

## 北京师大附中 2019-2020 学年高一（上）数学月考试卷

一、选择题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ，则集合  $A \cap B$  等于 ( )

- A.  $\{2, 3\}$     B.  $\{0, 1\}$     C.  $\{0, 1, 4\}$     D.  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

2. 命题 “ $\exists x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 < 0$ ” 的否定为 ( )

- A.  $\exists x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 \geq 0$     B.  $\exists x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 \leq 0$   
C.  $\forall x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 \geq 0$     D.  $\forall x_0 \notin R, x_0^2 + x_0 + 1 \geq 0$

3. 设四边形  $ABCD$  两条对角线为  $AC, BD$ ，则 “四边形  $ABCD$  为菱形” 是 “ $AC \perp BD$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件    C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

4. 对于任意实数  $a, b, c, d$ ，以下四个命题中正确的有 ( )

① 若  $ac^2 > bc^2$ ，则  $a > b$     ② 若  $a > b, c > d$ ，则  $a + c > b + d$

③ 若  $a > b, c > d$ ，则  $ac > bd$     ④ 若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

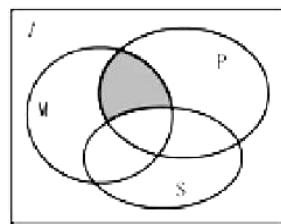
- A. 4 个    B. 3 个    C. 2 个    D. 1 个

5. 已知正数  $x, y$  满足  $xy = 16$ ，则  $x + y$  ( )

- A. 有最大值 4    B. 有最小值 4    C. 有最大值 8    D. 有最小值 8

6. 如图所示， $I$  是全集， $M, P, S$  是  $I$  的三个子集，则阴影部分所表示的集合是 ( )

- A.  $(M \cap P) \cap S$     B.  $(M \cap P) \cup S$   
C.  $(M \cap P) \cap (C_I^S)$     D.  $(M \cap P) \cup (C_I^S)$



7. 已知集合  $A = \{a - 2, a^2 + 4a, 10\}$ ，若  $-3 \in A$ ，则实数  $a$  的值为 ( )

- A. -1    B. -3    C. -3 或 -1    D. 无解

8. 在 “一带一路” 知识测验后，甲、乙、丙三人对成绩进行预测

甲：我的成绩比乙高

乙：丙的成绩比我和甲的都高

丙：我的成绩比乙高

成绩公布后，三人成绩互不相同且只有一个人预测正确，那么三人按成绩由高到低的次序为 ( )

- A. 甲、乙、丙    B. 乙、甲、丙    C. 丙、乙、甲    D. 甲、丙、乙

二、填空题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分

9. 不等式组  $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$  的解集为 \_\_\_\_\_

10. 若集合  $A = \{x \mid |x-1| < 1\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - x = 0\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_

11. 已知不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集为  $\{x \mid -1 < x < 2\}$ , 则  $a+b$  的值为 \_\_\_\_\_

12. 已知  $x > 1$ , 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时, 则  $y = \frac{4}{x-1} + 9x$  有最小值为 \_\_\_\_\_

13. 若不等式  $ax^2 + ax - 1 > 0$  的解集为  $\emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_

14. 已知集合  $A = \{x \mid \frac{x-a}{x+a} < 0\}$ , 若  $1 \notin A$ , 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_

15. 已知集合  $A = \{x \mid x < a\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$

若  $p: "x \in A"$  是  $q: "x \in B"$  的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_

16. 设  $a+b=2019, b>0$ , 则当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时,  $\frac{1}{2019|a|} + \frac{|a|}{b}$  取得最小值

三、解答题共 4 小题，共 36 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. (1) 求方程组  $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$  的解集

(2) 已知  $x, y$  是正实数, 且  $x \neq y$ , 试比较  $x^3 + y^3$  与  $xy^2 + x^2y$  的大小, 并证明

18. 已知全集为  $\mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x \mid 2x-11 \geq 4-3x\}$

(1) 求  $A \cup B$

(2) 求  $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$

(3) 若  $M = \{x \mid a-4 \leq x \leq a+4\}$ , 且  $A \subseteq C_{\mathbb{R}}M$ , 求实数  $a$  的取值范围

