2020～2021 学年度第一学期 10 月单元检测

高一数学

2020.10

命题人：田久华　　　　审核人：陈兵

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$A=\{2,3,4,5\}$，$B=\{1,2,3,6,7\}$，则 $B\cap(\complement_U A)=$（　　）

A．$\{1,6\}$　　B．$\{6,7\}$　　C．$\{6,7,8\}$　　D．$\{1,6,7\}$

2．设命题 p：$\exists k\in \mathrm{N}, k^2>2k+3$ 则 $\neg p$ 为（　　）

A．$\forall k\in \mathrm{N}, k^2>2k+3$　　B．$\exists k\in \mathrm{N}, k^2<2k+3$

C．$\forall k\in \mathrm{N}, k^2\le 2k+3$　　D．$\exists k\in \mathrm{N}, k^2\le 2k+3$

3．下列各组函数中，表示同一函数的是（　　）

A．$f(x)=x+2$ 与 $g(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$　　B．$f(x)=|x+1|$ 与 $g(x)=\begin{cases}-x-1, x<1,\\ x+1, x\ge 1.\end{cases}$

C．$f(x)=1$ 与 $g(x)=x^0$　　D．$f(x)=3x+2(x\in \mathrm{R})$ 与 $g(t)=3t+2(t\in \mathrm{R})$

4．设 $a,b\in \mathrm{R}$，则“$a+b\le 4$”是“$a\le 2$，且 $b\le 2$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．下列说法中，错误的是（　　）

A．若 $b>a>0, m>0$，则 $\dfrac{a+m}{b+m}>\dfrac{a}{b}$　　B．若 $\dfrac{a}{c^2}>\dfrac{b}{c^2}$，则 $a>b$

C．若 $a^2>b^2, ab>0$，则 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　D．若 $a>b, c<d$，则 $a-c>b-d$

6．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, x<1,\\ f(x-1)-1, x\ge 1,\end{cases}$ 则 $f(2020)=$（　　）.

A．-1　　B．-2020　　C．1　　D．2020

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165503，欢迎您的加入！

7．已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-m}$，若函数 $f(x)$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上单调递减，则实数 m 的取值范围为（　　）

A．$(0,2)$　　B．$(0,2]$　　C．$[2,+\infty)$　　D．$(2,+\infty)$

8．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x, & x<0,\\ -x^2, & x\geq 0,\end{cases}$ 若 $f\left(f\left(m\right)\right)\geq 5$，则实数 m 的取值范围是（　　）

A．$\left[\sqrt{5},+\infty\right)$　　B．$\left[0,\sqrt{5}\right]$　　C．$\left(-\infty,-\sqrt{5}\right]$　　D．$\left[-\sqrt{5},0\right]$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对得 5 分，选对但不全的得 3 分，有选错的得 0 分．

9. 已知集合 $A=\left\{x\mid x^2-x-6=0\right\}, B=\left\{x\mid mx-1=0\right\}$，$A\cap B=B$，则实数 m 取值为（　　）

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$-\dfrac{1}{3}$　　D．0

10．下列命题正确的是（　　）

A．若 $x<0$，则 $x+\dfrac{4}{x}$ 的最小值为 4.

B．若 $x\in\mathrm{R}$，则 $x^2+3+\dfrac{1}{x^2+2}$ 的最小值为 3.

C．若 $a,b\in\mathrm{R}, a^2+b^2=15-ab$，则 ab 的最大值为 5.

D．若 $a>0, b>0, a+2b=4$，则 ab 的最大值为 2.

11．已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，对任意的 $x,y\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，并且当 $x<0$ 时，有 $f(x)<0$，则（　　）

A．$f(0)=0$

B．若 $f(2)=2$，则 $f(-2)=2$

C．$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数

D．若 $f(2)=2$，且 $f(a^2)-f(2a-5)>4$，则实数 a 的取值范围为 $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$．

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165563，欢迎您的加入！

12. 若对任意满足 $x+2y=2$ 的正实数 x,y，$\dfrac{3x^2+5y^2+2x+4y}{xy}>2m^2(m\in \mathrm{N}^*)$ 恒成立，则正整数 m 的取值为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分．

