6.1. Campo elétrico produzido por cargas pontuais

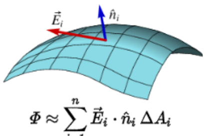
$$\vec{E} = \frac{k\,q}{r^2}\,\hat{r} \qquad \vec{E} = \frac{k\,q(\vec{r}-\vec{r}_1)}{|\vec{r}-\vec{r}_1|^3} \qquad \vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \frac{k\,q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$$

1 2 3

1) Quando a carga se encontra na origem
2) Quando a carga não se encontra na origem
3) Para um sistema de cargas pontuais

$$E_x = \sum_{i=1}^{n} \frac{k\,q_i\,(x-x_i)}{\left[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2\right]^{3/2}}$$

$$E_y = \sum_{i=1}^{n} \frac{k\,q_i\,(y-y_i)}{\left[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2\right]^{3/2}}$$



$$\Phi \approx \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \hat{n}_i\,\Delta A_i$$

Em cada pequeno plano número existe campo , aproximadamente constante, e assim sendo, o fluxo nesse pequeno plano é dado pela equação 2. O fluxo total na superfície é igual à soma de todos os fluxos nos pequenos planos.

6.2. Propriedades das linhas de campo elétrico

Na vizinhança de uma carga pontual positiva há linhas que saem em todas as direções e perto de uma carga negativa há linhas que entram em todas as direções.

Duas linhas de campo nunca se cruzam; num ponto de cruzamento o campo teria duas direções diferentes, o que não é possível.

Num campo elétrico só existem nós e pontos de sela. Se o nó for atrativo é um ponto onde existe uma carga pontual negativa e se for repulsivo é um ponto onde existe uma carga pontual positiva. Os pontos de sela são pontos onde o campo é nulo, sem que haja carga nesse ponto.

6.3. Fluxo

Fluxo fio = 2 pi R L E = 4 pi K Q
Fluxo (esfera): 4 pi r^2 E = 4 pi KQ

No caso de uma superfície de área , perpendicular às linhas de campo eléctrico, se o módulo do campo é constante nessa superfície, define-se o **fluxo elétrico** através da superfície igual ao produto do módulo do campo vezes a área da superfície:

$$\Phi = E\,A$$

Se as linhas de campo não são perpendiculares à superfície mas estão inclinadas um ângulo em relação ao versor normal à superfície, o fluxo através da superfície com área A é igual ao fluxo através da projeção dessa área no plano perpendicular às linhas de campo.

$$\Phi = A\,E\,\cos\theta$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{R}$$

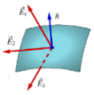
A figura seguinte mostra três possíveis campos na superfície.

O campo E1 faz um ângulo agudo com o versor normal produzindo fluxo positivo(que passa no mesmo sentido do versor normal).

O campo E2 é perpendicular à superfície e, como tal, o seu produto escalar com o versor normal é nulo (não produz nenhum fluxo).

O campo E3 faz um ângulo obtuso com o versor normal produzindo assim fluxo (no sentido oposto do versor normal).

O produto escalar $\vec{E}\cdot\hat{n}$ é a componente do campo na direção normal à superfície. Ou seja, o fluxo elétrico é a componente normal do campo



Nos campos não uniformes e superfícies curvas, divide-se a superfície em vários segmentos. Se o número de segmentos for elevado e cada um deles for suficientemente pequeno, podem ser aproximados por pequenos planos.

6.4. Lei de Gauss

*"O fluxo elétrico através de qualquer superfície fechada é igual ao valor da carga total no interior da superfície, multiplicado por 4*pi*k."*

$$\Phi = 4\pi R^2\left(\frac{k|q|}{R^2}\right) = 4\pi k|q| \qquad \Phi(\text{S fechada}) = 4\pi k\,q_{\text{int}}$$

Se r < R -> qint = Qr^3 /R^3

Se a carga total no interior for positiva, o fluxo é positivo, indicando que há linhas de campo a sairem da superfície. Se a carga total for negativa, o fluxo é negativo porque há linhas de campo a entrar na superfície.

Força do fio: F = q (2k(lambda) / d).
força elétrica(plano): F = 2pi k Q q /

6.4.2. Campo de um fio retilíneo

$$E_{\text{fio}} = \frac{2k\lambda}{R} \qquad \lambda = Q/L \qquad \rho = \frac{\text{carga}}{\text{volume}}$$

(a) $r > R \Rightarrow q_{int} = \pi R^2 L \rho$

$E(r) = \frac{2\pi k R^2 \rho}{r}$ $\boxed{E(r) = \frac{2k\lambda}{r}}$ $\lambda = \pi R^2 \rho$ = carga por unidade de comprimento no cilindro

(b) $r < R \Rightarrow q_{int} = \pi r^2 L \rho$

$E(r) = 2\pi k \rho r$ $\boxed{E(r) = \frac{2k\lambda}{R^2}\,r}$

E(r) aumenta linearmente dentro do cilindro e diminui proporcionalmente a r, fora do cilindro.

$$V(r) = \begin{cases} k\lambda \ln\left(\frac{r}{R}\right)^2, & r \geq R \\ k\lambda\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right), & r \leq R \end{cases}$$

