

**COMPLEMENTOS de MATEMÁTICA****Ficha 0 - Revisões****DIVERSOS**

1) Simplifique os seguintes números:

a)  $\sqrt[3]{729}$ .

b)  $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ ,  $a \geq 0$ .

c)  $\sqrt[6]{(-2)^6}$ .

d)  $\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{9}$ .

2) Mostre que:  $\frac{1}{\operatorname{tg}(\theta)} + \operatorname{tg}(\theta) = \frac{1}{\operatorname{sen}(\theta)\cos(\theta)}$ .

3) Verifique as seguintes igualdades trigonométricas:

a)  $(1 - \operatorname{sen}^2 x)(1 + \operatorname{tg}^2 x) - 1 = 0$ .

b)  $\frac{13\operatorname{sen}(x) - 5}{12 + 13\cos(x)} = \frac{12 - 13\cos(x)}{13\operatorname{sen}(x) + 5}$ .

c)  $\frac{1}{\cos(2x)} = \frac{\cotg^2(x) + 1}{\cotg^2(x) - 1}$ .

d)  $\operatorname{tg}(2x) = \frac{1}{1 - \operatorname{tg}(x)} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}(x)}$ .

e)  $(\operatorname{sen}(x) + \cos(x))^2 - (\operatorname{sen}(x) - \cos(x))^2 = 2\operatorname{sen}(2x)$ .

4) Calcule, sem recorrer à máquina de calcular:

a)  $\log_5(\sqrt{5}) + 3\log_4(0,25)$ .

b)  $3^{2-2\log_3(7)}$ .

c)  $\log_4(\sqrt{2})\log_2(4)$ .

d)  $\ln(2e) + 3\ln(e^2) + \ln(0,5)$ .

5) Verifique as seguintes igualdades em  $\mathbb{C}$ :

a)  $\frac{1+i}{1-i} = i$ .

b)  $i^{77} = i$ .

c)  $i^{98} = -1$ .

d)  $(2+i)^3 + (2-i)^3 = 4$ .

6) Dados  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n \in \mathbb{R}$ , mostre que se  $\alpha$  é uma raiz complexa da equação polinomial  $\alpha_n z^n + \alpha_{n-1} z^{n-1} + \dots + \alpha_2 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0 = 0$ , então  $\bar{\alpha}$  é também raiz da equação.

7) Em cada uma das alíneas seguintes, obtenha o quociente  $q(x) = f(x)/g(x)$  e o respectivo resto  $r(x)$ :

a)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  e  $g(x) = x - 1$ .

b)  $f(x) = 11x^4 + 3x^5 + 7x + 9 - 15x^2$  e  $g(x) = x^2 + 2x - 1$ .

8) Efectue as operações indicadas, apresentando o resultado sob a forma de uma única fracção simplificada, com o numerador e o denominador factorizados:

a)  $x + 1 + \frac{1}{x-1}$ .

b)  $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+1} + \frac{5-x}{1-x^2}$ .

c)  $\frac{2x-6}{x^2-x-2} - \frac{x+2}{x^2+4x+3} + \frac{x-1}{x^2+x-6}$ .

9) Decomponha em fracções simples:

a)  $\frac{x}{(x-1)(x+2)}$ .

b)  $\frac{x}{(x-1)(x^2-4)}$ .

c)  $\frac{x}{(x-1)^2}$ .

d)  $\frac{x+1}{x^3-4x^2+3x}$ .

10) Calcule as seguintes primitivas:

a)  $\int \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)} dx$ .

b)  $\int \frac{x}{4-x^2} dx$ .

c)  $\int e^{x^2-x} (4x-2) dx$ .

d)  $\int \frac{2}{x^2-2x+1} dx$ .

e)  $\int \cos(2x) \sin^2(2x) dx$ .

f)  $\int (x+1)e^x dx$ .

g)  $\int x \cos(2x) dx$ .



$$\mathbf{d)} \quad \int \frac{2}{x^2 - 2x + 1} dx = 2 \int (x-1)^{-2} dx = -\frac{2}{x-1} + K .$$

$$\mathbf{e)} \quad \int \cos(2x) \sin^2(2x) dx = \frac{1}{6} \sin^3(2x) + K .$$

$$\mathbf{f)} \quad \int (x+1)e^x dx = \int x e^x dx + \int e^x dx = x e^x + K .$$

$$\mathbf{g)} \quad \int x \cos(2x) dx = \frac{x}{2} \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos(2x) + K .$$