Prova sem consulta. Duração: 2h30m. Prova de Reavaliação Global

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**3,0**] Seja a função vetorial $\boldsymbol{r}(t)=\left(t\sin(t), t\cos(t), \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}\right)$, $t\geq 0$. Determine o versor da tangente à curva na origem.

2. [**3,0**] Calcule a derivada direcional da função de campo escalar $f(x,y,z)=x+\sin(yz)$ no ponto $R=(1,0,-1)$, na direção do vetor normal à superfície $x+4y^2+z^2=2$ neste mesmo ponto.

3. [**3,0**] Seja a superfície de equação $x\sin(2z)+zy^2-1=0$. Assumindo que a equação da superfície define z como uma função implícita de x e y, $z=f(x,y)$, calcule $\partial z/\partial y$ no ponto $P=(0,1,1)$.

4. [**3,0**] Considere a função de campo vetorial $\vec{F}(x,y,z)=(2yx+1, x^2+z, y+2z)$. Calcule o valor do integral de linha de $\vec{F}$ entre os pontos $P=(0,0,1)$ e $Q=(1,-1,2)$.

5. [**3,0**] Faça o esboço da superfície $z=4-\sqrt{x^2+y^2}$, $0\leq z\leq 3$ e calcule a sua área.

6. [**3,0**] Considere o integral:

$$\int_{-2}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{4} dz\,dy\,dx$$

a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.

b) Reescreva-o de modo que a primeira integração se faça em ordem a *y*.

7. [**2,0**] Seja uma superfície *S*, definida implicitamente pela equação $F(x,y,z(x,y))=0$ para $(x,y)\in T$, $T\subset\mathbb{R}^2$. Mostre que a área de *S* pode ser obtida por:

$$\iint_T \left|\frac{\partial F}{\partial z}\right|^{-1}\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}\,dx\,dy$$

(sugestão: tenha em conta a regra de derivação implícita)