Prova sem consulta. Duração: 2h15m. 1ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,8**] Sejam o ponto $P=(2,1,0)$ e a curva, C, parametrizada por:

$$\vec{r}(t)=\left(2\cos(t),1+\operatorname{sen}(t),\sqrt{3}\operatorname{sen}(t)\right)\ ,\ t\in[0,2\pi].$$

Determine:

a) Os versores da tangente e da normal no ponto P.

b) O comprimento da curva compreendida entre P e o ponto $Q=\left(0,0,-\sqrt{3}\right)$.

2. [**3,8**] Considere a função escalar $f(x,y,z)=(x-y)^4+y^2+2z$ e a curva, C, parametrizada por:

$$\vec{r}(t)=\left(\cos(t),\operatorname{sen}(t),\pi-t\right)\ ,\ t\in\mathbb{R}.$$

a) Calcule a derivada direcional de f no ponto $P=\left(0,1,\frac{\pi}{2}\right)$ segundo a tangente à curva C neste ponto.

b) Em que direção f tem a mínima taxa de variação no ponto P? Qual o valor dessa taxa mínima? Justifique.

c) Determine a equação cartesiana do plano tangente à superfície $f(x,y,z)=8$ no ponto $Q=(2,2,2)$.

3. [**3,8**] Sabendo que a equação $\cos(2x+3y)-xy-z^2y+z=-1$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de x e de y na vizinhança do ponto $Q=\left(0,\pi,\frac{1}{\pi}\right)$, obtenha as derivadas $\frac{\partial z}{\partial y}$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ em Q.

....*continua no verso*

GRUPO II

4. [**2,4**] Determine e classifique os pontos críticos da função:

$$f(x,y) = x^3 + 3y^2 + 3xy - 3.$$

5. [**4,2**] Considere o integral duplo dado por:

$$\iint_D 3y\ dxdy = \int_{-1}^{1}\int_{-1-y}^{\sqrt{1-y^2}} 3y\,dxdy\,.$$

a) Esboce o domínio de integração, *D*.

b) Calcule o valor do integral.

c) Reescreva-o trocando a ordem de integração; defina analiticamente o domínio de integração.

6. [**2,0**] Considere a função de campo escalar $w = f(x,y,z,v)$, em que $x = g(u,v)$, $y = h(u,v)$ e $z = r(v)$ definem *w* como função de *u* e *v*.

a) Desenhe o diagrama árvore para aplicação da regra da cadeia.

b) Obtenha a expressão que, da aplicação da regra da cadeia, permite calcular $\dfrac{\partial w}{\partial v}$.