

- A.  $[-1, 0]$       B.  $(3, 4)$       C.  $[-1, 0] \cup (3, 4)$       D.  $(-1, 0) \cup [3, 4]$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对得 3 分，有选错得 0 分。

9、下列命题为真命题的是 ( )

A.若  $a > b, c < d$ ，则  $a - c > b - d$  B.若  $a > b > 0, c < d < 0$ ，则  $ac > bd$

C.若  $a > b > 0$ ，则  $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$  D.若  $a > b > c > 0$ ，则  $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

10、下列命题

A.点  $P$  到圆心  $O$  的距离大于圆的半径是点  $P$  在圆  $O$  外的充要条件

B.两个三角形的面积相等是这两个三角形全等的充分不必要条件

C. $A \cap B \neq B$  是  $B \subseteq A$  的必要不充分条件

D. $x$  或  $y$  为有理数是  $xy$  为有理数的既不充分又不必要条件

其中真命题的是 ( )

11、已知不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集是  $\{x | 3 < x < 4\}$ ，则下列结论正确的是 ( )

A.不等式  $ax^2 - bx + c > 0$  的解集是  $\{x | -4 < x < -3\}$

B.不等式  $cx^2 - bx + a > 0$  的解集是  $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < -\frac{1}{4}\right\}$

C.不等式  $cx^2 - bx + a > 0$  的解集是  $\left\{x \mid x < -\frac{1}{3} \text{ 或 } x > -\frac{1}{4}\right\}$

D.不等式  $cx^2 + bx + a > 0$  的解集是  $\left\{x \mid \frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}\right\}$

12、某公司一年购买某种货物 900 吨，现分次购买，若每次购买  $x$  吨，运费为 9 万元/次，一年的总存储费用为  $4x$  万元。要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则下列说法正确的是 ( )

A.  $x = 10$  时取最小值 B.  $x = 45$  时最小值 C. 最小值为 850 万元 D. 最小值为 360 万元

三、填空题：本小题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13、因式分解  $2x^2 - xy - 3y^2 =$  \_\_\_\_\_

14、已知命题  $\forall x \in R, x^2 + ax + 1 > 0$  是假命题，则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_

15、某种杂志原以每本 2.5 元的价格销售，可以售出 8 万本。据市场调查，杂志的单价每提高 0.1 元，销售额就可能减少 2000 本，要使提价后的销售总收入不低于 20 万元，则定价的最大值为 \_\_\_\_\_

16、已知集合  $A, B$ ，定义集合  $A$  与  $B$  的一样运算  $A \otimes B$ ，其结果如下表所示：

$A$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{-1, 1\}$	$\{-1, 3\}$	$\{-1, 0, 1\}$
$B$	$\{2, 3, 5\}$	$\{-1, 1\}$	$\{-2, -1, 0, 2\}$	$\{-2, -1, 0, 1\}$
$A \otimes B$	$\{1, 4, 5\}$	$\emptyset$	$\{-2, 0, 2, 3\}$	$\{-2\}$

按照上述定义，若  $M = [-1, 1], N = (0, 2)$ ，则  $M \otimes N =$  \_\_\_\_\_

四、解答题：本小题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题 10 分)

已知全集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{1, 3, 4\}$ 。

(1) 求  $A \cap B$ ， $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ ；

(2) 集合  $C$  满足  $(A \cap B) \subseteq C \subseteq (A \cup B)$ ，请写出所有满足条件的集合  $C$ 。

18. (本小题 12 分)

已知集合  $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x \mid x^2 - 2mx + m^2 - 1 \leq 0\}$ 。

(1) 命题  $p: x \in A$ ，命题  $q: x \in B$ ，且  $p$  是  $q$  的必要非充分条件，求实数  $m$  的取值范围；

(2) 若  $\forall x \in A$ ，都有  $x^2 + m \geq 4 + 3x$ ，求实数  $m$  的取值范围。

19. (本小题 12 分)

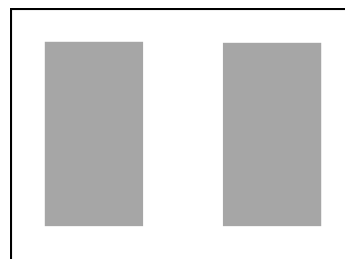
已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像与  $x$  轴交于点  $(1, 0)$  和  $(2, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $(0, 2)$ 。

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 若  $x \in [1, +\infty)$  时， $y \leq 2x^2 - (t+3)x + 6$  恒成立，求实数  $t$  的取值范围。

20. (本小题 12 分)

