Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Avaliação

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**4,1**] Seja a função vetorial $\boldsymbol{r}(t)=\left(1-e^{-t},\cos(t),\pi-\text{sen}(2t)\right)$, $t\in\mathbb{R}$. Determine:

a) Os versores da tangente e da binormal à curva no ponto $P=(0,1,\pi)$.

b) A equação cartesiana do plano osculador à curva no ponto *P*.

2. [**4,1**] Calcule a derivada direcional da função de campo escalar $f(x,y,z)=(x-y)^2-xz+z$ no ponto $R=(0,1,1)$, na direção do vetor normal à superfície $x^2-y^2+z=0$ nesse ponto.

3. [**1,6**] Calcule os pontos críticos de $f(x,y)=-x^3-y^3+6xy$ e classifique-os.

4. [**4,1**] Considere a função derivável $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ com $x(r,\theta,\phi)=r\cos(\theta)\text{sen}(\phi)$, $y(r,\theta,\phi)=r\text{sen}(\theta)\text{sen}(\phi)$ e $z(r,\phi)=r\cos(\phi)$.

a) Aplicando a Regra em Cadeia, escreva as expressões para as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial r}$, $\frac{\partial f}{\partial \theta}$ e $\frac{\partial f}{\partial \phi}$, recorrendo ao diagrama árvore.

b) A partir das expressões obtidas, calcule as derivadas parciais da alínea anterior em função de r, θ e ϕ.

5. [**4,1**] Seja o integral $\int_{-1}^{2}\int_{x^2}^{3x+4} 4x\; dydx$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Calcule o valor do integral.

c) Reescreva-o trocando a ordem de integração.

6. [**2,0**] Seja a função $f(x,y,z) : D\subset\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$. Mostre que em cada ponto $(x_0,y_0,z_0)\in D$ o vetor gradiente $\nabla f(x_0,y_0,z_0)$, se não for nulo, é perpendicular à superfície de nível que passa nesse ponto e definida por $f(x,y,z)=C$, $C\in\mathbb{R}$.