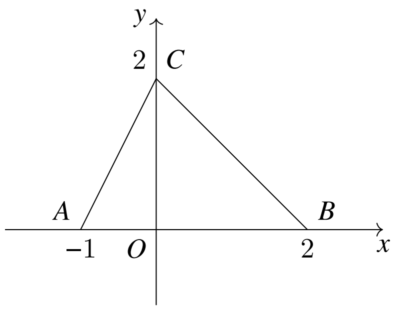
压轴题复习

目录

1 选择

1. 如果，函数 $f(x)$ 的图象为折线 ACB，则不等式 $f(x) \geqslant \log_2(x+1)$ 的解集是 ( )



(A) $\{x \mid -1 < x \leqslant 0\}$ (B) $\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\}$

(C) $\{x \mid -1 < x \leqslant 1\}$ (D) $\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 2\}$

2. 直线 $l: ax + \dfrac{1}{a}y - 1 = 0$ 与 x, y 轴的交点分别为 A, B，直线 l 与圆 O： $x^2 + y^2 = 1$ 的交点为 C, D. 给出下面三个结论：
① $\forall a \geqslant 1, S_{\triangle AOB} = \dfrac{1}{2}$; ② $\exists a \geqslant 1, |AB| < |CD|$; ③ $\exists a \geqslant 1, S_{\triangle COD} < \dfrac{1}{2}$.
则所有正确结论的序号是 ( )

(A) ①② (B) ②③ (C) ①③ (D) ①②③

3. 已知 $A(0,1)$，点 B 在曲线 $G: y = \ln(x+1)$ 上，若线段 AB 与曲线 $M: y = \dfrac{1}{x}$ 相交且交点恰为线段 AB 的中点，则称 B 为曲线 G 关于曲线 M 的一个关联点. 记曲线 G 关于曲线 M 的关联点的个数为 a，则 ( )

(A) $a = 0$ (B) $a = 1$ (C) $a = 2$ (D) $a > 2$

4. 已知圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m,0), B(m,0)\ (m > 0)$，若圆上存在点 P，使得 $\angle APB = 90^\circ$，则 m 的最大值为 ( )

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4

5. 设点 $M(x_0, 1)$，若在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上存在点 N，使得 $\angle OMN = 45^\circ$，则 x_0 的取值范围是 ( )

(A) $[-1, 1]$ (B) $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ (C) $\left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$ (D) $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

6. 设直线 l: $3x+4y+a=0$, 圆 $C:(x-2)^2+y^2=2$，若在圆 C 上存在两点 P, Q, 在直线 l 上存在一点 M，使得 $\angle PMQ=90^\circ$，则 a 的取值范围是 ( )

(A) $[-18,6]$ (B) $\left[6-5\sqrt{2},6+5\sqrt{2}\right]$

(C) $[-16,4]$ (D) $\left[-6-5\sqrt{2},-6+5\sqrt{2}\right]$

7. 已知函数 $f(x)=x^3-6x^2+9x-abc$, $a<b<c$, 且 $f(a)=f(b)=f(c)=0$, 给出如下结论：
① $f(0)f(1)>0$; ②$f(0)f(1)<0$; ③$f(0)f(3)>0$; ④$f(0)f(3)<0$;
其中正确的结论的序号是 ( )

(A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

8. 已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}, x\in\mathbf{R}$，若对任意 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，都有 $f(m\sin\theta)+f(1-m)>0$ 成立，则实数 m 的取值范围是 ( )

(A) $(0,1)$ (B) $(0,2)$ (C) $(-\infty,1)$ (D) $(-\infty,1]$

9. 已知函数 $f(x)=2mx^2-2(4-m)x+1$, $g(x)=mx$，若对于任意实数 $x, f(x)$ 与 $g(x)$ 的值至少有一个为正数，则实数 m 的取值范围是 ( )

(A) $(0,2)$ (B) $(0,8)$ (C) $(2,8)$ (D) $(-\infty,0)$

10. 设函数 $f(x)=e^x(2x-1)-ax+a$，其中 $a<1$，若存在唯一的整数 x_0 使得 $f(x_0)<0$，则 a 的取值范围是 ( )

(A) $\left[-\dfrac{3}{2e},1\right)$ (B) $\left[-\dfrac{3}{2e},\dfrac{3}{4}\right)$ (C) $\left[\dfrac{3}{2e},\dfrac{3}{4}\right)$ (D) $\left[\dfrac{3}{2e},1\right)$

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, & x\leqslant 0,\\ \ln(x+1), & x>0.\end{cases}$ 若 $|f(x)|\geqslant ax$，则 a 的取值范围是 ( )