6.4.1. Campo de um plano

$$E_{\text{plano}} = 2\pi k\sigma \qquad \sigma = Q/A.$$

$$\boxed{V(z) = -2k\sigma|z|}$$

6.4.3. Campo de uma esfera condutora

(a) se r>R (fora da esfera condutora), $q_{int} = Q$ $\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{kQ}{r^2}}$

(b) se r<R (dentro da esfera condutora), $q_{int} = 0$, porque a carga fica toda na superfície da esfera condutora. $\Rightarrow \boxed{E(r) = 0}$

(a) $r > R \Rightarrow V(r) = \int_r^\infty \frac{kQ}{r^2}\,dr \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{kQ}{r}}$

(b) $r < R$, $V(r) = \int_r^R \underbrace{E}_{0}\,dr + \int_R^\infty \frac{kQ}{r^2}\,dr \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{kQ}{R}}$ (constante)

7.1. Potencial e campo elétrico

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r} \qquad E_s = -\frac{dV}{ds} \qquad V = -\int_\infty^P \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

- O potencial decresce mais rapidamente na direção do campo elétrico e mantém-se constante na direção perpendicular ao campo;
- Em cada ponto onde o campo não é nulo, existe uma única direção em que o potencial permanece constante;
- o campo elétrico é perpendicular a essa direção, e aponta no sentido em que V diminui;
- As cargas positivas deslocam-se no sentido em que o potencial decresce, e a as cargas negativas deslocam-se no sentido em que o potencial aumenta.

k = 9e9 V.m/C = 900 V.cm/nC
9e9 N.m^2/C^2 = 90 microN.cm^2/nC^2

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}}$$

O campo elétrico em cada ponto do espaço é igual a menos o gradiente da função V(x,y,z) nesse ponto.

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \qquad \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial y}$$

condições necessárias e suficientes para garantir que o campo é conservativo

7.2. Potencial devido a cargas pontuais

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{k\,q_i}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}}$$

Para duas dimensões basta retirar os z's que estão dentro da raíz quadrada

7.4. Pontos críticos do potencial

Nó Repulsivo: As linhas de campo elétrico apontam na direção e sentido em que o potencial diminui. Num ponto onde o potencial é um máximo local, existem linhas a apontar para fora desse ponto. O fluxo numa superfície fechada à volta desse ponto é positivo, logo deve existir carga positiva.
Nó Atrativo: As linhas de campo elétrico apontam na direção e sentido em que o potencial aumenta.Num ponto onde o potencial tem um mínimo local, as linhas de campo apontam na direção desse ponto e o fluxo numa superfície fechada à volta dele será negativo, logo deve haver carga negativa nesse ponto.
Ponto de Sela: O potencial é máximo segundo algumas direções e mínimo segundo outras. Existem direções por onde entram nesse ponto linhas de campo elétrico e outras direções por onde há linhas de campo a sair desse ponto. O fluxo numa superfície fechada à volta do ponto deve ser nulo e, assim, o campo é nulo nesse ponto. Os pontos de sela são pontos de equilíbrio instável. Como nos pontos onde o potencial é máximo ou mínimo há linhas de campo a sair ou a entrar em todas as direções, esses pontos encontram-se no interior de superfícies equipotenciais fechadas, umas dentro das outras, aproximando-se do ponto mínimo ou máximo. Nos pontos de sela uma superfície equipotencial cruza-se com si própria.

$$\Delta U_e = q\,\Delta V \qquad 1\,\text{eV} = 1.6\times10^{-19}\,\text{C}\times1\,\text{V} = 1.6\times10^{-19}\,\text{J}$$

7.6. Potencial nos condutores

W = integral (de P a Q, função f dr)
= q * integral (P a Q , E dr) =
q * (Vp – Vq) = Up – Uq

Potencial esfera condutora:
Se r >= R -> V = kQ/r
Se r <= R -> V = kQ/R

Conclusões:

(a) Em qualquer ponto dentro do condutor, a carga e o campo elétrico são nulos.

(b) Na superfície do condutor pode haver carga e campo elétrico.

(c) Em qualquer ponto dentro, ou na superfície, do condutor, o potencial tem o mesmo valor

$V_P - V_Q = -\int_Q^P \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$, porque existe um percurso $Q \to P$ totalmente dentro do condutor, onde $\vec{E} = 0$

(d) Nos pontos da superfície onde houver carga e, portanto, campo $\vec{E}$, o campo é perpendicular à superfície (porque a propria superfície do condutor é uma equipotencial).

$\Rightarrow$ O campo elétrico (e a carga) é maior nas pontas (regiões mais convexas) do condutor.

8.1. Força magnética

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \qquad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

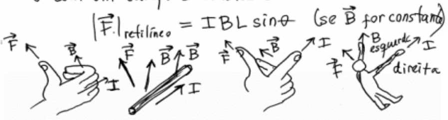
O teorema da divergência implica que no ponto onde se encontra a carga pontual, a **divergência** do campo elétrico tem o mesmo sinal da carga. No campo magnético, a inexistência de monopolos magnéticos implica que a divergência do campo magnético é nula em qualquer ponto. A divergência de um campo vetorial é igual ao traço da sua matriz jacobiana, que é igual à soma dos valores próprios da matriz.