13. 函数 $f(x)=\sqrt{-x^2+4x}$ 的值域为________________．

14. 若 $\min\{a,b\}=\begin{cases}a,a\le b,\\ b,a>b,\end{cases}$ 则函数 $f(x)=\min\{-x^2,-2x-3\}$ 的最大值为________．

15. 若 $x>y>z>0$，则 $2x^2+\dfrac{1}{x(x-y)}+\dfrac{1}{xy}-6xz+9z^2$ 的最小值为_______．

16. 函数 $f(x)=|x+2|+1$ 的单调递减区间为_______；函数 $g(x)=\begin{cases}|x+2|+1,x<k,\\ kx-3,x\ge k,\end{cases}$ 若 $g(x)$ 是定义在 R 上的减函数，则实数 k 的值为___________．

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题满分 10 分）已知全集 $U=\mathrm{R}$，集合 $A=\{x\mid x>2\}$，$B=\{x\mid -4<x<4\}$．

（Ⅰ）求 $C_U(A\cup B)$；（Ⅱ）定义 $A-B=\{x\mid x\in A,\text{且}x\notin B\}$，求 $A-B$，$A-(A-B)$．

18.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$．

（Ⅰ）求 $f(f(2))$；

（Ⅱ）判断函数 $f(x)$ 在区间 $[2,4]$ 上的单调性，并证明；

（III）关于 x 的不等式 $x+\dfrac{4}{x}<m$ 在区间 $[2,4]$ 上有解，求实数 m 的取值范围．

19.（本小题满分 12 分）

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165503，欢迎您的加入！

（Ⅰ）若 $a,b>0$, 且 $ab=a+b+3$，求 ab 的最小值；

（Ⅱ）若 $a,b>0$, 且 $ab=a+b$，求 $4a+b$ 的最小值.

20.（本小题满分 12 分）已知不等式 $ax^2-3x+2>0$ 的解集为 $\{x|x<1, 或 x>b\}$，

（Ⅰ）求实数 a,b 的值；

（Ⅱ）解关于 x 的不等式 $cx^2-(ac+b)x+ab>0\ (c\in\mathbf{R})$.

21.（本小题满分 12 分）2020 年滕州某企业计划引进新能源汽车生产设备，通过市场分析，全年需投入固定成本 2500 万元．每生产 x（百辆）新能源汽车，需另投入成本 $C(x)$ 万元，且 $C(x)=\begin{cases}10x^2+100x, & 0<x<40,\\ 501x+\dfrac{3600}{x}-4500, & x\geq 40.\end{cases}$ 由市场调研知，每辆车售价 5 万元，且生产的车辆当年能全部销售完.

（Ⅰ）求出 2020 年的利润 $L(x)$（万元）关于年产量 x（百辆）的函数关系式；（利润＝销售额－成本）

（Ⅱ）2020 年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求出最大利润.

22.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=x^2+ax+3$.

（Ⅰ）当 $x\in[-2,2]$ 时，$f(x)\geq a$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（Ⅱ）关于 x 的不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\left\{x\mid m<x<m+2\sqrt{6}\right\}$，求实数 a 的值.

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：90165503，欢迎您的加入！

2020～2021 学年度第一学期 10 月单元检测

2020.10

高一数学试题参考答案及评分标准

一、单项选择题（每小题 5 分,共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	D	B	C	B	B	A

二、多项选择题(每小题 5 分,共 20 分)

9．ABD　　10．CD　　11．ACD　　12．AB

三、填空题(每小题 5 分,共 20 分第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分)

13．$[0,2]$　14．-1　15．4　16．$(-\infty,-2)$ ；-2.（写$(-\infty,-2]$也得分.）

三、解答题(共 70 分)

(注意：答案仅提供一种解法，学生的其他正确解法应依据本评分标准，酌情赋分.)

