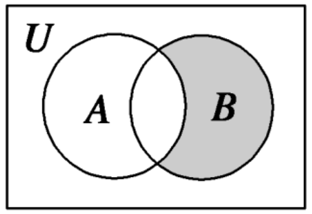
树德中学高 2020 级高一上学期 10 月阶段性测试数学试题

命题人、审题人： 高一数学备课组

一、选择题(本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．设全集 U＝Z，集合 A＝{1,3,5,7,9}，B＝{1,2,3,4,5}，则图中阴影部分表示的集合是(　　)



A．{1,3,5}　　B．{1,2,3,4,5}

C．{7,9}　　D．{2,4}

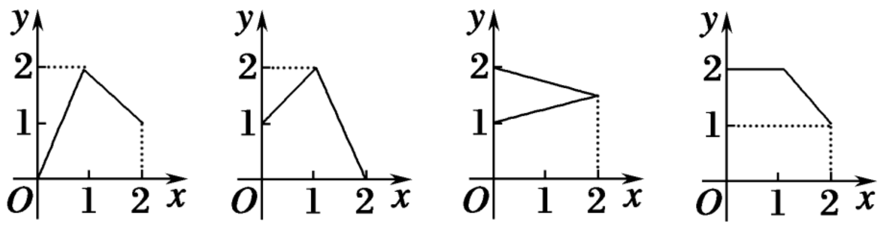
2．函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{4-2x}$的定义域为(　　)

A．[－1,2]　B．(－1,2]　C．[2，＋∞)　D．[1，＋∞)

3.二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$,如果 $f(x_1)=f(x_2)$(其中 $x_1\neq x_2$),则 $f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)=$（　　）

A．$-\dfrac{b}{2a}$　　B．$-\dfrac{b}{a}$　　C．c　　D．$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

4．设 A＝{x|0≤x≤2}，B＝{y|1≤y≤2}，在下列各图中，能表示从集合 A 到集合 B 的函数的是(　　)



A　　B　　C　　D

5．若函数 $f(x)=ax^2+bx+1$ 是定义在$[-1-a, 2a]$上的偶函数，则该函数的最大值为(　　)

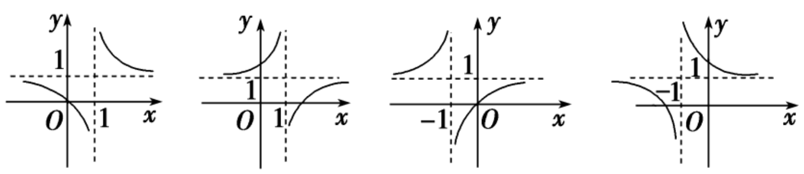
A．5　B．4　C．3　D．2

6．已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6, & x\geq 0, \\ x+6, & x<0, \end{cases}$ 则不等式 $f(x)>f(1)$的解集是(　　)

A．(－3,1)∪(3，＋∞)　　B．(－3,1)∪(2，＋∞)

C．(－1,1)∪(3，＋∞)　　D．(－∞，－3)∪(1,3)

7．函数 $y=\dfrac{x-2}{x-1}$的图象是(　　)



A　　B　　C　　D

8．已知函数 $y=f(-x+1)$定义域是$[-2020,2023]$，则 $y=(x-1)^0 f(1-2x)$ 的定义域是（　　）

A. $[-1010,1)\cup\left(1,\dfrac{2023}{2}\right]$　B. $[-2020,2023]$　C. $\left[-1010,\dfrac{2023}{2}\right]$　D. $[-1011,1)\cup\left(1,\dfrac{2021}{2}\right]$

9．若函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x} & x>1 \\ (2-3a)x+1 & x\leq 1 \end{cases}$ 是 R 上的减函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(\dfrac{2}{3},1\right)$　B. $\left[\dfrac{3}{4},1\right)$　C. $\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{4}\right]$　D. $\left(\dfrac{2}{3},+\infty\right)$

10.函数 $f(x)$ 的定义域为 R,对任意的 $x_1,x_2\in[1,+\infty)(x_1\neq x_2)$,有 $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$,且函数 $f(x+1)$ 为偶函数，则（　　）