Como o traço é nulo, os valores próprios não podem ser todos números reais positivos ou negativos, logo não existem nós no campo magnético. Não há pontos onde as linhas de campo convergem em todas as direções, nem pontos onde as linhas de campo saem em todas as direções.
Nos pontos de equilíbrio do campo magnético, o valor nulo do traço da matriz jacobiana implica que os valores próprios só podem ser 3 números reais com sinais diferentes ou um valor próprio nulo e os outros dois imaginários e mutuamente complexos conjugados. Os pontos de equilíbrio do campo magnético podem ser apenas centros ou pontos de sela.

8.2. Força magnética sobre condutores com corrente

No caso de um fio retilíneo, que faz um ângulo θ com um campo $\vec{B}$ constante:

$$|\vec{F}|_{\text{retilíneo}} = IBL\sin\theta \quad (\text{se } \vec{B} \text{ for constante})$$



UNIDADE SI DE CAMPO MAGNÉTICO

tesla : $1\,\text{T} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{A}\cdot\text{m}} = 1\,\frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{C}\cdot\text{m}}$ (campo elétrico sobre velocidade)

também é habitual usar o gauss, que não é unidade SI :

gauss : $1\,\text{G} = 10^{-4}\,\text{T}$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B}}$$

8.3. Momento magnético

$$\vec{m} = A\,I\,\hat{n}$$

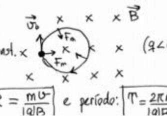
$$M = N\iint_{\text{espira}} (IB\sin\theta)\,dA = NIB\sin\theta \iint_{\text{espira}} dA$$

$$\Rightarrow M = N(AI)\,B\sin\theta \quad (AI = \text{momento de cada espira})$$

8.4. Força magnética sobre partículas com carga

A força magnética é perpendicular à velocidade da partícula e perpendicular ao campo. O sentido da força determina-se usando a regra da mão direita para um fio com corrente , mas tendo em conta que o vetor corrente I é no mesmo sentido da velocidade da partícula, se a sua carga for positiva, ou no sentido oposto, se a sua carga for negativa.
Numa região onde existe um campo elétrico, E, e um campo magnético, B, a força sobre uma partícula com carga q e velocidade v é: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$

Movimento circular. Se $\vec{B}$ é constante, uniforme e perpendicular a v_0,
A força centrípeta é
$F_m = |q| v_0 B = m\frac{v_0^2}{R} = \text{const.}$
O movimento é circular uniforme com raio: $\boxed{R = \frac{mv}{|q|B}}$ e período: $\boxed{T = \frac{2\pi m}{|q|B}}$



$$v = \frac{E}{B}$$

Quando os campos elétrico e magnético são uniformes e perpendiculares entre si.

8.5. Campo magnético de um fio com corrente

"O integral de linha do campo magnético, em qualquer curva fechada, é proporcional à corrente elétrica total em todos os condutores que atravessam o interior da curva" - Lei de Ampère

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = 4\pi k_m I_{\text{int}} \qquad k_m = 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A} \qquad B_{\text{fio reto}} = \frac{2k_m I}{r}$$

$$\vec{F} = L\,\vec{I}\times\vec{B}$$

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{-2k_m I_i (y-y_i)}{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\right]\hat{\imath} + \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2k_m I_i (x-x_i)}{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\right]\hat{\jmath}$$

Em P: Bfio = Bext
2km I /d = F/(LI)
F=L I Bext sin(teta)

onde Ii é a corrente no fio i, com sinal positivo se for no sentido positivo do eixo dos z , ou sinal negativo no caso contrário e (xi, yi) são as coordenadas do ponto onde o fio i corta o plano Oxy .

8.6. Força entre condutores com corrente

$$F_{12} = \frac{2k_m L I_1 I_2}{r}$$

A força magnética entre dois fios retilíneos e paralelos, percorridos por correntes, é atrativa se as correntes têm o mesmo sentido ou repulsiva se estas têm sentidos opostos.

$I_1 = \Delta V_1 / R_1 = (\pi R^2 \Delta V_1)/(\rho L_1)$
ρ -> resistividade
(ampere.metro (A.m))

9.1. Campo elétrico induzido

$$\vec{E}_i = \vec{v}\times\vec{B} \qquad \varepsilon_i = L\,|\vec{v}\times\vec{B}|$$

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) \qquad E_i = B\,\omega\,r \qquad I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{Bvh}{R}$$

9.2. Gerador de Faraday

$$V_O - V_P = \int_0^R E_i\,dr = \frac{1}{2}B\,\omega\,R^2 \qquad R = \frac{\rho L}{A}$$

9.3. Lei de Faraday

Fem induzida: ε_i = integral (Ei. r. P. Q) = v B d

"Numa espira condutora C, sempre que o fluxo magnético através da superfície delimitada por C varia, surge uma força eletromotriz induzida ao longo da espira, igual à derivada do fluxo em ordem ao tempo."

