2020-2021 学年第一学期东莞四中高一数学期中考试题

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设集合$M=\{0,1,2,3\}$,则下列关系正确的是

A．$1\subseteq M$　　B．$2\notin M$　　C．$3\in M$　　D．$\{0\}\in M$

2. 已知集合 M 满足$\{1\}\subseteq M\subsetneqq\{1,2,3\}$，则满足条件的集合 M 的个数是

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

3. 设命题 p：$\exists n\in N,n^2>2n+5$，则 p 的否定是

A. $\forall n\in N,n^2>2n+5$.　　B. $\forall n\in N,n^2\le 2n+5$.

C. $\exists n\in N,n^2\le 2n+5$.　　D. $\exists n\in N,n^2\le 2n+5$.

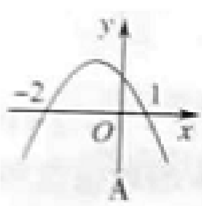
4. 设$a,b\in R$,则“$a>b>0$”是“$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$”的

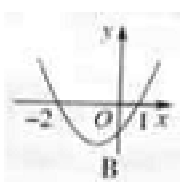
A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件　　C.充要条件　　D.即不充分也不要条件

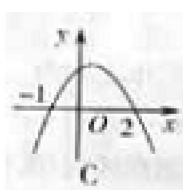
5. 已知a，$b\in\mathbf{R}^+$，$a+2b=1$，则$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$的最小值为

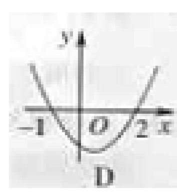
A．$3+2\sqrt{2}$　　B．$3-2\sqrt{2}$　　C．$4\sqrt{2}$　　D．4

6. 不等式$ax^2-x+c>0$的解集为$\{x|-2<x<1\}$,则函数$y=ax^2+x+c$的图像大致为

A．

B．

C．

D．

7. 函数$f(x)=\begin{cases}1-x^2,x\le 1\\ x^2-x-3,x>1\end{cases}$，则$f\left(\dfrac{1}{f(3)}\right)$的值为

A.$\dfrac{15}{16}$　　B.$-\dfrac{27}{16}$　　C.$\dfrac{8}{9}$　　D.$\dfrac{1}{16}$

8. 若关于 x 的不等式$x+\dfrac{4}{x}\ge a^2-3a$对任意实数$x>0$恒成立，则实数 a 的取值范围为

A. $\{a|-2\le a\le 5\}$　　B. $\{a|a\le -2\text{或}a\ge 5\}$ C. $\{a|a\le -1\text{或}a\ge 4\}$　　D. $\{a|-1\le a\le 4\}$

二、多项选择题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多个选项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 3 分,有选错的得 0 分)

9.若 $x>y$，$a>b$，则下列不等式恒成立的是

A. $a-x>b-y$　　　　B. $a+x>b+y$

C. $ax>by$　　　　D. $x-2b>y-2a$

10. 已知函数 $y=x+\frac{1}{x}+1(x<0)$，则该函数

A．最小值为 3　　B．最大值为 3　　C．没有最小值　　D．最大值为 -1

11. 对于定义在 R 上的函数 $f(x)$，下述结论正确的是

A. 若 $f(x)$ 是奇函数，则 $f(0)=0$

B. 若函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，则 $f(x)$ 为偶函数

C. 若 $f(x)$ 是奇函数且在区间 $(0,+\infty)$ 上有最小值 M，则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上有最小值 $-M$

D. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(-2)<f(-1)<f(0)<f(1)<f(2)$，则 $f(x)$ 是增函数

12. 函数 $f(x)$ 同时满足：①对于定义域上的任意 x，恒有 $f(x)+f(-x)=0$；②对于定义域上的任意 x_1,x_2，当 $x_1\ne x_2$，恒有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$。则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”，下列三个函数中，是“理想函数”的有

A. $f(x)=-2x$　　B. $f(x)=x^2$　　C. $f(x)=\begin{cases}-x^2 & x\ge 0\\ x^2 & x<0\end{cases}$　　D. $f(x)=\frac{1}{x}$

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. .函数 $y=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{2-x}$ 的定义域是__________ .（结果必须写成集合或者区间）

14. 若 $x>1$，则函数 $y=x+\dfrac{1}{x-1}$ 的最小值是__________.

15. $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在区间 $(-\infty,4]$ 上单调递减，则 a 的取值范围是__________.

16. .若 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又 $f(-3)=0$ ，则不等式 $xf(x)<0$ 的解集是__________.

