南航苏州附中2020-2021学年自主学习质量监测试题卷

高一数学

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知$a=4$，$A=\{x\mid x\geqslant 3\}$，则以下选项中正确的是(　　)

A．$a\notin A$　　B．$a\in A$　　C．$\{a\}=A$　　D．$a\notin\{a\}$

2．若$U=\{1，2，3，4，5，6，7，8\}$，$A=\{1，2，3\}$，$B=\{5，6，7\}$，则$(C_UA)\bigcap(C_UB)=($　　$)$

A．$\{4，8\}$　　B．$\{2，4，6，8\}$

C．$\{1，3，5，7\}$　　D．$\{1，2，3，5，6，7\}$

3．$f(x)$与$g(x)$表示同一函数的是(　　)

A．$f(x)=x^2$，$g(x)=\sqrt{x^2}$　　B．$f(x)=1$，$g(x)=(x-1)^0$

C．$f(x)=\dfrac{x^2-9}{x+3}$，$g(x)=x-3$　　D．$f(x)=\dfrac{(\sqrt{x})^2}{x},g(x)=\dfrac{x}{(\sqrt{x})^2}$

4．命题p:“$\forall x\in R$，$x^2+2x+1>0$”的否定是(　　)

A．$\forall x\in R$，$x^2+2x+1\leq 0$　　B．$\exists x\in R$，使得$x^2+2x+1\leq 0$

C．$\exists x\in R$，使得$x^2+2x+1>0$　　D．$\exists x\in R$，$x^2+2x+1<0$

5．若正数x，y满足$\dfrac{1}{y}+\dfrac{3}{x}=1$，则$3x+4y$的最小值是(　　)

A．24　　B．28　　C．25　　D．26

6．某班46名学生中，有围棋爱好者22人，足球爱好者27人，同时爱好这两项运动的人数为x人，最少人数为y人，则$x-y=($　　$)$

A．21　　B．21　　C．20　　D．19

7．设$x\in R$，则“$x^2-5x<0$”是“$|x-1|<1$”的(　　)

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．关于x的不等式$(a-2)x^2+2(a-2)x-4\geqslant 0$的解集为$\varnothing$，则实数$a$的取值范围是(　　)

A．$(-2，2]$　　B．$(-2,2)$　　C．$[-2，2)$　　D．$[-2，2]$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分.

9．设全集$U=\{0，1，2，3，4\}$，集合$A=\{0，1，4\}$，$B=\{0，1，3\}$，则(　　)

A．$A\cap B=\{0，1\}$　　　　B．$C_UB=\{4\}$

C．$A\cup B=\{0，1，3，4\}$　　　　D．集合A的真子集个数为 8

10．下面命题正确的是(　　)

A．“$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件

B．命题“任意$x\in R$，则$x^2+x+1<0$”的否定是“存在$x\in R$，则$x^2+x+1\geqslant0$”．

C．设x，$y\in R$，则“$x\geqslant2$且$y\geqslant2$”是“$x^2+y^2\geqslant4$”的必要而不充分条件

D．设a，$b\in R$，则“$a\neq0$”是“$ab\neq0$”的必要不充分条件

11．使不等式$1+\frac{1}{x}>0$成立的一个充分不必要条件是(　　)

A．$x>2$　　B．$x\geqslant0$　　C．$x<-1$或$x>1$　　D．$-1<x<0$

12．设a，b均为正数，且$a+2b=1$，则下列结论正确的是(　　)

A．ab有最大值$\frac{1}{8}$　　　　B．$\sqrt{a}+\sqrt{2b}$有最大值$\sqrt{2}$

C．a^2+b^2有最小值$\frac{1}{5}$　　　　D．a^2-b^2有最小值$-\frac{1}{4}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.试题中包含两个空的，只答对 1 个给 3 分，全部答对 的给 5 分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

13．已知集合$A=\{1，3，\sqrt{m}\}$，$B=\{1，m\}$，$A\cup B=A$，则m的值为____.

14．函数$f(x)=\sqrt{x^2-2x+1}+\frac{(x+2)^0}{x-1}$的定义域是____.

15．函数$y=-2x+\sqrt{x+1}(-1\leqslant x\leqslant1)$的值域是____.

