

济南外国语 2020-2021 学年第一学期

高一年级第一次月考 数学试题 (2020.10)

考试时间 120 分 满分 150 分

第 1 卷 (共 60 分)

一、单项选择题：本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。

1. 已知集合  $M = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$ ,  $N = \{-1, 0\}$ ,  $M \cap N = ( \quad )$

- A.  $\{-1, 0, 2\}$       B.  $\{-1\}$       C.  $\{0\}$       D.  $\emptyset$

2. 命题 “ $\forall x \in R, |x| + x^2 \geq 0$ ” 的否定是 (  $\quad$  )

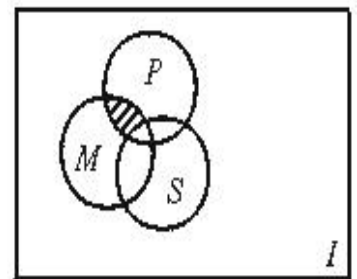
- A.  $\forall x \in R, |x| + x^2 < 0$       B.  $\forall x \in R, |x| + x^2 \leq 0$   
C.  $\exists x_0 \in R, |x_0| + x_0^2 < 0$       D.  $\exists x_0 \in R, |x_0| + x_0^2 \geq 0$

3. 设  $p: x < 3$ ,  $q: -1 < x < 3$ , 则  $p$  是  $q$  成立的

- A. 充分必要条件      B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件      D. 既不充分也不必要条件

4. 如图所示,  $I$  是全集,  $M$ 、 $P$ 、 $S$  是  $I$  的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 (  $\quad$  )

- A.  $(M \cap P) \cap S$       B.  $(M \cap P) \cup S$   
C.  $(M \cap P) \cap \complement_I S$       D.  $(M \cap P) \cup \complement_I S$



5. 设  $x, y \in R^+$ ,  $(x+y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \geq a$  恒成立, 则实数  $a$  的最大值为 (  $\quad$  )

- A. 2      B. 4      C. 8      D. 16

6. 小王从甲地到乙地再返回甲地, 其往返的时速分别为  $a$  和  $b$  ( $a < b$ ), 其全程的平均时速为  $v$ , 则 (  $\quad$  )

- A.  $a < v < \sqrt{ab}$       B.  $v = \sqrt{ab}$       C.  $\sqrt{ab} < v < \frac{a+b}{2}$       D.  $v = \frac{a+b}{2}$



7. 已知实数  $x, y$  满足  $-4 \leq x-y \leq -1, -1 \leq 4x-y \leq 5$ , 则  $9x-y$  的取值范围是 ( )

- A.  $[-7, 26]$       B.  $[-1, 20]$       C.  $[4, 15]$       D.  $[1, 15]$

8. 在  $\mathbb{R}$  上定义运算  $\otimes: A \otimes B = A(1-B)$ . 若不等式  $(x-a) \otimes (x+a) < 1$  对任意的实数  $x \in \mathbb{R}$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $-1 < a < 1$       B.  $0 < a < 2$       C.  $-\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$       D.  $-\frac{3}{2} < a < \frac{1}{2}$

二、多项选择题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 4 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分。

9. 若集合  $M \subseteq N$ . 则下列结论正确的是

- A.  $M \cap N = M$       B.  $M \cup N = N$       C.  $M \subseteq M \cap N$       D.  $M \cup N \subseteq N$

10. 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ .  $B = \{x \mid (x-1)(x+2) \leq 0\}$ , 则 ( )

- A.  $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1\}$       B.  $A \cup B = \{-2, -1, 0, 1\}$   
C.  $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$       D.  $A \cup B = \{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$

11. 下面命题正确的是 ( )

- A. “ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的充分不必要条件  
B. 命题“若  $x < 1$ , 则  $x^2 < 1$ ”的否定是“存在  $x < 1$ , 则  $x^2 \geq 1$ ”.  
C. 设  $x, y \in \mathbb{R}$ . 则“ $x \geq 2$  且  $y \geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 4$ ”的必要而不充分条件  
D. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ , 则“ $a \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的必要不充分条件