A. $f(1)<f(-2)<f(3)$　　B. $f(3)<f(-2)<f(1)$

C. $f(-2)<f(3)<f(1)$　　D. $f(-2)<f(1)<f(3)$

11．对于函数 $y=f(x)(x\in I), y=g(x)(x\in I)$, 若对于任意 $x\in I$, 存在 x_0, 使得 $f(x)\geq f(x_0)$, $g(x)\geq g(x_0)$ 且 $f(x_0)=g(x_0)$ ，则称 $f(x),g(x)$ 为“兄弟函数”. 已知函数 $f(x)=x^2+px+q(p,q\in R), g(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x}$是定义在区间 $x\in[\dfrac{1}{2},2]$上的“兄弟函数”，那么函数 $f(x)$ 在区间 $x\in[\dfrac{1}{2},2]$上的最大值为（　　）

A. $\dfrac{3}{2}$　B．2　C．4　D. $\dfrac{5}{4}$

12.已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 且 $a>b>c, a+b+c=0$，集合 $A=\{m\mid f(m)<0\}$则（　　）

A．对任意$m\in A$，都有 $f(m+3)>0$　　B．对任意$m\in A$，都有 $f(m+3)<0$

C．存在$m_0\in A$，使得 $f(x_0+3)=0$　　D．存在$m_0\in A$，使得 $f(x_0+3)<0$

二、填空题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13.已知全集为$\mathbf{R}$，集合$M=\{-1，1，2，3，4\}$，$N=\{x|x^2+2x>3\}$，则$M\cap N=$_____

14．已知$f(x)=x^5+ax^3+bx-10$且$f(-2)=10$，那么$f(2)=$_________.

15．已知函数$f(x)=x^2-(2a-1)x+3, x\in[1,4]$图像上任意两点连线都与$x$轴不平行，则实数$a$的取值范围是__________.

16．已知定义在R上的奇函数$f(x)$满足：$x<0$时，$f(x)=-\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x$，且关于$x$的不等式$f(bx-2)>f(1)$在区间$[1,2]$上恒成立，则实数$b$的取值范围为______.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.（本小题满分 10 分）已知$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}, A=\{3,4,5\}, B=\{4,7,8\}$，

求：$A\cup B, A\cap B$，$(C_U A)\cup(C_U B)$

18.（本小题满分 12 分）设全集是实数集 R，$A=\{x|2x^2-7x+3\le 0\}$，$B=\{x|x^2+a<0\}$.

(1)当$a=-4$时，求$A\cap B$和$A\cup B$;

(2)若$(\complement_R A)\cap B=B$，求实数$a$的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）画出下列函数的图象，并写出它们的值域和单调区间.

(1)$y=|x+1|$;

(2)$y=(x+3)|x-1|$.

20.（本小题满分 12 分)已知$f(x)$是定义在 R 上的奇函数，且$f(x)=\frac{x+m}{x^2+nx+1}$.

(1)求m，n的值，并用定义证明$f(x)$在$(-1,1)$上为增函数;

(2)若$f(x)\le\frac{a}{3}$对$x\in\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$恒成立，求$a$的取值范围.

21．（本小题满分 12 分）定义在$I=(-2,0)\cup(0,2)$上的函数$f(x)$，对任意$x,y\in I$，都有$f(xy)=f(x)+f(y)-2$，且当$0<x<1$时，$f(x)>2$.

(1)求$f(1)$与$f(-1)$的值;

(2)证明$f(x)$为偶函数;

(3)判断$y=f(x)$在$(0,2)$上的单调性，并求解不等式$f(2x-1)<2$.

22.（本小题满分 12 分)函数$f(x)=(x-a)(x-2a), a$为参数，

(1)解关于x的不等式$f(x)>0$;

(2)当$x\in[-1,1], f(x)$最大值为M，最小值为m，若$M-m\le 4$，求参数a的取值范围;

(3)若$a>0$且$a\ne 1$，$g(x)=f(x)-a$在区间$[5a-3,5a-1]$上与x轴有两个交点，求a的取值范围.

树德中学高 2020 级高一上学期 10 月阶段性测试数学试题（参考答案）

一、选择题(本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．解析：题图中所示阴影表示的集合是$(\complement_U A)\cap B=\{2,4\}$．答案：D

2．解析：选 B　解法一：要使函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{4-2x}$有意义，则$\begin{cases}x+1>0,\\4-2x\geq 0.\end{cases}$ 解得$-1<x\leq 2$，故选 B.

解法二：因为 $x\neq -1$，排除 A；取 $x=3$，则 $4-2x=4-6=-2<0$，所以 $x\neq 3$，排除 C、D，

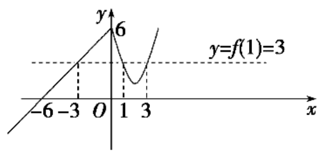
3.