16．已知函数$f(x)=(x^2-x)(x^2+ax+b)$的图象关于直线$x=2$对称，则$a+b=$____，函数$y=f(x)$的最小值为____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x-6\leqslant 0\}$， $B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 3m-1\}$.

（1）当 $m=3$ 时，求 $A\cap B$ ；

（2）若 $B\subseteq A$，求实数 m 的取值集合 C .

▲　▲　▲

18．（1）求不等式解集：$\dfrac{2x+1}{x-2}\geqslant 1$；

（2）设 $x\geqslant 0$，求函数 $y=\dfrac{(x+2)(x+3)}{x+1}$ 的最小值.

▲　▲　▲

19．已知命题：“ $\exists x_0\in R$，使得 $x_0^2+mx_0+2m+5<0$ ” 为假命题.

（1）求实数 m 的取值集合 A ；

（2）设不等式 $(x-a+1)(x-1+2a)<0$ 的解集为集合 B ，若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

▲　▲　▲

20．已知定义在 R 上的函数 $f(x)=x^2+(x-2)a-3x+2$（其中 $a\in R$）.

（1）若关于 x 的不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $(-2,2)$，求实数 a 的值；

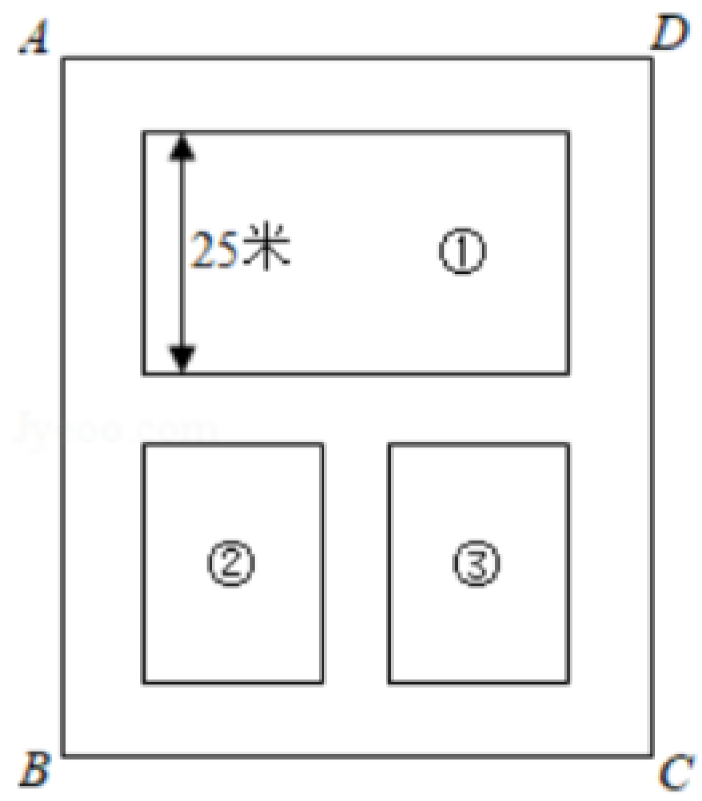
（2）若不等式 $f(x)-x+3\geqslant 0$ 对任意 $x>2$ 恒成立，求 a 的取值范围.

▲ ▲ ▲

21. 某市将举办 2020 年新年大型花卉展览活动，举办方将建一块占地 10000 平方米的矩形展览场地 $ABCD$，设计要求该场地的任何一边长度不得超过 200 米．场地中间设计三个矩形展览花圃①，②，③，其中花圃②与③是全等的矩形，每个花圃周围均是宽为 5 米的赏花路径．其中①号花圃的一边长度为 25 米，如图所示．设三个花圃占地总面积为 S 平方米，矩形展览场地的 BC 长为 x 米.

（1）试将 S 表示为 x 的函数，并写出定义域；

（2）问应该如何设计矩形场地的边长，使花圃占地总面积 S 取得最大值.



▲ ▲ ▲

22．设函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3$.

（1）若 $f(1)=3$，且 $a>0$，$b>0$，求 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值；

（2）若 $f(1)=2$，且 $f(x)>2$ 在 $(-1,1)$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围.

