Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,8**] Seja a função vetorial $\boldsymbol{r}(u)=\left(2\cos(u),2\operatorname{sen}(u),u^2\right)$, $u\geq 0$. Determine:

a) Os versores da tangente e da binormal à curva no ponto $Q=(2,0,0)$.

b) A equação cartesiana do plano osculador à curva em Q.

c) O vector curvatura e a curvatura em Q.

2. [**3,8**] Seja o campo escalar $f(x,y,z)=e^{x^2-1}+2yz^3$ e a curva, C, definida por $\boldsymbol{r}(t)=\left(1+\cos(t),1-\operatorname{sen}(t),\operatorname{sen}(2t)+1\right)$, $t[0,\pi]$.

a) Obtenha a derivada direcional de $f(x,y,z)$ no ponto $P=(1,0,1)$, na direção do vetor tangente, neste ponto, a C.

b) Em que direção a taxa de variação de $f(x,y,z)$ em P é máxima? Justifique e indique o seu valor máximo.

3. [**2,2**] Calcule os pontos críticos de $f(x,y)=x^3-4xy+2y^2$ e classifique-os.

GRUPO II

4. [**4,0**] A equação $xz+\operatorname{sen}(y+z)=0$ define z como função implícita de x e y na vizinhança do ponto $S=(0,0,\pi)$. Obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ em S.

....(*continua no verso*)

5. [**4,2**] Considere o integral duplo $\int_{-\sqrt{2}}^{0}\int_{2y^2}^{4} xy\ dxdy + \int_{0}^{1}\int_{2y^2}^{4-2y} xy\ dxdy$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Calcule o valor do integral.

c) Reescreva-o trocando a ordem de integração.

6. [**2,0**] Seja uma curva regular definida por uma função vetorial $\boldsymbol{r}(s) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, parametrizada em função do comprimento de arco. Define-se, em cada ponto da curva, o vetor torção como $\boldsymbol{B}'(s)$, em que $\boldsymbol{B}(s)$ é o versor da binormal nesse ponto.

a) Mostre que $\boldsymbol{B}'(s)$ é paralelo ao versor da normal, $\boldsymbol{N}(s)$, no ponto.

b) Assumindo que $\boldsymbol{B}'(s) = -\tau(s)\boldsymbol{N}(s)$, tal que $\tau(s)$ é o valor escalar da torção no ponto, mostre que $\boldsymbol{N}'(s)$ é um vetor paralelo ao plano retificador no ponto e função de $\tau(s)$ e $k(s)$, em que $k(s)$ é o valor da curvatura.