z\vec{k}$ e a superfície, *S*, definida por $z = 1 + 2x^2 + 2y^2$ , $y \geq 0$ , $z \leq 3$.

**a**) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

**b**) Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{g}$ no sentido de dentro para fora da superfície.

## GRUPO III

**6.** [**3,0**] Seja o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{5-x^2-y^2} \sqrt{x^2+y^2}\; dzdxdy$$

**a**) Esboce o domínio de integração.

**b**) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas e determine o seu valor.

**c**) Reescreva-o começando o processo de integração na variável *x*; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

**7.** [**2,0**] Seja $\Omega$ uma placa fina de densidade constante, $\rho(x,y) = k$ , $k > 0$, e com a forma de uma região de Jordan limitada por uma curva de Jordan, *C*, suave por secções. Mostre que o momento de inércia da placa, $I_x$, em relação ao eixo dos *xx*, é:

$$I_x = -\frac{k}{3}\oint_C y^3 dx$$