▲ ▲ ▲

南航苏州附中 2020-2021 学年自主学习质量监测高一数学

参考答案与试题解析

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	B	C	D	B	A

7．设 $x\in R$，则“$x^2-5x<0$”是“$|x-1|<1$”的(　　)

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【分析】充分、必要条件的定义结合不等式的解法可推结果

【解答】解：$\because x^2-5x<0$，$\therefore 0<x<5$，

$\because |x-1|<1$，$\therefore 0<x<2$，

$\because 0<x<5$ 推不出 $0<x<2$，

$0<x<2\Rightarrow 0<x<5$，

$\therefore 0<x<5$ 是 $0<x<2$ 的必要不充分条件，

即 $x^2-5x<0$ 是 $|x-1|<1$ 的必要不充分条件.

故选：B.

【点评】本题考查了充分必要条件，考查解不等式问题，是一道基础题.

8．关于 x 的不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4\geqslant 0$ 的解集为 $\varnothing$，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$(-2,\ 2]$　　B．$(-2,2)$　　C．$[-2,\ 2)$　　D．$[-2,\ 2]$

【分析】由题意可得 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 恒成立，可得 $\begin{cases}a-2<0\\ \triangle=4(a-2)^2+16(a-2)<0\end{cases}$，由此求得 实数 a 的取值范围.

【解答】解：$\because$ 关于 x 的不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4\geqslant 0$ 的解集为 $\varnothing$，即 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 恒成立.

当 $a-2=0$ 时，即 $a=2$ 时，不等式即 $-4<0$，显然满足条件.

当 $a-2\neq 0$ 时，应有 $\begin{cases}a-2<0\\ \triangle=4(a-2)^2+16(a-2)<0\end{cases}$，求得 $-2<a<2$，

综上，$-2<a\leqslant 2$，

故选：A．

【点评】本题主要考查函数的恒成立问题，二次函数的性质，属于基础题．

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分.

9	10	11	12
AC	ABD	AC	ABC

9．设全集$U=\{0，1，2，3，4\}$，集合$A=\{0，1，4\}$，$B=\{0，1，3\}$，则(　　)

A．$A\bigcap B=\{0，1\}$　　B．$C_UB=\{4\}$

C．$A\bigcup B=\{0，1，3，4\}$　　D．集合A的真子集个数为 8

【分析】根据集合的交集，补集，并集的定义分别进行判断即可．

【解答】解：$\because$全集$U=\{0，1，2，3，4\}$，集合$A=\{0，1，4\}$，$B=\{0，1，3\}$，

$\therefore A\bigcap B=\{0，1\}$，故$A$正确，

$C_UB=\{2，4\}$，故B错误，

$A\bigcup B=\{0，1，3，4\}$，故C正确，

集合A的真子集个数为$2^3-1=7$，故D错误

故选：AC．

【点评】本题主要考查集合的基本运算，结合集合的交集，补集，并集的定义是解决本题的关键．

10．下面命题正确的是(　　)

A．“$a>1$”是“$\dfrac{1}{a}<1$”的充分不必要条件

B．命题“任意$x\in R$，则$x^2+x+1<0$”的否定是“存在$x\in R$，则$x^2+x+1\geqslant 0$”．

C．设x，$y\in R$，则“$x\geqslant 2$且$y\geqslant 2$”是“$x^2+y^2\geqslant 4$”的必要而不充分条件

D．设a，$b\in R$，则“$a\neq 0$”是“$ab\neq 0$”的必要不充分条件

【分析】直接利用命题的否定和四个条件的应用求出结果．

【解答】解：对于选项A：“$a>1$”是“$\dfrac{1}{a}<1$”的必要不充分条件，故错误．

对于选项B：命题“任意$x\in R$，则$x^2+x+1<0$”的否定是“存在$x\in R$，则$x^2+x+1\geqslant 0$”．故正确．

对于选项C：设x，$y\in R$，则“$x\geqslant 2$且$y\geqslant 2$”是“$x^2+y^2\geqslant 4$”的充分而不必要条件，故错误．

对于选项D：设a，$b \in R$，则“$a \neq 0$”是“$ab \neq 0$”的必要不充分条件，正确．

故选：ABD．

【点评】本题考查的知识要点：命题的否定和四个条件的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题型．

