

## 函数综合

1. 已知函数  $f(x)$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 满足  $f(-x) = 2 - f(x)$ , 若函数  $y = \frac{x+1}{x}$  与  $y = f(x)$  图象的交点为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ , 则  $\sum_{i=1}^m (x_i + y_i) =$  ( )
- (A) 0 (B)  $m$  (C)  $2m$  (D)  $4m$
2. 设函数  $f(x), g(x)$  的定义域都为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x)$  是奇函数,  $g(x)$  是偶函数, 则下列结论正确的是 ( )
- (A)  $f(x)g(x)$  是偶函数
- (B)  $|f(x)|g(x)$  是奇函数
- (C)  $f(x)|g(x)|$  是奇函数
- (D)  $|f(x)g(x)|$  是奇函数
3. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $(-1, 0)$ , 则函数  $f(2x+1)$  的定义域为 ( )
- (A)  $(-1, 1)$  (B)  $(-1, -\frac{1}{2})$  (C)  $(-1, 0)$  (D)  $(\frac{1}{2}, 1)$
4. 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数  $y = 10^{\lg x}$  的定义域和值域相同的是 ( )
- (A)  $y = x$  (B)  $y = \lg x$  (C)  $y = 2^x$  (D)  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
5. 设函数  $f(x)$  的图象与  $y = 2^{x+a}$  的图象关于直线  $y = -x$  对称, 且  $f(-2) + f(-4) = 1$ , 则  $a =$  ( )
- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 4
6. 设函数  $f(x) = \ln(1 + |x|) - \frac{1}{1 + x^2}$ , 则使得  $f(x) > f(2x-1)$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )
- (A)  $(\frac{1}{3}, 1)$  (B)  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$
- (C)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  (D)  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$
7. 已知函数  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - abc$ ,  $a < b < c$ , 且  $f(a) = f(b) = f(c)$ , 给出如下结论:  
①  $f(0)f(1) > 0$ ; ②  $f(0)f(1) < 0$ ; ③  $f(0)f(3) > 0$ ; ④  $f(0)f(3) < 0$ ;  
其中正确的结论的序号是 ( )
- (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④
8. 已知函数  $f(x) = \ln(\sqrt{1+9x^2} - 3x) + 1$ , 则  $f(\lg 2) + f(\lg \frac{1}{2})$  等于 ( )
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

9. 若  $a > b > 1, 0 < c < 1$ , 则 ( )

(A)  $a^c < b^c$

(B)  $ab^c < ba^c$

(C)  $a \log_b c < b \log_a c$

(D)  $\log_a c < \log_b c$

10. 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 且  $x > y > 0$ , 则 ( )

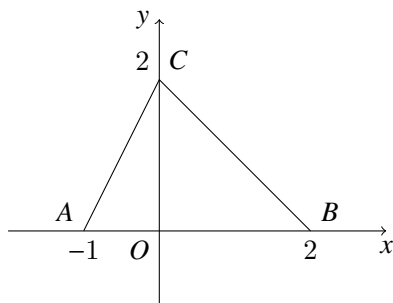
(A)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} > 0$

(B)  $\sin x - \sin y > 0$

(C)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^y < 0$

(D)  $\ln x + \ln y > 0$

11. 如果, 函数  $f(x)$  的图象为折线  $ACB$ , 则不等式  $f(x) \geq \log_2(x+1)$  的解集是 ( )



(A)  $\{x | -1 < x \leq 0\}$

(B)  $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$

(C)  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

(D)  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$

12. 下列函数中, 定义域为  $\mathbf{R}$  且为增函数的是 ( )

(A)  $y = e^{-x}$

(B)  $y = x$

(C)  $y = \ln x$

(D)  $y = |x|$

13. 函数  $f(x)$  的图象向右平移一个单位长度, 所得图象与  $y = e^x$  关于  $y$  轴对称, 则  $f(x) =$  ( )

(A)  $e^{x+1}$

(B)  $e^{x-1}$

(C)  $e^{-x+1}$

(D)  $e^{-x-1}$

14. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且在区间  $[0, +\infty)$  上单调递增, 若实数  $a$  满足  $f(\log_2 a) + f(\log_{\frac{1}{2}} a) \leq 2f(1)$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

(A)  $[1, 2]$

(B)  $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

(C)  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$

(D)  $(0, 2]$

15. 已知  $\log_{18} 9 = a$  ( $a \neq 2$ ),  $18^b = 5$ . 求  $\log_{36} 45 =$ \_\_\_\_\_.

16. 若函数  $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a + x^2})$  为偶函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

17. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x - a, & x < 1; \\ 4(x - a)(x - 2a), & x \geq 1. \end{cases}$

- ① 若  $a = 1$ , 则  $f(x)$  的最小值为\_\_\_\_\_;
- ② 若  $f(x)$  恰有 2 个零点, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

18. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x, & x \leq a \\ -2x, & x > a. \end{cases}$

- ① 若  $a = 0$ , 则  $f(x)$  的最大值为\_\_\_\_\_;
- ② 若  $f(x)$  无最大值, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

19. 若函数  $f(x) = (1-x^2)(x^2+ax+b)$  的图象关于直线  $x = -2$  对称, 则  $f(x)$  的最大值是\_\_\_\_\_.

20. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2 \\ (x-1)^3, & x < 2. \end{cases}$  若关于  $x$  的方程  $f(x) = k$  有两个不同的实根, 则数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

21. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ , 那么  $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) =$ \_\_\_\_\_.

22. 已知函数  $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$ ,  $g(x) = 2^x - 2$ . 若同时满足条件:

①  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) < 0$  或  $g(x) < 0$ ;

②  $\exists x \in (-\infty, -4), f(x)g(x) < 0$ ,

则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

23. 曲线  $C$  是平面内与两个定点  $F_1(-1, 0)$  和  $F_2(1, 0)$  的距离的积等于常数  $a^2$  的点的轨迹. 给出下列三个结论:

① 曲线  $C$  过坐标原点;

② 曲线  $C$  关于坐标原点对称;

③ 若点  $P$  在曲线  $C$  上, 则  $\triangle F_1PF_2$  的面积大于  $\frac{1}{2}a^2$ .

其中, 所有正确的结论的序号是\_\_\_\_\_.