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} \qquad \Psi = A\,B\,\cos\theta$$

"A força eletromotriz e o campo induzido são sempre no sentido que produz um campo magnético induzido que contraria a variação do fluxo magnético externo." Lei de Lenz

9.6. Indutância

$$L_{\text{bobina}} = n^2 L_{\text{espira}} \qquad \Delta V = -L\frac{dI}{dt} \qquad \varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\Psi = CN^2AI = LI$$

UNIDADE SI DE INDUTÂNCIA

henry → $1\,\text{H} = 1\,\frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}}$

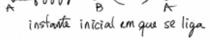
L = **indutância** da bobina = CN^2A (constante própria da bobina)

Quanto maior for a área das espiras na bobina, maior é a sua indutância. Quanto maior for o número de espiras na bobina,maior será também a área atravessada pelas linhas de campo e maior será também o próprio campo magnético.

9.7. Circuitos de corrente contínua com indutores

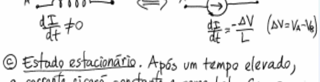
CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA COM INDUTORES

(1) Indutor com corrente I nula. $\Delta V = -L\frac{dI}{dt}$ não tem de ser nula. Por exemplo, no instante em que se liga a bobina a uma fonte, I=0, mas começa logo a aumentar.
O circuito equivalente, que pode ter qualquer voltagem entre os seus terminais mas por onde não passa corrente, é um interruptor aberto:



instante inicial em que se liga o indutor ao circuito

(b) Enquanto a corrente está a mudar. I≠0 e ΔV qualquer. O indutor é como se fosse uma fonte de corrente (se a fonte externa desaparecer, a corrente não desaparecerá instantaneamente)



(c) Estado estacionário. Após um tempo elevado, a corrente ficará constante e, como tal, $\varepsilon_i = 0$.
O indutor é então equivalente a um curto-circuito, em que ΔV=0 mas I pode ter qualquer valor.

10.3. Equações diferenciais dos circuito

$$Q(t) = Q_0\,e^{-t/(RC)}$$

$$LC\ddot{V} + RC\dot{V} + V = V_e$$ Tensão de saída num condensador

$$\frac{L}{R}\ddot{V} + \dot{V} + \frac{1}{RC}V = \dot{V}_e$$ Tensão de saída numa resistência

$$\ddot{V} + \frac{R}{L}\dot{V} + \frac{1}{LC}V = \ddot{V}_e$$ Tensão de Saída num indutor

```
ilt (partfrac(função,s),s,t);
Laplace(funcao,t,s);
```

10.5. Impedância

$$\tilde{V}(s) = Z(s)\,\tilde{I}(s)$$

$$Z = \begin{cases} R & (\text{resistencias}) \\ L\,s & (\text{indutores}) \\ \frac{1}{C\,s} & (\text{condensadores}) \end{cases}$$

10.6. Associações de impedâncias

$$Z_s = Z_1 + Z_2 \qquad Z_p = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

10.7. Função de transferencia

$$\tilde{V}(s) = H(s)\,\tilde{V}_e(s)$$

11.1. Circuito LC

oscilador harmónico simples.

$$I(t) = I_0\,\cos(\omega t) \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A corrente e a carga oscilam com frequência **f = w/(2*pi)** , desfasadas 90°. Quando uma delas é nula, a outra tem o seu valor absoluto máximo

11.2. Funções sinusoidais

$$F(t) = F_{\max}\,\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \varphi = 2\pi\left(\frac{t_{\max}}{T}\right)$$

Duas funções sem o mesmo valor máximo, fase e frequência angular, são necessariamente diferentes. Duas funções com a mesma frequência angular têm necessariamente, a mesma frequência e período.
Pode-se substituir o cosseno por seno e subtrair pi/2 à fase, sem alterar o resultado. Pode-se também inverter os sinais da frequência angular e da fase, simultaneamente, e ainda somar 2*pi ou subtrair qualquer múltiplo de à fase.

11.4. Tensão alternada

$$V = V_{\max}\cos(\omega t + \varphi)$$

11.5.1. Resistências

A impedância generalizada é independente da frequência e igual a R; O módulo da impedância complexa é |Z| = R e a sua fase é nula .

11.3. Fasores

11.5. Impedância complexa

$$V_{\max} = |Z|\,I_{\max} \qquad \varphi_V = \varphi_Z + \varphi_I \qquad Z(i\omega) = R(\omega) + i\,X(\omega)$$

$$F_{\max}\cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\left(F_{\max}\,e^{i(\omega t+\varphi)}\right) = \text{Re}\left(F_{\max}\,e^{i\varphi}\,e^{i\omega t}\right)$$

$$F_{\max}\cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\left(F_{\max}\,e^{i(\omega t+\varphi)}\right) \qquad \mathbf{F} = F_{\max}\,e^{i\varphi}$$

$$V_{\max} = R\,I_{\max} \qquad \mathbf{V} = Z(i\omega)\,\mathbf{I} \qquad t_L = \frac{L}{R} \qquad t_C = RC$$

A tensão e a corrente estão **em fase**: têm sempre a mesma direção e sentido, ambas as funções atingem os seus valores máximo e mínimo em simultâneo.