(A) $(-\infty,0]$ (B) $(-\infty,1]$ (C) $[-2,-1]$ (D) $[-2,0]$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_4 x|, & 0<x\leqslant 4,\\ x^2-10x+25, & x>4.\end{cases}$ 若 a, b, c, d 是互不相同的正数，且 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)$，则 $abcd$ 的取值范围是 ( )

(A) $(24,25)$ (B) $(18,24)$ (C) $(21,24)$ (D) $(18,25)$

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\lg x|, & 0<x\leqslant 10\\ -\dfrac{1}{2}x+6, & x>10.\end{cases}$ 若 a,b,c 互不相等，且 $f(a)=f(b)=f(c)$，则 abc 的取值范围是 ( )

(A) $(1,10)$ (B) $(5,6)$ (C) $(10,12)$ (D) $(20,24)$

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+4x, & x\leqslant 4,\\ \log_2 x, & x>4.\end{cases}$ 若 $y=f(x)$ 在区间 $(a,a+1)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是 ( )

(A) $(-\infty,1]$ (B) $[1,4]$ (C) $[4,+\infty)$ (D) $(-\infty,1]\bigcup[4,+\infty)$

15. 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，$g(x)=f(|x|)>g(1)$，则 x 的取值范围是 ( )

(A) $(0,10)$　　(B) $(10,+\infty)$

(C) $\left(\frac{1}{10},10\right)$　　(D) $\left(0,\frac{1}{10}\right)\bigcup(10,+\infty)$

16. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{3})$, 点 $A(m,\ n)$, $B(m+\pi,\ n)(|n|\neq 1)$ 都在曲线 $y=f(x)$ 上，且线段 AB 与曲线 $y=f(x)$ 有五个公共点，则 ω 的值为 ( )

(A) 4　　(B) 2　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{1}{4}$

17. 将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 图象上的点 $P\left(\frac{\pi}{4},t\right)$ 向左平移 $s\ (s>0)$ 个单位长度得到点 P'. 若 P' 位于函数 $y=\sin 2x$ 的图象上，则 ( )

(A) $t=\frac{1}{2}$, s的最小值为$\frac{\pi}{6}$　　(B) $t=\frac{\sqrt{3}}{2}$, s的最小值为$\frac{\pi}{6}$

(C) $t=\frac{1}{2}$, s的最小值为$\frac{\pi}{3}$　　(D) $t=\frac{\sqrt{3}}{2}$, s的最小值为$\frac{\pi}{3}$

18. 将函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $m\ (m>0)$ 个单位长度，得到函数 $y=f(x)$ 图象在区间 $\left[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$ 上单调递减，则 m 的最小值为 ( )

(A) $\frac{\pi}{12}$　　(B) $\frac{\pi}{6}$　　(C) $\frac{\pi}{4}$　　(D) $\frac{\pi}{3}$

19. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin(x+a), x\leqslant 0\\ \cos(x+b), x>0\end{cases}$ 是偶函数，则下列结论可能成立的是 ( )

(A) $a=\frac{\pi}{4},b=-\frac{\pi}{4}$　　(B) $a=\frac{2\pi}{3},b=\frac{\pi}{6}$

(C) $a=\frac{\pi}{3},b=\frac{\pi}{6}$　　(D) $a=\frac{5\pi}{6},b=\frac{2\pi}{3}$

20. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin(x+\alpha), x\leqslant 0\\ \cos(x+\alpha), x>0\end{cases}$ 则“$\alpha=\frac{\pi}{4}$”是“函数 $f(x)$ 是偶函数”的 ( )

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

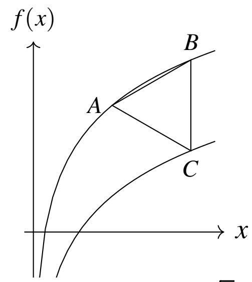
(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

21. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，已知 $A(2,0,0), B(2,2,0), C(0,2,0), D(1,1,\sqrt{2})$，若 S_1,S_2,S_3 分别表示三棱锥 $D-ABC$ 在 xOy, yOz, zOx 坐标平面上的正投影图形的面积，则 ( )

(A) $S_1=S_2=S_3$　　(B) $S_1=S_2$且$S_3\neq S_1$

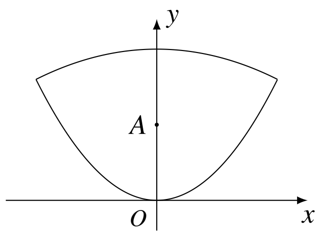
(C) $S_1=S_3$且$S_3\neq S_2$　　(D) $S_2=S_3$且$S_1\neq S_3$

22. 如图，点 A, B 在函数 $y=log_2x+2$ 的图象上，点 C 在函数 $y=log_2x$ 的图象上，若 $\triangle ABC$ 为等边三角形，且直线 $BC\parallel y$ 轴，设点 A 的坐标为 (m,n)，则 $m=$ ( )



