

太原五中 2020—2021 学年度第一学期阶段性检测

高一数学

时间: 2020.10.22

一、选择题(共 10 题, 每题 4 分, 共 40 分, 每题只有一个正确选项)

1. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | x \leq 2\}$, 则 $P \cap Q =$ ()

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 命题 “ $\exists x \in Q, |x| + x \geq 0$ ” 的否定是 ()

- A. $\exists x \in Q, |x| + x < 0$ B. $\forall x \in (\complement_R Q), |x| + x < 0$

- C. $\forall x \in Q, |x| + x < 0$ D. $\forall x \in Q, |x| + x \geq 0$

3. 已知 $f(x-1) = 2x-5$, 则 $f(1) =$ ()

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

4. 若 $a > b$, 则下列正确的是 ()

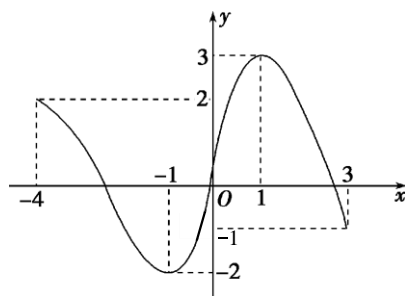
- A. $a^2 > b^2$ B. $ac > bc$ C. $ac^2 > bc^2$ D. $a-c > b-c$

5. 已知 $a, b \in R^+$, $a+2b=1$, 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 ()

- A. $3+2\sqrt{2}$ B. $3-2\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}$ D. 4

6. 已知 $x, y \in R$, 则 “ $x+y \leq 2$ ” 是 “ $x \leq 1$ 且 $y \leq 1$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 如图是函数 $y = f(x)$, $x \in [-4, 3]$ 的图象, 则下列说法正确的是 ()A. $f(x)$ 在 $[-4, -1]$ 上单调递减, 在 $[-1, 3]$ 上单调递增B. $f(x)$ 在区间 $(-1, 3)$ 上的最大值为 3, 最小值为 -2 C. $f(x)$ 在 $[-4, 1]$ 上有最小值 -2 , 有最大值 3D. 当直线 $y=t$ 与 $y=f(x)$ 的图象有三个交点时 $-1 < t < 2$ 8. 若函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则函数 $f(x)$ 的定义域为 ()

- A. $[-1, 0]$ B. $[-3, 0]$ C. $[0, 1]$ D. $[-1, 1]$

9. 某城市对一种售价为每件 160 元的商品征收附加税, 税率为 $R\%$ (即每销售 100 元征税 R 元), 若年销售量为 $(30 - \frac{5}{2}R)$ 万件, 要使附加税不少于 128 万元, 则 R 的取值范围是 ()

- A. $[4, 8]$ B. $[6, 10]$ C. $[4\%, 8\%]$ D. $[6\%, 10\%]$

10. 已知函数 $f(x) = x|x| - 2x$, 则下列结论正确的是 ()A. $f(x)$ 是偶函数, 递增区间是 $(0, +\infty)$ B. $f(x)$ 是偶函数, 递减区间是 $(-\infty, 1)$ C. $f(x)$ 是奇函数, 递减区间是 $(-1, 1)$ D. $f(x)$ 是奇函数, 递增区间是 $(-\infty, 0)$

二、填空题(共 4 题, 每题 4 分, 共 16 分)

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{6}{x} - 6, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(-2) =$ _____12. 函数 $f(x) = \sqrt{1+x} + \frac{2}{1-x}$ 的定义域为 _____.13. 已知不等式 $x^2 - x - a^2 + a + 1 \geq 0$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 取值范围为 _____.14. 设函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 若当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = x-1$, 则不等式 $xf'(x) \geq 0$ 的解集为 _____.

三. 解答题 (共 4 题, 共 44 分)

15. (10 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{x-6}$, 且其图象过点 $(4, -3)$

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 当 $f(x) = 2$ 时, 求 x 的值;
- (3) 求 $f(x)$ 在 $[7, 8]$ 上的值域.

16. (10 分) 已知集合 $A = \{x | m-4 < x \leq m+4\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 5\}$.

- (1) $m = 0$ 时, 求 $A \cup B$, $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

17. (12 分) 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = -x^2 + ax$.