11.6. Potência nos circuitos de de corrente alternada

$$P(t) = V(t)\,I(t) = V_{\max}\,I_{\max}\,\cos(\omega t + \varphi_V)\,\cos(\omega t + \varphi_I)$$

$$P(t) = \frac{1}{2}V_{\max}\,I_{\max}\left[\cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I) + \cos(\varphi_Z)\right]$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2}V_{\max}\,I_{\max}\,\cos\varphi_Z \qquad V_{\text{ef}} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} \qquad I_{\text{ef}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$\bar{P} = V_{\text{ef}}\,I_{\text{ef}}\,\cos\varphi_z$ <- fator de potência

Dispositivo	Reatância e impedância	Fasores V e I	Funções V(t) e I(t)
R	$X = 0$ $Z = R\angle 0$	Im, V, I, $\varphi_V = \varphi_I$, Re	V(t), V_0, I_0, I(t), t V e I em fase
C	$X = -\frac{1}{C\omega}$ $Z = \frac{1}{C\omega}\angle -\frac{\pi}{2}$ reatância capacitiva (<0)	Im, I, V, $-\pi/2$, Re	I(t), V(t), t a corrente está adiantada 90°.
L	$X = L\omega$ $Z = L\omega\angle +\frac{\pi}{2}$ reatância indutiva (>0)	Im, V, $+\frac{\pi}{2}$, I, Re	I(t), V(t) a voltagem está adiantada 90°.

11.7. Filtros de frequência

$$\mathbf{V} = H(i\omega)\,\mathbf{V}_e$$

Qual das seguintes propriedades caracteriza uma onda electromagnética harmónica?

(A) Campos eléctrico e magnético perpendiculares.
(B) Frequência única.

Um circuito reactivo está a ser alimentado por uma fonte de tensão alternada com frequência igual à frequência de ressonância do circuito. Qual das afirmações seguintes é falsa?

(A) A reactância do circuito é nula.
(B) A impedância do circuito é real.
(C) O ângulo de desfasamento é nulo.
(D) A corrente está em fase com a tensão.
(E) O factor de potência é nulo.

$$H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} \qquad V(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-t/(RC)}\right)$$

$$Z(i\omega) = \begin{cases} R, & \text{nas resistências} \\ -\frac{i}{C\omega}, & \text{nos condensadores} \\ iL\omega, & \text{nos indutores.} \end{cases}$$

$$Z(i\omega) = R(\omega) + i\,X(\omega)$$

Formulário

1. Campo elétrico

Tabela 1.1: Série triboelétrica.

Pele de coelho
Vidro
Cabelo humano
Lã
Chumbo
Seda
Alumínio
Papel
Madeira
Cobre
Prata
Borracha
Acetato
Esferovite
Vinil (PVC)

Diferença de potencial induzida = v B d = (m/s * T * m)

Os diferentes materiais podem ser ordenados numa série triboelétrica em que os materiais no topo da série são mais susceptíveis de ficar com carga positiva e os materiais no fim da série têm maior tendência para ficar com carga negativa.

Por exemplo, se uma barra de vidro for esfregada com um pano de seda, a barra fica carregada positivamente e a seda negativamente, porque o vidro está acima da seda, na série triboelétrica .

$$E_{\text{pontual}} = \frac{k|q|}{K\,r^2}$$

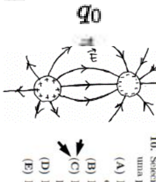
① Isoladores. As cargas elétricas estão localizadas em moléculas/átomos e não podem passar de umas para as outras.

átomos ionizados

Exemplo: vidro, plástico, ar seco

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{K\,r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

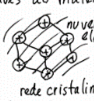


② Condutores. Têm cargas livres que podem passar facilmente através do material.

ⓐ sólidos: nuvem eletrónica (cargas de condução)

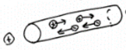
Exemplo: metais

rede cristalina



Os átomos perdem alguns eletrões, ficando iões positivos, localizados em pontos fixos numa rede cristalina e uma nuvem de eletrões livres que pode passar através da rede cristalina.

ⓑ Gases ionizados (plasma). Exemplo: lâmpada fluorescente



Existem eletrões livres e iões positivos que podem deslocar-se (em sentidos opostos) devido a forças elétricas externas.

Os eletrões/iões acelerados pela força elétrica chocam com o vidro do tubo, onde há uma camada de tinta fluorescente, que emite luz quando é atingida por um eletrão ou ião.

10. Selecione afirmação que é **falsa**. A força magnética sobre uma partícula com carga:
(A) Depende do módulo do campo magnético no ponto onde estiver a partícula.
(B) Depende do sinal da carga da partícula.
(C) É no sentido do campo magnético, se a carga for positiva.
(D) É perpendicular à velocidade da partícula.
(E) Depende do módulo da velocidade da partícula.