(A) 2 (B) 3 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

23. 已知抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 和 $y=-\dfrac{1}{16}x^2+5$ 所围成的封闭曲线如图所示，给定点 $A(0,a)$，若在此封闭曲线上恰有三对不同的点，满足每一对点关于 A 对称，则实数 a 的取值范围是 ( )



(A) $(1,3)$ (B) $(2,4)$ (C) $\left(\dfrac{3}{2},3\right)$ (D) $\left(\dfrac{5}{2},4\right)$

24. 已知 a,b 是正数，且满足 $2<a+2b<4$, 那么 $\dfrac{b+1}{a+1}$ 的取值范围是 ( )

(A) $\left(\dfrac{1}{5},3\right)$ (B) $\left(\dfrac{1}{3},2\right)$ (C) $\left(\dfrac{1}{5},2\right)$ (D) $\left(\dfrac{1}{3},3\right)$

25. 设关于 x,y 的不等式组 $\begin{cases}2x-y+1>0\\ x+m<0\\ y-m>0\end{cases}$ 表示的平面区域内存在点 $P(x_0,y_0)$ 满足 $x_0-2y_0=2$，求得 m 的取值范围是 ( )

(A) $\left(-\infty,-\dfrac{4}{3}\right)$ (B) $\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)$ (C) $\left(-\infty,-\dfrac{2}{3}\right)$ (D) $\left(-\infty,-\dfrac{5}{3}\right)$

26. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 为平面上的单位向量，$\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 的起点均为坐标原点 O, $\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$. 平面区域 D 由所有满足 $\overrightarrow{OP}=\lambda\boldsymbol{e}_1+\mu\boldsymbol{e}_1$ 的点 P 组成，其中 $\begin{cases}\lambda+\mu\leqslant 1,\\ 0\leqslant\lambda,\\ 0\leqslant\mu.\end{cases}$ 那么平面区域 D 的面积为 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

27. 已知符号函数 $sgn(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0.\end{cases}$，则函数 $f(x)=sgn(\ln x)-\ln^2 x$ 的零点个数为 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

28. 设不等式组 $\begin{cases} x+y-11\geqslant 0 \\ 3x-y+3\geqslant 0 \\ 5x-3y+9\geqslant 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D，若指数函数 $y=a^x$ 的图象上存在区域 D 上的点，则 a 的取值范围是 (　　)

(A) $(1,3]$　　(B) $[2,3]$　　(C) $(1,2]$　　(D) $[3,+\infty)$

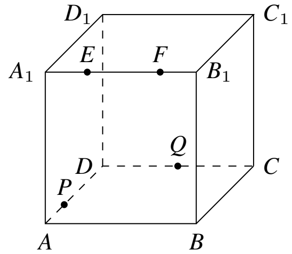
29. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，动点 E,F 在棱 A_1B_1 上，动点 $P,\ Q$ 分别在棱 $AD,\ CD$ 上，若 $EF=1,\ A_1E=x,\ DQ=y,\ DP=z\ (x,y,z$大于零$)$，则四面体 $P-EFQ$ 的体积 (　　)

(A) 与 x,y,z 都有关

(B) 与 x 有关，与 y,z 无关

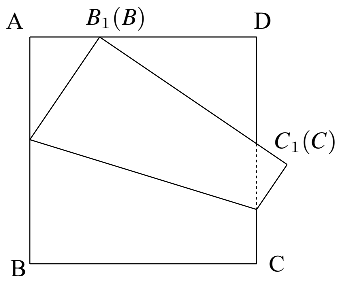
(C) 与 y 有关，与 x,z 无关

(D) 与 z 有关，与 x,y 无关

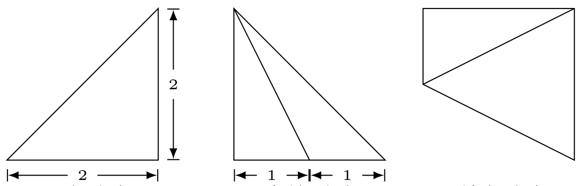


30. 如图，将一张边长为 1 的正方形纸 $ABCD$ 折叠，使得点 B 始终落在边 AD 上，则折起部分面积的最小值为 (　　)

(A) $\dfrac{1}{4}$　　(B) $\dfrac{3}{8}$　　(C) $\dfrac{2}{5}$　　(D) $\dfrac{1}{2}$



31. 一个几何体的三视图如图所示，那么该几何体的最长棱长为 (　　)