- (1) 求 $f(0)$
- (2) 若 $a = -2$, 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (3) 若函数 $f(x)$ 为 \mathbb{R} 上的单调减函数, 求 a 的取值范围;

18. (12 分) 提高过江大桥的车辆通行能力可改善整个城市的交通状况. 在一般情况下, 大桥上的车流速度 v (单位: 千米/时) 是车流密度 x (单位: 辆/千米) 的函数. 当桥上的车流密度达到 200 辆/千米时, 造成堵塞, 此时车流速度为 0; 当车流密度不超过 20 辆/千米时, 车流速度为 60 千米/时. 研究表明: 当 $20 \leq x \leq 200$ 时, 车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数.

- (1) 当 $0 \leq x \leq 200$ 时, 求函数 $v(x)$ 的表达式;
- (2) 当车流密度 x 为多大时, 车流量 (单位时间内通过桥上某观测点的车辆数, 单位: 辆/时) $f(x) = x v(x)$ 可以达到最大, 并求出最大值. (精确到 1 辆/时)

10 月月考答案

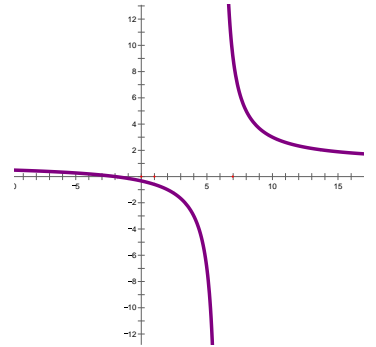
1-5: ACBDA 6-10: BCDAC

11. -4 12. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ 13. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ 14. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$

15. (1) 由题意得: $\frac{4+a}{4-6} = -3$ 解得 $a = 2$

(2) $f(x) = 2, \frac{x+2}{x-6} = 2$, 解得 $x = 14$

(3) $f(x) = \frac{x+2}{x-6} = 1 + \frac{8}{x-6}$, 函数图象如右图, 可知 $f(x)$ 在 $[7, 8]$ 为单调递减, 因此 $f(x)$ 值域为 $[5, 9]$.



16. (1) $A \cup B = (-4, 5]$ (2) $(\complement_R A) \cap B = [4, 5]$

(3) $\begin{cases} m-4 \leq 1 \\ m+4 \geq 5 \end{cases}$ 解得 $1 \leq m \leq 5$

17. (1) $f(0) = 0$ (2) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, & x \geq 0 \\ x^2 - 2x, & x < 0 \end{cases}$

(3) $\frac{a}{2} \leq 0, a \leq 0$

18. (1) $v(x) = \begin{cases} 60, & 0 \leq x \leq 20, \\ \frac{1}{3}(200-x), & 20 < x \leq 200. \end{cases}$

(2) 车流密度为 100 辆/km 时, 车流量可以达到最大, 最大值约为 3333 辆/h.

(1) 由题意, 当 $0 \leq x \leq 20$ 时, $v(x) = 60$; 当 $20 < x \leq 200$ 时, 设 $v(x) = ax + b$.

再由已知, 得 $\begin{cases} 200a + b = 0, \\ 20a + b = 60, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{3}, \\ b = \frac{200}{3}. \end{cases}$

故函数 $v(x)$ 的表达式为 $v(x) = \begin{cases} 60, & 0 \leq x \leq 20, \\ \frac{1}{3}(200-x), & 20 < x \leq 200. \end{cases}$

(2) 依题意并由(1)可得 $f(x) = \begin{cases} 60x, & 0 \leq x \leq 20, \\ \frac{1}{3}x(200-x), & 20 < x \leq 200. \end{cases}$

当 $0 \leq x \leq 20$ 时, $f(x)$ 为增函数, 故当 $x = 20$ 时, 其最大值为 $60 \times 20 = 1200$;

当 $20 < x \leq 200$ 时, $f(x) = \frac{1}{3}x(200-x) \leq \frac{1}{3} \left[\frac{x + (200-x)}{2} \right]^2 = \frac{10000}{3}$,

当且仅当 $x = 200 - x$, 即 $x = 100$ 时, 等号成立.

所以, 当 $x = 100$ 时, $f(x)$ 在区间 $[20, 200]$ 上取得最大值 $\frac{10000}{3}$.

综上, 当 $x = 100$ 时, $f(x)$ 在区间 $[0, 200]$ 上取得最大值 $\frac{10000}{3} \approx 3333$,
即当车流密度为 100 辆/km 时, 车流量可以达到最大, 最大值约为 3333 辆/h