19. 求下列关于  $x$  的不等式的解集

(1)  $|x^2 - 5x| < 6$

(2)  $x^2 - ax - (a+1) < 0$

20. 已知  $M$  是满足下列条件的集合: ①  $0 \in M, 1 \in M$  ② 若  $x, y \in M$ , 则  $x-y \in M$

③ 若  $x \in M$  且  $x \neq 0$ , 则  $\frac{1}{x} \in M$

(1) 判断  $\frac{1}{3} \in M$  是否正确, 说明理由

(2) 证明: 若  $x, y \in M$  则  $x+y \in M$

(3) 证明: 若  $x, y \in M$  则  $xy \in M$

## 北师大附中 2019-2020 学年高一（上）数学月考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ，则集合  $A \cap B$  等于 ( )

- A.  $\{2, 3\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{0, 1, 4\}$       D.  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

【答案】A

2. 命题 “ $\exists x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 < 0$ ” 的否定为 ( )

- A.  $\exists x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 \geq 0$       B.  $\exists x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 \leq 0$   
C.  $\forall x_0 \in R, x_0^2 + x_0 + 1 \geq 0$       D.  $\forall x_0 \notin R, x_0^2 + x_0 + 1 \geq 0$

【答案】C

3. 设四边形  $ABCD$  两条对角线为  $AC, BD$ ，则 “四边形  $ABCD$  为菱形” 是 “ $AC \perp BD$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

4. 对于任意实数  $a, b, c, d$ ，以下四个命题中正确的有 ( )

- ① 若  $ac^2 > bc^2$ ，则  $a > b$       ② 若  $a > b, c > d$ ，则  $a + c > b + d$   
③ 若  $a > b, c > d$ ，则  $ac > bd$       ④ 若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

- A. 4 个      B. 3 个      C. 2 个      D. 1 个

【答案】C

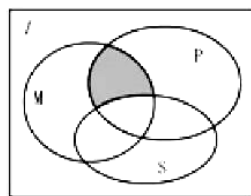
5. 已知正数  $x, y$  满足  $xy = 16$ ，则  $x + y$  ( )

- A. 有最大值 4      B. 有最小值 4      C. 有最大值 8      D. 有最小值 8

【答案】D

6. 如图所示， $I$  是全集， $M, P, S$  是  $I$  的三个子集，则阴影部分所表示的集合是 ( )

- A.  $(M \cap P) \cap S$       B.  $(M \cap P) \cup S$   
C.  $(M \cap P) \cap (C_I^S)$       D.  $(M \cap P) \cup (C_I^S)$



【答案】C

7. 已知集合  $A = \{a - 2, a^2 + 4a, 10\}$ ，若  $-3 \in A$ ，则实数  $a$  的值为 ( )

- A. -1      B. -3      C. -3 或 -1      D. 无解

【答案】B

8.在“一带一路”知识测验后,甲、乙、丙三人对成绩进行预测

甲:我的成绩比乙高

乙:丙的成绩比我和甲的都高

丙:我的成绩比乙高

成绩公布后,三人成绩互不相同且只有一个人预测正确,那么三人按成绩由高到低的次序为( )

A.甲、乙、丙      B.乙、甲、丙      C.丙、乙、甲      D.甲、丙、乙

【答案】A

二、填空题共8小题,每小题4分,共32分

9.不等式组  $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$  的解集为\_\_\_\_\_

【答案】  $\left[-\frac{1}{2}, 3\right)$

10.若集合  $A = \{x \mid |x-1| < 1\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - x = 0\}$ , 则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_

【答案】  $[0, 2)$

11.已知不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集为  $\{x \mid -1 < x < 2\}$ , 则  $a+b$  的值为\_\_\_\_\_

【答案】0

12.已知  $x > 1$ , 当  $x =$ \_\_\_\_\_时, 则  $y = \frac{4}{x-1} + 9x$  有最小值为\_\_\_\_\_

【答案】  $\frac{5}{3}$ ; 21

13.若不等式  $ax^2 + ax - 1 > 0$  的解集为  $\emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_

【答案】  $[-4, 0]$

14.已知集合  $A = \{x \mid \frac{x-a}{x+a} < 0\}$ , 若  $1 \notin A$ , 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_

【答案】  $[-1, 1]$

15.已知集合  $A = \{x \mid x < a\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$

若  $p: "x \in A"$  是  $q: "x \in B"$  的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_

