

- * Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;
- * A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;
- * Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.

1. [3,6] Determine

$$\oint_C 2y^2 dx + (x^3 + 2xy) dy$$

onde C é a fronteira da região limitada por $y = x$ e $y = x^3$, $x \geq 0$.

2. [3,6] Considere a função de campo vetorial $\vec{F}(x, y, z) = (2yx + 1, x^2 + z, y + 2z)$. Calcule o valor do integral de linha de \vec{F} entre os pontos $P = (0, 0, 1)$ e $Q = (1, -1, 2)$.

3. [3,6] Faça o esboço da superfície $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 3$ e calcule a sua área.

4. [3,6] Seja a função de campo vetorial $\vec{F}(x, y, z) = (xz^2, y, -1)$. Determine o fluxo de $\nabla \times \vec{F}$ no sentido de fora para dentro da superfície $z = 6 - x^2 - y^2$, $z \geq 2$.

5. [3,6] Considere o integral:

$$\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_{x^2+y^2}^4 dz \, dy \, dx$$

- a) Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.
- b) Reescreva-o de modo que a primeira integração se faça em ordem a y .

6. [2,0] Seja uma superfície S , definida implicitamente pela equação $F(x, y, z(x, y)) = 0$ para $(x, y) \in T$, $T \subset \mathbb{R}^2$. Mostre que a área de S pode ser obtida por:

$$\iint_T \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right|^{-1} \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)^2} dx \, dy$$

(sugestão: tenha em conta a regra de derivação implícita)