11．使不等式$1+\frac{1}{x}>0$成立的一个充分不必要条件是(　　)

A．$x>2$　　B．$x \geqslant 0$　　C．$x<-1$或$x>1$　　D．$-1<x<0$

【分析】不等式$1+\frac{1}{x}>0$，即$\frac{x+1}{x}>0$，$x(x+1)>0$，解得x范围，即可判断出结论．

【解答】解：不等式$1+\frac{1}{x}>0$，即$\frac{x+1}{x}>0$，$\therefore x(x+1)>0$，解得$x>0$，或$x<-1$．

使不等式$1+\frac{1}{x}>0$成立的一个充分不必要条件是：$x>2$．及$x<-1$，或$x>1$．

故选：AC．

【点评】本题考查了不等式的解法、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

12．设a，b均为正数，且$a+2b=1$，则下列结论正确的是(　　)

A．ab有最大值$\frac{1}{8}$　　B．$\sqrt{a}+\sqrt{2b}$有最大值$\sqrt{2}$

C．a^2+b^2有最小值$\frac{1}{5}$　　D．a^2-b^2有最小值$-\frac{1}{4}$

【分析】由已知结合基本不等式及二次函数的性质分别检验各选项即可判断．

【解答】解：因为$a>0$，$b>0$，$a+2b=1$，

由基本不等式可得$1=a+2b \geqslant 2\sqrt{2ab}$，解可得，$ab \leqslant \frac{1}{8}$，当且仅当$a=2b=\frac{1}{2}$即$a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{4}$时取等号，故$A$正确；

$\because (\sqrt{a}+\sqrt{2b})^2=a+2b+\sqrt{2ab}\times 2=1+2\sqrt{2ab} \leqslant 2$，

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{2b} \leqslant \sqrt{2}$，即最大值$\sqrt{2}$，故$B$正确；

$\because \begin{cases} a=1-2b>0 \\ b>0 \end{cases}$，

$\therefore 0<b<\frac{1}{2}$，

结合二次函数的性质可知，$a^2+b^2=(1-2b)^2+b^2=5b^2-4b+1 \geqslant \frac{1}{5}$，故$C$正确；

因为$0<b<\frac{1}{2}$，

结合二次函数的性质可得，$a^2-b^2=(1-2b)^2-b^2=3b^2-4b+1>-\frac{1}{4}$，故 D 错误.

故选：ABC.

【点评】本题主要考查了利用基本不等式即二次函数的性质求解最值，属于中档试题.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.试题中包含两个空的，只答对 1 个给 3 分，全部答对 的给 5 分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

13	14	15	16
0 或 3	$\{x \mid x\neq-2$ 且 $x\neq1\}$	$[\sqrt{2}-2,\frac{17}{8}]$	5，$-\frac{9}{4}$

16．已知函数 $f(x)=(x^2-x)(x^2+ax+b)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，则 $a+b=$ __5__，函数 $y=f(x)$ 的最小值为__$-\frac{9}{4}$__.

【分析】根据函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称可得函数 $f(x)$ 的另外两个零点，再根据根与系数的关系可得 a、b 的值；第二个空对函数 $f(x)$ 代入 a、b 的值之后进行转化然后应用换元法，根据二次函数的最值问题和复合函数求最值即可得到结果.

【解答】解：由题意可知，$x=0$ 与 $x=1$ 是函数的零点，

$\because f(x)=(x^2-x)(x^2+ax+b)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，

$\therefore x^2+ax+b=0$ 的根为 4，3，

$\therefore a=-7$，$b=12$，

则 $a+b=5$，

函数 $y=f(x)=(x^2-x)(x^2-7x+12)$

$=x(x-1)(x-3)(x-4)$

$=(x^2-4x)(x^2-4x+3)$，

令 $t=x^2-4x$，则 $y=f(t)=t(t+3)=t^2+3t$，

$\because t(x)=x^2-4x=(x-2)^2-4$，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，t 取得最小值 -4，

$\therefore t\geqslant-4$，

$\because y=f(t)=t^2+3t=(t+\frac{3}{2})^3-\frac{9}{4}$，$(t\geqslant-4)$

$\therefore$ 当 $t=-\dfrac{3}{2}$ 时，y 取得最小值 $-\dfrac{9}{4}$.