要设计一张矩形广告，该广告含有左、右全等的两个矩形栏目（即图中阴影部分），这两栏的面积之和为 200，四周空白的宽度为 2，两栏之间的中缝空白的宽度为 4。请设计广告的长与宽的尺寸，使矩形广告面积最小，并求出最小值。



21. (本小题 12 分)

在 ①  $A \cup B = B$ ，②  $A \cap B \neq \emptyset$ ，③  $B \subseteq \complement_{\mathbf{R}} A$  这三个条件中任选一个，补充在下面问题中．若问题中的实数  $a$  存在，求实数  $a$  的取值范围；若不存在，说明理由．

问题：已知集合  $A = \{x | (x+2)(x-a) < 0, x \in \mathbf{R}\}$ ， $B = \left\{x \left| \frac{x+2}{x-2} \leq 0, x \in \mathbf{R} \right.\right\}$ ，是否存在实数  $a$ ，使得\_\_\_\_\_成立．

22. (本小题 12 分)

汽车“定速巡航”技术是用于控制汽车的定速行驶，当汽车被设定为定速巡航状态时，电脑根据道路状况和汽车的行驶阻力自动控制供油量，使汽车始终保持在所设定的车速行驶，而无需司机操纵油门，从而减轻疲劳，促进安全，节省燃料. 某汽车公司为测量某型号汽车定速巡航状态下的油耗情况，选择一段长度为  $240\text{km}$  的平坦高速路段进行测试. 经多次测试得到一辆汽车每小时耗油量  $F$ （单位： $L$ ）与速度  $v$ （单位： $\text{km}/h$ ）( $0 \leq v \leq 120$ ) 的下列数据：

$v$	0	40	60	80	120
$F$	0	$\frac{20}{3}$	$\frac{65}{8}$	10	20

为了描述汽车每小时耗油量与速度的关系，经计算机拟合，选用函数模型  $F = av^3 + bv^2 + cv$ .

- (1) 请选出你认为最符合实际的函数模型，并求出相应的函数解析式.
- (2) 这辆车在该测试路段上以什么速度行驶才能使总耗油量最少？

2020-2021 中华中学高一秋上第一月考试卷解析

一、单选（共 8 题，每题 5 分，合计 40 分）

1、C

2、B

3、B

4、B

5、C

6、B

7、B

8、C

二、多选（共 4 题，每题 5 分，合计 20 分）

9、ACD

10、AD

11、ABD

12、BD

三、填空（共 4 题，每题 5 分，合计 20 分）

13、 $(2x-3y)(x+y)$

14、 $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

15、4

16、 $[-1, 0] \cup (1, 2)$

四、解答题（共 6 题，第 17 题 10 分，18-22 题各 12 分，合计 70 分）

17、

(1) 因为  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 3, 4\}$ , 由交并补定义, 得

$A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $\complement_U A = \{0, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $\complement_U B = \{0, 2, 5, 6, 7\}$ , 从而

$$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{0, 5, 6, 7\},$$

或  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 由摩根定律, 得,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B) = \{0, 5, 6, 7\}$ .

(2)由(1)知,  $A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 由题意可知,  $A \cap B$  是集合  $C$  的子集, 并且集合  $C$  是  $A \cup B$  的子集, 可得, 满足条件的集合  $C$  有  $\{1, 3\}$ ,  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{1, 3, 4\}$ ,  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

18、

(1)本题中集合  $A$  已知, 先解一元二次不等式, 求出集合  $B$ , 可利用因式分解求解不等式

$$x^2 - 2m + m^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow [x - (m-1)][x - (m+1)] \leq 0 \Rightarrow m-1 \leq x \leq m+1, \text{ 即}$$

$$B = \{x | m-1 \leq x \leq m+1\}.$$

因为  $p$  是  $q$  的必要不充分条件, 所以  $q$  是  $p$  的充分不必要条件, 得,  $B \subsetneq A$

由于  $m-1 = -1$  和  $m+1 = 2$  不可能同时成立, 故, 得

$$\begin{cases} m-1 \geq -1 \\ m+1 \leq 2 \end{cases} \Rightarrow m \in [0, 1].$$

(2)由题意知, 对  $\forall x \in A$ ,  $x^2 + m \geq 4 + 3x$  恒成立, 即  $\forall x \in A$ ,  $-x^2 + 3x + 4 \leq m$  恒成立

只需求出  $-x^2 + 3x + 4$  ( $-1 \leq x \leq 2$ ) 的最大值即可, 将其看成关于  $x$  的二次函数, 开口向下的

二次函数在顶点处  $x = \frac{3}{2}$  取得最大值, 得最大值为  $\frac{9}{2} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4}$ , 即  $m \in \left[\frac{25}{4}, +\infty\right)$ .

