Prova sem consulta. Duração: 2h45m. Prova de Reavaliação Global

---

* **Todas as folhas devem ser identificadas com o <u>nome completo</u>. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
* **A <u>entrega da prova e a desistência</u> só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
* **Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
* **Resolva cada um dos <u>dois grupos</u> utilizando <u>folhas de capa distintas</u>.**

GRUPO I

1. [**2,5**] Considere o ponto $P=(2,1,0)$ e a curva, C, parametrizada por:

$$\vec{r}(t)=\left(2t,t^2,\ln(t)\right)\ ,\ t\in[1,e].$$

a) Obtenha os versores da tangente e da binormal no ponto P.

b) Determine a equação cartesiana do plano normal à curva no ponto P.

2. [**2,5**] Sabendo que a equação $2xz^2+y+z=2$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de x e de y na vizinhança do ponto $Q=(1,2,0)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ em Q.

3. [**2,5**] Considere o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z)=(y,z+y,-y)$ e a curva, C, de interseção das superfícies $y^2+z^2=1$ e $x=y$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva C.

b) Calcule o integral de linha $\int_C y\,dx+(z+y)\,dy-y\,dz$.

4. [**2,5**] Sejam o campo vetorial $\vec{f}(x,y)=(2xy+3x^2,y^2+2y)$ e a curva, C, fronteira da região do 1º quadrante delimitada pelo eixo dos yy e pelas linhas $y=x^2$ e $y=2-x$. Esboce a curva e calcule, usando o teorema de Green, o integral de linha $\int_C \vec{f}\cdot d\vec{r}$.

....*continua no verso*

5. [**2,5**] Seja a superfície, *S*, definida por:

$$z = 4 - \frac{x^2 + y^2}{4} \;,\; 0 \le z \le 3 .$$

Faça um esboço da superfície e calcule a sua área.

GRUPO II

6. [**2,5**] Considere o campo vetorial:

$$\vec{g}(x,y,z) = (xy, -yz, x) .$$

Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{g}$ através da superfície, *S*, $x = 1$ limitada por $y^2 + z^2 = 1$.

7. [**3,0**] Seja o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{2-x} dzdydx .$$

a) Esboce o domínio de integração, *V*.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas, identificando analiticamente o domínio de integração, e indique o significado geométrico do seu resultado.

8. [**2,0**] Considere o campo de forças conservativo $\vec{f}$ definido em $D \subset \mathbb{R}^3$ e seja *C* uma curva suave contida em *D* e parametrizada por $\vec{r}(t)$, $t \in [a,b]$. Mostre que o trabalho realizado por $\vec{f}$ entre os pontos $P = \vec{r}(a)$ e $Q = \vec{r}(b)$ depende apenas da localização destes pontos no espaço.