$\therefore$ 函数 $y=f(x)$ 的最小值为 $-\dfrac{9}{4}$.

故答案为：5，$-\dfrac{9}{4}$.

【点评】本题主要考查二次函数的对称性，零点问题以及根与系数的关系，函数求导，因式分解，换元法，复合函数的最值问题，考查了逻辑思维能力和计算能力，本题属中档题.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x-6\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 3m-1\}$.

（1）当 $m=3$ 时，求 $A\cap B$；

（2）若 $B\subseteq A$，求实数 m 的取值集合 C.

【分析】（1）求出集合 A，B，由此能求出 $A\cap B$.

（2）当 $B=\varnothing$ 时，$M+1>3m-1$，当 $B\neq\varnothing$ 时，由题意 $\begin{cases}m+1\leqslant 3m-1\\ m+1\geqslant -1\\ 3m-1\leqslant 6\end{cases}$，由此能激出实数 m 的取集合.

【解答】解：（1）集合 $A=\{x\mid x^2-5x-6\leqslant 0\}=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 6\}$，

当 $m=3$ 时，$B=\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 8\}$.

$\therefore A\cap B=\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 6\}$.

（2）当 $B=\varnothing$ 时，$M+1>3m-1$，解得 $m<1$，满足题意；

当 $B\neq\varnothing$ 时，由题意 $\begin{cases}m+1\leqslant 3m-1\\ m+1\geqslant -1\\ 3m-1\leqslant 6\end{cases}$，解得 $1\leqslant m\leqslant\dfrac{7}{3}$.

综上知：实数 m 的取集合 $C=\{m\mid m\leqslant\dfrac{7}{3}\}$.

【点评】本题考查交集的求法，考查实数的取值范围的求法，考查交集、不等式性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题.

18．（1）解不等式：$\dfrac{2x+1}{x-2}\geqslant 1$；

（2）设 $x\geqslant 0$，求函数 $y=\dfrac{(x+2)(x+3)}{x+1}$ 的最小值.

【分析】（1）由 $\dfrac{2x+1}{x-2}\geqslant 1$，可知 $\dfrac{x+3}{x-2}\geqslant 0$，解不等式可求；

（2）由已知可知，$y=\frac{(x+2)(x+3)}{x+1}=\frac{(x+1)^2+3(x+1)+2}{x+1}=x+1+\frac{2}{x+1}+3$，利用基本不等式可求．

【解答】解：（1）$\because \frac{2x+1}{x-2}\geqslant 1$，

$\therefore \frac{x+3}{x-2}\geqslant 0$，

解可得，$x>2$ 或 $x\leqslant -3$，

不等式的解集为 $\{x\,|\,x>2$ 或 $x\leqslant -3\}$．

（2）$x\geqslant 0$，$\therefore x+1\geqslant 1$，

$\therefore y=\frac{(x+2)(x+3)}{x+1}=\frac{(x+1)^2+3(x+1)+2}{x+1}$

$=x+1+\frac{2}{x+1}+3\geqslant 2\sqrt{2}+3$，

当且仅当 $x+1=\frac{2}{x+1}$ 即 $x=\sqrt{2}-1$ 时取等号，即最小值 $2\sqrt{2}+3$．

【点评】本题主要考查了利用基本不等式求解最值及分式不等式的求解，属于基础试题．

19．已知命题：“$\exists x_0\in R$，使得 $x_0^2+mx_0+2m+5<0$”为假命题．

（1）求实数 m 的取值集合 A；

（2）设不等式 $(x-a+1)(x-1+2a)<0$ 的解集为集合 B，若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围．

【分析】（1）利用一元二次函数的恒成立问题，即可求出集合 A；

（2）若 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的必要不充分条件，则集合 A 是集合 B 的真子集，从而转化为判断集合 A 是集合 B 关系问题．分类讨论求出集合 B，进而求出 a 取值范围．

【解答】解：（1）由题可知：命题“$\forall x\in R$，使方程 $x^2+mx+2m+5\geqslant 0$”是真命题．

则 $\triangle=m^2-4(2m+5)\leqslant 0$，于是可得：$A=\{m\,|\,-2\leqslant m\leqslant 10\}$…（5 分）

