

1. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$, 下列命题:

- ① 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称;
- ② 函数 $f(x)$ 是周期函数;
- ③ 当 $x = \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x)$ 取最大值;
- ④ 函数 $f(x)$ 的图象与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象没有公共点.

其中正确的命题的序号是:

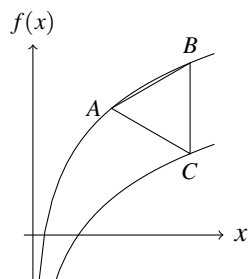
- (A) ①③ (B) ②③ (C) ①④ (D) ②④

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x < a, \\ x^2, & x \geq a. \end{cases}$ 若存在实数 b , 使得函数 $g(x) = f(x) - b$ 有两个零点, 则 b 的取值范围是_____.

3. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的偶函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = (x+1)^3 e^{x+1}$. 那么函数 $f(x)$ 的极值点的个数是 ()

- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

4. 如图, 点 A, B 在函数 $y = \log_2 x + 2$ 的图象上, 点 C 在函数 $y = \log_2 x$ 的图象上, 若 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 且直线 $BC \parallel y$ 轴, 设点 A 的坐标为 (m, n) , 则 $m =$ ()



- (A) 2 (B) 3 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

5. 若 “ $x > 1$ ” 是不等式 “ $2^x > a - x$ 成立” 的必要而不充分条件, 则实数 a 的取值范围是()

- (A) $a > 3$ (B) $a < 3$ (C) $a > 4$ (D) $a < 4$

6. 下列函数中, 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 同时满足 $f(x - \pi) = f(x)$ 的函数是 ()

- (A) $f(x) = \sin x$ (B) $f(x) = \sin x \cos x$
(C) $f(x) = \cos x$ (D) $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

7. 设 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, “函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数” 是 “函数 $y = (2 - a)x^3$ 在 \mathbf{R} 上是增函数” 的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 一次猜奖游戏中, 1,2,3,4 四扇门里摆放了 a, b, c, d , 四件奖品 (每扇门内仅放一件). 甲同学说: 1 号门里是 b , 3 号门里是 c ; 乙同学说: 2 号门里是 b , 3 号门里是 d ; 丙同学说: 4 号门里是

b , 2 号门里是 c ; 丁同学说: 4 号门里是 a , 3 号门里是 c ; , 如果他们每个人都猜对了一半, 那么 4 号门里是 ()

- (A) a (B) b (C) c (D) d

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_4 x|, & 0 < x \leq 4, \\ x^2 - 10x + 25, & x > 4. \end{cases}$ 若 a, b, c, d 是互不相同的正数, 且 $f(a) = f(b) = f(c) = f(d)$, 则 $abcd$ 的取值范围是 ()

- (A) (24, 25) (B) (18, 24) (C) (21, 24) (D) (18, 25)

10. 现有 10 支队伍比赛, 规定: 比赛采取单循环比赛制, 每支队伍与其他 9 支队伍各比赛一场, 每场比赛中, 胜方得 2 分, 负方得 0 分, 平局双方各得 1 分. 下面关于这 10 支队伍得分的叙述正确的是 ()

- (A) 可能有两支队伍得分都是 18 分 (B) 各队得分总和为 180 分
(C) 各支队伍中最高得分不少于 10 分 (D) 得偶数分的队伍必有偶数个

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 动点 $P(x, y)$ 到两坐标轴的距离之和等于它到定点 $(1, 1)$ 的距离, 记点 P 的轨迹为 C , 给出下面四个结论:

- ① 曲线 C 关于原点对称;
② 曲线 C 关于 $y = x$ 对称;
③ 点 $(-a^2, 1) (a \in \mathbf{R})$ 在曲线 C 上;
④ 在第一象限内, 曲线 C 与 x 轴的非负半轴、 y 轴的非负半轴围成的封闭图形的面积小于 $\frac{1}{2}$.
其中所有的正确结论的序号是_____.

12. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$, 下列命题正确的有_____. (写出所有正确命题的编号)

- ① $f(x)$ 是奇函数;
② $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是单调递增函数;
③ 方程 $f(x) = x^2 + 2x$ 有且仅有 1 个实数根;
④ 如果对于任意 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $f(x) > kx$, 那么 k 的最大值为 2.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x - 2a)(a - x), & x \leq 1, \\ \sqrt{x} + a - 1, & x > 1. \end{cases}$

- (1) 若 $a = 0, x \in [0, 4]$, 则 $f(x)$ 的值域为_____;
(2) 若 $f(x)$ 恰有三个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知函数 $f(x) = \cos x - 2^x - 2^{-x} - b, (b \in \mathbf{R})$.

- (1) 当 $b = 0$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点个数为_____;
(2) 若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点, 则 b 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x)$, 对于实数 t , 若存在 $a > 0, b > 0$, 满足 $\forall x \in [t-a, t+b]$, 使得 $|f(x) - f(t)| \leq 2$, 则记 $a + b$ 的最大值为 $H(t)$.

(1) 当 $f(x) = 2x$ 时, $H(0) =$ _____;

(2) 当 $f(x) = x^2$ 且 $t \in [1, 2]$ 时, 函数 $H(t)$ 的值域为_____.

16. 关于 x 的方程 $g(x) = t (t \in \mathbf{R})$ 的实数根的个数记为 $f(t)$, 若 $g(x) = \ln x$, 则 $f(t) =$ _____;

若 $g(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0; \\ -x^2 + 2ax + a, & x \geq 0. \end{cases} (a \in \mathbf{R})$, 存在 t 使得 $f(t+2) > f(t)$ 成立, 则 a 的取值范围是_____.