正视图　　侧视图　　俯视图

(A) 2　　(B) $2\sqrt{2}$　　(C) 3　　(D) $\sqrt{10}$

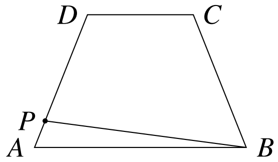
32. 在平面直角坐标系 xOy 中，正四面体 $P-ABC$ 的顶点 $A,\ B$ 分别在 x 轴，y 轴上移动，若该正四面体的棱长为 2，则 $|OP|$ 的取值范围是 (　　)

(A) $\left[\sqrt{3}-1,\ \sqrt{3}+1\right]$　　(B) $[1,3]$

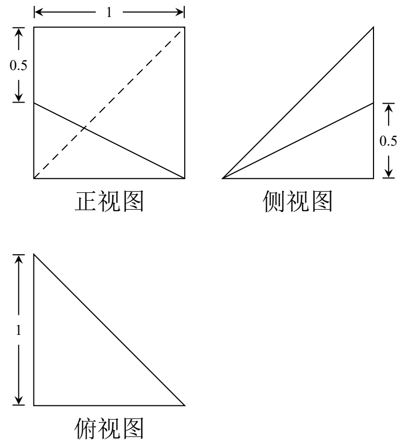
(C) $\left[\sqrt{3}-1,2\right]$　　(D) $\left[1,\ \sqrt{3}+1\right]$

33. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=8,\ BC=4,\ CD=4,$ 点 P 在线段 AD 上运动，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$ 的取值范围是 (　　)

(A) $\left[6, 4+4\sqrt{3}\right]$　　(B) $\left[4\sqrt{2}, 8\right]$　　(C) $\left[4\sqrt{3}, 8\right]$　　(D) $[6, 12]$



34. 某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的底面的面积是　(　　)



(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) $\dfrac{3}{2}$　　(C) $\dfrac{1}{4}$　　(D) $\dfrac{3}{4}$

35. 在三角形 $\triangle ABC$ 中，点 D 满足 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$，则　(　　)

(A) 点 D 不在直线 BC 上　　(B) 点 D 在 BC 的延长线上

(C) 点 D 在线段 BC 上　　(D) 点 D 在 CB 的延长线上

36. $\vec{a}, \vec{b}$ 为非零向量，“$\vec{a} \perp \vec{b}$”是“函数 $f(x) = (x\vec{a} + \vec{b}) \cdot (x\vec{b} - \vec{a})$ 为一次函数”的　(　　)

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

37. 现有 10 支队伍比赛，规定：比赛采取单循环比赛制，每支队伍与其他 9 支队伍各比赛一场，每场比赛中，胜方得 2 分，负方得 0 分，平局双方各得 1 分. 下面关于这 10 支队伍得分的叙述正确的是(　　)

(A) 可能有两支队伍得分都是 18 分　　(B) 各队得分总和为 180 分

(C) 各支队伍中最高得分不少于 10 分　　(D) 得偶数分的队伍必有偶数个

38. 袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半，甲、乙、丙是三个空盒，每次从袋中任意取出两个球，将其中一个放入甲盒，如果这个球是红球，就将另一个球放入乙盒，如果这个球是黑球，就将另一个球放入丙盒，重复上述过程，直到袋中所有球都被放入到盒中，则　(　　)

(A) 乙盒中黑球不多于丙盒中黑球　　(B) 乙盒中红球与丙盒中黑球一样多

(C) 乙盒中红球不多于丙盒中红球　　(D) 乙盒中黑球和丙盒中红球一样多

39. 有语文，数学两门学科，成绩评定为“优秀”，“合格”，“不合格”三种，若 A 同学每科成绩不低于 B 同学，且至少有一科成绩比 B 高，则称“A 同学比 B 同学成绩好.”现有若干同学，他们之间没有一个人比另一个成绩好，且没有任意两个人的语文成绩一样，数学成绩也一样的，问满足条件的最多有多

少学生 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

40. 为提高信息在传输中的抗干扰能力，通常在原信息中按照一定规则加入相关数据组成传输信息，设定原信息为 $a_0a_1a_2$，其中 $a_i \in \{0,1\}\,(i=0,1,2)$，传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$, $h_0=a_0 \oplus a_1$, $h_1=h_0 \oplus a_2$，$\oplus$ 运算规则为：$0 \oplus 0=0$, $0 \oplus 1=1$, $1 \oplus 0=1$, $1 \oplus 1=0$. 例如原信息为 111，则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错，则下来信息一定错误的是 ( )