（2）令 $(x-a+1)(x-1+2a)=0$，可得 $x=a-1$ 或 $x=1-2a$；

若 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的必要不充分条件，则集合 A 是集合 B 的真子集．

当 $a=\frac{2}{3}$ 时，$B=\phi$，不合题意；…（7 分）

当 $a<\frac{2}{3}$ 时，$B=(a-1,1-2a)$，$\begin{cases}a-1<-2\\1-2a>10\end{cases}$，所以：$a<-\frac{9}{2}$；…（9 分）

当 $a>\frac{2}{3}$ 时，$B=(1-2a,a-1)$，$\begin{cases}a-1>10\\1-2a<-2\end{cases}$，所以：$a>11$；…（11 分）

所以实数a的取值范围为：$a\in(-\infty,-\frac{9}{2})\cup(11,+\infty)\ldots$（12 分）

【点评】本题考查了命题和充分必要条件，同时考查了集合间相关关系；考查了学生转化思想和分类讨论思想，以及运算能力，属于中档题.

20．已知定义在R上的函数$f(x)=x^2+(x-2)a-3x+2$（其中$a\in R$）.

（1）若关于x的不等式$f(x)<0$的解集为$(-2,2)$，求实数a的值；

（2）若不等式$f(x)-x+3\geqslant 0$对任意$x>2$恒成立，求a的取值范围.

【分析】（Ⅰ）化函数$f(x)=(x-2)[x-(1-a)]$，利用根与系数的关系求出a的值；

（Ⅱ）不等式化为$a(x-2)\geqslant-(x^2-4x+5)$，得$a\geqslant-\frac{x^2-4x+5}{x-2}$对任意$x>2$恒成立，利用基本不等式求出$a$的取值范围.

【解答】解：（Ⅰ）函数$f(x)=x^2+(x-2)a-3x+2=x^2+(a-3)x-2(a-1)=(x-2)[x-(1-a)]$，

所以$x_1+x_2=2+(1-a)=2+(-2)=0$，

解得$a=3$，

所以a的值为3；

（Ⅱ）不等式$f(x)-x+3\geqslant 0$，即$a(x-2)\geqslant-(x^2-4x+5)$，

由$x>2$得$x-2>0$，所以$a\geqslant-\frac{x^2-4x+5}{x-2}$对任意$x>2$恒成立；

当$x>2$时，$-\frac{x^2-4x+5}{x-2}=-(x-2+\frac{1}{x-2})\leqslant-2$，

当且仅当$x=3$时取“$=$”号；

所以$a\geqslant-2$，

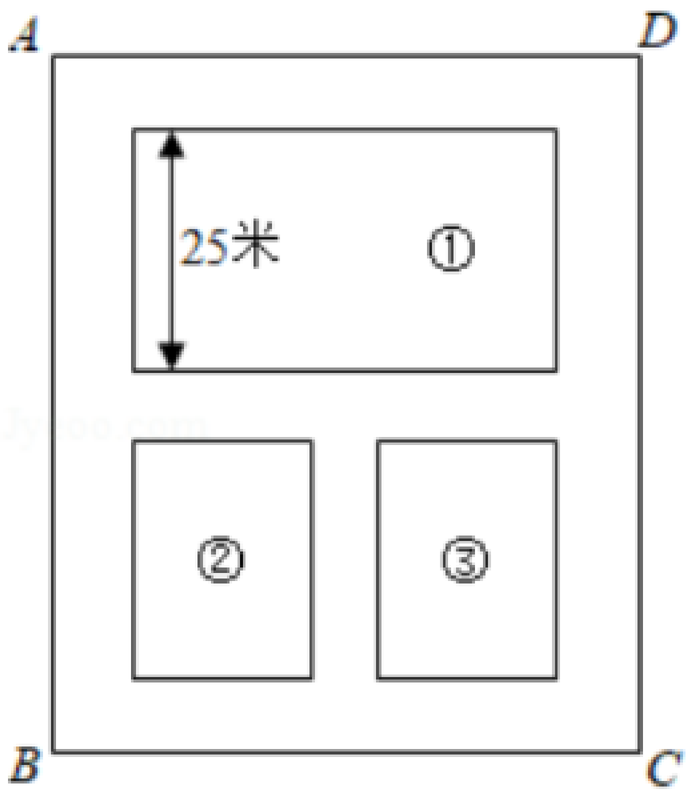
即a的取值范围是$[-2，+\infty)$.

