

## 苏州中学高一第一学期10月月考模拟试卷

注意：请把所有题目答案答在答题纸上，否则无效。

一. 填空题：（每题 5 分，共 70 分）

1、已知集合  $A = \{-1, 0\}$ ，集合  $B = \{0, 1, x+2\}$ ，且  $A \subseteq B$ ，则实数  $x$  的值为 ▲ .

2、函数  $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$  的定义域为 ▲ .

3、下列函数：①  $y=x$  与  $y=\sqrt{x^2}$ ；②  $y=\frac{x}{x}$  与  $y=x^0$ ；③  $y=(\sqrt{x})^0$  与  $y=|x|$

④  $y=\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$  与  $y=\sqrt{(x+1)(x-1)}$  中，图象完全相同的一组是

(填正确序号) ▲ .

4、已知  $\phi \not\subseteq A \not\subseteq \{1, 2, 3\}$ ，则集合  $A$  的个数是 ▲ .

5、函数  $f(x) = x^2 - 4x + 2, x \in [-1, 3]$  的值域 ▲ .

6、已知  $f(x) = 2x + 3, g(x+2) = f(x)$ ，则  $g(x) =$  ▲ .

7、关于  $x$  的方程  $7^x = a + 5$  有负根，则  $a$  应满足的条件是 ▲ .

8、设函数  $f(x) = \begin{cases} |x-1| - 2, & |x| \leq 1 \\ \frac{1}{1+x^2}, & |x| > 1 \end{cases}$ ，则  $f(f(\frac{1}{2})) =$  ▲ .

9、50 名学生参加跳远和铅球两项测试，跳远、铅球测试及格的分别有 40 人和 31 人，两项

测试均不及格的有 4 人，两项测试全都及格的人数是 ▲ .

10、若  $f(x) = -x^2 + 2ax$  与  $g(x) = \frac{a}{x+2}$  在区间  $[1, 5]$  上都是减函数, 则  $a$  的取值范围是 ▲ .

11、函数  $y = a^x$  在  $[0, 1]$  上的最大值与最小值和为 3, 则函数  $y = 3 \cdot a^{2x-1}$  在  $[0, 1]$  上的最大值是 ▲ .

12、若  $-1 < x < 0$ , 在下列四个不等式: ①  $5^{-x} < 5^x < 0.5^x$ ; ②  $0.5^x < 5^{-x} < 5^x$  ;

③  $5^x < 5^{-x} < 0.5^x$ ; ④  $5^x < 0.5^x < 5^{-x}$  中, 成立的是(填正确序号) ▲ .

13、已知函数  $f(x), g(x)$  分别由下表给出:

x	1	2	3
f(x)	1	3	1

x	1	2	3
g(x)	3	2	1

则  $f[g(1)]$  的值 ▲; 不等式  $f[g(x)] > g[f(x)]$  的解为 ▲.

14、下列几个命题:

①方程  $x^2 + (a-3)x + a = 0$  有一个正实根, 一个负实根, 则  $a < 0$ ;

②函数  $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$  是偶函数, 但不是奇函数;

③函数  $f(x)$  的值域是  $[-2, 2]$ , 则函数  $f(x+1)$  的值域为  $[-3, 1]$ ;

④函数  $f(x)$  的定义域为  $[-2, 4]$ , 则函数  $f(3x-4)$  的定义域是  $[-10, 8]$ ,

其中正确的有 ▲.

二. 解答题、证明题: (15, 16, 17 三题每题 14 分, 18, 19, 20 三题每题 16 分, 共 90 分)。

15、(1) 已知  $P = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $Q = \{x \mid ax - 2 = 0\}$ ,  $Q \subseteq P$ , 求  $a$  的值.

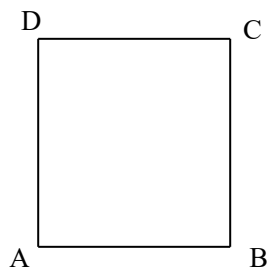
(2) 已知  $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m+5\}$ ,  $B \subseteq A$ , 求  $m$  的取值范围.

---

16、已知函数  $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$  (1) 试求  $f(a) + f(1-a)$  的值.

(2) 求  $f(\frac{1}{100}) + f(\frac{2}{100}) + f(\frac{3}{100}) + \cdots + f(\frac{99}{100})$  的值.