(A) 11010 (B) 01100 (C) 10111 (D) 00011

41. 用 a 表示红球，b 表示蓝球，c 表示黑球，由加法原理及乘法原理，从 1 个红球和 1 个蓝球中取出若干个求的所有取法可由 $(1+a)(1+b)$ 的展开式 $1+a+b+ab$ 表示出来，如：”1” 表示一个球都不取，”a” 表示取出一个红球，”ab” 则表示把红球和蓝球都取出来. 以此类推，下列各式中，其展开式可用来表示从 5 个无区别的红球，5 个无区别的蓝球，5 个有区别的黑球中取出若干个球，且所有的蓝球都取出或者都不取出的所有取法是 ( )

(A) $\left(1+a+a^2+a^3+a^4+a^5\right)\left(1+b^5\right)(1+c)^5$

(B) $\left(1+a^5\right)\left(1+b+b^2+b^3+b^4+b^5\right)(1+c)^5$

(C) $(1+a)^5\left(1+b+b^2+b^3+b^4+b^5\right)\left(1+c^5\right)$

(D) $\left(1+a^5\right)(1+b)^5\left(1+c+c^2+c^3+c^4+c^5\right)$

2 填空

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x}, & x \geqslant 2 \\ (x-1)^3, & x<2.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=k$ 有两个不同的实根，则数 k 的取值范围是______.

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-a, & x<1; \\ 4(x-a)(x-2a), & x \geqslant 1.\end{cases}$

① 若 $a=1$，则 $f(x)$ 的最小值为______;

② 若 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则实数 a 的取值范围是______.

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^3-3x, & x \leqslant a \\ -2x, & x>a.\end{cases}$

① 若 $a=0$，则 $f(x)$ 的最大值为______;

② 若 $f(x)$ 无最大值，则实数 a 的取值范围是______.

4. 关于 x 的方程 $g(x)=t(t \in \mathbf{R})$ 的实数根的个数记为 $f(t)$，若 $g(x)=\ln x$，则 $f(t)=$______; 若 $g(x)=\begin{cases}x, & x \leqslant 0; \\ -x^2+2ax+a, & x>0.\end{cases}(a \in \mathbf{R})$，存在 t 使得 $f(t+2)>f(t)$ 成立，则 a 的取值范围是______.

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(x-2a)(a-x), & x\leqslant 1,\\ \sqrt{x}+a-1, & x>1.\end{cases}$

(1) 若 $a=0$, $x\in[0,4]$，则 $f(x)$ 的值域为______;

(2) 若 $f(x)$ 恰有三个零点，则实数 a 的取值范围是______.

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\geqslant 0,\\ \cos\pi x, & x<0.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x+a)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 内有唯一实根，则实数 a 的最小值是______.

7. 设 $f(x)=\begin{cases}x^3, & x<a,\\ x^2, & x\geqslant a.\end{cases}$ 若存在实数 b，使得函数 $g(x)=f(x)-b$ 有两个零点，则 a 的取值范围是______.

8. 已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数，且 $y=f(x-2)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 成中心对称，若 u,v 满足不等式组 $\begin{cases}f(u)+f(v-1)\leqslant 0,\\ f(u-v-1)\geqslant 0.\end{cases}$ 则 u^2+v^2 的最小值是______.

9. 已知定义在 $(0,+\infty)$ 的函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 是连续不断的，若方程 $f'(x)=0$ 无解，且 $\forall x\in(0,+\infty)$，$f\left[f(x)-\log_{2016}x\right]=2017$，设 $a=f\left(2^{0.5}\right)$，$b=f\left(\log_4 3\right)$，$c=f\left(\log_\pi 3\right)$，则 a, b, c 的大小关系是______.

10. 若函数 $f(x)=(1-x^2)(x^2+ax+b)$ 的图象关于直线 $x=-2$ 对称，则 $f(x)$ 的最大值是______.

11. 已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}(x\in\mathbf{R},\text{且}e\text{为自然对数的底})$. 若存在实数 t，使不等式 $f(x-t)+f(x^2-t^2)\geqslant 0$ 对一切的 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，则 $t=$______.

12. 已知函数 $f(x)=\cos x-2^x-2^{-x}-b$, $(b\in\mathbf{R})$.

(1) 当 $b=0$ 时，函数 $f(x)$ 的零点个数为______;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点，则 b 的取值范围是______.

13. 设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(A,\omega,\varphi\text{是常数，}A>0,\omega>0\right)$. 若 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$ 上具有单调性，且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-f\left(\frac{\pi}{6}\right)$，则 $f(x)$ 的最小正周期是______.

14. 已知函数 $f(x)$ 为偶函数，且 $x\geqslant 0$，$f(x)=x-[x]$ $\left([x]\text{表示不超过}x\text{的最大整数}\right)$. 设 $g(x)=f(x)-kx-k\,(k\in\mathbf{R})$，若 $k=1$，则函数 $g(x)$ 有______个零点；若 $g(x)$ 有三个不同零点，则 k 的取值范围是______.