【点评】本题考查了不等式的恒成立应用问题，也考查了运算求解能力与转化思想，是中档题.

21．某市将举办2020年新年大型花卉展览活动，举办方将建一块占地10000平方米的矩形展览场地$ABCD$，设计要求该场地的任何一边长度不得超过200米．场地中间设计三个矩形展览花圃①，②，③，其中花圃②与③是全等的矩形，每个花圃周围均是宽为5米的赏花路径．其中①号花圃的一边长度为25米，如图所示．设三个花圃占地总面积为S平方米，矩形展览场地的BC长为x米.

（1）试将S表示为x的函数，并写出定义域；

（2）问应该如何设计矩形场地的边长，使花圃占地总面积S取得最大值.



【分析】（1）由题意利用图形用 10000 减去赏花路径的面积即可得出．根据设计要求该场地的任何一边长度不得超过 200 米，可得 x 取值范围．

（2）利用（1）及其基本不等式的性质即可得出结论．

【解答】解：（1）$S=10000-5\times3x-25\times5\times2-(\frac{10000}{x}-15-25)\times5\times3=10350-15(x+\frac{10000}{x})$，$x\in[50，200]$．

（2）$S\leqslant10350-15\times2\sqrt{x\cdot\frac{10000}{x}}=7350$，当且仅当 $x=100$ 时取等号．

应该设计矩形场地的边长分别为 100，100 时，使花圃占地总面积 S 取得最大值．

【点评】本题考查了不等式的基本性质、函数的性质、矩形的面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

22．设函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3$．

（1）若 f（1）$=3$，且 $a>0$，$b>0$，求 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值；

（2）若 f（1）$=2$，且 $f(x)>2$ 在 $(-1,1)$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围．

【分析】（1）由函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3$，f（1）$=3$，得 $a+b=2$，把 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$ 化为 $\frac{1}{2}(\frac{1}{a}+\frac{4}{b})(a+b)$，利用基本不等式得出最小值；

（2）由函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3$，f（1）$=2$，则 f（1）$=a+b-2+3=2$，得 $a+b=1$，把 b 用 a 替换掉，由 $f(x)>2$ 在 $(-1,1)$ 上恒成立，转换为 $ax<1$ 在 $(-1,1)$ 上恒成立，然后分情况讨论，求出实数 a 的取值范围．

【解答】解：（1）由函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3$，f（1）$=3$，

则 f（1）$=a+b-2+3=3$，得 $a+b=2$，

$\therefore\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=\frac{1}{2}(\frac{1}{a}+\frac{4}{b})(a+b)=\frac{1}{2}(5+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b})\geqslant\frac{1}{2}(5+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}})=\frac{9}{2}$，

当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{4a}{b}$ 时上式取等号，又 $a+b=2$，

$\therefore$当且仅当$a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{4}{3}$时，$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$的最小值是$\frac{9}{2}$．

（2）由函数$f(x)=ax^2+(b-2)x+3$，f（1）$=2$，

则f（1）$=a+b-2+3=2$，得$a+b=1$，

由$f(x)>2$在$(-1,1)$上恒成立，则$a(x^2-x)>x-1$在$(-1,1)$上恒成立，

$\therefore ax<1$在$(-1,1)$上恒成立，

①当$x=0$时，$ax<1$恒成立，

②当$0<x<1$时，$a<\frac{1}{x}$在$(0,1)$上恒成立，$\therefore a\leqslant(\frac{1}{x})_{min}$，$\therefore a\leqslant 1$；

③当$-1<x<0$时，$a>\frac{1}{x}$在$(-1,0)$上恒成立，$\therefore a\geqslant(\frac{1}{x})_{max}$，$\therefore a\geqslant -1$；

综上，实数a的取值范围$[-1，1]$．

【点评】本题利用函数值、基本不等式求代数式的最值，利用参变分离解决恒成立问题，属于中档题．