【答案】  $(-\infty, 1]$

16.设  $a+b=2019, b>0$ , 则当  $a =$ \_\_\_\_\_时,  $\frac{1}{2019|a|} + \frac{|a|}{b}$  取得最小值

【答案】  $-\frac{2019}{2018}$

三、解答题共 4 小题，共 36 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. (1) 求方程组  $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$  的解集

(2) 已知  $x, y$  是正实数，且  $x \neq y$ ，试比较  $x^3 + y^3$  与  $xy^2 + x^2y$  的大小，并证明

【答案】(1)  $\{(0,1)\}$

$$(2) \quad x^3 + y^3 - (xy^2 + x^2y) = x^2(x-y) - y^2(x-y) = (x-y)^2(x+y)$$

$\because x, y$  是正实数

$$\therefore x+y > 0$$

$$\therefore (x-y)^2(x+y) > 0$$

$$\therefore x^3 + y^3 > xy^2 + x^2y$$

18. 已知全集为  $R$ ，集合  $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x | 2x - 11 \geq 4 - 3x\}$

(1) 求  $A \cup B$

(2) 求  $C_R(A \cap B)$

(3) 若  $M = \{x | a - 4 \leq x \leq a + 4\}$ ，且  $A \subseteq C_R M$ ，求实数  $a$  的取值范围

【答案】(1)  $\because B = \{x | x \geq 3\} \therefore A \cup B = \{x | x \geq 1\}$

$$(2) \quad A \cap B = \{x | 3 \leq x \leq 5\}$$

$$C_R(A \cap B) = \{x | x < 3 \text{ 或 } x > 5\}$$

(3) 由题易知  $M \neq \emptyset$

$$\text{故 } C_R M = \{x | x < a - 4 \text{ 或 } x > a + 4\}$$

$$\text{又 } A \subseteq C_R M$$

所以  $a - 4 > 5$  或  $a + 4 < 1$

解得  $a > 9$  或  $a < -3$

所以实数  $a$  的取值范围为  $(9, +\infty) \cup (-\infty, -3)$

19. 求下列关于  $x$  的不等式的解集

$$(1) \quad |x^2 - 5x| < 6$$

$$(2) \quad x^2 - ax - (a+1) < 0$$

【答案】(1)  $(-1, 2) \cup (3, 6)$

(2) 当  $a > -2$  时, 不等式解集为  $(-1, a+1)$

当  $a = -2$  时, 无解

当  $a < -2$  时, 不等式解集为  $(a+1, -1)$

20. 已知  $M$  是满足下列条件的集合: ①  $0 \in M, 1 \in M$  ② 若  $x, y \in M$ , 则  $x-y \in M$

③ 若  $x \in M$  且  $x \neq 0$ , 则  $\frac{1}{x} \in M$

(1) 判断  $\frac{1}{3} \in M$  是否正确, 说明理由

(2) 证明: 若  $x, y \in M$  则  $x+y \in M$

(3) 证明: 若  $x, y \in M$  则  $xy \in M$

【答案】(1)  $\frac{1}{3} \in M$  正确。证明如下: 由①知  $0 \in M, 1 \in M$

由②可得  $0-1=-1 \in M \therefore 1-(-1)=2 \in M, 2-(-1)=3 \in M$

由③得  $\frac{1}{3} \in M$

(2) 证明: 由①知  $0 \in M$

由题知  $y \in M$ ,  $\therefore$  由②可得  $0-y=-y \in M$

又  $\because x \in M \therefore x-(-y) \in M$ , 即  $x+y \in M$

(3) 证明:  $x \in M, y \in M$ , 由②可得  $x-1 \in M$ , 再由③可得  $\frac{1}{x} \in M, \frac{1}{x-1} \in M$

$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \in M$  即  $\frac{1}{x(x-1)} \in M$ ,  $\therefore x(1-x) \in M$  即  $x-x^2 \in M$ ,  $\therefore x^2 \in M$  即当  $x \in M, x^2 \in M$

由(2)可知, 当  $x, y \in M, x+y \in M \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x} \in M \therefore \frac{2}{x} \in M$

$\therefore$  当  $x, y \in M$ , 可得  $x^2, y^2, \frac{(x+y)^2}{2}, \frac{x^2+y^2}{2} \in M$

$\therefore \frac{(x+y)^2}{2} - \frac{x^2+y^2}{2} = xy \in M$