15. 已知函数 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$, $g(x)=2^x-2$. 若同时满足条件：
① $\forall x\in\mathbf{R}$, $f(x)<0$ 或 $g(x)<0$;　　② $\exists x\in(-\infty,-4)$, $f(x)g(x)<0$,
则 m 的取值范围是______.

16. 已知函数 $f(x)=|\ln x|$，关于 x 的不等式 $f(x)-f(x_0)\geqslant c(x-x_0)$ 的解集为 $(0,+\infty)$，其中 $x_0\in(0,+\infty)$，c为常数. 当 $x_0=1$ 时，c 的取值范围是______; 当 $x_0=\frac{1}{2}$ 时，c 的值是______.

17. 已知函数 $f(x)=\lg\left[mx^2+(m+2)x+2(m+2)\right]$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，则实数 m 的取值范围是______;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $\left[m+2,2(m+2)\right]$ 上恒有定义，则实数 m 的取值范围是______.

18. 已知函数 $f(x)$，对于实数 t，若存在 $a>0,\ b>0$，满足 $\forall x\in[t-a,t+b]$，使得 $\left|f(x)-f(t)\right|\leqslant 2$, 则记 $a+b$ 的最大值为 $H(t)$.

(1) 当 $f(x)=2x$ 时，$H(0)=$______;

(2) 当 $f(x)=x^2$ 且 $t\in[1,2]$ 时，函数 $H(t)$ 的值域为______.

19. 曲线 C 是平面内与两个定点 $F_1(-1,0)$ 和 $F_2(1,0)$ 的距离的积等于常数 a^2 的点的轨迹. 给出下列三个结论:

① 曲线 C 过坐标原点；

② 曲线 C 关于坐标原点对称；

③ 若点 P 在曲线 C 上，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积不大于 $\dfrac{1}{2}a^2$.

其中，所有正确的结论的序号是______.

20. 若点 O 和点 $F_2(-\sqrt{2},0)$ 分别为 $\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1\ (a>0)$ 的中心和左焦点，点 P 为双曲线右支上的任意一点，则 $\dfrac{|PF_2|^2}{|OP|^2+1}$ 的取值范围为______.

21. 已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}$, 下列命题正确的有______.(写出所有正确命题的编号)

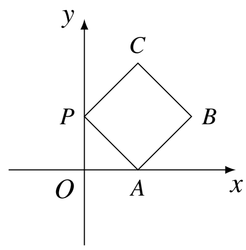
①$f(x)$ 是奇函数；

②$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调递增函数；

③方程 $f(x)=x^2+2x$ 有且仅有 1 个实数根；

④如果对于任意 $x\in(0,+\infty)$, 都有 $f(x)>kx$, 那么 k 的最大值为 2.

22. 如图放置的边长为 1 的正方形 $PABC$ 沿 x 轴滚动. 设顶点 $P(x,y)$ 的轨迹方程是 $y=f(x)$，则 $f(x)$ 的最小正周期为______；$y=f(x)$ 在其两个相邻零点间的图像与 x 轴所围区域的面积为______.



说明:“正方形 $PABC$ 沿 x 轴滚动”包括沿 x 轴正方向和沿 x 轴负方向滚动. 沿 x 轴正方向滚动指的是先以顶点 A 为中心顺时针旋转，当顶点 B 落在 x 轴上时，再以顶点 B 为中心顺时针旋转，如此继续. 类似地，正方形 $PABC$ 可以沿 x 轴负方向滚动.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，动点 $P(x,y)$ 到两坐标轴的距离之和等于它到定点 $(1,1)$ 的距离，记点 P 的轨迹为 C，给出下面四个结论：

① 曲线 C 关于原点对称；

② 曲线 C 关于 $y=x$ 对称；

③ 点 $(-a^2,1)(a\in\mathbf{R})$ 在曲线 C 上；

④ 在第一象限，曲线 C 与 x 轴的非负半轴、y 轴的非负半轴围成的封闭图形的面积小于 $\dfrac{1}{2}$.

其中所有的正确结论的序号是______.

