

成都外国语学校 2019-2020 学年度 10 月月考高一数学试题卷

第 I 卷（选择题）

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题意的)

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则 $C_U(A \cup B) = (\quad)$

A. $\{1, 3, 4\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{3\}$ D. $\{4\}$

2. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有真子集的个数为 ()

A. 3 B. 6 C. 7 D. 8

3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(-1))$ 的值为

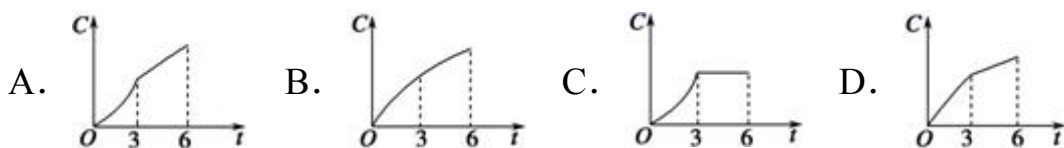
A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

4. 下列各组函数中，表示同一函数的是 ()

A. $f(x) = t + 1$ 与 $g(x) = \frac{x^2 + x}{x}$ B. $f(x) = \frac{x^2}{(\sqrt{x})^2}$ 与 $g(x) = x$

C. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$ D. $f(x) = x$ 与 $g(t) = \frac{t^3 + t}{t^2 + 1}$

5. 某工厂 6 年来生产某种产品的情况是：前 3 年年产量的增长速度越来越快，后 3 年年产量保持不变，则该厂 6 年来这种产品的总产量 C 与时间 t （年）的函数关系图象正确的是 ()



6. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的单调递增区间是

- A. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

7. 已知函数 $f(2x-1)=4x+3(x \in \mathbf{R})$, 若 $f(a)=15$, 则实数 a 之值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. 若函数 $y=x^2-3x+4$ 的定义域为 $[0, m]$, 值域为 $\left[\frac{7}{4}, 4\right]$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $(0, 4]$ B. $\left[\frac{3}{2}, 4\right]$ C. $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ D. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

9. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的单调函数, 则对任意 $x \in (0, +\infty)$ 都有

$f\left(f(x)+\frac{2}{x}\right)=-1$ 成立, 则 $f(1)=$ ()

- A. -1 B. -4 C. -3 D. 0

10. 已知函数 $y=f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上是减函数, 且 $f(2a-1) < f(1-a)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$ B. $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, +\infty)$

11. 已知对任意 $x \in (-\infty, +\infty)$ 均有 $f(x) = -f(-x)$, 且对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R} (x_1 \neq x_2)$ 都满足

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} < 0$, 若方程 $f(x^2+m)+f(1-x)=0$ 只有一个实数根, 则实数 m 的取值为

()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{7}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2+1, & x < 2 \\ \frac{1}{2}f(x-2), & x \geq 2 \end{cases}$, 函数 $F(x) = f(x) - mx$, 若方程 $F(x) = 0$ 有 4

个根, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{5}{2}-\sqrt{6}, \frac{1}{6}\right)$ B. $\left(\frac{1}{20}, \frac{1}{6}\right)$ C. $\left(\frac{1}{20}, 3-2\sqrt{2}\right)$ D. $\left(\frac{5}{2}-\sqrt{6}, 3-2\sqrt{2}\right)$

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知集合 $A = \{0, 9\}$, $B = \{1, 2, 9\}$, 则集合 $A \cup B$ 中的元素个数为_____.

14. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 2)$, 则函数 $f(2x+1)$ 的定义域为_____.

15. 已知函数 $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$, 记

$f(1) + f(2) + f(4) + f(8) + f(16) = m$, $f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{4}) + f(\frac{1}{8}) + f(\frac{1}{16}) = n$, 则 $m+n =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1 \\ ax-1, & x > 1 \end{cases}$, 若 $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$ 成立,

则 a 的取值范围是_____.

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题满分 10 分) 已知集合 $A = \{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 4\}$, $B = \{x | 4a \leq x \leq a+3\}$.

(1) 若 $a = -1$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分) (1) 求函数 $f(x) = x + \sqrt{1-2x}$ 的值域;

(2) 已知 $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x - 2$, 求 $f(x)$ 的解析式.

19. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

(1) 证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内单调递减;

(2) 求函数 $y = \frac{x+1}{x-1}, x \in [3, 5]$ 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)函数 $f(x)$ 对任意的 $m, n \in \mathbb{R}$ 都有 $f(m+n) = f(m) + f(n) - 1$, 并且 $x > 0$ 时, 恒有 $f(x) > 1$.

(1). 求证: $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数;

(2). 若 $f(3) = 4$ 解不等式 $f(a^2 + a - 5) < 2$

21. (本小题满分 12 分)大邑县某蔬菜基地种植西红柿, 由历年市场行情得知, 从二月一日起的 300 天内, 西红柿市场售价 $f(t)$ 与上市时间 t 的关系为

$f(t) = \begin{cases} 300 - t, & 0 \leq t \leq 200, t \in \mathbb{N} \\ 2t - 300, & 200 < t \leq 300, t \in \mathbb{N} \end{cases}$; 西红柿的种植成本 $g(t)$ 与上市时间 t 的关系为

$g(t) = \frac{1}{200}(t-150)^2 + 100, (0 \leq t \leq 300, t \in \mathbb{N})$. 认定市场售价减去种植成本为纯收益, 问何时上市的西红柿纯收益最大? 最大收益是多少? (注: 市场售价和种植成本的单位: 元/ 10^2 kg , 时间单位: 天)

22. (本小题满分 12 分)对于定义域为 I 的函数, 若果存在区间 $[m, n] \subseteq I$, 同时满足下列条件: ① $f(x)$ 在区间 $[m, n]$ 上是单调的; ②当定义域是 $[m, n]$ 时, $f(x)$ 的值域也是 $[m, n]$. 则称 $[m, n]$ 是函数 $y = f(x)$ 的一个“优美区间”.

(1) 证明: 函数 $y = 3 - \frac{4}{x} (x > 0)$ 不存在“优美区间”.

(2) 已知函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 在 \mathbb{R} 上存在“优美区间”, 请求出它的“优美区间”.

(3) 如果 $[m, n]$ 是函数 $y = \frac{(a^2 + a)x - 1}{a^2 x} (a \neq 0)$ 的一个“优美区间”, 求 $n - m$ 的最大值.