【解析】由$f(x_1)=f(x_2)$得$\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{b}{2a}$.所以$f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)=f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$,故选D.

4．　解析：选项 A 和选项 B 中 y 的取值范围不是[1,2]，不合题意，故 A 和 B 都不成立；选项 C，集合 A 中在[0,2)内的一个元素对应集合 B 中的两个元素，不成立；根据定义，选项 D 中的图符合函数的定义．答案：D

5．解析：选 A　因为函数 $f(x)=ax^2+bx+1$ 是定义在$[-1-a,2a]$上的偶函数，所以$-1-a+2a=0$，所以 $a=1$，所以函数定义域为$[-2,2]$．因为函数图象的对称轴为 $x=0$，所以 $b=0$，所以 $f(x)=x^2+1$，所以 $x=\pm 2$ 时函数取得最大值，最大值为 5.

6. 解析：选 A　画出函数 $f(x)$的图象如图所示，令 $f(x)=f(1)$，得 $x=-3,1,3$，所以当 $f(x)>f(1)$时，必有 $x\in(-3,1)\cup(3,+\infty)$．故选 A.



7．解析：选 B　函数的定义域为$\{x|x\neq 1\}$，排除 C、D，当 $x=2$ 时，$y=0$，排除 A，故选 B.

8．　解：选 A

9．【答案】C【解析】因为$f(x)$是R上的减函数，故$\begin{cases}a>0\\2-3a<0\\3-3a\geq a\end{cases}$，故$\dfrac{2}{3}<a\leq\dfrac{3}{4}$，选 C.

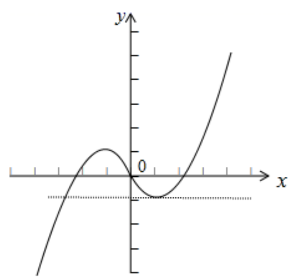
10．【答案】C【详解】因为对任意的$x_1,x_2\in[1,+\infty)(x_1\neq x_2)$，有$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，

所以对任意的$x_1,x_2\in[1,+\infty)(x_1\neq x_2)$，$x_2-x_1$与$f(x_2)-f(x_1)$均为异号，所以$f(x)$在$[1,+\infty)$上单调递减，

又函数$f(x+1)$为偶函数，即$f(x+1)=f(1-x)$，所以$f(-2)=f(4)$，所以

$f(-2)=f(4)<f(3)<f(1)$.

故选：C.



11．B

12．解：$\because$ 函数 $f(x)=ax^2+bx+c$,且 $a>b>c$, $a+b+c=0$,故有 $a>0$,且 $c<0$.

$\therefore 0<a+a+c=2a+c$,即$\dfrac{c}{a}>-2$,且$0>a+c+c=a+2c$,即$\frac{c}{a}<-\frac{1}{2}$,因此有$-2<\frac{c}{a}<-\frac{1}{2}$,

又$f(1)=a+b+c=0$,故$\mathrm{x}=1$为$f(x)$的一个零点.由根与系数的关系可得,另一零点为$\dfrac{c}{a}<0$,所以有:

$A=\{m|\frac{c}{a}<m<1\}$.所以,$m+3>\dfrac{c}{a}+3>1$,所以有$f(m+3)>0$恒成立,

所以 A 选项是正确的.

二、填空题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13.【解析】因为$N=\{x\,|\,x^2+2x>3\}=\{x\,|\,x<-3\text{或}x>1\}$，所以$M\cap N=\{2,3,4\}$．　【答案】$\{2,3,4\}$

14.【解析】【分析】设$f(2)=M$，再结合$f(-2)=10$，分别代入解析式，两式相加即可求解.

【详解】$f(x)=x^5+ax^3+bx-10$且$f(-2)=10$，则$(-2)^5+a(-2)^3+b(-2)-10=10$，①

设$f(2)=M$，则$2^5+a\cdot 2^3+b\cdot 2-10=M$，②

①+②可得：$-20=10+M$，解得$M=-30$，即$f(2)=-30$.故答案为：-30

【答案】-30

15．解：函数$f(x)=x^2-(2a-1)x+3,x\in[1,4]$图像上任意两点连线都与$x$轴不平行，即函数$f(x)$在区间$[1,4]$上单调，所以，$\dfrac{2a-1}{2}\leq 1$或$\dfrac{2a-1}{2}\geq 4\Rightarrow a\leq\dfrac{3}{2}$或$a\geq\dfrac{9}{2}$

16.【解析】【分析】根据函数的对称性求出a的值，求出$f(x)$的解析式，画出图象，问题转化为$bx-2>1$①或$-1-\sqrt{2}<bx-2<1$②在区间[1，2]上恒成立，分离b，求出b的范围即可.