$e = 1.602 \times 10^{-19}$ C $\qquad k = 9.0 \times 10^{9}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$

$1\,eV = 1 \times (1.6\times10^{-19}C) \times 1V = 1.6\times10^{-19} J$

Fator	Prefixo	Símbolo	Fator	Prefixo	Símbolo
10^{18}	exa	E	10^{-1}	deci	d
10^{15}	peta	P	10^{-2}	centi	c
10^{12}	tera	T	10^{-3}	mili	m
10^{9}	giga	G	10^{-6}	micro	μ
10^{6}	mega	M	10^{-9}	nano	n
10^{3}	quilo	k	10^{-12}	pico	p
10^{2}	heto	h	10^{-15}	femto	f
10^{1}	deca	da	10^{-18}	ato	a

força eletromotriz induzida média
$\varepsilon_i = (\psi_f - \psi_i) / \Delta t =$
n B A (cos(teta final) − cos(teta inicial)) / Δt

2. Voltagem e corre

$$\frac{m}{2}v^2 + qV = \frac{m}{2}v_0^2 + qV_0 \qquad V_A - V_B = \int_A^B E\,ds$$

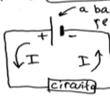
2.1. Potencial eletrostático

$$U_e = qV \qquad 1\ \text{V} = 1\ \text{J/C}$$

2.2. Pilhas químicas

Os iões positivos (catiões) reagem com um dos elétrodos, neste caso o cobre, e os iões negativos (aniões) com o outro, neste caso de magnésio. Como tal, acumulam-se cargas positivas no elétrodo de cobre (cátodo) e negativas no outro elétrodo (ânodo), que podem manter uma corrente elétrica estacionária num circuito durante muito tempo.

a barra maior representa o cátodo



Cada unidade de carga que sai da pilha tem uma energia caraterística, ε, chamada **força eletromotriz**, ou de forma abreviada, fem, que depende das reações químicas entre o eletrólito e os elétrodos. ε é medida em volts e costuma estar entre 1 e 2 V.

Assim sendo, a constante , com unidades de volt, tem um valor típico para cada tipo de pilha, que depende apenas dos metais e do eletrólito usado, e chama-se força eletromotriz da pilha, ou de forma abreviada, f.e.m.

2.3. Força eletromotriz

$$\varepsilon = \frac{\Delta U_e}{e} \qquad U_{\text{max}} = \varepsilon\, Q_{\text{max}}$$

2.4. Condutores e semicondutores

Semicondutores. Cristais formados por elementos de valência 4 (silício ou gálio). Cada um dos quatro eletrões de valência liga-se, por força magnética, a um eletrão de valência de outro átomo vizinho.

semicondutor n: Com alguns átomos de valência 5, que introduzem eletrões livres. A passagem de cargas é semelhante do que nos metais.

semicondutor p: Com alguns átomos de valência 3, que deixam "buracos" (falta de um eletrão) na rede cristalina. Esses buracos podem ser preenchidos rapidamente por eletrões dos átomos vizinhos, funcionando como passagem de carga positiva através do semicondutor.

Combinando semicondutores p e n constroem-se díodos e válvulas que permitem criar circuitos lógicos.

Num "chip" há varios circuitos lógicos, criados pela implantação de impurezas em regiões bem localizadas num cristal de silício ou gálio.

2.5. Corrente elétrica

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad 1\ \text{A} = 1\ \text{C/s} \qquad \Delta Q = \int_{t_1}^{t_2} I\,dt$$

$$\bar{E} = \frac{\Delta V}{\Delta s} \qquad I = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

2.6. Potência elétrica

$$P = I\,\Delta V \qquad P_{\text{f.e.m.}} = I\,\varepsilon \qquad P = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta U_e}{\Delta t}$$

$P_\varepsilon = \varepsilon\, I$ <- potência fornecida numa pilha ideal

$1\,W = 1\,\frac{J}{s} = 1\,V\cdot A$
(watt) (volt) (ampere)

3. Resistência

$$\Delta V = R I \qquad 1\,\Omega = 1\,\frac{V}{A} \qquad P = R\,I^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$$

3.3. Caraterística de uma bateria

$$\Delta V_{\text{gerador}} = \varepsilon - r\,I \qquad \Delta V_{\text{recetor}} = \varepsilon + r\,I$$

3.5. Resistividade $\boxed{\rho = \frac{k}{nq^2}}$

$$R = \rho\,\frac{L}{A} \qquad R = R_{20}\,(1 + \alpha_{20}(T-20))$$

SUPERCONDUTIVIDADE

Em alguns materiais, chamados supercondutores, a resistência, que diminui monotónicamente quando T diminui passa bruscamente a um valor quase nula quando T for menor que uma determinada temperatura crítica do supercondutor. No hélio líquido, $T_c \approx 4.2$ K mas hoje em dia há ligas metálicas supercondutoras com $T_c \approx 203$ K $= -70$ºC

3.7. Associações de resistências

$$R_p = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \qquad \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V \qquad I = I_1 + I_2$$

$$R_s = R_1 + R_2 \qquad \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \qquad I = I_1 = I_2$$

4. Capacidade

$$C_{\text{condutor}} = \frac{Q}{V_{\text{sup}}} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad 1\ \text{F} = 1\ \text{C/V}$$

$$V_{\text{max}} = E_{\text{max}}\,d$$

A diferença de potencial máxima que suporta um condensador com dielétrico de espessura d e rigidez dielétrica E_{max}.

