成都外国语学校2019-2020学年度10月月考
高一数学试题参考答案

一、选择题（每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	B	D	A	B	D	C	A	B	A	D

二、填空题（每小题5分，共20分）

13. 4 ； 14. $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ ； 15. 18 ； 16. $a<2$ ；

三、解答题（共70分）

17.解析：（1）若 $a=-1$，则 $B=\{x|4a\le x\le a+3\}=\{x\,|\,-4\le x\le 2\}$，

所以 $A\cap B=\{x\,|\,-4\le x\le -3\}$，$A\cup B=\{x\,|\,x\le 2$ 或 $x\ge 4\}$

（2）若 $B\subseteq A$，则集合 B 为集合 A 的子集，

当 $B=\varnothing$ 时，即 $4a>a+3$，解得 $a>1$；

当 $B\ne\varnothing$ 时，即 $4a\le a+3$，解得 $a\le 1$，

又 $A=\{x|x\le -3$ 或 $x\ge 4\}$，由 $B\subseteq A$，则 $a+3\le -3$ 或 $4a\ge 4$，

解得 $a\le -6$ 或 $a=1$.

综上所述：实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-6]\cup[1,+\infty)$.

18.解析：（1）设 $t=\sqrt{1-2x}$，则 $t\ge 0$，$x=\frac{1-t^2}{2}$，代入 $f(x)$ 得，

$$y=\frac{1-t^2}{2}+t=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1,$$

图像为开口向下，对称轴为 $t=1$ 的抛物线

因为 $t\ge 0$，所以函数 y 的最大值是1，即函数 $f(x)$ 的值域是 $(-\infty,1]$；

（2）由题意得，$f\left(x\right)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x-2$，①

令$\frac{1}{x}$代换x，代入得，$f\left(\frac{1}{x}\right)+2f\left(x\right)=\frac{3}{x}-2$，②

由①②联立方程组，解得$f\left(x\right)=\frac{2}{x}-x-\frac{2}{3}$.

19.解析：（1）设$x_1,x_2\in(1,+\infty),且x_1<x_2$

则：$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1+1}{x_1-1}-\frac{x_2+1}{x_2-1}$

$=\frac{2(x_2-x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$

$\because x_1,x_2\in(1,+\infty),\ \therefore x_1-1>0,x_2-1>0$

$\because x_1<x_2$，$\therefore\ x_2-x_1>0$

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0,\quad f(x_1)>f(x_2)$

$\therefore f(x)$在区间$(1,+\infty)$单调递减

（2）由（1）知，$x\in[3,5]$时，$y=\frac{x+1}{x-1}$单调递减，

则$x=5$时，函数的最小值为$y=\frac{3}{2}$

20.解析：(1).设$x_1,x_2\in\mathrm{R}$,且$x_1<x_2$,则$x_2-x_1>0$,所以$f(x_2-x_1)>1$

$f(x_2)-f(x_1)=f[(x_2-x_1)+x_1]-f(x_1)\ =f(x_2-x_1)+f(x_1)-1-f(x_1)>0$

即$f(x_2)>f(x_1)$,所以$f(x)$是 R 上的增函数.

(2).因为$m,n\in\mathrm{R}$,不妨设$m=n=1$,所以$f(1+1)=f(1)+f(1)-1$,即$f(2)=2f(1)-1$，

$f(3)=f(2+1)=f(2)+f(1)-1=\ 2f(1)-1+f(1)-1=3f(1)-2=4$， 所以$f(1)=2$.

$f(a^2+a-5)<f(1)$，因为$f(x)$在 R 上为增函数，所以$a^2+a-5<1$得到$-3<a<2$，

即$a\in(-3,2)$.

21.解析：设$t,t\in N$时刻上市的西红柿的纯收益为$h(t)$

则依题意有$h(t)=f(t)-g(t)=\begin{cases}-\dfrac{1}{200}t^2+\dfrac{1}{2}t+\dfrac{175}{2},0\le t\le 200\\ -\dfrac{1}{200}t^2+\dfrac{7}{2}t-\dfrac{1025}{2},200<t\le 300\end{cases}$

当$0\le t\le 200$时，配方整理得$h(t)=-\dfrac{1}{200}(t-50)^2+100$

则当$t=50$时，$h(t)$取得区间$[0,200]$上的最大值为 100；

当$200<t\le 300$时，配方整理得$h(t)=-\dfrac{1}{200}(t-350)^2+100$，

则当$t=300$时，$h(t)$取得区间$(200,300]$上的最大值为 87.5.

综上，当$t=50$时，$h(t)$在区间$[0,300]$上可以取得最大值 100

故从二月一日开始的第 50 天上市时，西红柿的纯收益最大，最大收益为 100 元$/10^2kg$.

22.解析：（1）由$y=3-\dfrac{4}{x}$为$(0,+\infty)$上的增函数，假设存在“优美区间”$[m,n]$，

则有$f(m)=m$，$f(n)=n$

即方程$3-\dfrac{4}{x}=x$有两个不同的解m,n

而$3-\dfrac{4}{x}=x$得$x^2-3x+4=0$，易知该方程无实数解，

所以函数$y=3-\dfrac{4}{x}(x>0)$不存在“优美区间”.

（2）记$[m,n]$是函数$y=x^2-2x+2$的一个“优美区间”$(m<n)$，

由$y=(x-1)^2+1\geqslant 1$，值域$[m,n]$，可知$m\ge 1$，而其图像对称轴为$x=1$

那么$y=x^2-2x+2$在$[m,n]$上必为增函数，

同（1）的分析，有方程有 $x^2-2x+2=x$ 有两个的解 m,n

解之则得 $m=1,n=2,$ 故该函数有唯一一个“优美区间”$[1,2]$.

（3）由 $f(x)=\dfrac{(a^2+a)x-1}{a^2x}=\dfrac{a+1}{a}-\dfrac{1}{a^2x}$ 在 $(-\infty,0),(0,+\infty)$ 上均为增函数，

已知 $f\left(x\right)$ 在“优美区间”$[m，n]$ 上单调，所以 $[m,n]\subseteq(-\infty,0)$ 或 $[m,n]\subseteq(0,+\infty)$,

且 $f(x)$ 在“优美区间”$[m，n]$ 上单调递增，则同理可得 $f(m)=m,f(n)=n,$

即 $m,n(m<n)$ 是方程 $\dfrac{a+1}{a}-\dfrac{1}{a^2x}=x$ 的两个同号的实数根，

等价于方程 $a^2x^2-(a^2+a)x+1=0$ 有两个同号的实数根，并注意到 $mn=\dfrac{1}{a^2}>0$

则只要 $\Delta=(a^2+a)^2-4a^2>0$，解得 $a>1$ 或 $a<-3$，

而由韦达定理知，$m+n=\dfrac{a^2+a}{a}=\dfrac{a+1}{a},mn=\dfrac{1}{a^2}.$

所以 $n-m=\sqrt{(n+m)^2-4mn}=\sqrt{(\dfrac{a+1}{a})^2-\dfrac{4}{a^2}}=\sqrt{-\dfrac{3}{a^2}+\dfrac{2}{a}+1}=\sqrt{-3(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{3})^2+\dfrac{4}{3}}$

其中 $a>1$ 或 $a<-3$，所以 $a=3$ 时，$n-m$ 取得最大值 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.