

芜湖一中 2020 级高一年级第一次月考试卷

高一数学试卷

第 I 卷（共 60 分）

一、选择题：（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分. 其中第 1-11 题为单选题、第 12 题为多选题.）

1. 设集合 $U = \{1,2,3,4,5\}$ ， $A = \{1,2,3\}$ ， $B = \{2,3,4\}$ ，则 $C_U(A \cap B) =$ （ ）

- A. $\{1,4,5\}$ B. $\{2,3\}$ C. $\{4,5\}$ D. $\{1,5\}$

解析：选 A.

2. 四边形 $ABCD$ 的两条对角线为 AC ， BD ，则“四边形 $ABCD$ 为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

解析：选 A.

3. 不等式 $(x+3)^2 < 1$ 的解集是（ ）

- A. $\{x | x > -2\}$ B. $\{x | x < -4\}$ C. $\{x | -4 < x < -2\}$ D. $\{x | -4 \leq x \leq -2\}$

解析：选 C.

4. 已知 $P: 4x - m < 0$ ， $q: 1 \leq 3 - x \leq 4$ ，若 p 是 q 的一个必要不充分条件，则实数 m 的取值范围为（ ）

- A. $\{m | m \geq 8\}$ B. $\{m | m > 8\}$ C. $\{m | m > -4\}$ D. $\{m | m \geq -4\}$

解析：选 B.

5. 若 $M = 3x^2 - x + 1$ ， $N = 2x^2 + x - 1$ ，则 M 与 N 的大小关系为（ ）

- A. $M > N$ B. $M = N$ C. $M < N$ D. 随 x 值变化而变化

解析：选 A.

6. 若 $0 < x < 2$ ，则当 $y = x(4 - 3x)$ 取得最大值时， x 的值为（ ）

- A. 1 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

解析：选 D.

7. 对于任意实数 a ， b ， c ， d ，下列四个命题中：

- ①若 $a > b$ ， $c \neq 0$ ，则 $ac > bc$ ；②若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$ ；③若 $ac^2 > bc^2$ ，则 $a > b$ ；④若 $a > b$ ， $c > d$ ，

则 $ac > bc$. 其中真命题的个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解析：选 A.

8. 若 $a < b < 0$ ，则下列结论中不恒成立的是（ ）

- A. $|a| > |b|$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a^2 + b^2 > 2ab$ D. $a + b > -2\sqrt{ab}$

解析：选 D.

9. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 \leq 0\}$ ， $B = \{x | \frac{x+1}{x-2} \geq 0\}$ ，则 $A \cap (C_R B) =$ （ ）

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 < x < 1\}$ C. $\{x | -1 < x \leq 2\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 1\}$

解析：选 D.

10. 已知不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$ ，则不等式 $2x^2 + bx + a < 0$ 的解集为（ ）

- A. $\{x | -1 < x < \frac{1}{2}\}$ B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$
C. $\{x | -2 < x < 1\}$ D. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$

解析：选 A.

11. 已知 $x \geq \frac{5}{2}$ ，则 $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ 有（ ）

- A. 最大值 $\frac{7}{2}$ B. 最小值 $\frac{7}{2}$ C. 最大值 3 D. 最小值 3

解析：选 D.

12. （多选题）下列各结论：①“ $xy > 0$ ”是“ $\frac{x}{y} > 0$ ”的充要条件；②“ $x > 1$ ”是“ $\frac{1}{x} < 1$ ”的充要条件；③

“ $a = b$ ”是“ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ”的充分不必要条件；④“二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象过点 $(1,0)$ ”是“ $a + b + c = 0$ ”

的充要条件. 其中正确的结论有（ ）

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

解析：选 ACD .

第 II 卷（共 90 分）

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

13. 设集合 $\{x \mid x^2 + 2x + a = 0\}$ 有且只有两个子集，则 $a =$ _____.

解析： $a = 1$.

14. 已知命题 $p: “\exists x \in R, 2x^2 + (a-1)x + \frac{1}{2} \leq 0”$ ，则 p 的否定形式是：_____.

