江苏省无锡市梅村高级中学2020—2021学年高一上学期10月月考

数学试卷

2020．10

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共计40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

1．若全集U＝{1，2，3，4，5，6，7}，A＝{2，3，4，5}，B＝{2，3，6，7}，则$B\cap(\complement_U A)$＝

A．{1，6}　　B．{1，7}　　C．{6，7}　　D．{1，6，7}

2．命题“$\exists x\in R$，$x^2-2x+1<0$”的否定是

A．$\exists x\in R$，$x^2-2x+1\geqslant 0$　　B．$\forall x\in R$，$x^2-2x+1\geqslant 0$

C．$\exists x\in R$，$x^2-2x+1>0$　　D．$\forall x\in R$，$x^2-2x+1<0$

3．已知A＝{x，$x+1$，1}，B＝{x，x^2+x，x^2}，且A＝B，则x＝

A．$x=1$或$x=-1$　　B．$x=1$

C．$x=0$或$x=1$或$x=-1$　　D．$x=-1$

4．已知全集U＝R，集合A＝$\left\{x\middle||x-1|<1\right\}$，集合B＝$\left\{x\middle|\frac{2x-5}{x-1}\geq 1\right\}$，则$A\cap(\complement_U B)$＝

A．$\left\{x|1\leq x<2\right\}$　　B．$\left\{x|1<x<2\right\}$　　C．$\left\{x|1<x\leq 2\right\}$　　D．$\left\{x|1\leq x<4\right\}$

5．设$a>1$，则$4a+\frac{1}{a-1}$的最小值为

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

6．使得命题“$\exists x\in R$，使$x^2+a<0$成立”是真命题的一个充分不必要条件是

A．$a<0$　　B．$a\geqslant 0$　　C．$a\leqslant -1$　　D．$a\geqslant 1$

7．在R上定义新运算$*$，$a*b=ab+2a+b$，则满足$x*(x-2)<0$的实数x的取值范围

A．$0<x<2$　　B．$-2<x<1$　　C．$x<-2$或$x>1$　　D．$-1<x<2$

8．已知集合M＝{1，2，3，4，5}，非空集合A，B均是M的子集，且$A\cap B=\varnothing$，符合条件的集合A，B组成一组“互斥子集”，（视(A，B)与(B，A)为同一组“互斥子集”），则满足条件的“互斥子集”有多少组

A．90　　B．180　　C．210　　D．105

二、多项选择题（本大题共4小题，每小题5分，共计20分．在每小题给出的四个选项中，至少有两个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

9．下列四个命题，假命题的有

A．$\exists x\in N$，$1<4x<3$　　B．$\exists x\in Z$，$5x-1=0$

C．$\forall x\in Q$，$x^2-1=0$　　D．$\forall x\in R$，$x^2+x+2>0$

10．以下四个推理中，正确的有

A．$a\in(A\cup B)\Rightarrow a\in A$　　B．$a\in(A\cap B)\Rightarrow a\in(A\cup B)$

C．$A\subseteq B\Rightarrow A\cup B=B$　　D．$A\cup B=A\Rightarrow A\cap B=B$

11．设$b>a>0$，$c\in R$，下列不等式中正确的是

A．$\sqrt{b}>\sqrt{a}$　　B．$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　C．$ac^2<bc^2$　　D．$\frac{1}{a}-c<\frac{1}{b}-c$

12．下列函数中，最大值为$\frac{1}{2}$的是

A．$y=x^2+\frac{1}{16x^2}$　　　　B．$y=x\sqrt{1-x^2}\,(0\le x\le 1)$

C．$y=\frac{x^2}{x^4+1}$　　　　D．$y=x+\frac{4}{x+2}\,(x>-2)$

三、填空题（本大题共 4 小题， 每小题 5 分，共计 20 分．请把答案填写在答题卡相应位置上）

13．不等式$-x^2+x+5<-3x$的解集为_______.

14．若 p：x＜2 是 q：x＜a 的充分不必要条件，则 a 的取值范围是_______.

15．若正数 x，y 满足 x＋3y＝5xy，则当 3x＋4y 取最小值时，y 的值为_______.

16. 已知 $f(x)=2x^2+bx+c$，当 $f(x)<0$ 的解集为(1，5)，则 $f(x)$ ＝_______；若对于$\forall x\in$[1，4]，不等式 $f(x)+t\ge 0$ 恒成立，则实数 t 的取值范围_______.

四、解答题（本大题共 6 小题，共计 70 分．请在答题卡指定区域内作答．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 10 分）

（1）解不等式$\frac{x-2}{x-1}\ge 2$；

（2）若 a＞0，解关于 x 的不等式：$ax^2-(2a+1)x+2\le 0$.

18．（本小题满分 12 分）

已知集合 A＝$\{x|x<-3或x>2\}$， B＝$\{x|-4\le x-2<2\}$.

（1）求 A$\cap$B，$(\complement_R A)\cup(\complement_R B)$；

（2）若集合 M＝$\{x|2k-1\le x\le 2k+1\}$是集合 A 的真子集，求实数 k 的取值范围.

19．（本小题满分 12 分）

已知集合 A＝$\left\{x\middle|x^2+2x-a=0\right\}$．

（1）若$\varnothing$是 A 的真子集，求 a 的范围；

（2）若 B＝$\left\{x\middle|x^2+x=0\right\}$，且 A 是 B 的子集，求实数 a 的取值范围．

20．（本小题满分 12 分）

（1）若 $12<a<60$，$15<b<36$，求 $2a-b$，$\frac{a}{b}$的取值范围；

（2）已知 x，y 满足$-\frac{1}{2}<x-y<\frac{1}{2}$，$0<x+y<1$，求 $3x-y$ 的取值范围．

21．（本小题满分 12 分）

已知集合 A＝$\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，B＝$\left\{x\middle|2x^2+(2k+5)x+5k<0\right\}$．

（1）若 $k<0$，求集合 B；

（2）若 $A\bigcap B$ 中有且只有一个整数 -2，求实数 k 的取值范围．

22．（本小题满分 12 分）

已知实数 a，b 满足 $0<a<1$，$0<b<1$．

（1）若 $a+b=1$，求 $(1+\dfrac{1}{a})(1+\dfrac{1}{b})$ 的最小值；

（2）设 $0<m<12$，求 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{12-m}$ 的最小值．

参考答案

1．C　　2．B　　3．D　　4．A　　5．D　　6．C　　7．B　　8．A

9．ABC　　10．BCD　　11．AB　　12．BC

13．$\{x|x<-1或x>5\}$　　14．$a>2$　　15．$\dfrac{1}{2}$　　16．$2x^2-12x+10$；$t\geq 8$

17．解：（1）$\because \dfrac{x-2}{x-1}\geq 2$，

$\therefore \dfrac{x}{x-1}\leq 0$，故 $0\leqslant x<1$，故不等式的解集为$\{x|0\leq x<1\}$；

（2）$\because ax^2-(2a+1)x+2\leq 0$

$\therefore (ax-1)(x-2)\leq 0$，

当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时，$2\leqslant x\leqslant \dfrac{1}{a}$；

当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，$x=2$；

当 $a>\dfrac{1}{2}$ 时，$\dfrac{1}{a}\leqslant x\leqslant 2$．

综上所述，当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时，解集为$\left\{x\middle|2\leq x\leq \dfrac{1}{a}\right\}$；当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，解集为$\{2\}$；

当当 $a>\dfrac{1}{2}$ 时，解集为$\left\{x\middle|\dfrac{1}{a}\leq x\leq 2\right\}$．

18．解：（1）$B=\{x|-2\leqslant x<4\}$；

$\therefore A\cap B=\{x|2<x<4\}$，$\complement_R A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}$，$\complement_R B=\{x|x<-2，或x\geqslant 4\}$，

$(\complement_R A)\cup(\complement_R B)=\{x|x\leqslant 2，或x\geqslant 4\}$；

（2）$\because M=\{x|2k-1\leqslant x\leqslant 2k+1\}$是$A$的真子集；

$\therefore 2k-1>2$，或$2k+1<-3$；

$\therefore k<-2$，或$k>\dfrac{3}{2}$；

$\therefore$实数k的取值范围为$\{k|k<-2，或k>\dfrac{3}{2}\}$．

19．解：(1) $\because \varnothing \subsetneq A$，

$\therefore A=\{x|x^2+2x-a=0\}\neq\varnothing$,

$\therefore \triangle=4+4a\geqslant 0$,

$\therefore a\geqslant -1$；

(2) $B=\{x|x^2+x=0\}=\{0,-1\}$,

$\because A\subseteq B$, $\therefore A=\varnothing,\{0\},\{-1\},\{0,-1\}$,

$A=\varnothing$，则 $\triangle=4+4a<0$，$\therefore a<-1$；

A是单元素集合，$\triangle=4+4a=0$，$\therefore a=-1$此时

$A=\{-1\}$，符合题意；

$A=\{0,-1\}$，$0-1=-1\neq-2$，不符合。

综上，$a\leqslant-1$.

20. （1）解：$15<b<36$，

可得$\frac{1}{36}<\frac{1}{b}<\frac{1}{15}$，

又$12<a<60$，

可得$\frac{1}{3}<\frac{a}{b}<4$；

（2）$\because -\frac{1}{2}<x-y<\frac{1}{2}$，

$\therefore -1<2x-2y<1$，

$\because 0<x+y<1$，

$\therefore -1<3x-y<2$.

21. 解：（1）$\because k<0$，

$\therefore B=\{x|2x^2+(2k+5)x+5k<0\}=\{x|(2x+5)(x+k)<0\}$.

$=\{x|-\frac{5}{2}<x<-k\}$.

（2）集合$A=\{x|x^2-x-2>0\}=\{x|x<-1$或$x>2\}$，

$B=\{x|2x^2+(2k+5)x+5k<0\}=\{x|(2x+5)(x+k)<0\}$.

当$-\frac{5}{2}>-k$，即$k>\frac{5}{2}$时，$B=\{x|-k<x<-\frac{5}{2}\}$，$A\cap B$中没有整数$-2$，不满足条件；

当$k=\frac{5}{2}$时，$B=\varnothing$，不满足条件；

当$k<\frac{5}{2}$时，$-\frac{5}{2}<-k$，$B=\{x|-\frac{5}{2}<x<-k\}$，

要使$A\cap B=\{-2\}$，则$-2<-k\leqslant-1$，解得$1\leqslant k<2$，

$\therefore A\cap B$中有且仅有一个整数-2，实数k的取值范围是$[1,2)$.

22. 解：已知实数a、b满足$0<a<1$，$0<b<1$.

（1）若$a+b=1$，$(1+\frac{1}{a})(1+\frac{1}{b})=(1+\frac{a+b}{a})(1+\frac{a+b}{b})=(2+\frac{a}{b})$

$(2+\frac{b}{a})\geqslant4+4+1=9$，当且仅当$a=b$成立，故最小值为9；

（2）$\because m+(12-m)=12$，

$\therefore \frac{m}{12}+\frac{12-m}{12}=1$，

$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{12-m}=(\frac{1}{m}+\frac{1}{12-m})(\frac{m}{12}+\frac{12-m}{12})$

$$=\frac{1}{6}+\frac{12-m}{12m}+\frac{m}{12(12-m)}\geq\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3},$$

当且仅当 $m=6$ 时，取“＝”,

综上所述，原式的最小值为$\frac{1}{3}$.