

**FICHA DA UNIDADE CURRICULAR - EIC0009**

|                        |  |                            |                  |
|------------------------|--|----------------------------|------------------|
| Mestrado Integrado em: | <b>ENGENHARIA INFORMÁTICA E COMPUTAÇÃO</b> |                            |                  |
| Ano Letivo:            | 2019/20                                    |                            |                  |
| Unidade Curricular:    | <b>COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICA</b>          |                            |                  |
| Ano:                   | 1º   | Semestre:                  | 2º               |
|                        |  | Escolaridade:              | 2h (T) + 2h (TP) |
| Departamento:          | <b>DE ENGENHARIA INFORMÁTICA</b>           |                            |                  |
| Docentes:              | José Augusto Trigo Barbosa                 | - Prof. Auxiliar           |                  |
|                        | Maria Luísa Romariz Madureira              | - Prof. Auxiliar           |                  |
|                        | Alexandre Miguel Prior Afonso              | - Prof. Auxiliar           |                  |
|                        | Ana Maria Azevedo Neves                    | - Prof. Auxiliar Convidado |                  |
| Nº de Turmas:          | Teóricas 2                                 | Teórico/Práticas 8         | Práticas         |

**CONTEXTO:**

A unidade curricular tem dois objectivos fundamentais: por um lado, tratando-se de uma unidade curricular propedêutica tem um carácter didático/científico, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e de métodos de análise e, por outro, visa introduzir e desenvolver em termos teóricos um conjunto de conceitos que são essenciais para a formação matemática de um estudante de Engenharia.

**CONHECIMENTOS PRÉVIOS:**

O estudante deve ter conhecimentos sobre:

- Álgebra vectorial.
- Geometria analítica.
- Funções reais a uma variável real.
- Derivação e integração em  $\mathbb{R}$ .

**BIBLIOGRAFIA PRINCIPAL:**

1. José Augusto Trigo Barbosa, “Noções sobre Geometria Analítica e Análise Matemática”, Portugal: Efeitos Gráficos, 2018 (ISBN: 978-989-99559-7-4).
2. José Augusto Trigo Barbosa, “Noções sobre Análise Matemática”, Portugal: Efeitos Gráficos, 2020 (ISBN: 978-989-54350-4-3).
3. José Augusto Trigo Barbosa, apontamentos de apoio às aulas teóricas (disponíveis no Sigarra, nos “Conteúdos” de CMAT).
4. Salas, Hille, Etgen, “Calculus. One and several variables”, USA: John Wiley & Sons Inc., 2007 (ISBN: 978-0471-69804-3).
5. Maria Luísa Romariz Madureira, “Problemas de integrais de linha e superfície e de séries de Fourier”, Portugal: Efeitos Gráficos, 2017 (ISBN: 978-989-99559-2-9).

**MÉTODOS DE ENSINO:**

Nas aulas teóricas procede-se à exposição da matéria, procurando incentivar e motivar os estudantes, acompanhando-a com exemplos de aplicação.

As aulas teórico-práticas são destinadas à análise e resolução de problemas, aplicando as ferramentas e os princípios matemáticos expostos nas aulas teóricas; pretende-se avaliar a destreza e a assimilação da matéria pelos estudantes, de forma a ajuizar da sua capacidade de aplicação dos conhecimentos na resolução de problemas.

**PROGRAMA:****Funções Vectoriais**

Definições. Parametrização de curvas.

Operações envolvendo funções vectoriais.

Limite de uma função vectorial. Regras para o cálculo de limites.

Continuidade de uma função vectorial.

Derivabilidade de uma função vectorial. Regras para a derivação.

Integrabilidade de uma função vectorial. Propriedades do integral.

Curvas no espaço:

- Tangente a uma curva.
- Versor da tangente, versor da normal principal e versor da binormal.
- Triedro de Frenet.
- Segunda derivada do vector posição.
- Plano osculador, plano normal e plano rectificador.
- Comprimento de arco. O comprimento de arco como parâmetro.
- Aplicação ao movimento curvilíneo.
- Curvatura de uma curva no espaço e de uma curva plana.

## Funções Escalares

Superfícies quádricas.

Projecções. Curvas de nível.

Superfícies de nível.

Derivadas parciais: funções reais a duas/três variáveis.

Vizinhança de um ponto. Limite.

Continuidade. Continuidade e existência de derivadas parciais.

Derivadas parciais de segunda ordem.

Diferenciabilidade; gradiente. Operações com o gradiente.

Derivada direcciona.

Teorema do valor médio.

Regra da cadeia. Outras aplicações da regra da cadeia.

Derivação implícita.

Gradiente; curvas de nível.

Gradiente; superfícies de nível.

Extremos locais. Extremos absolutos.

Reconstrução da função a partir do seu gradiente.

## Integrais Duplos

Integral duplo sobre um rectângulo.

O integral duplo como um volume de um sólido.

Integral duplo sobre uma região.

Propriedades dos integrais duplos.

