Prova sem consulta. Duração: 2h. 2ª Prova de Reavaliação

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**3,5**] Determine $\oint_C 2y\,dx + x^2 dy$, em que C é a fronteira da região limitada por $y = 3x$ e $y = x^2$.

2. [**3,5**] Considere a função de campo vetorial $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (2xz + y^2, 2xy, x^2 + 3z^2)$.

a) Verifique se $\boldsymbol{F}$ é gradiente de uma função de campo escalar.

b) Calcule $\int_L \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, sendo L a curva que une o ponto $P = (2,0,-1)$ ao ponto $R = (0,-2,-1)$, pertencente à interseção das superfícies $x^2 + y^2 = 4$ e $z = -1$.

3. [**3,5**] Seja a superfície $S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = 1 + x^2 + y^2 \ \wedge \ z \leq 5\right\}$. Obtenha o integral de superfície (fluxo) do rotacional da função de campo vetorial $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (y, yz, xz)$ de dentro para fora de S.

4. [**3,5**] Resolva, recorrendo ao método da variação das constantes, a equação diferencial $y'' + y' - 2y = 3x + 3e^x$.

5. [**4,0**] Calcule:

a) A função inversa da transformada de Laplace $F(s) = \dfrac{s+1}{s^2 + 2s + 5} + \dfrac{e^{-s}}{s^2 + 4}$.

b) A solução da equação diferencial $y'' - 2y' - 3y = u(t-2)$, em que $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$, usando transformadas de Laplace.

6. [**2,0**] Seja a equação diferencial de segunda ordem $y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$ e sejam $u_1(x)$ e $u_2(x)$ soluções linearmente independentes da equação homogénea associada. Mostre que é possível obter uma solução da equação diferencial completa sob a forma $y(x) = c_1(x)\, u_1(x) + c_2(x)\, u_2(x)$.

(continua no verso)

Prova sem consulta. Duração: 2h. 2ª Prova de Reavaliação

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
sen at	$\frac{a}{s^2+a^2}$
cos at	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$u(t-a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$f(t-a)u(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$f*g$	$F(s)G(s)$

Tabela 4.1 Transformadas de Laplace

in "*Problemas de equações diferenciais ordinárias e transformadas de Laplace*", Luísa Madureira, FEUPedições