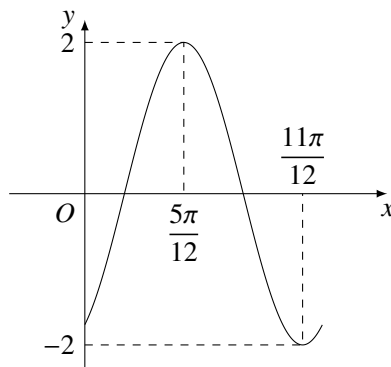


六盘水市第三中学高三 17 班期末复习资料

1. 若 $\log_2 a + \log_{\frac{1}{2}} b = 2$, 则有 ()
 (A) $a = 2b$ (B) $b = 2a$ (C) $a = 4b$ (D) $b = 4a$
2. 已知直线 $x - y + m = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle OAB$ 为正三角形, 则实数 m 的值为 ()
 (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
3. 从编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的六个大小完全相同的小球中, 随机取出三个小球, 则恰有两个小球编号相邻的概率是 ()
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 1$, D 是 AC 边的中点, 则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的取值范围是 ()
 (A) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ (B) $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$ (C) $\left(-\frac{3}{4}, +\infty\right)$ (D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$
5. 已知 M 为曲线 $C: \begin{cases} x = 3 + \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 上的动点, 设 O 为原点, 则 $|OM|$ 的最大值是 ()
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
6. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是非零向量, 且 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线, 则 “ $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ ” 是 “ $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = |2\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ ” 的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
7. 函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 ω, φ 的值分别是 ()



- (A) $2, -\frac{\pi}{3}$ (B) $2, -\frac{\pi}{6}$ (C) $4, -\frac{\pi}{6}$ (D) $4, \frac{\pi}{3}$
8. 以角 θ 的顶点为坐标原点, 始边为 x 轴的非负半轴, 建立平面直角坐标系, 角 θ 终点过点 $P(2, 4)$, 则 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()
 (A) $-\frac{1}{3}$ (B) -3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) 3

9. 实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - 1 \geq 0, \\ x + y - 1 \geq 0, \\ x - y + 1 \geq 0. \end{cases}$ 则 $2x - y$ 的取值范围是 ()

- (A) $[0, 2]$ (B) $(-\infty, 0]$ (C) $[-1, 2]$ (D) $[0, +\infty)$

10. 已知函数 $f(x) = \sin(x + \varphi)$ 的图象记为曲线 C , 则 “ $f(0) = f(\pi)$ ” 是 “曲线 C 关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称” 的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

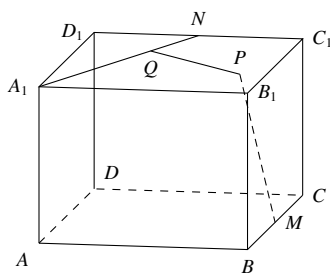
11. “ $m > 10$ ” 是 “方程 $\frac{x^2}{m-10} + \frac{y^2}{m-8} = 1$ 表示双曲线” 的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 已知点 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 K 为 F 关于原点的对称点, 点 M 在抛物线 C 上, 则下列说法错误的是 ()

- (A) 使得 $\triangle MFK$ 为等腰三角形的点 M 有且仅有 4 个
(B) 使得 $\triangle MFK$ 为直角三角形的点 M 有且仅有 4 个
(C) 使得 $\angle MKF = \frac{\pi}{4}$ 的点 M 有且仅有 4 个
(D) 使得 $\angle MKF = \frac{\pi}{6}$ 的点 M 有且仅有 4 个

13. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M, N 分别是棱 BC, C_1D_1 的中点, 点 P 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内, 点 Q 在线段 A_1N 上. 若 $PM = \sqrt{5}$, 则 PQ 长度的最小值是 ()



- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{5}}{5} - 1$ (D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

14. 现有 n 个小球, 甲、乙两位同学轮流且不放回抓球, 每次最少抓 1 个球, 最多抓 3 个球, 规定谁先抓到最后一个球谁赢. 如果甲先抓, 那么以下推断正确的是 ()