19、

$$(1) \text{ 根据题意可以把点 } (1,0), (2,0), (0,2) \text{ 分别代入 } y = ax^2 + bx + c, \text{ 得 } \begin{cases} a+b+c=0 \\ 4a+2b+c=0 \\ c=2 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=2 \end{cases}, \text{ 所以二次函数解析式为 } y = x^2 - 3x + 2$$

(2) 当  $x \in [1, +\infty)$  时, 不等式  $y \leq 2x^2 - (t+3)x + 6$  恒成立, 即  $x^2 - 3x + 2 \leq 2x^2 - (t+3)x + 6$

恒成立, 即  $t \leq x + \frac{4}{x}$  恒成立,

则  $x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{4} = 4$ , 当且仅当  $x = 2$  时等号成立, 则  $t \leq 4$ .

20、

解：设矩形栏目的长为  $a$ ，宽为  $b$ ， $ab=100$  ①

广告的宽为  $a+4$ ，长为  $2b+8$ ，其中  $a>0, b>0$

$$\begin{aligned} \text{广告的面积 } S &= (a+4)(2b+8) \\ &= 2ab + 8a + 8b + 32 \\ &= 232 + 8(a+b) \\ &\geq 232 + 8 \cdot 2\sqrt{ab} \\ &= 392 \end{aligned}$$

当且仅当  $a=b$  时等号成立，代入①式得  $a=b=10$ ，此时  $S$  取得最小值 252，故广告的宽为 14，长为 28 时，可使广告面积最小，最小值为 392.

21、

解：对集合  $A$  进行讨论，解方程  $(x+2)(x-a)=0$ ， $x_1=-2, x_2=a$

1°若  $a>-2$ ， $A=\{x|-2<x<a\}$

2°若  $a=-2$ ， $A=\emptyset$

3°若  $a<-2$ ， $A=\{x|a<x<-2\}$

解集合  $B=\{x|-2\leq x<2\}$

如果选条件①，即  $A\cup B=B$ ，则集合  $A$  是集合  $B$  的子集，

1°若  $A=\emptyset$ ，即  $a=-2$ ，此时  $A\subseteq B$ ，符合；

2°若  $A\neq\emptyset$ ，即  $a\neq-2$ ，若要  $A\subseteq B$ ，可以求得  $-2<a\leq 2$ ；

综上， $a$  的取值范围为  $[-2, 2]$ .

如果选条件②，即  $A\cap B\neq\emptyset$ ，则集合  $A$  与集合  $B$  的交集不为空集，

1°若  $A=\emptyset$ ，即  $a=-2$ ，此时  $A\cap B=\emptyset$ ，矛盾，舍去；

2°若  $A\neq\emptyset$ ，即  $a\neq-2$ ，若要  $A\cap B\neq\emptyset$ ，可以求得  $a>-2$ ；

综上， $a$  的取值范围为  $(-2, +\infty)$ .

如果选条件③，即  $B\subseteq \complement_{\mathbf{R}} A$ ，则  $A\cap B=\emptyset$ ，

1°若  $A=\emptyset$ ，即  $a=-2$ ，此时  $A\cap B=\emptyset$ ，符合；

2°若  $A\neq\emptyset$ ，即  $a\neq-2$ ，若要  $A\cap B=\emptyset$ ，可以求得  $a<-2$ ；

综上， $a$  的取值范围为  $(-\infty, -2]$ .



22、

解： (1) 由已知数据得：  $40(40^2a + 40b + c) = \frac{20}{3}$  ,  $60(60^2a + 60b + c) = \frac{65}{8}$  ,

$$80(80^2a + 80b + c) = 10 ,$$

解得  $a = \frac{1}{38400}$  ,  $b = -\frac{1}{240}$  ,  $c = \frac{7}{24}$  .

所以,  $F(v) = \frac{1}{38400}v^3 - \frac{1}{240}v^2 + \frac{7}{24}v (0 \leq v \leq 120)$  .

(2) 设这辆车在该测试路段的总耗油量为  $y$  , 行驶时间为  $t$  , 由题意得:

$$y = F \cdot t = \left( \frac{1}{38400}v^3 - \frac{1}{240}v^2 + \frac{7}{24}v \right) \cdot \frac{240}{v} = \frac{1}{160}v^2 - v + 70 = \frac{1}{160}(v - 80)^2 + 30 ,$$

因为  $0 \leq v \leq 120$  , 所以, 当  $v = 80$  时,  $y$  有最小值 30.

所以, 这辆车在该测试路段上以  $80 \text{ km/h}$  的速度行驶时总耗油量最少, 最少为  $30 \text{ L}$  .