17.（本小题满分 10 分）

解：(I) $\because A=\{x\,|\,x>2\},B=\{x\,|-4<x<4\}$, $\therefore A\cup B=\{x\,|\,x>-4\}$，　…3 分

$\therefore C_U\left(A\cup B\right)=\{x\,|\,x\le -4\}$.　……………………………5 分

(II) $\because A-B=\{x\,|\,x\in A,且x\notin B\}$, $\therefore A-B=\{x\,|\,x\ge 4\}$，　……………………8 分

$A-\left(A-B\right)=\{x\,|\,2<x<4\}$.　……………………………10 分

18.　（本小题满分 12 分）

解：(I)　$f(2)=4$，$f\left(f(2)\right)=5$ ……………………………………………………2 分

（II）$f(x)$在区间$[2,4]$上单调递

增. ………………………………………………………3 分

证明：$\forall\ x_1$，$x_2\in[2,4]$，且$x_1<x_2$，

$$f(x_1)-f(x_2)=\left(x_1+\frac{4}{x_1}\right)-\left(x_2+\frac{4}{x_2}\right)=\left(x_1-x_2\right)+\left(\frac{4}{x_1}-\frac{4}{x_2}\right)=\left(x_1-x_2\right)+\frac{4(x_2-x_1)}{x_1x_2}$$

$$=\frac{\left(x_1-x_2\right)\left(x_1x_2-4\right)}{x_1x_2}$$ ……………………………………………6 分

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165503，欢迎您的加入！

$\because x_1$，$x_2 \in [2,4]$，且 $x_1 < x_2$，$\therefore x_1x_2 > 0, x_1x_2 - 4 > 0, x_1 - x_2 < 0.$，

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$，即 $f(x_1) < f(x_2)$.

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在区间 $[2,4]$ 上是增函数. ……………………………………8 分

（III）由（2）知 $f(x)_{\min} = f(2) = 4$ ……………………………………………10 分

因为关于 x 的不等式 $x + \dfrac{4}{x} < m$ 在区间 $[2,4]$ 上有解，所以 $m > f(x)_{\min}$.

所以 $m > 4$. 所以实数 m 的取值范围是 $(4,+\infty)$ ……………………………12 分

19.（本小题满分 12 分）

解：(I) $\because a,b>0$， $\therefore a+b \ge 2\sqrt{ab}$ $\therefore ab = a+b+3 \ge 2\sqrt{ab}+3$. ……………2 分

$\therefore ab - 2\sqrt{ab} - 3 \ge 0$，$\therefore \left(\sqrt{ab}-3\right)\left(\sqrt{ab}+1\right) \ge 0$. $\because \sqrt{ab}+1>0$，$\therefore \sqrt{ab}-3 \ge 0$.

$\therefore \sqrt{ab} \ge 3$ $\therefore ab \ge 9$. ……………………………………………………………5 分

当且仅当 $a=b=3$，等号成立. 故当 $a=b=3$ 时，ab 的最小值为 9. ………6 分

(II) $\because a,b>0$, 且 $ab=a+b$. $\therefore \dfrac{a+b}{ab}=1$, $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=1$. ……………………8 分

$\therefore 4a+b = (4a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) = 5 + \dfrac{4a}{b} + \dfrac{b}{a} \ge 5 + 2\sqrt{\dfrac{4a}{b} \bullet \dfrac{b}{a}} = 9$. ……………………11 分

当且仅当 $b=2a$，即 $a=\dfrac{3}{2}, b=3$ 时，等号成立.

故当 $a=\dfrac{3}{2}, b=3$ 时，$4a+b$ 的最小值为 9. ……………………………………12 分

20.（本小题满分 12 分）

解：（I）因为不等式 $ax^2-3x+2>0$ 的解集为 $\{x \mid x<1, 或 x<b\}$，

所以 1 和 b 是方程 $ax^2-3x+2=0$ 的两个实数根. 故：$\begin{cases} 1+b=\dfrac{3}{a} \\ 1\times b=\dfrac{2}{a} \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$. ……..2 分

经验证，符合条件.