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

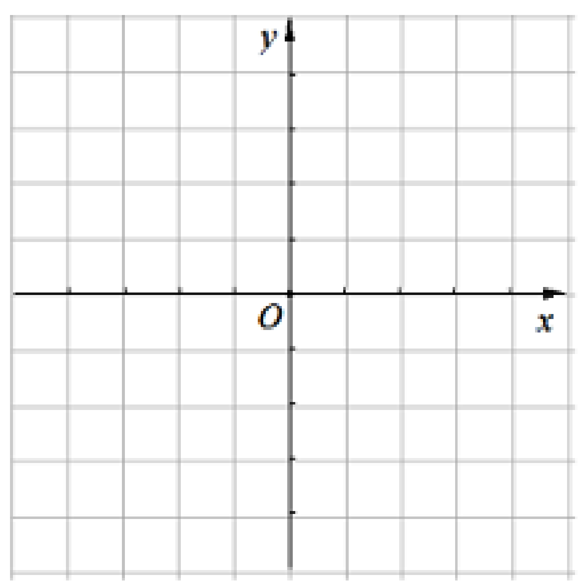
17.（本小题满分 10 分）已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x\,|\,2\le x<4\}$ ，$B=\{x\,|\,x-3\ge 0\}$.

求 （1）$A\cup B$ ；　（2）$\complement_U(A\cap B)$.

18. (本小题满分 12 分)已知 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=x^2-2x$.

（1）求函数 $f(x),x\in R$ 的解析式;

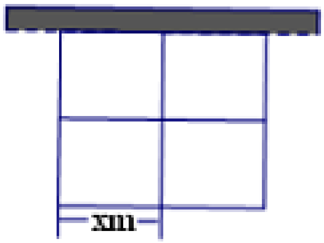
（2）作出函数 $f(x),x\in R$ 的图像，并根据图像写出 $f(x),x\in R$ 的单调区间以及各个单调区间上的单调性（不要求证明）.



19. (本小题满分 12 分)如图，公园的管理员计划在一面墙的同侧，用彩带围成四个相同的长方形区域.若每个区域的面积为 $24m^2$.设长方形区域的长为 x 米，彩带总长为 l 米.

(1)求 l 关于 x 的函数解析式；

(2)每个长方形区域的长 x 为多少米时，彩带总长最小？
求出彩带总长的最小值.



20. (本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=\dfrac{2x+m}{x^2+1}, x\in R$ 是奇函数.

（1）求实数 m 的值；（2）讨论函数 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上的单调性，并求函数 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上的最大值和最小值.

21. (本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=x^2+2x+1-a^2$

（1）若 $f(x)\geq -3$ 恒成立，求 a 的取值范围 ；（2）解关于 x 的不等式 $f(x)\leq 0$。

22. (本小题满分 12 分)已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 在 x=1 时取得最大值为 $\dfrac{1}{2}$，

且 $f(x)$ 过点（2,0）；

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $m\leq x\leq n$ 时，$f(x)$ 取得最小值是 $3m$，最大值是 $3n$，求 m，n 的值。

参考答案

一．CBBAA，CCD；

二．9. BD；　10. CD；　11. AB；　12. AC.

13. $\{x|x\geq -1,且x\neq 2\}$；　14. 3；　15. $a\leq -3$；　16. $(-3,0)\cup(0,3)$

17. 解：$B=\{x|x-3\geq 0\}=\{x|x\geq 3\}$，…………………2 分

（1）$A\cup B=\{x|x\geq 2\}$　…………………5 分

（2）$A\cap B=\{x|3\leq x<4\}$　…………………7 分

$C_U(A\cap B)=\{x|x<3或x\geq 4\}$　…………………10 分.

18. 解：（1）设 $x<0$，则 $-x>0$，　……………1 分

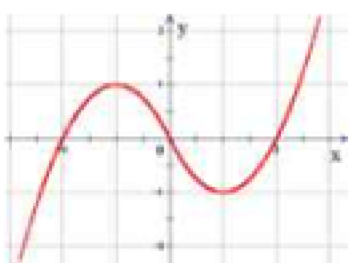
$\therefore f(-x)=(-x)^2-2(-x)=x^2+2x$　…………………3 分

$\because f(x)$是奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$　…………………4 分

$\therefore -f(x)=x^2+2x, \therefore f(x)=-x^2-2x$　…………………5 分

$\therefore f(x)=\begin{cases}x^2-2x, x\geq 0\\ -x^2-2x, x<0\end{cases}$　…………………6 分

（2）图象如右：　…………………9 分



$f(x)$的单调区间有

$(-\infty,-1),(-1,1),(1,+\infty)$.　…………………10 分.

