Prova sem consulta. Duração: 2h15m. 2ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos três grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,0**] Seja a curva, *L*, de interseção das superfícies $y = 2x - x^2$ e $z = x$, definida entre os pontos $O = (0,0,0)$ e $P = (1,1,1)$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva *L*.

b) Calcule o integral de linha $\int_L (y-2z)dx + (2x)dy + e^x dz$.

2. [**3,0**] Usando o teorema de Green, determine o integral de linha $\int_C (x^2 - y)dx + (x + y^2)dy$, em que C é a fronteira da região, Ω, limitada pelos gráficos das funções $x = y^2$ e $y = -x + 2$ e $y = x - 2$, percorrida no sentido retrógrado.

3. [**3,0**] Mostre que o campo vetorial

$$\vec{f}(x,y,z) = \left(\mathrm{sen}(y) + 2x\right)\vec{i} + \left(x\cos(y) + z\right)\vec{j} + y\vec{k}$$

é gradiente e determine o integral de linha $\int_L \vec{f} \cdot d\vec{r}$, em que L é uma curva cujo ponto inicial é $P = (0,0,1)$ e o ponto final é $Q = (1, \pi/2, 1)$.

GRUPO II

4. [**3,0**] Seja a superfície, *S*, definida por $z = 1 + x^2 + y^2$, $2 \le z \le 4$.

a) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

b) Calcule a sua área.

....*continua no verso*

5. [**3,0**] Sejam o campo vetorial $\vec{h}(x,y,z) = y\vec{i} + z\vec{j} - x\vec{k}$ e a superfície plana, *S*, situada no primeiro octante e tal que $z = 1 - x - y$.

a) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

b) Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{h}$ no sentido de baixo para cima da superfície.

GRUPO III

6. [**3,0**] Seja o integral triplo em coordenadas cartesianas

$$\iiint_V 2z\ dxdydz$$

em que $V = \left\{(x,y,z)\ :\ \sqrt{x^2+y^2} \le z \le 3\ ,\ x^2+y^2 \le 2\right\}$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Escreva-o em coordenadas cilíndricas e determine o seu valor.

c) Escreva-o em coordenadas cartesianas começando o processo de integração na variável *z*; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

7. [**2,0**] Sejam $C : \vec{r}(u)\ ,\ u \in [a,b]$ uma curva suave do espaço e $\vec{q} \in \mathbb{R}^3$ um vetor fixo. Mostre que:

a) $\int_C \vec{q} \cdot d\vec{r} = \vec{q} \cdot \left(\vec{r}(b) - \vec{r}(a)\right)$.

b) $\int_C \vec{r} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{r}(b)\|^2 - \|\vec{r}(a)\|^2\right)$.