4.3.1. Condensador esférico

$$E = \begin{cases} \dfrac{kQ}{K\,r^2} & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r < R_1 \text{ ou } r > R_2 \end{cases} \qquad C_{\text{esf}} = \frac{K\,R_1 R_2}{k\,(R_2 - R_1)}$$

$$\Delta V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{kQ}{K\,r^2}\,dr = \frac{kQ}{K}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

4.3.2. Condensador plano

$$C_{\text{plano}} = \frac{K\,A}{4\pi k d} \qquad E = \frac{4\pi k\sigma}{K} \qquad \sigma = Q/(4\pi R^2)$$

$$\Delta V = \int_0^d \frac{4\pi k\sigma}{K}\,ds = \frac{4\pi k\sigma d}{K} = \frac{4\pi k Q d}{K A}$$

4.4. Energia elétrica armazenada num condensador

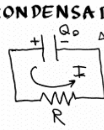
$$U_{\text{cond}} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad U_{\text{cond}} = \frac{1}{2}Q\,\Delta V = \frac{1}{2}C\,\Delta V^2$$

4.5. Associações de condensadores

Q = Q1 = Q2
ΔV = ΔV1 + ΔV2

$$C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \qquad C_p = C_1 + C_2 \qquad \Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 \qquad Q = Q_1 + Q_2$$

CONDENSADOR COMO FONTE



$\Delta V_0 = \frac{Q_0}{C}$

em $t_0 = 0$, a carga no condensador é $Q_0 > 0$. e o condensador liga-se a uma resistência R.

$$I_0 = \frac{\Delta V_0}{R} = \frac{Q_0}{RC}$$

em $t > 0$, $\Delta V(t) < \Delta V_0$, $\quad I(t) = \frac{\Delta V(t)}{R} = \frac{Q(t)}{RC}$ ← constante de tempo

O condensador funciona como fonte, mas com fem variável: $\varepsilon(t) = \frac{Q(t)}{C}$ $\quad \varepsilon(t) < \varepsilon_0,\ \varepsilon(t) \to 0$

Nos condensadores mais comuns, C é da ordem dos nF ou até μF.

Por exemplo, se $C = 1.5\,\mu F$ e $\Delta V_0 = 1.5\,V \Rightarrow Q_0 = 1.25\,\mu C$ que é muito pouco, comparado com a carga de uma pilha AA (da ordem dos kC).

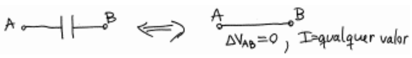
Nos **ultracondensadores**, é possível ter capacidade da ordem dos kF.

Por exemplo, se $C = 3\,kF$ e $\Delta V_0 = 1.5\,V \Rightarrow Q_0 = 4.5\,kC$ que já pode substituir uma pilha, com a vantagem de ter resistência interna quase nula.

5. Circuitos de corrente contínua

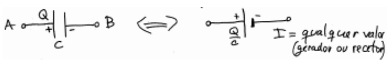
Condensadores:

a) **Descarregado:** ΔV = 0, mas I =dQ/dt pode ter qualquer valor. Como tal, substituir-se por um curto-circuito.



$\Delta V_{AB} = 0$, I=qualquer valor

b) **Com carga a mudar:** ΔV = Q/C != 0, mas I =dQ/dt. É equivalente a uma fonte com fem ε = Q/C , r = 0.



I = qualquer valor (gerador ou recetor)

c) **Com fonte de fem constante:** Q não pode mudar indefinidamente. Após algum tempo, o condensador fica em estado estacionário(equilíbrio estável), em que Q e ΔV são constantes -> I= Dq/dt = 0. O condensador é equivalente a um interruptor aberto.

$I = 0 \qquad \Delta V_{AB} = \frac{Q}{C} \neq 0$

Exemplo. O condensador ...

5.2. Leis dos

Qual das seguintes afirmações sobre o campo magnético é verdadeira?
(A) As suas linhas de campo são sempre curvas; nunca podem ser rectas.
(B) Os seus pontos de equilíbrio podem ser focos.
(C) Pode ter pontos de equilíbrio atractivos.
(D) É um campo conservativo.
(E) Os seus pontos de equilíbrio podem ser centros.
Resposta:

MEIO B INDICADOR V NEGATIVO É AO CONTRARIO	Carga -: dentro Carga +: fora

uma corrente de

13. Duas pequenas esferas condutoras penduradas de dois fios verticais, isoladores, encontram-se inicialmente descarregadas e em contacto. A seguir aproxima-se da esfera 1 um objeto com carga positiva e observa-se que os fios deixam de estar na vertical e as duas esferas separam-se. O que é que se pode concluir sobre os valores das cargas q_1 e q_2 induzidas nas esferas 1 e 2?
(A) $q_1 > 0, q_2 < 0$ (D) $q_1 > 0, q_2 > 0$
(B) $q_1 < 0, q_2 > 0$ ← (E) $q_1 < 0, q_2 < 0$
(C) $q_1 > 0, q_2 = 0$