解：$f(x)$是奇函数，可得$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x,x\geqslant 0\\-\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x,x<0\end{cases}$，画出函数$f(x)$的图象，如图示:，由$f$（1）$=-\dfrac{1}{3}$

得$x<0$时，$-\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x=-\dfrac{1}{3}$，解得：$x=-1-\sqrt{2}$，$x>0$时，$\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x=-\dfrac{1}{3}$，解得：$x=1$，

若关于x的不等式$f(bx-2)>f$（1）在区间[1，2]上恒成立，

则$bx-2>1$①或$-1-\sqrt{2}<bx-2<1$②在区间[1，2]上恒成立，

由①得：$bx>3$，$b>\dfrac{3}{x}$在[1，2]恒成立，则$b>3$，

由②得：$1-\sqrt{2}<bx<3$，$\dfrac{1-\sqrt{2}}{x}<b<\dfrac{3}{x}$在[1，2]恒成立，则$\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}<b<\dfrac{3}{2}$，

综上，$b\in(\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{3}{2})\cup(3$，$+\infty)$，故答案为：$\left(\dfrac{1-\sqrt{2}}{2},\dfrac{3}{2}\right)\cup(3,+\infty)$.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解：$A\cup B=\{3,4,5,7,8\}$，$A\cap B=\{4\}$；$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,2,3,5,6,7,8\}$

18. 解：(1)$A=\left\{x\middle|\frac{1}{2}\le x\le 3\right\}$，当 $a=-4$ 时，$B=\{x|-2<x<2\}$，$A\cap B=\left\{x\middle|\frac{1}{2}\le x<2\right\}$，$A\cup B=\{x|-2<x\le 3\}$.

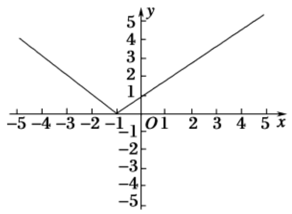
(2)$\complement_R A=\left\{x\middle|x<\frac{1}{2}\text{或}x>3\right\}$，当$(\complement_R A)\cap B=B$ 时，$B\subseteq\complement_R A$，即 $A\cap B=\emptyset$.

①当 $B=\emptyset$，即 $a\ge 0$ 时，满足 $B\subseteq\complement_R A$；

②当 $B\ne\emptyset$，即 $a<0$ 时，$B=\{x|-\sqrt{-a}<x<\sqrt{-a}\}$，

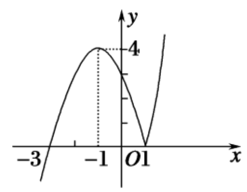
要使 $B\subseteq\complement_R A$，只须$\sqrt{-a}\le\frac{1}{2}$，解得$-\frac{1}{4}\le a<0$.综上可得，实数 a 的取值范围是$\left\{a\middle|a\ge-\frac{1}{4}\right\}$.

19. 解：(1)$\because y=|x+1|$，$\therefore y=\begin{cases}-x-1, & x\le-1,\\ x+1, & x>-1.\end{cases}$ 其图象如图所示：



由图象可得函数的值域为$[0，+\infty)$．$(-\infty，-1]$为函数的单调递减区间；$[-1，+\infty)$为函数的单调递增区间.

(2)$f(x)=\begin{cases}(x+3)(x-1), & x\ge 1,\\ -(x+3)(x-1), & x<1,\end{cases}$ 即 $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2-4, & x\ge 1,\\ -(x+1)^2+4, & x<1.\end{cases}$ 图象如图所示.



结合图象可知，$f(x)$在$(-\infty，-1)$上是单调增函数，在$[-1,1]$上是单调减函数，在$[1，+\infty)$上是单调增函数．函数的值域是 R.

20. 解：(1)因为奇函数 $f(x)$的定义域为 R，所以 $f(0)=0$.

故有 $f(0)=\frac{0+m}{0^2+n\times 0+1}=0$，解得 $m=0$.所以 $f(x)=\frac{x}{x^2+nx+1}$.由 $f(-1)=-f(1)$.

即$\frac{-1}{(-1)^2+n\times(-1)+1}=-\frac{1}{1^2+n\times 1+1}$，解得 $n=0$.所以 $m=n=0$.

证明：由(1)知 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$，任取$-1<x_1<x_2<1$.