$f(x)$在区间$(-\infty,-1)$和$(1,+\infty)$上单调递增

在区间$(-1,\ 1)$上单调递减…………………12 分.

19. 解：（1）因为每个长方形区域的宽为$\dfrac{24}{x}m$，

所以$l=4x+6\cdot\dfrac{24}{x}=4\left(x+\dfrac{36}{x}\right)(x>0)$ …………………6 分.

（2）因为$l=4x+6\cdot\dfrac{24}{x}=4\left(x+\dfrac{36}{x}\right)\geq 8\sqrt{x\cdot\dfrac{36}{x}}=48$，

当$x=\dfrac{36}{x}$，即$x=6$时，上式等号成立，

所以，每个长方形区域的长为 $6m$ 时，彩带总长最小，最小值为 $48m$. ……………12 分.

20．解：（1）$\because f(x)=\dfrac{2x+m}{x^2+1},x\in R$ 是奇函数，所以 $f(0)=m=0$，

检验知，m=0 时，$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1},x\in R$ 是奇函数，所以 m=0；……………………4 分

（2）$\forall x_1,x_2\in[2,3]$，且 $x_1<x_2$，有

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2x_1}{x_1^2+1}-\frac{2x_2}{x_2^2+1}=\frac{2x_1(x_2^2+1)-2x_2(x_1^2+1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$$

$$=\frac{2(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)},$$ ……………………8 分

$\because 2\le x_1<x_2\le 3,\ \therefore x_1-x_2<0,x_1x_2>1$，即 $1-x_1x_2<0$，

又 $(x_1^2+1)(x_2^2+1)>0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$，

所以函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ 在 $[2,3]$ 上单调递减，……………………10 分

所以当 x=2 时，$f(x)$ 取得最大值 $\dfrac{4}{5}$；当 x=3 时，$f(x)$ 取得最小值 $\dfrac{3}{5}$. ……………………12 分

21．解：（1）$f(x)\ge -3$ 恒成立，即不等式 $x^2+2x+1-a^2\ge -3$ 的解集为 R，

即 $x^2+2x+4-a^2\ge 0$ 的解集为 R，

所以 $\Delta=4-4(4-a^2)\le 0$，　　即 $\Delta=a^2-3\le 0$

解得 $-\sqrt{3}\le a\le\sqrt{3}$，所以 a 的取值范围是为 $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$；……………………4 分

（2）解方程 $x^2+2x+1-a^2=0$，得 $x_1=-a-1,x_2=a-1$. ……………………7 分

①当 $a>0$ 时，则 $-a-1<a-1$，解得 $-a-1\le x\le a-1$；

②当 a=0 时，不等式为 $x^2+2x+1=(x+1)^2\le 0$，解得 $x=-1$；

③当 a<0 时，则 $a-1<-a-1$，解得 $a-1\le x\le -a-1$；……………………10 分

综上可得，当 $a>0$ 时，不等式的解集为 $\{x|-a-1\le x\le a-1\}$；当 $a=0$ 时，不等式的解集为 $\{-1\}$；当 a<0 时，不等式的解集为 $\{x|a-1\le x\le -a-1\}$. ……………………12 分.

22.解：解：（1）由题意，得$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=1 \\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}=\dfrac{1}{2} \\ 4a+2b+c=0 \end{cases}$，解得$a=-\dfrac{1}{2},b=1,c=0$

所以$f(x)=-\dfrac{x^2}{2}+x$；----------6 分

（2）讨论对称轴$x=1$与$m,\dfrac{m+n}{2},n$的位置关系。

①若$m<n\le 1$，则$\begin{cases} f(x)_{\max}=f(n)=3n \\ f(x)_{\min}=f(m)=3m \end{cases}$ 解得$m=-4$，$n=0$

②若$\dfrac{m+n}{2}\le 1<n$，则$\begin{cases} f(x)_{\max}=f(1)=3n \\ f(x)_{\min}=f(m)=3m \end{cases}$，无解

③若$m\le 1<\dfrac{m+n}{2}$，则$\begin{cases} f(x)_{\max}=f(1)=3n \\ f(x)_{\min}=f(n)=3m \end{cases}$，无解

④若$1<m<n$，则$\begin{cases} f(x)_{\max}=f(m)=3n \\ f(x)_{\min}=f(n)=3m \end{cases}$，无解　----------10 分

综上，$m=-4,n=0$，----------------12 分