17、一动点 P 从边长为 1 的正方形 ABCD 的一个顶点 A 出发，沿着正方形的边界 ABCD 运动一周最后回到点 A，若点 P 运动的路程为 x，点 P 到点 A 的距离为 y，求 y 与 x 的函数关系式，并指出函数的定义域和值域。



18、已知函数  $f(x) = \frac{px^2 + 2}{q - 3x}$  是奇函数，且  $f(2) = -\frac{5}{3}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式；

---

(2) 判断函数  $f(x)$  在  $(0,1)$  上的单调性, 并加以证明.

19、求函数  $y = x^2 - ax + 2$  ( $a$  为常数)  $x \in [-1,1]$  的值域.

20、设非空集合  $S$  具有如下性质: ①元素都是正整数; ②若  $x \in S$ , 则  $10 - x \in S$ .

(1) 请你写出符合条件, 且分别含有一个、二个、三个元素的集合  $S$  各一个;

(2) 是否存在恰有 6 个元素的集合  $S$ ? 若存在, 写出所有的集合  $S$ ; 若不存在, 请说明理由;

(3) 由(1)、(2)的解答过程启发我们, 可以得出哪些关于集合  $S$  的一般性结论 (要求至少写出两个结论)?

注意：请把所有题目答案答在答题纸上，否则无效。

## 苏州中学高一第一学期第一次月考模拟数学试卷答案

1.  $-3$

2.  $[1,3) \cup (3,+\infty)$

3. ②

4. 6

5.  $[-2,7]$

6.  $g(x) = 2x - 1$

7.  $-5 < a < -4$  或  $(-5, -4)$

8.  $\frac{4}{13}$

9. 25

10.  $(0,1]$

11. 6

12. ④

13.  $\frac{1}{2}$  (2分); 2

14. ①

15、(1) 已知  $P = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $Q = \{x | ax - 2 = 0\}$ ,  $Q \subseteq P$ , 求  $a$  的值.

(2) 已知  $A = \{x | 2 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m+5\}$ ,  $B \subseteq A$ , 求  $m$  的取值范围.

15. 解: (1) 由已知得  $P = \{1, 2\}$ . 当  $a = 0$  时, 此时  $Q = \emptyset$ , 符合要求.....3 分

当  $a \neq 0$  时, 由  $\frac{2}{a} = 1$  得  $a = 2$ ; .....5 分

由  $\frac{2}{a} = 2$  得  $a = 1$ , 所以  $a$  的取值分别为 0、1、2 .....7 分

(2) ①当  $m+1 > 2m+5$  时  $B = \emptyset$ , 符合要求, 此时  $m < -4$  .....9 分

当  $B \neq \emptyset$  时,

②当  $m+1 = 2m+5$  时, 求得  $m = -4$ , 此时  $B = \{-3\}$ , 与  $B \subseteq A$  矛盾, 舍去;

.....11 分

③当  $m+1 < 2m+5$  由题意得  $\begin{cases} m+1 \geq 2 \\ 2m+5 \leq 3 \end{cases}$ , 解得  $m$  为  $\emptyset$ , .....13 分

综上所述, 所以  $m$  的取值范围是  $(-\infty, -4)$  .....14 分

16. 解析: (1)  $f(a) + f(1-a) = \frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^{1-a}}{4^{1-a} + 2} = \frac{4^a + 2}{4^a + 2} = 1$ ; .....7 分

(2). 由(1)知:  $f(a) + f(1-a) = 1$ ,

$$\therefore f\left(\frac{1}{100}\right)+f\left(\frac{2}{100}\right)+\cdots+f\left(\frac{99}{100}\right)$$

$$=\left[\left(f\left(\frac{1}{100}\right)+f\left(\frac{99}{100}\right)\right)+\left(f\left(\frac{2}{100}\right)+f\left(\frac{98}{100}\right)\right)+\cdots+\left(f\left(\frac{49}{100}\right)+f\left(\frac{51}{100}\right)\right)+f\left(\frac{50}{100}\right)\right]$$