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{x_1^2+1}-\frac{x_2}{x_2^2+1}=\frac{x_1(x_2^2+1)-x_2(x_1^2+1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}=\frac{x_1x_2^2-x_2x_1^2+(x_1-x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$.

因为$-1<x_1<1$，$-1<x_2<1$，所以$-1<x_1x_2<1$.故 $1-x_1x_2>0$，又因为 $x_1<x_2$，所以 $x_1-x_2<0$，

故 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，所以函数 $f(x)$在$(-1,1)$上为增函数.

(2)由(2)知 $f(x)$在$(-1,1)$上为增函数，所以函数 $f(x)$在$\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$上为增函数，

故最大值为 $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{10}$.由题意可得$\frac{a}{3}\ge\frac{3}{10}$，解得 $a\ge\frac{9}{10}$.故 a 的取值范围为$\left[\frac{9}{10},+\infty\right)$.

21 解：(1)令 $x=y=1$，则 $f(1)=2$ 令 $x=y=-1$，则 $f(-1)=2$

(2)令 $y=-1$，则 $f(-x)=f(x)+f(-1)-2=f(x)$，$\therefore f(x)$ 为偶函数.

(3)令 $xy=x_1$，$x=x_2$，设 $0<x_1<x_2<2$，则 $y=\frac{x_1}{x_2}$ 且 $0<y<1\therefore f(x_1)-f(x_2)=f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)-2$

$\therefore f(x_1)>f(x_2)\therefore y=f(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递减又$\because f(x)$ 为偶函数

$\therefore -2<2x-1<-1$或$1<2x-1<2\therefore -\frac{1}{2}<x<0$或$1<x<\frac{3}{2}\therefore\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<0\text{ 或 }1<x<\frac{3}{2}\right\}$

22．解：（1）由题意可得: $f(x)=(x-a)(x-2a)>0$，

当 $a>0$ 时，不等式的解集为$\{x\,|\,x<a\text{或}x>2a\}$；当 $a=0$ 时，不等式的解集为$\{x\,|\,x\in R\text{且}x\ne 0\}$；

当 $a<0$ 时，不等式的解集为$\{x\,|\,x<2a\text{或}x>a\}$。

（2）由题意：$f(x)=(x-a)(x-2a)=x^2-3ax+2a^2=\left(x-\frac{3}{2}a\right)^2-\frac{1}{4}a^2$，

即 $f(x)$ 是开口向上，以 $x=\frac{3}{2}a$ 为对称轴的二次函数，当$\left|\frac{3}{2}a\right|\le 1$时，即$-\frac{2}{3}\le a\le\frac{2}{3}$时，

满足$\begin{cases}f(1)-f\left(\frac{3}{2}a\right)\le 4\\ f(-1)-f\left(\frac{3}{2}a\right)\le 4\end{cases}$，即$\begin{cases}1-3a+\frac{9}{4}a^2\le 4\\ 1+3a+\frac{9}{4}a^2\le 4\end{cases}$，解得$-\frac{2}{3}\le a\le\frac{2}{3}$；当$\left|\frac{3}{2}a\right|>1$时，

即$|a|>\frac{2}{3}$时，有$|f(1)-f(-1)|\le 4$，可得$|a|\le\frac{2}{3}$，故 a 不存在；综上可得参数 a 的取值范围$\left[-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right]$；

（3）由题意：$g(x)=f(x)-a$，$a>0$ 且 $a\ne 1$，

且 $f(x)>0$，解得 $x<a$ 或 $x>2a$，由因为 $f(x)$ 的对称轴为 $x=\frac{3}{2}a$，

故可得 $f(x)$ 在 $(-\infty,a)$ 上单调递减，在 $(2a,\infty)$ 上单调递增，

故当$[5a-3,5a-1]\subseteq(-\infty,a)$ 或$[5a-3,5a-1]\subseteq(2a,+\infty)$时，$g(x)=0$ 不可能有两解，

故$\begin{cases}5a-3<a\\ 5a-1>2a\end{cases}$，解得$\frac{1}{3}<a<\frac{3}{4}\dots$①

由 $g(x)=0$ 有两解，可得 $f(x)=a$ 有两解，由 $f(x)$ 是开口向上，以 $x=\frac{3}{2}a$ 为对称轴的二次函数可知，

只需$\begin{cases}f(5a-3)\ge a\\ f(5a-1)\ge a\end{cases}\dots$ ②联立①②求得：$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{11-\sqrt{13}}{12}$，故 a 的取值范围为$\left[\frac{1}{2},\frac{11-\sqrt{13}}{12}\right]$.