Teorema do valor médio para os integrais duplos.

Cálculo de integrais duplos – integrais iterados.

- Regiões do tipo I e do tipo II.
- Análise geométrica das fórmulas de redução.

Simetria na integração dupla.

1ª Prova de Avaliação ↑

Cálculo de integrais duplos usando coordenadas polares.

2ª Prova de Avaliação ↓

Aplicações do integral duplo.

## Integrais Triplos

Integral triplo sobre um paralelepípedo rectângulo.

Integral triplo sobre um sólido mais geral.

O volume como um integral triplo.

Propriedades dos integrais triplos.

Teorema do valor médio para os integrais triplos.

Cálculo de integrais triplos – integrais iterados.

Aplicações do integral triplo.

Coordenadas cilíndricas:

- Cálculo de integrais triplos usando coordenadas cilíndricas.
- O volume como um integral triplo em coordenadas cilíndricas.

Coordenadas esféricas:

- Cálculo de integrais triplos usando coordenadas esféricas.
- O volume como um integral triplo em coordenadas esféricas.

Jacobianos:

- Mudança de variável em integrais duplos.
- Mudança de variável em integrais triplos.

## Integrais de Linha

Trabalho de um campo de forças.

Integral de linha. Propriedades do integral de linha.

Teorema fundamental para o integral de linha.

Forma diferencial para o integral de linha.

O integral de linha em relação ao comprimento de arco.

Teorema de Green.

Teorema de Green: regiões multiplamente conexas.

Princípio da conservação da energia mecânica.

## Superfícies

Parametrização de uma superfície.

Produto vectorial fundamental.

Área de uma superfície.

Área de uma superfície: casos particulares.

## Integrais de Superfície

Massa de uma superfície.

Integral de superfície. Propriedades do integral de superfície.

Fluxo de um campo vectorial.

Operadores:

- O operador vectorial diferencial (nabla);
- Gradiente de um campo escalar;
- Divergência e rotacional de um campo vectorial;
- Interpretação da divergência e do rotacional;
- Laplaciano: de um campo escalar e de um campo vectorial.

Teorema da divergência (Gauss).

A divergência como um fluxo por unidade de volume.

Sólidos limitados por duas ou mais superfícies fechadas.

Teorema de Stokes.

## TIPO DE AVALIAÇÃO:

- Avaliação Distribuída sem Exame Final.
- Realização de duas provas escritas: 1ª Prova Escrita (PE1) e 2ª Prova Escrita (PE2).
- Datas previstas para as provas escritas:

1ª prova: 22 de Abril de 2020;

2ª prova: 04 de Junho de 2020.

## OBTENÇÃO DE FREQUÊNCIA:

Para obter frequência o estudante deverá:

- Cumprir o disposto no artigo 8º do “Regulamento Específico de Avaliação de Discentes da FEUP” (ver “READF” disponibilizado no Sigarra, nos “Conteúdos” de CMAT).

## CÁLCULO DA CLASSIFICAÇÃO FINAL:

### Fase I – Avaliação Distribuída

A Avaliação Distribuída caracteriza-se por:

- Cotação de cada prova: 20 valores.
- Cada prova é constituída por uma parte teórica, valendo cerca de 15% da sua cotação total, e por uma parte teórico-prática, valendo a cotação restante.
- Duração de cada prova: 2h.
- Não é permitido qualquer tipo de consulta de telemóveis, máquinas de calcular e de microcomputadores.
- A classificação final será a média das classificações obtidas nas duas provas realizadas. A obtenção de uma classificação de 20 valores exige a realização de uma prova oral.
- A obtenção de aprovação exige:
  - a) Estar em conformidade com o disposto no artigo 4º do “Regulamento Específico de Avaliação de Discentes da FEUP” (ver “READF” disponibilizado no Sigarra, nos “Conteúdos” de CMAT);
  - b) Obter uma classificação igual ou superior a 5,5 valores em qualquer uma das duas provas escritas efetuadas.

### Fase II – Processo de Reavaliação

O processo de Reavaliação caracteriza-se por:

- São admitidos à prova de reavaliação os estudantes que tenham obtido frequência.
- Realização de uma prova de reavaliação para **melhorar** a classificação obtida no final do processo de Avaliação Distribuída.
- Os estudantes que obtiveram aprovação no final do processo de Avaliação Distribuída e pretendam realizar uma das provas de reavaliação deverão efectuar a sua inscrição nos Serviços Académicos da FEUP (pagamento de propina).
- Realização de uma das seguintes três provas escritas:
  - i) 1ª Prova de Reavaliação (PR1): incide sobre o programa avaliado na PE1;
  - ii) 2ª Prova de Reavaliação (PR2): incide sobre o programa avaliado na PE2;
  - iii) Prova de Reavaliação Global (PRG): incide sobre todo o programa.
- Duração de cada prova: PR1/PR2 – 2h; PRG – 3h.
- Data prevista para a prova de reavaliação: Junho de 2020.