解析： $\forall x \in R, 2x^2 + (a-1)x + \frac{1}{2} > 0$.

15. 已知 $a > b$ ， $ab = 2$ ，则 $\frac{a^2 + b^2}{a - b}$ 的最小值为_____.

解析： 4 .

16. 已知 $x > 0$ ， $y > 0$ ，若 $\frac{2y}{x} + \frac{8x}{y} > m^2 + 2m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是_____.

解析： $-4 < m < 2$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （10 分）已知集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ ， $B = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ ， $C = \{x \mid m - 2 \leq x \leq m + 2\}$.

（1）求 $A \cap B$ ， $C_R(A \cap B)$ ；

（2）若 $A \subseteq C_R C$ ，求实数 m 的取值范围.

解析：（1）由题意可得， $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x < 0 \text{ 或 } 2 < x \leq 3\}$ ，

$C_R(A \cap B) = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } 0 \leq x \leq 2 \text{ 或 } x > 3\}$ ；

（2）由题意可得， $C_R C = \{x \mid x < m - 2 \text{ 或 } x > m + 2\}$ ，

①当 $m - 2 > 3 \Rightarrow m > 5$ ， ②当 $-1 > m + 2 \Rightarrow m < -3$ ，

所以 m 的取值范围为 $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$.

18. （12 分）已知正数 x ， y 满足 $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} = 1$.

（1）求 xy 的最小值；

（2）求 $x + 2y$ 的最小值.

解析：（1）由题意可得， xy 的最小值为 36；

（2） $x + 2y$ 的最小值为 $19 + 6\sqrt{2}$.

19. （12 分）已知关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+1)x + b < 0$.

（1）若不等式的解集是 $\{x \mid 1 < x < 5\}$ ，求 $a + b$ 的值；

（2）若 $a > 0$ ， $b = 1$ ，求此不等式的解集.

解析：（1）由题意可得， $a = \frac{1}{5}$ ， $b = 1$ ，所以 $a + b = \frac{6}{5}$ ；

（2）当 $a > 1$ 时，原不等式的解集为 $\{x \mid \frac{1}{a} < x < 1\}$ ，

当 $a = 1$ 时，原不等式的解集为 \emptyset ，

当 $0 < a < 1$ 时，原不等式的解集为 $\{x \mid 1 < x < \frac{1}{a}\}$.

20. （12 分）某镇计划建造一个室内面积为 $800m^2$ 的矩形蔬菜温室. 在温室内，沿左、右两侧与后侧内墙各保留 $1m$ 宽的通道，沿前侧内墙保留 $3m$ 宽的空地. 当矩形温室的边长各为多少时，蔬菜的种植面积最大？最大种植面积是多少？

解析：设矩形温室的左侧边长为 $a m$ ，后侧边长为 $b m$ ，蔬菜的种植面积为 $S m^2$ ，则 $ab = 800$ ，

所以 $S = (a - 4)(b - 2) = ab - 4b - 2a + 8 = 808 - 2(a + 2b) \leq 808 - 4\sqrt{2ab} = 648$ ，

当且仅当 $a = 2b$ ，即 $a = 40$ ， $b = 20$ 时等号成立，则 $S_{\text{最大值}} = 648$ ，

故当矩形温室的左侧边长为 $40 m$ ，后侧边长为 $20 m$ 时，蔬菜的种植面积最大，最大面积为 $648 m^2$.

21. (12 分) 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 5 = 0\}$.

(1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

解析: (1) 由题意可得, a 的值为 -1 或 -3 ;

(2) 由题意可得, $a \leq -3$.

22. (12 分) 已知命题: “ $\forall x \in \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, 都有不等式 $x^2 - x - m < 0$ 成立” 是真命题.

(1) 求实数 m 的取值范围 B ;

(2) 设不等式 $(x-3a)(x-a-2) < 0$ 的解集为 A , 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

解析: (1) 由题意可得, m 的取值范围为 $m > 2$,

(2) 由题意可得, a 的取值范围为 $[\frac{2}{3}, +\infty)$.