24. 直线 $l: ax+\dfrac{1}{a}y-1=0$ 与 x, y 轴的交点分别为 A, B 直线 l 与圆 $O: x^2+y^2=1$ 相交于 C, D 两点. 给出下面结论：

① $\forall a\geqslant 1, S_{\triangle AOB}=\dfrac{1}{2}$;　②$\exists a\geqslant 1, |AB|<|CD|$;　③$\exists a\geqslant 1, S_{\triangle COD}<\dfrac{1}{2}$

则所有正确结论的序号是______

(A) ①②　　　　(B) ②③　　　　(C) ①③　　　　(D) ①②③

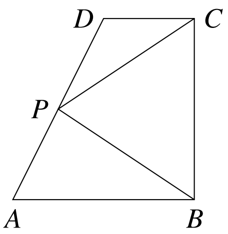
25. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, $AB = 2$, $CD = 1$, $BC = a\ (a > 0)$, P 为线段 AD 上一个动点，设 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = y$, 对于函数 $y = f(x)$, 给出以下三个结论：

① 当 $a = 2$ 时，函数 $f(x)$ 的值域为 $[1, 4]$;

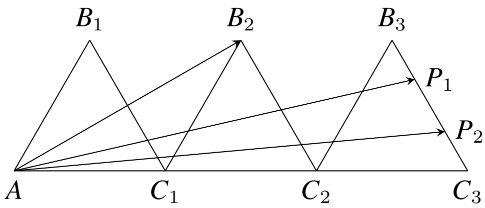
② $\forall a \in (0, +\infty)$，都有 $f(1) = 1$ 成立；

③ $\forall a \in (0, +\infty)$，函数 $f(x)$ 的最大值都等于 4.

其中所有正确结论的序号是______.



26. 如图，$\triangle AB_1C_1$, $\triangle C_1B_2C_2$, $\triangle C_2B_3C_3$ 是三个边长为 2 的等边三角形，且有一条边在同一直线上，边 B_3C_3 上有两个不同的点 P_1, P_2, 则 $\overrightarrow{AB_2} \cdot (\overrightarrow{AP_1} + \overrightarrow{AP_2}) =$______.

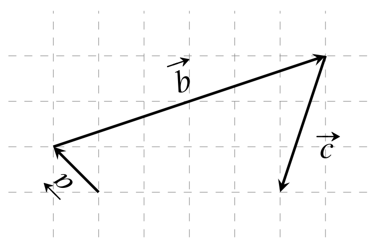


27. 已知函数 $f_n(x) = \dfrac{\sin nx}{\sin x}\ (n \in \mathbf{N}^*)$，关于此函数的说法正确的序号是______

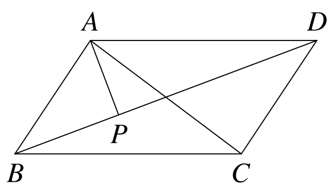
① $f_n(x)(n \in \mathbf{N}^*)$ 为周期函数；　　② $f_n(x)(n \in \mathbf{N}^*)$ 有对称轴;

③ $\left(\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$ 为 $f_n(x)(n \in \mathbf{N}^*)$ 的对称中心;　　④ $|f_n(x)| \leqslant n(n \in \mathbf{N}^*)$.

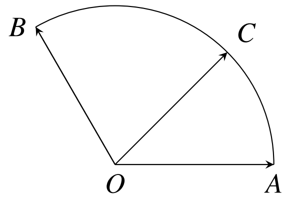
28. 向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 在正方形网格中的位置如图所示，若 $\vec{c} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}\ (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$，则 $\dfrac{\lambda}{\mu} =$______.



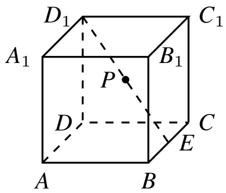
29. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AP \perp BD$，垂足为 P，且 $AP = 3$，则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} =$______.



30. 给定两个长度为 1 的平面向量 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$，它们的夹角为 120°. 如图所示，点 C 在以 O 为圆心的圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上变动，若 $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$，其中 $x, y \in \mathbf{R}$，则 $x + y$ 的最大值是______.



31. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 BC 中点，点 P 在线段 D_1E 上，点 P 到直线 CC_1 的距离的最小值为______.



32. 实数 a, b 满足 $0<a\leqslant 2$, $b\geqslant 1$，若 $b\leqslant a^2$，则 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围是______.

33. 已知实数 u,v,x,y 满足 $u^2+v^2=1$, $\begin{cases} x+y-1\geqslant 0, \\ x-2y+2\geqslant 0, \\ x\leqslant 2. \end{cases}$ 则 $z=ux+vy$ 的最大值是______.

34. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 1, & 0\leqslant x\leqslant \dfrac{1}{2}, \\ -1, & \dfrac{1}{2}\leqslant x<1, \\ 0, & x<0\text{或}x\geqslant 1 \end{cases}$ 和 $g(x)=\begin{cases} 1, & 0\leqslant x<1, \\ 0, & x<0\text{或}x\geqslant 1. \end{cases}$ 则：

(1) $g(2x)=$______;

(2) 若 m, $n\in\mathbf{Z}$ 且 $m\cdot g(n\cdot x)-g(x)=f(x)$，则 $m+n=$______.

