Prova sem consulta. Duração: 2h.

2ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,6**] Considere o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z)=(y,z+y,-y)$ e a curva, *C*, de interseção das superfícies $y^2+z^2=1$ e $x=y$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva *C*.

b) Calcule o integral de linha $\int_C y\,dx+(z+y)\,dy-y\,dz$.

2. [**4,4**] Considere a função escalar $\varphi(x,y)=xy^2+2x+3y$ e o campo vetorial:

$$\vec{f}(x,y)=\left(-\alpha\frac{\partial\varphi}{\partial y},\beta\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\ ,\ \alpha,\beta\in\mathbb{R}.$$

Seja *C* a curva de fronteira da região do 1º quadrante delimitada pelo eixo dos *yy* e pelas linhas $y=x^2$ e $y=2-x$

a) Considerando os valores $\alpha=-1$ e $\beta=1$, calcule, usando o teorema de Green, o integral de linha $\int_C \vec{f}\cdot d\vec{r}$.

b) Admitindo que $\alpha=\beta$, determine todos os campos vetoriais, $\vec{g}$, que são perpendiculares a $\vec{f}$.

c) Considerando um dos campos vetoriais não nulos, $\vec{g}$, obtidos na alínea anterior, calcule o integral de linha $\int_L \vec{g}\cdot d\vec{r}$, em que *L* é uma curva cujo ponto inicial é $O=(0,0)$ e o ponto final é um dos outros vértices da curva *C*.

3. [**3,0**] Seja a superfície, *S*, definida por: $z=4-\dfrac{x^2+y^2}{4}\ ,\ 0\le z\le 3$.

Faça um esboço da superfície e calcule a sua área.

..........continua no verso

GRUPO II

4. [**3,0**] Considere o campo vetorial:

$$\vec{g}(x,y,z)=(xy,-yz,x)\,.$$

Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{g}$ através da superfície, S, $x=1$ limitada por $y^2+z^2=1$.

5. [**4,0**] Seja o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{2-x} dzdydx\,.$$

a) Esboce o domínio de integração, V.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas, identificando analiticamente o domínio de integração.

c) Calcule o seu valor e indique o significado geométrico do resultado.

6. [**2,0**] Considere o campo de forças conservativo $\vec{f}$ definido em $D\subset\mathbb{R}^3$ e seja C uma curva suave contida em D e parametrizada por $\vec{r}(t)$, $t\in[a,b]$. Mostre que o trabalho realizado por $\vec{f}$ entre os pontos $P=\vec{r}(a)$ e $Q=\vec{r}(b)$ depende apenas da localização destes pontos no espaço.