Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**4,0**] Considere o ponto $P=(2,1,0)$ e a curva, C, parametrizada por:

$$\vec{r}(t)=\left(2t,t^2,\ln(t)\right)\ ,\ t\in[1,e].$$

a) Mostre que $\|\vec{r}'(t)\|=\dfrac{1+2t^2}{t}$ e calcule o comprimento de C.

b) Obtenha os versores da tangente, da binormal e da normal principal no ponto P.

c) Determine a equação cartesiana do plano normal à curva no ponto P.

2. [**3,8**] Dadas a função escalar

$$f(x,y,z)=x\cos(y)-e^z\operatorname{sen}(y)$$

e a curva, C, parametrizada por

$$\vec{r}(t)=\left(\cos^3(t),\operatorname{sen}^2(t),\cos(t)\operatorname{sen}(t)\right)\ ,\ t\in[0,\pi/2]$$

determine:

a) O vector, $\vec{v}$, tangente a C no ponto $R=(1,0,0)$.

b) O ângulo que $\vec{v}$ faz com $\nabla f(R)$.

c) A derivada direcional de f no ponto R na direção da maior taxa de variação.

3. [**3,8**] Sabendo que a equação $2xz^2+y+z=2$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de x e de y na vizinhança do ponto $Q=(1,2,0)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ em Q.

....*continua no verso*

4. [**2,2**] Determine e classifique os pontos estacionários da função:

$$f(x,y) = x^3 + y^3 + 3xy + 2 .$$

GRUPO II

5. [**4,2**] Seja o integral duplo $\int_{-\sqrt{2}}^{0}\int_{2x^2-4}^{2+x\sqrt{2}} dydx + \int_{0}^{\sqrt{2}}\int_{2x^2-4}^{2-x^2} dydx$.

a) Esboce o domínio de integração, S.

b) Calcule o valor do integral e indique o significado geométrico do resultado.

c) Reescreva-o invertendo a ordem de integração.

6. [**2,0**] Seja a função vetorial $\vec{f}(t)$, $t \in I$, tal que $\left\|\vec{f}(t)\right\| \neq 0$. Mostre que:

a) $\dfrac{d}{dt}\left\|\vec{f}(t)\right\| = \dfrac{\vec{f}(t)\cdot\vec{f}'(t)}{\left\|\vec{f}(t)\right\|}$.

b) $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\vec{f}(t)}{\left\|\vec{f}(t)\right\|}\right) = \dfrac{\vec{f}'(t)}{\left\|\vec{f}(t)\right\|} - \dfrac{\vec{f}(t)\cdot\vec{f}'(t)}{\left\|\vec{f}(t)\right\|^3}\vec{f}(t)$.