.....12 分

$$=1+1+1+\cdots+1+f\left(\frac{1}{2}\right)=49+0.5=49.5 \quad \text{.....14 分}$$

17. **解析:** 设动点 P 按 A-B-C-D-A 的顺序沿正方形的边界运动一周, 则

$$\text{当 } 0 \leq x < 1 \text{ 时, } y = x, \quad \text{.....2 分}$$

$$\text{当 } 1 \leq x < 2 \text{ 时, } y = \sqrt{(x-1)^2+1}, \quad \text{.....4 分}$$

$$\text{当 } 2 \leq x < 3 \text{ 时, } y = \sqrt{(3-x)^2+1}, \quad \text{.....6 分}$$

$$\text{当 } 3 \leq x \leq 4 \text{ 时, } y = 4-x. \quad \text{.....8 分}$$

$$\therefore \text{所求函数关系式是 } y = \begin{cases} x, & (0 \leq x < 1) \\ \sqrt{(x-1)^2+1}, & (1 \leq x < 2) \\ \sqrt{(3-x)^2+1}, & (2 \leq x < 3) \\ 4-x, & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}, \quad \text{.....10 分}$$

函数的定义域为  $[0, 4]$ , .....12 分

值域为  $[0, \sqrt{2}]$  .....14 分

18. 解 (1)  $\because f(x)$  是奇函数,  $\therefore$  对定义域内的任意的  $x$ , 都有  $f(-x) = -f(x)$ ,

$$\text{即 } \frac{px^2+2}{q+3x} = -\frac{px^2+2}{q-3x}, \text{ 整理得: } q+3x = -q+3x \quad \therefore q=0 \quad \text{.....3 分}$$

$$\text{又 } \because f(2) = -\frac{5}{3}, \therefore f(2) = \frac{4p+2}{-6} = -\frac{5}{3}, \quad \text{解得 } p=2$$

$$\therefore \text{所求解析式为 } f(x) = \frac{2x^2+2}{-3x} \quad \text{.....6 分}$$

(2) 由 (1) 可得  $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{-3x} = -\frac{2}{3}(x + \frac{1}{x})$ ,

设  $0 < x_1 < x_2 < 1$ , .....8 分

则由于  $f(x_1) - f(x_2) = \frac{2}{3}[(x_2 + \frac{1}{x_2}) - (x_1 + \frac{1}{x_1})] = \frac{2}{3}[(x_2 - x_1) + (\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1})]$

$= \frac{2}{3}[(x_2 - x_1) + \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2}] = \frac{2}{3}(x_1 - x_2)(\frac{1}{x_1 x_2} - 1) = \frac{2}{3}(x_1 - x_2) \times \frac{1 - x_1 x_2}{x_1 x_2}$

因此, 当  $0 < x_1 < x_2 \leq 1$  时,  $0 < x_1 x_2 < 1$ ,

工协作从而得到  $f(x_1) - f(x_2) < 0$  即,  $f(x_1) < f(x_2)$  .....14 分

$\therefore (0,1]$  是  $f(x)$  的递增区间. ....16 分

19.解:  $\because$  函数的对称轴  $x = \frac{a}{2}$  (不定)

要对称轴进行讨论

(1)  $\therefore$  当  $\frac{a}{2} > 1$  时, 即  $a > 2$  时

$x = 1$  时,  $y_{\min} = 3 - a$

$x = -1$  时,  $y_{\max} = 3 + a$

则值域  $[3 - a, 3 + a]$  .....4 分

(2) 当  $0 < \frac{a}{2} \leq 1$  时, 值域  $[2 - \frac{a^2}{4}, 3 - a]$  .....8 分

(3) 当  $-1 \leq \frac{a}{2} \leq 0$  时, 值域  $[2 - \frac{a^2}{4}, 3 + a]$  .....12 分

(4) 当  $\frac{a}{2} < -1$  时, 即  $a < -2$  时, 值域  $[3 + a, 3 - a]$  .....16 分

20. 解析: (1) 一个:  $\{5\}$  二个:  $\{1, 9\}$  等 三个:  $\{1, 5, 9\}$  等 .....3 分

(2) 存在。 一共有四个

---

$S = \{1,2,3,7,8,9\}$  或  $S = \{1,2,4,6,8,9\}$  或  $S = \{1,3,4,6,7,9\}$  或  $S = \{2,3,4,6,7,8\}$

.....11 分

(说明:写对一个得 2 分)

(3). 例如: ①  $s \subseteq \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ;

② 若  $5 \in s$ , 则  $s$  中的元素个数为奇数个,

若  $5 \notin s$ , 则  $s$  中的元素个数为偶数个;

③ 符合题意的  $S$  共有 31 个。 等等

.....16 分

(说明:写对一条得 3 分, 若写出其它合理答案可参照给分)。