

## 一. 填空题

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_
2. 集合  $A = \{0, 1\}$  的所有子集中, 含有元素 0 的子集个数是 \_\_\_\_\_
3. 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - ax + 1 > 0$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_
4. 命题 “存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使得  $x^2 + 2x + 5 = 0$ ” 的否定是 \_\_\_\_\_
5. 设集合  $M = \{(x, y) | x + y = 2, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{(x, y) | x = y, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 则  $M \cap N =$  \_\_\_\_\_
6. 已知集合  $A = \{1\}$ ,  $B = \{a, a^2 + 3\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_
7. 设集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$ ,  $B = \{x | ax - 1 = 0\}$ ,  $A \cup B = A$ , 则实数  $a$  的取值集合为 \_\_\_\_\_
8. 设实数集上不等式  $\frac{2x+1}{3-x} < 0$  的解集为  $A$ , 则  $\bar{A} =$  \_\_\_\_\_
9. 已知  $A: |x| < 2$ ,  $B: (x+2)(x+a) < 0$ , 若  $A$  是  $B$  的充分不必要条件, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_
10. 已知集合  $A = \{1, 1+a, 1+2a\}$ ,  $B = \{1, b, b^2\}$ , 则  $A = B$  的充要条件是 \_\_\_\_\_
11. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2x + 3a$ ,  $g(x) = \frac{2}{x-1}$ , 若对任意  $x_1 \in [0, 3]$ , 总存在  $x_2 \in [2, 3]$ , 使得  $f(x_1) \leq g(x_2)$  成立, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_
12. 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 若存在定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  同时满足下列两个条件:  
① 对任意  $x_0 \in \mathbf{R}$ ,  $f(x_0)$  的值为  $x_0$  或  $x_0^2$ ; ② 关于  $x$  的方程  $f(x) = a$  无实数解.  
则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

## 二. 选择题

13. “ $x < 2$ ” 是 “ $x^2 < 4$ ” 的 ( ) 条件  
A. 充分不必要      B. 必要不充分      C. 充要      D. 既不充分也不必要
14. 不等式  $-x^2 + bx + c > 0$  的解集是  $\{x | -2 < x < 1\}$ , 则  $b + c - 1$  的值为 ( )  
A. 0      B. -1      C. 1      D. 2
15. 设集合  $M = \{x | x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{x | x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则 ( )  
A.  $M = N$       B.  $M \subseteq N$       C.  $M \supseteq N$       D.  $M \cap N = \emptyset$

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x}, & x \geq 2 \\ (x-1)^2, & x < 2 \end{cases}$ ，若方程  $f(x) = \frac{1}{2}$  有三个不同的实根，则实数  $k$  的取值范围是（ ）

A.  $(1, 2]$

B.  $[1, +\infty)$

C.  $[1, 2)$

D.  $[2, +\infty)$

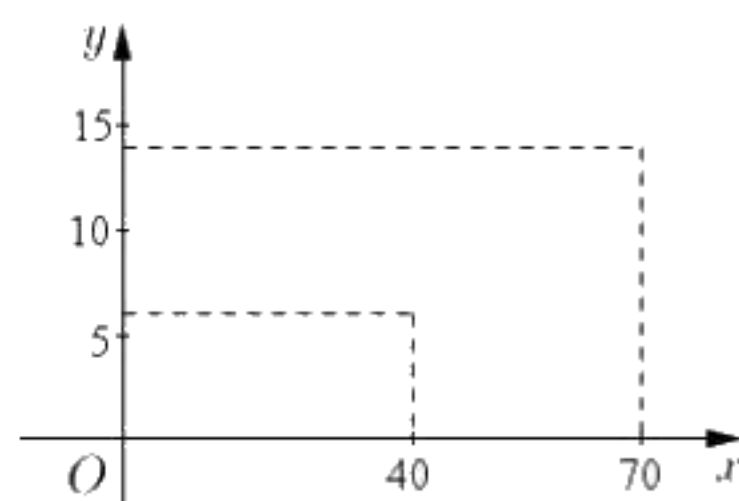
### 三. 解答题

17. 已知  $ab \neq 0$ ，求证： $a^3 + b^3 + ab - a^2 - b^2 = 0$  的充要条件是  $a + b = 1$ .

18. 设集合  $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$ ， $B = \{x \mid 2m - 1 < x < m + 1\}$ ，若  $B \subseteq A$ ，求实数  $m$  的取值范围.

19. 行驶中的汽车，在刹车时由于惯性作用，要继续往前滑行一段距离才能停止，这段距离叫做刹车距离. 在某种路面上，某种型号的汽车的刹车距离  $y$ （米）与汽车车速  $x$ （千米/小时）满足下列关系式： $y = \frac{nx}{100} + \frac{x^2}{400}$ （ $n$  为常数，且  $n \in \mathbf{N}$ ）. 在两次试验刹车中，所取得的有关数据如图所示，其中  $5 < y_1 < 7$ ， $13 < y_2 < 15$ .

（1）求  $n$ ；（2）要使刹车距离不超过 18.4 米，则行驶的最大速度应为多少？



20. 设函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 且  $f(1) = -\frac{a}{2}$ .

- （1）求证：方程  $f(x) = 0$  有两个不同的实根；
- （2）设  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $f(x) = 0$  的两个不同实根，求  $|x_1 - x_2|$  的取值范围；
- （3）求证：方程  $f(x) = 0$  的两个不同实根  $x_1$ 、 $x_2$  至少有一个在范围  $(0, 2)$  内.

# 参考答案

## 一. 填空题

1.  $\{1, 3, 5\}$       2. 2      3.  $(-2, 2)$       4. 对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $x^2 + 2x + 5 \neq 0$
5.  $\{(1, 1)\}$       6. 1      7.  $\{-1, 0, \frac{1}{3}\}$       8.  $[-\frac{1}{2}, 3]$       9.  $a < -2$
10.  $a = -\frac{3}{4}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$       11.  $a \leq 1$       12.  $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

## 二. 选择题

13. B      14. A      15. C      16. B

## 三. 解答题

17. 略
18.  $[-1, +\infty)$
19. (1) 3; (2)  $y = \frac{3x}{100} + \frac{x^2}{400} \leq 18.4$ ,  $x \leq 80$ , 最大速度 80 千米/时
20. (1)  $\Delta > 0$  恒成立; (2)  $[\sqrt{2}, +\infty)$ ;  
(3) 当  $c > 0$ ,  $f(0)f(1) < 0$ ; 当  $c \leq 0$ ,  $f(1)f(2) < 0$ .