12. 下列命题正确的是

- A.  $\exists a, b \in \mathbb{R}, |a-2| + (b+1)^2 \leq 0$       B.  $\forall a \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}$  使得  $ax > 2$   
C.  $ab \neq 0$  是  $a^2 + b^2 \neq 0$  的充要条件      D.  $a \geq b > -1$ , 则  $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

第 II 卷 (共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知集合  $A = \{a+1, a-1, a^2-3\}$ , 若  $1 \in A$ , 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_

14. 已知不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集为  $\{x \mid -1 < x < 2\}$ , 则  $a+b$  的值为 \_\_\_\_\_



15. 已知  $b$  克糖水含有  $a$  克糖 ( $b > a > 0$ ). 再添加  $n$  克糖 ( $n > 0$ ) (假设全部溶解), 糖水变甜了, 请将这一事实表示为一个不等式\_\_\_\_\_

16. 已知正实数  $a, b$ , 满足  $a+b=4$ . 则  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+3}$  的最小值为\_\_\_\_\_

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 请写出必要的解答步骤

17(满分 10 分)

已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 < 0\}$ ,  $B = \{x \mid 2m < x < 1-m\}$

(1) 当  $m = -1$  时, 求  $A \cup B$

(2) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $m$  的取值范围

18(满分 12 分) 解关于  $x$  的不等式

(1)  $\frac{x+1}{2x-3} \leq 1$

(2)  $x^2 - (a+1)x + a \leq 0$

19(满分 12 分) 命题  $P$ , 任意  $x \in R$ ,  $x^2 - 2mx - 3m > 0$  恒成立, 命题  $q$ , 存在  $x \in R$ ,  $x^2 + 4mx + 1 < 0$  成立

(1) 若命题  $P$  为真命题, 求实数  $m$  的取值范围

(2) 若命题  $q$  为假命题, 求实数  $m$  的取值范围:

(3) 若命题  $P, q$  至少有一个为真命题, 求实数  $m$  的取值范围。

20. (满分 12 分) 正数  $x, y$  满足  $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} = 1$

(1) 求  $xy$  的最小值

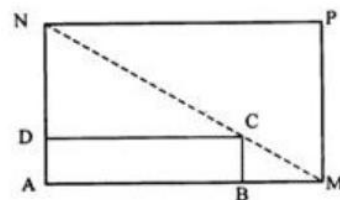
(2) 求  $x+y$  的最小值

21(满分 12 分) 如图所示, 一矩形花坛  $ABCD$  扩建成一个更大的矩形花坛  $AMPN$ .

要求  $B$  点在  $AM$  上,  $D$  点在  $AN$  上, 且对角线  $MN$  过点  $C$ , 已知  $AB=2$  米,  $AD=1$  米。

(1) 要使矩形  $AMPN$  的面积大于 9 平方米, 则  $DN$  的长应在什么范围内?

(2) 当  $DN$  的长度为多少时, 矩形花坛  $AMPN$  的面积最小? 并求出最小值.



22(满分 12 分) 已知关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2mx + m + 2 \leq 0 (m \in R)$  的解集为  $M$ 。

(1) 当  $M$  为空集时, 求  $m$  的取值范围;

(2) 在 (1) 的条件下, 求  $f(m) = \frac{m^2 + 2m + 5}{m + 1}$  的最小值。

(3) 当  $M$  不为空集, 且  $M \subseteq [1, 4]$  时, 求实数  $m$  的取值范围。



## 精简答案:

1~8: BCCCBABC

9. ABCD

10. AD

11. ABD

12. AD

13. 0 或 -2

14. 0

15.  $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b}$

16.  $\frac{1}{2}$

17. (1)  $(-2, 3)$

(2)  $(-\infty, -2]$

18. (1)  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$  (2) 讨论略

19. (1)  $(-3, 0)$

(2)  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(3)  $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

20. (1) 36 (2) 16

21. (1)  $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$

(2) 当  $DN=1$  米, 面积最小为 8 平方米

22. (1)  $(-1, 2)$

(2) 4

(3)  $\left[2, \frac{18}{7}\right]$