35. 为了促销某电子产品，商场进行降价，设 $m>0$, $n>0$, $m\neq n$, 有三种降价方案：

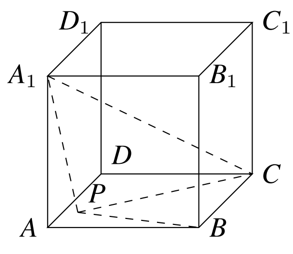
方案①: 先降 $m\%$, 再降 $n\%$;

方案②: 先降 $\dfrac{m+n}{2}\%$，再降 $\dfrac{m+n}{2}\%$

方案③: 一次性降价 $(m+n)\%$.

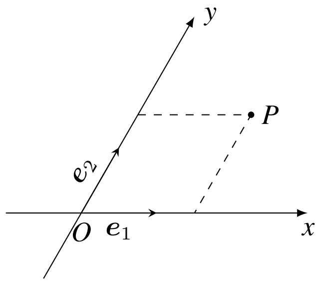
则降价幅度最小的方案是______.(填出正确的序号)

36. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 P 在正方形 $ABCD$ 的边界及其内部运动，平面区域 W 由所有满足 $A_1P\leqslant\sqrt{5}$ 的点 P 组成，则 W 的面积是______；四面体 $P-A_1BC$ 的体积的最大值是______.



37. 设关于 x,y 的不等式组 $\begin{cases} 3x-4\geqslant 0, \\ (y-1)(3x+y-6)\leqslant 0. \end{cases}$ 表示的区域为 D. 已知点 $O(0,0)$, $A(1,0)$，点 M 是 D 上的动点，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}=\lambda\left|\overrightarrow{OM}\right|$，则 λ 的取值范围是______.

38. 如图，定义坐标系 xOy，已知 $\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 分别与 x 轴和 y 轴正方向相同的单位向量，$\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，若 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$，则称 (x,y) 是点 P 的坐标. 在此定义下，$\angle xOy$ 平分线所在直线方程是______; 以 O 为圆心，1 为半径的圆的方程是______.



39. 已知向量序列：$\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3,\cdots,\boldsymbol{a}_n,\cdots$ 满足如下条件：$|\boldsymbol{a}_1|=4\left|\boldsymbol{d}\right|=2$, $2\boldsymbol{a}_1\cdot\boldsymbol{d}=-1$ 且 $\boldsymbol{a}_n-\boldsymbol{a}_{n-1}=\boldsymbol{d}\,(n=,3,4,\cdots)$. 若 $\boldsymbol{a}_1\cdot\boldsymbol{a}_k=0$，则 $k=$______; $|\boldsymbol{a}_1|$，$|\boldsymbol{a}_2|,|\boldsymbol{a}_3|,\cdots,|\boldsymbol{a}_n|,\cdots$ 中第______ 项最小.

40. 把 5 件不同的产品摆成一排，若产品 A 与产品 B 相邻，且产品 A 不与产品 C 相邻，则不同的摆法有______ 种.

41. 10 名象棋选手单循环赛 (即没两名选手比赛一场)，规定两人对局胜者得 2 分，平局各得 1 分，负者得 0 分，并按总得分由高到低进行排列. 比赛结束后，10 名选手的得分各不相同，且第二名的成绩是最后五名选手得分之和的 $\dfrac{4}{5}$. 则第二名选手的得分是______.

42. 已知甲, 乙, 丙三人组成考察小组，每个组员最多可以携带供本人在沙漠中生存 36 天的水和食物，且计划每天向沙漠深处走 30 公里，每个人都可以在沙漠中将部分水和食物交给其他人然后独自返回，若组员甲与其他两个人合作，且要求三个人都能够安全返回，则甲最远能深入沙漠______ 公里.

43. 在某中学的“校园微电影节”活动中，学校将从微电影的“点播量”和“专家评分”两个角度来进行评优. 若 A 电影的“点播量”和“专家评分”中至少有一项高于 B 电影，则称 A 电影不亚于 B 电影. 已知共有 10 部微电影参展，如果某部电影不亚于其他 9 部，就称此部电影为优秀影片. 那么在这 10 部微电影中，最多可能有______ 部优秀影片.

44. 某网店统计了连续三天售出商品的种类情况：第一天售出 19 种商品，第二天售出 13 种商品，第三天售出 18 种商品，前两天都售出的商品有 3 种，后两天都售出的商品有 4 种.

(1) 则该网店第一天售出但第二天未售出的商品有______ 种;

(2) 这三天售出的商品最少有______ 种.

45. 某学习小组由学生和教师组成，人员构成同时满足以下三个条件:

(i) 男学生人数多于女学生人数；

(ii) 女学生人数多于教师人数；

(iii) 教师人数的两倍多于男学生人数.

① 若教师人数为 4，则女学生人数的最大值为______;
② 该小组的人生的最小值是______.