- (A) 若 $n = 4$, 则甲有必赢的策略 (B) 若 $n = 6$, 则乙有必赢的策略
(C) 若 $n = 9$, 则甲有必赢的策略 (D) 若 $n = 11$, 则乙有必赢的策略

15. 已知 A, B 是函数 $y = 2^x$ 的图象上的相异两点, 若点 A, B 到直线 $y = \frac{1}{2}$ 的距离相等, 则点 A, B 的横坐标之和的取值范围是 ()

- (A) $(-\infty, -1)$ (B) $(-\infty, -2)$ (C) $(-\infty, -3)$ (D) $(-\infty, -4)$

16. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ x(2-x), & x > 0 \end{cases}$ 的最大值为_____；若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = k(x-1)$ 有且只有一个公共点，则实数 k 的取值范围是_____.

17. 若 $a = \ln \frac{1}{2}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.8}$, $c = 2^{\frac{1}{3}}$, 则 a, b, c 的大小关系是_____.

18. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 若 $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^5$ 的二项展开式中 x^7 的系数为 -10 , 则 $a =$ _____.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, H 为 BC 上异于 B, C 的任一点, M 为 AH 的中点, 若 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu =$ _____.

20. 若集合 $\{a, b, c, d\} = \{1, 2, 3, 4\}$, 且下列四个关系:

① $a = 1$ ② $b \neq 1$ ③ $c = 2$, ④ $d \neq 4$ 有且只有一个是正确的.

请写出满足上述条件的一个有序数组 $(a, b, c, d) =$ _____；符合条件的所有有序数组 (a, b, c, d) 的个数是_____.

21. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $4\sqrt{2}$, 点 M 是棱 BC 的中点, 点 P 在底面 $ABCD$ 内, 点 Q 在线段 A_1C_1 上, 若 $PM = 1$, 则 PQ 的长度的最小值为_____.

22. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的顶点为 O , 经过抛物线 C 的焦点且垂直于 x 轴的直线和抛物线 C 交于 A, B 两点, 则 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| =$ _____.

23. 已知 $(5x-1)^n$ 展开式中, 各项系数的和与各项二项式系数的和之比为 $64:1$, 则 $n =$ _____.

24. 已知点 $M(x, y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases} x-1 \leq 0, \\ x+y-1 \geq 0, \\ x-y+1 \geq 0. \end{cases}$ 设 O 为原点, 则 $|OM|$ 的最小值是_____.

25. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x > a, \\ -x, & x \leq a. \end{cases}$ 当 $a = 0$ 时, $f(x)$ 的值域为_____；当 $f(x)$ 有两个不同的零点时, 实数 a 的取值范围是_____.

26. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -x \leq x \leq c, \\ \frac{1}{x}, & c < x \leq 3. \end{cases}$ 若 $c = 0$, 则 $f(x)$ 的值域是_____；若 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\frac{1}{4}, 2\right]$, 则实数 c 的取值范围是_____.

27. 对任意实数 k , 定义集合 $D_k = \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} x-y+2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 0, x, y \in \mathbf{R} \\ kx-y \leq 0 \end{cases} \right. \right\}$.

①若集合 D_k 表示的平面区域是一个三角形, 则实数 k 的取值范围是_____；

②当 $k = 0$ 时, 若对任意的 $(x, y) \in D_0$, 有 $y \geq a(x+3) - 1$ 恒成立, 且存在 $(x, y) \in D_0$, 使得 $x - y \leq a$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

28. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 = 5, S_3 = a_7$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 S_n

29. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列, 且 $a_2 + 6$ 是 a_1 和 a_3 的等差中项.

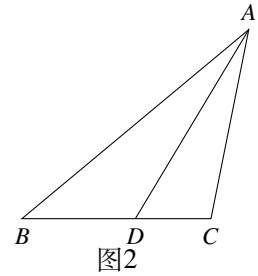
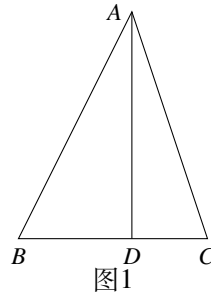
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n , 求 T_n 的最大值.

30. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为边 BC 上一点, $AD = 6$, $BD = 3$, $DC = 2$.

(1) 若 $\angle ADB = \frac{\pi}{2}$, 求 $\angle BAC$ 的大小;

(2) 若 $\angle ADB = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



31. 已知函数 $f(x) = \cos 2x \cdot \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求函数 $f(x)$ 的值域.

32. 已知函数 $f(x) = 2 \sin^2 x - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

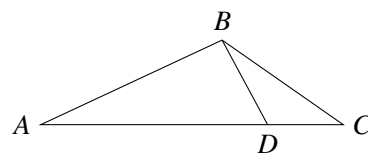
(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求证: 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $f(x) \geq -\frac{1}{2}$.

33. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AC 边上, 且 $AD = 3DC$, $AB = \sqrt{7}$, $\angle ADB = \frac{\pi}{3}$, $\angle C = \frac{\pi}{6}$.

(1) 求 DC 的值;

(2) $\tan \angle ABC$ 的值.



34. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $A(2, 0), B(0, 1)$ 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程及离心率;

(2) 设点 Q 在椭圆上, 试问直线 $x + y - 4 = 0$ 上是否存在点 P , 使得四边形 $PAQB$ 是平行四边形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.

35. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $A(2, 0)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 $y = kx + \sqrt{3}$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 若直线 $x = 3$ 上存在点 P , 使得四边形 $PAMN$ 是平行四边形, 求 k 的值.

36. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率等于 $\frac{1}{2}$, $P(2, 3), Q(2, -3)$ 是椭圆 C 上的两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) A, B 是椭圆 C 上位于直线 PQ 两侧的动点, 当 A, B 运动时, 满足 $\angle APQ = \angle BPQ$, 试问直线 AB 的斜率是否为定值? 如果为定值, 请求出此定值, 如果不是定值, 说明理由.

37. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3m} + \frac{y^2}{m} = 1$, 直线 $l: x + y - 2 = 0$ 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点, 与 x 轴交于点 B , 点 P, Q 与点 B 不重合.

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 当 $S_{\triangle OPQ} = 2$ 时, 求椭圆 C 的方程;

(3) 过原点 O 作直线 l 的垂线, 垂足为 N , 若 $|PN| = \lambda |BQ|$, 求 λ 的值.

38. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $B(0, \sqrt{3})$ 在椭圆 C 上, $\triangle F_1BF_2$ 是等边三角形.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 点 A 在椭圆 C 上, 线段 AF_1 与线段 BF_2 交于点 M , 若 $\triangle MF_1F_2$ 与 $\triangle AF_1F_2$ 的面积之比为 $2:3$, 求点 M 的坐标.

39. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点 $F(1, 0)$ 与短轴两个端点的连线互相垂直.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设点 Q 为椭圆 C 上一点, 过原点 O 且垂直于 QF 的直线与直线 $y = 2$ 交于点 P , 求 $\triangle OPQ$ 面积 S 的最小值.

40. 已知函数 $f(x) = x^2 \ln x - 2x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 求证: 存在唯一的 $x_0 \in (1, 2)$, 使得曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率为 $f(2) - f(1)$;
- (3) 比较 $f(1.01)$ 与 -2.01 的大小, 并加以证明.

41. 已知函数 $f(x) = e^{ax} \cdot \sin x - 1$, 其中 $a > 0$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 证明: $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上恰有 2 个零点.

42. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln(x-a)}{x}$.

(1) 若 $a = 1$, 确定函数 $f(x)$ 的零点;

(2) 若 $a = -1$, 证明: 函数 $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的减函数;

(3) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x - y = 0$ 平行, 求 a 的值.

43. 已知函数 $f(x) = (x-1)e^x + ax^2$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 求证: “ $a < 0$ ” 是 “函数 $f(x)$ 有且仅有一个零点” 的充分不必要条件.