10. Um condensador com dielétrico é carregado com uma pilha até ficar com uma diferença de potencial V_0. A seguir, desliga-se a pilha e retira-se o dielétrico; como será a diferença de potencial no condensador após ter sido retirado o dielétrico?
(A) Menor que V_0
(B) Diminuirá exponencialmente
(C) Igual a V_0
(D) Maior que V_0 ←
(E) Nula

15. Duas resistências de 6.0 kΩ e 15.0 kΩ suportam cada uma potência máxima de 0.5 W sem se queimar. Determine a potência máxima que suporta o sistema dessas duas resistências ligadas em paralelo. ver qual limita (C) 0.7W
(A) 1.0 W (C) 0.7 W (E) 0.6 W
(B) 0.8 W (D) 0.9 W

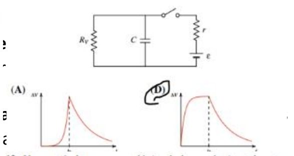
12. A carga positiva num dipolo elétrico é 4.8×10^{-19} C e encontra-se a uma distância de 6.4×10^{-10} m da carga negativa. Determine o valor do potencial elétrico num ponto que se encontra a 9.2×10^{-10} m de cada uma das cargas.
(A) 4.2 V (C) 5.1×10^{9} V (E) zero
(B) 9.4 V (D) 1.7 V

9. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
(A) O campo elétrico na superfície de um condutor isolado é nulo.
(B) Dentro de um condutor isolado o campo elétrico é sempre nulo.
(C) Se a carga total num condutor isolado for nula a carga superficial será nula.
(D) Numa região do espaço, se não existir carga o campo elétrico será nulo.
(E) O campo elétrico dentro de uma esfera oca é sempre nulo.

3. A capacidade elétrica de um condutor isolado:
(A) Diminui se o condutor tiver um dielétrico à sua volta.
(B) Mede-se em unidades de J/C.
(C) É maior quanto maior for o tamanho do condutor

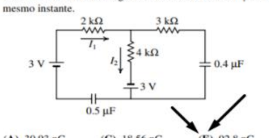
Se o número de espiras numa bobina for reduzido para metade, e a corrente através da bobina triplicada, mantendo outras propriedades constantes (área das espiras, forma, etc.), a sua auto-indutância:
(A) Aumenta num factor de 4 (D) Diminui num factor de 6
(B) Aumenta num factor de 6 (E) Diminui num factor de 4
(C) Aumenta num factor de 9
Resposta:

No diagrama da figura, R_V é a resistência interna de um voltímetro. O condensador está inicialmente descarregado. No instante $t = 0$ fecha-se o interruptor e em t_0 é aberto novamente. Qual dos gráficos representa melhor a diferença de potencial, medida no voltímetro, em função do tempo?



12. Uma partícula com carga elétrica desloca-se horizontalmente, na direção oeste, com velocidade de 7.3×10^{6} m/s, numa região onde existe campo magnético uniforme com direção vertical, sentido de cima a baixo e módulo 5.2×10^{-4} T. Sabendo que a força magnética sobre a partícula aponta para norte e tem módulo igual a 7.9×10^{-15} N, calcule a carga da partícula.
(A) -2.08×10^{-18} C ← (D) -11.09×10^{-15} C
(B) 2.08×10^{-18} C (E) -2.08×10^{-14} C
(C) 11.09×10^{-15} C

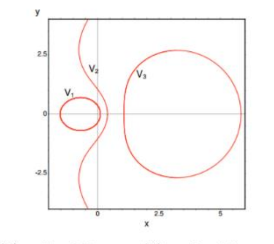
6. No circuito representado no diagrama, num determinado instante os valores das correntes são $I_1 = 542$ μA e $I_2 = 694$ μA. Determine o valor da carga no condensador de 0.4 μF nesse mesmo instante.



(A) 30.93 nC (C) 18.56 nC (E) 92.8 nC
(B) 11.6 nC (D) 15.47 nC

4. Se $f(t)$ for uma função contínua, qual das seguintes é uma propriedade da função impulso unitário $\delta(t)$?
(A) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\,\delta(t-\tau)\,d\tau = f(t-\tau)$
(B) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\,\delta(t-\tau)\,d\tau = \delta(\tau)$
(C) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\,\delta(t-\tau)\,d\tau = f(t)$

A figura mostra três superfícies equipotenciais com $V_1 > V_2 > V_3$. Sabendo que o potencial é criado por duas cargas pontuais q_1, na origem, e q_2 no ponto $x = 3$, $y = 0$, qual das afirmações é correta?



(A) $q_1 < 0, q_2 > 0$ (D) $q_1 = 0, q_2 > 0$
(B) $q_1 > 0, q_2 > 0$ (E) $q_1 > 0, q_2 < 0$
(C) ...

2. Carrega-se um condensador e logo deixa-se descarregar através de uma resistência. Com que fração da diferença de potencial inicial ficará o condensador, após um tempo igual a 2 constantes de tempo?
(A) 0.368 (C) 0.0498 (E) 0.00674
(B) 0.135 (D) 0.0183
Resposta: