太原二外 2020——2021 学年度高一年级 10 月月考试卷

(考试时长: 90 分钟

满分: 100 分)

一、选择题(毎小题3分,共36分)

1.集合 $U = \{0,1,2,3,4,5\}$, $A = \{0,2,4\}$, $B = \{1,2,3\}$, 则 $(C_UA) \cap B =$

- $A.\{1,2,3\}$
- $B.\{1,3\}$
- $C.\{1,3,5\}$ $D.\{0,1,2,3,4,5\}$

2.集合 $\{3a,a^2\}$ 中,a的取值范围是

- $A.\{a \in R | a \neq 0 \text{ sign} a \neq 3\}$ $B.\{a \in R | a \neq 0\}$
- $C.\{a \in R | a \neq 0 \perp a \neq 3\}$ $D.\{a \in R | a \neq 3\}$

3.已知 -1 < a < 0 ,则 $-a, -a^3, a^2$ 的大小关系是

- $Aa^{2} > -a^{3} > -a$ $B a > a^{2} > -a^{3}$ $C a^{3} > -a > a^{2}$ $Da^{2} > -a > -a^{3}$

4.已知集合 $A = \{x \in N \mid x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{y \mid y = x^2 - 1, x \in R\}$, 则 $A \cap B = ($)

- A. $\{0,1\}$ B. $\{1\}$ C. (-1,2) D. \emptyset

5.下列命题中错误的是()

- A.若 $ac^2 > bc^2$, 则 a > b B.若 a > b > 0 , 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- C.若a > b,则 $a^2 > b^2$ D.若a < b < 0, c > d > 0,则ac < bd

6. "a > 1" 是 " $\frac{1}{a} < 1$ " 的 () 条件

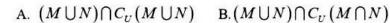
- A.充分不必要
- B.必要不充分
- C.充要
- D.既不充分也不必要

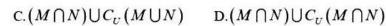
7.定义集合运算 $A = \{c \mid c = a + b, a \in A, b \in B\}$,若 $A = \{0,1,2\}, B = \{3,4,5\}$,则集合

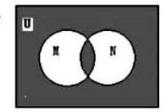
A□B 的子集个数是 (

- A.32
- B.31 C.30
- D.16

8.设U 为全集,M,N 为U 的子集,则图中空白部分可表示为()







9.若 $a > 0, b > 0, A = a^2 + 3ab, B = 4ab - b^2$,则下列关系成立的是()

- $A. A \ge B$
- $B. A \leq B$
- C.A > B或A < B
- D.A > B

10. 已知不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 对一切实数x恒成立,求实数a的取值范围(

- A. a < -2 或 $a \ge 2$ B. $a \le -2$ 或 $a \ge 2$
- C. $-2 \le a < 2$
- D. $-2 < a \le 2$

11. (多选) 已知 $a,b \in R^+$, 且a+b=1, 则下列结论中正确的()

- A. $a^2 + b^2 \ge \frac{1}{2}$ B. $ab + \frac{1}{ab} \ge \frac{17}{4}$ C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \le \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge 4$

12. 若不等式 $m \le \frac{1}{2x} + \frac{2}{1-x}$ 当 $x \in (0,1)$ 时恒成立,则实数m 的最大值为()

- B. $\frac{9}{2}$
- C. 5
- D. $\frac{5}{2}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

13.命题 "∃ $x \in R$, 使得 $2x^2 - x - 1 > 0$ " 的否定为

14.不等式 $\frac{3x-1}{2}$ ≥ 1的解集为_______。

15.已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 4 \le 0\}$, $B = \{x | mx - 2 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$,则m的值为____。

16.不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$,则 $b + c + \frac{25}{a+2}$ 的最小值为_____

三、解答题(共48分)

17. (本题 8 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - mx + 1 = 0\}$.若 " $x \in A$ "的充分不

必要条件是 " $x \in B$ ", 求实数m的取值范围.

18. (本题 10 分) 已知集合 $A = \{x | a - 1 < x \le 2a\}, B = \{x | x^2 + 3x < 0\}$

- (1) 当a=0时,求 $(C_RA)\cup B$;
- (2) 求 $(C_R B) \cap A = \emptyset$,求实数 a 的取值范围。

19.(本题 10 分)

- (1) 已知 $0 < x < \frac{1}{2}$, 求 x(1-2x) 的最大值
- (2) 已知 $a,b \in R^+$, 且4ab-a-4b=8, 求ab的最小值

20.(本题 10分)

- (1) 已知关于x的不等式 $x^2 (a-1)x + 2 < 0$ 的解集非空,求实数a的取值范围;
- (2) 求解关于x的不等式: $x^2 (a^2 + a)x + a^3 \le 0(a \in R)$

21. (本题 10 分) 十九大指出中国的电动汽车革命早已展开,通过以新能源汽车代替汽、柴油车,中国正在大力实施一项将重塑全球汽车行业的计划,某企业计划引进新能源汽军生产设备,通过市场分析,全年需投入固定成本 2500 万元,每生产汽车 x (百辆),需另投入成本

$$y$$
 (万元),且 $y =$
$$\begin{cases} 10x^2 + 100x, 0 < x < 40 \\ 501x + \frac{10000}{x} - 4500, x \ge 40 \end{cases}$$
,由市场调研知,每辆车售价 5 万元,且全

年生产的车辆当年能全部销售完。

- (1)求全年的利润 Z (万元)关于年产量 x (百辆)的函数关系式; (利润=销售额 成本)
- (2)年产量为多少百辆时,企业所获利润最大,并求出最大利润.

太原二外 2020——2021 学年度高一年级 10 月月考试卷

(考试时长: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题(每小题3分,共36分)

1.集合 $U = \{0,1,2,3,4,5\}$, $A = \{0,2,4\}$, $B = \{1,2,3\}$, 则 $(C_U A) \cap B =$

 $A.\{1,2,3\}$

 $B.\{1,3\}$

 $C.\{1,3,5\}$

 $D.\{0,1,2,3,4,5\}$

考点:集合的运算

答案: B

解析:由题知: $C_U A = \{1,3,5\}, (C_U A) \cap B = \{1,3\}.$

2.集合 $\left\{3a,a^{2}\right\}$ 中,a的取值范围是

 $A.\{a \in R | a \neq 0$ 或 $a \neq 3\}$ $B.\{a \in R | a \neq 0\}$

C. $\{a \in R | a \neq 0 \perp a \neq 3\}$ D. $\{a \in R | a \neq 3\}$

考点: 元素的互异性

答案: C

解析: $:: 3a \neq a^2$, $:: a^2 - 3a \neq 0, a(a-3) \neq 0, :: a \neq 0$ 且 $a \neq 3$.

3.已知-1 < a < 0,则 $-a, -a^3, a^2$ 的大小关系是

 $A.a^2 > -a^3 > -a$ $B.-a > a^2 > -a^3$ $C.-a^3 > -a > a^2$ $D.a^2 > -a > -a^3$

考点: 不等式的性质

答室: B

解析: $\because -1 < a < 0, \therefore -a > a^2 > -a^3$.

4.已知集合 $A = \{x \in N \mid x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{y \mid y = x^2 - 1, x \in R\}$, 则 $A \cap B =$ ()

 $A.\{0,1\}$ $B.\{1\}$

C.(-1,2)

D.Ø

考点:集合的运算

答案: A

解析: 由题知: $A = \{x \in N \mid -1 < x < 2\} = \{0,1\}$, $B = \{y \mid y \ge -1\}$, 则 $A \cap B = \{0,1\}$, 故选 A

5.下列命题中错误的是()

A.若 $ac^2 > bc^2$,则 a > b B.若 a > b > 0,则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C.若a > b,则 $a^2 > b^2$

D.若a < b < 0, c > d > 0, 则ac < bd

考点: 不等式的性质

答案: C

解析: 选项 C 中, 若 0 > a > b , 则 $b^2 > a^2$, 故 C 错误

6. "a > 1" 是 " $\frac{1}{a} < 1$ " 的 () 条件

A.充分不必要

B.必要不充分

C.充要

D.既不充分也不必要

考点: 充分必要条件的判断

答案: A

解析: 由题知: $\frac{1}{a} < 1$ 解得: a > 0或a > 1,则得 "a > 1"是 " $\frac{1}{a} < 1$ "的充分不必要条件

故选A

7.定义集合运算 $A = B = \{c \mid c = a + b, a \in A, b \in B\}$, 若 $A = \{0,1,2\}, B = \{3,4,5\}$, 则集合

A□B 的子集个数是 (

A.32 B.31 C.30

D.16

考点: 子集的个数

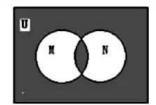
答案: A

解析: AaB = {3,4,5,6,7}, 子集个数为 25=32

8.设U 为全集,M,N 为U 的子集,则图中空白部分可表示为()

A. $(M \cup N) \cap C_U(M \cup N)$ B. $(M \cup N) \cap C_U(M \cap N)$

 $C.(M \cap N) \cup C_U(M \cup N)$ $D.(M \cap N) \cup C_U(M \cap N)$



考点: 韦恩图的识别

答案: B

解析: 由图可知, 答案为 B

9.若 $a > 0, b > 0, A = a^2 + 3ab, B = 4ab - b^2$,则下列关系成立的是()

 $A. A \ge B$

 $B. A \leq B$

C.A > B或A < B

D. A > B

考点:不等式的比大小

答案: D

解析: $A-B=a^2-ab+b^2=\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3b^2}{4}>0$, A>B

10. 已知不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 对一切实数x恒成立,求实数a的取值范围()

A. a < -2 或 $a \ge 2$ B. $a \le -2$ 或 $a \ge 2$

C. $-2 \le a < 2$

D. $-2 < a \le 2$

考点:集合的运算

答案: D

若 $a \neq 2$, 要一元二次不等式 $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$ 对一切实数x恒成立,

只需a-2<0且 $\triangle=4(a-2)^2-4(a-2)(-4)<0$,解得-2< a<2,

综上可知: 实数a的取值范围是 $-2 < a \le 2$

11. (多选) 已知 $a,b \in R^+$, 且a+b=1,则下列结论中正确的(

A.
$$a^2 + b^2 \ge \frac{1}{2}$$

B.
$$ab + \frac{1}{ab} \ge \frac{17}{4}$$

A.
$$a^2 + b^2 \ge \frac{1}{2}$$
 B. $ab + \frac{1}{ab} \ge \frac{17}{4}$ C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \le \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge 4$

D.
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge 4$$

考点:不等式

答案: ABD

解析: A. a+b=1得 $a^2+b^2+2ab=1$, $2ab \le a^2+b^2$, 当且仅当 a=b 取等, $a^2+b^2 \ge \frac{1}{2}$, 因此正确.

B. $a,b \in \mathbb{R}^+$, $ab \le \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $ab + \frac{1}{ab} = ab + \frac{1}{16ab} + \frac{15}{16ab} \ge \frac{1}{2} + \frac{15}{16ab} \ge \frac{17}{4}$ 因此正确

 $C.(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}\leq 2$, 即 $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leq \sqrt{2}$, 因此不正确

D.:: $0 < ab \le \frac{1}{2}$, :: $\frac{1}{ab} \ge 2$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge 2\sqrt{\frac{1}{ab}} \ge 2\sqrt{2}$, 当且仅当 $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号,因此正确.

12. 若不等式 $m \le \frac{1}{2x} + \frac{2}{1-x}$ 当 $x \in (0,1)$ 时恒成立,则实数m 的最大值为(

B.
$$\frac{9}{2}$$

D.
$$\frac{5}{2}$$

考点: 利用基本不等式求最值

答案: B

解析: 设 $f(x) = \frac{1}{2x} + \frac{2}{1-x} = \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{2}{1-x} (0 < x < 1)$

 $\overline{10} \frac{1}{2} + \frac{2}{1 - x} = \left[x + (1 - x)\right] \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{1 - x}\right) = \frac{5}{2} + \frac{\frac{1}{2}(1 - x)}{x} + \frac{2x}{1 - x}$

 $\therefore x \in (0,1)$, 得x > 0 且1-x > 0 $\therefore \frac{1}{2}(1-x) + \frac{2x}{1-x} \ge 2\sqrt{\frac{1}{2}(1-x)} \times \frac{2x}{1-x} = 2$

当且仅当 $\frac{\frac{1}{2}(1-x)}{x} = \frac{2x}{1-x} = 1$, 即 $x = \frac{1}{3}$ 时 $\frac{\frac{1}{2}(1-x)}{x} + \frac{2x}{1-x}$ 的最小值为 2

 $f(x) = \frac{1}{2x} + \frac{2}{1-x}$ 的最小值为 $f(\frac{1}{3}) = \frac{9}{2}$

而不等式 $m \le \frac{1}{2x} + \frac{2}{1-x}$ 当 $x \in (0,1)$ 时恒成立,即 $m \le (\frac{1}{2x} + \frac{2}{1-x})_{min}$

因此,可得实数m的最大值为 $\frac{9}{2}$ 故选: B.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

13.命题 "∃x ∈ R , 使得 2x² - x - 1 > 0" 的否定为______。

考点: 命题的否定

答案: $\forall x \in R$, 使得 $2x^2 - x - 1 \le 0$

解析: 命题的否定只需要: 改量词, 否结论

考点: 求解一般型分式不等式

答案: $\frac{3}{4} \le x < 2$

解析: 先移项,再通分,商化积。 $\frac{3x-1}{2-x}-1\geq 0\Rightarrow \frac{4x-3}{2-x}\geq 0\Rightarrow (4x-3)(2-x)\geq 0$,注意分母不

能为 0 , 即 $x \neq 2$, 解得 $\frac{3}{4} \le x < 2$

15.已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 4 \le 0\}$, $B = \{x | mx - 2 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$,则 m 的值为_____。

考点:根据集合间的关系求参

答室: 8

解析: $A = \{x | x^2 - 4x + 4 \le 0\} = \{2\}$, 而由 $A \cup B = A$, 可得 $B \subseteq A$,

当 $B=\emptyset$ 时,方程 mx-2=0,可得m=0;

当 $B \neq \emptyset$ 时,把x = 2代入方程mx - 2 = 0中,得m = 1。

综上所述, m的值为0或1。

16.不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$,则 $b + c + \frac{25}{a+2}$ 的最小值为______

考点: 一元二次不等式和基本不等式综合

答案: 8

解析:由不等式
$$ax^2 + bx + c < 0$$
 的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$ 得:
$$\begin{cases} a > 0 \\ 2 + 3 = -\frac{b}{a} \text{ 即} \begin{cases} a > 0 \\ b = -5a \text{. 代入 } b + c + \frac{25}{a + 2} \text{ 得:} \\ c = 6a \end{cases}$$

$$b+c+\frac{25}{a+2}=-5a+6a+\frac{25}{a+2}=a+\frac{25}{a+2}=a+2+\frac{25}{a+2}-2$$
 , 因为 $a>0$, 所以 $a+2>0$,

所以
$$a+2+\frac{25}{a+2}-2 \ge 2\sqrt{(a+2)\Big(\frac{25}{a+2}\Big)}-2=2\sqrt{25}-2=8$$
,当且仅当 $a+2=\frac{25}{a+2}$ 即 $a=3$ 时取等

号, 所以
$$b+c+\frac{25}{a+2}$$
的最小值为 8.

三、解答题 (共48分)

17. (本题 8 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - mx + 1 = 0\}$.若 " $x \in A$ "的充分不

必要条件是 $"x \in B"$, 求实数m的取值范围.

考点: 集合与充要条件综合判断

答案: -2<m≤2

解析: 化简集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$,因为 " $x \in A$ "的充分不必要条件是 " $x \in B$ ",所以 $B \subset A$.

所以 B 可以为∅,{1},{2}.

当 $B = \emptyset$ 时, $\Lambda < 0$, $m^2 - 4 < 0$, 解得-2 < m < 2;

当 $B = \{1\}$ 时,由韦达定理得 $\begin{cases} 1+1=m \\ 1\times 1=1 \end{cases}$,解得 m=2;

当 $B = \{2\}$ 时,由韦达定理得 $\begin{cases} 2+2=m \\ 2\times 2=1 \end{cases}$,无解;

综上所述,加的取值范围为-2<m≤2.

- 18. (本题 10 分) 已知集合 $A = \{x | a 1 < x \le 2a\}, B = \{x | x^2 + 3x < 0\}$
- (1) 当a=0时,求 $(C_RA)\cup B$;
- (2) 求 $(C_R B) \cap A = \emptyset$,求实数 a 的取值范围。

考点: 集合运算, 集合关系求参

答案: $(1)(C_RA) \cup B = \{x | x < 0 \exists x > 0\} (2) \{a | a < 0\}$

解析: (1.) a = 0 时 $A = \{-1 < x \le 0\}$, $\therefore C_R A = \{x \le -1$ 或 $x > 0\}$

又 $B = \{-3 < x < 0\}$: $(C_R A) \cup B = \{x \mid x < 0$ 或 $x > 0\}$

- (2.) $C_R B = \{x | x \le -3 \text{ if } x \ge 0\}$
- ①当 $A = \emptyset$ 时 $a-1 \ge 2a$ 即 $a \le -1$
- ②当 $A \neq \emptyset$ 时,即a > -1 要使 $(C_R B) \cap A = \emptyset$

则 $\begin{cases} a-1 \ge -3 \\ 2a < 0 \end{cases}$ 解得 -1 < a < 0 综上所述,a 范围为 $\{a \mid a < 0\}$

19.(本题 10分)

- (1) 已知 $0 < x < \frac{1}{2}$, 求x(1-2x)的最大值
- (2) 已知 $a,b \in R^+$, 且4ab-a-4b=8, 求ab的最小值

考点:基本不等式

答案: (1) 最大值为 $\frac{1}{8}$ (2) ab 的最小值为 4

解析: (1) $\because 0 < x < \frac{1}{2}$, $\therefore x > 0, 1 - 2x > 0$

则
$$x(1-2x) = \frac{1}{2}(2x)(1-2x) \le \frac{1}{2}\left(\frac{2x+(1-2x)}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$
,故最大值为 $\frac{1}{8}$

则
$$4ab - 4\sqrt{ab} - 8 \ge 0$$
。 令 $t = \sqrt{ab}$,则 $4t^2 - 4t - 8 \ge 0 \Rightarrow t^2 - t - 2 \ge 0$

故 $t \in [2, +\infty)$, $ab = t^2 \ge 4$, 则ab的最小值为 4

20.(本题 10分)

(1) 已知关于x的不等式 $x^2-(a-1)x+2<0$ 的解集非空,求实数a的取值范围;

