Prova sem consulta. Duração: 2h45m. Prova de Reavaliação Global

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

## GRUPO I

**1.** **[2,5]** Seja $a \in \mathbb{R}^+$ e o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z) = (z^2, y^2, xz)$. Considere a curva simples fechada, *C*, intersecção das superfícies $x^2 + z^2 = a^2$ e $y = z$. Esboce a curva *C* e calcule $\int_C z^2 dx + y^2 dy + xzdz$.

**2.** **[2,5]** Considere o campo vetorial $\vec{f}(x,y) = (x,x)$ e a curva, *C*, fronteira da região limitada por $y = 1 - x$ e $y = (x-1)^2$, percorrida no sentido retrógrado. Esboce a curva *C* e calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ usando, se possível, o teorema de Green.

**3.** **[2,5]** Considere o campo escalar $f(x,y,z) = e^{x^2-1} + 2yz^3$, a curva, *C*, definida por $\boldsymbol{r}(t) = \left(1+\cos(t), 1-\mathrm{sen}(t), \mathrm{sen}(2t)+1\right)$, $t\left[0,\pi\right]$ e o ponto $P = (1,0,1)$. Obtenha:

**a**) O versor da binormal à curva *C* em *P*.

**b**) A derivada direcional de *f* em *P*, na direção do vetor tangente, neste ponto, a *C*.

**4.** **[2,5]** Seja a superfície $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ e $z \geq 0$. Faça o seu esboço e calcule a sua área.

## GRUPO II

**5.** **[2,5]** A equação $xz + \mathrm{sen}(y+z) = 0$ define *z* como função implícita de *x* e *y* na vizinhança do ponto $S = (0,0,\pi)$. Obtenha as derivadas $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$ em *S*.

.............................................................................................................................(*continua no verso*)

**6.** [**2,5**] Seja o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z)=(z,y,x)$ e a superfície, *S*, do paraboloide $z=1-x^2-y^2$ , $z\geq 0$ .

**a**) Obtenha uma parametrização, $\vec{r}(u,v)$, para a superfície e indique um versor, $\vec{n}(u,v)$, do vetor fundamental.

**b**) Determine $\iint_S (\vec{f}\cdot\vec{n})dS$ .

**7.** [**3,0**] Seja o integral triplo $\int_{-\sqrt{2}/2}^{0}\int_{-y}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{x^2+y^2}^{1} dzdxdy+\int_{0}^{\sqrt{2}/2}\int_{y}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{x^2+y^2}^{1} dzdxdy$ .

**a**) Esboce o domínio de integração.

**b**) Calcule o valor do integral usando uma mudança de coordenadas apropriada.

**8.** [**2,0**] O momento de inércia polar, $I_p$, de uma superfície plana, *S*, limitada por uma linha fechada, *C*, em relação à origem de um referencial de coordenadas cartesianas é dado por $I_p=\iint_S r^2(x,y)dxdy$, em que $r(x,y)$ é a distância do ponto $(x,y)$ à origem. Obtenha uma expressão que lhe permita obter o valor de $I_p$ a partir de um integral de linha ao longo de *C*.