(2) 求解关于x的不等式: $x^2 - (a^2 + a)x + a^3 \le 0(a \in R)$

考点: 解含参一元二次不等式

解析: (1) 因为关于x的不等式 $x^2 - (a-1)x + 2 < 0$ 的解集非空,

所以 $\Delta = \left[-(a-1) \right]^2 - 8 > 0$,整理得 $a^2 - 2a - 7 > 0$,

解得 $\left\{a \mid a < 1 - 2\sqrt{2}$ 或 $a > 1 + 2\sqrt{2}\right\}$

(2) 将
$$x^2 - (a^2 + a)x + a^3 \le 0$$
 ($a \in R$) 因式分解得: $(x-a)(x-a^2) \le 0$

①当 $a>a^2$ 时,则 $a^2-a<0$,即0<a<1时,不等式的解集为: $\left\{x\middle|a^2\leq x\leq a\right\}$

②当
$$a < a^2$$
时,即 $a < 0$ 或 $a > 1$ 时,不等式的解集为: $\{x \mid a \le x \le a^2\}$

③当 $a = a^2$ 时,此时a = 0或a = 1

若a=0,则不等式为 $x^2 \le 0$,解集为x=0;若a=1,不等式为 $(x-1)^2 \le 0$,解集为x=1。

综上所述,当0 < a < 1,不等式解集为: $\{x \mid a^2 \le x \le a\}$;当a < 0或a > 1时,不等式的解集为:

 $\left\{x\middle|a\leq x\leq a^2\right\}$; 当a=0,不等式解集为x=0;当a=1,不等式解集为x=1。

21. (本题 10分) 十九大指出中国的电动汽车革命早已展开,通过以新能源汽车代替汽、柴油车,中国正在大力实施一项将重塑全球汽车行业的计划,某企业计划引进新能源汽军生产设备,通过市场分析,全年需投入固定成本 2500 万元,每生产汽车 x (百辆),需另投入成本

$$y$$
 (万元),且 $y =$
$$\begin{cases} 10x^2 + 100x, 0 < x < 40 \\ 501x + \frac{10000}{x} - 4500, x \ge 40 \end{cases}$$
,由市场调研知,每辆车售价 5 万元,且全

年生产的车辆当年能全部销售完。

- (1)求全年的利润 Z (万元)关于年产量 x (百辆)的函数关系式; (利润=销售额 成本)
- (2)年产量为多少百辆时,企业所获利润最大,并求出最大利润.

考点:基本不等式,函数实际应用

答案: (1)
$$L(x) = \begin{cases} -10x^2 + 400x - 2500, 0 < x < 40 \\ 200 - \left(x + \frac{10000}{x}\right), x \ge 40 \end{cases}$$

(2) 当 x = 100 时,即年产量为 100 百辆时,企业所获利润最大,最大利润为 1800 万元

解析: (1)当
$$0 < x < 40$$
时, $L(x) = 5 \times 100x - 10x^2 - 100x - 2500 = -10x^2 + 400x - 2500$;

当
$$x \ge 40$$
时, $L(x) = 5 \times 100x - 501x - \frac{10000}{x} + 4500 - 2500 = 2000 - \left(x + \frac{10000}{x}\right)$;

$$\text{FFILL } L(x) = \begin{cases} -10x^2 + 400x - 2500, 0 < x < 40 \\ 200 - \left(x + \frac{10000}{x}\right), x \ge 40 \end{cases}$$

(2)当
$$0 < x < 40$$
时, $L(x) = -10x^2 + 400x - 2500 = -10(x - 20)^2 + 1500$,

所以当
$$x = 20$$
时, $L(x)_{max} = L(20) = 1500$

当
$$x \ge 40$$
时, $L(x) = 2000 - \left(x + \frac{10000}{x}\right) \le 2000 - 2\sqrt{x \cdot \frac{10000}{x}} = 2000 - 200 = 1800$

当且仅当
$$x = \frac{10000}{x}$$
,即 $x = 100$ 时, $L(x)_{max} = L(100) = 1800 > 1500$

所以当x = 100时,即年产量为 100 百辆时,企业所获利润最大,最大利润为 1800 万元.