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165503，欢迎您的加入！

（Ⅱ）由（Ⅰ）知不等式$cx^2-(ac+b)x+ab>0$，即$cx^2-(c+2)x+2>0$，

即$(cx-2)(x-1)>0$．当$c=0$时，$-2(x-1)>0$，解得$x<1$.……………………4 分

当$c<0$时，$(cx-2)(x-1)>0$即$(x-\frac{2}{c})(x-1)<0$，解得$\frac{2}{c}<x<1$. . . . . 6 分

当$c>0$时，$(cx-2)(x-1)>0$即$(x-\frac{2}{c})(x-1)>0$. 比较$\frac{2}{c}$与 1 的大小

当$\frac{2}{c}=1$，即$c=2$时，解得$x\neq 1$………………………………………7 分

当$\frac{2}{c}>1$，即$0<c<2$时，解得$x<1$,或$x>\frac{2}{c}$…………………………………………9 分

当$\frac{2}{c}<1$，即$c>2$时，解得$x<\frac{2}{c}$,或$x>1$……………………………………………………11 分

综上所述，当$c<0$时，原不等式的解集为：$\{x|\frac{2}{c}<x<1\}$

当$c=0$时，原不等式的解集为：$\{x|x<1\}$

当$0<c<2$时，原不等式的解集为： $\{x|x<1,或x>\frac{2}{c}\}$

当$c=2$时，原不等式的解集为：$\{x|x\neq 1\}$

当$c>2$时，原不等式的解集为：$\{x|x<\frac{2}{c},或x>1\}$……………………………12 分

21．（本小题满分 12 分）解：（Ⅰ）当$0<x<40$时，

$L(x)=5\times 100x-10x^2-100x-2500 \quad =-10x^2+400x-2500$………2 分

当$x\geq 40$时，

$L(x)=5\times 100x-501x-\frac{3600}{x} \quad +4500-2500=2000-(x+\frac{3600}{x})$ ……4 分

所以$L(x)=\begin{cases}-10x^2+400x-2500,\ 0<x<40,\\ 2000-(x+\frac{3600}{x}),\ x\geq 40.\end{cases}$ ………………………………………………………………6 分

（Ⅱ）当$0<x<40$时， $L(x)=-10(x-20)^2+1500$，

当$x=20$时， $L(x)_{\max}=1500$；………………………………………………………………………8 分

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165503，欢迎您的加入！

当 $x \geq 40$ 时， $L(x)=2000-(x+\frac{3600}{x}) \leq 2000-2\sqrt{x \cdot \frac{3600}{x}}=2000-120=1880$，

（当且仅当 $x=\frac{3600}{x}$，即 $x=60$ 时，“＝”成立）…………………………………………………………10 分

因为 $1880>1500$，所以，当 $x=60$ 时，即 2020 年生产 60 百辆时，该企业获得利润最大，且最大利润为 1880 万元．…………………………………………………………………………………12 分

22（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）当 $x \in [-2,2]$，设 $g(x)=x^2+ax+3-a$, 对称轴为 $x=-\frac{a}{2}$

由题意知对 $\forall x \in [-2,2]$，$g(x) \geq 0$ 恒成立.

（1）当 $-\frac{a}{2} \leq -2$, 即 $a \geq 4$ 时，$g(x)$ 在 $[-2,2]$ 上单调递增，

此时只需 $\begin{cases} a \geq 4 \\ g(-2)=7-3a \geq 0 \end{cases}$, 此时无解. ……………………………2 分

（2）当 $-\frac{a}{2} \geq 2$, 即 $a \leq -4$ 时，$g(x)$ 在 $[-2,2]$ 上单调递减，

此时只需 $\begin{cases} a \leq -4 \\ g(2)=7+a \geq 0 \end{cases}$， 解得 $-7 \leq a \leq -4$ ……………………4 分

（3）当 $-2<-\frac{a}{2}<2$ 时，即 $-4<a<4$ 时，

此时只需 $\begin{cases} -4<a<4 \\ g\left(-\frac{a}{2}\right)=-\frac{a^2}{4}-a+3 \geq 0 \end{cases}$, 解得 $-4<a \leq 2$

综上所述, a 的取值范围是 $[-7,2]$. ……………………………………6 分

方法二：$\forall x \in [-2,2]$，设 $x^2+ax+3-a \geq 0$

$a(x-1) \geq -(x^2+3)$

（1） 当 $x=1$ 时, $a \in \mathrm{R}$

（2） 当 $x \in [-2,1)$ 时，$a \leq \frac{-(x^2+3)}{x-1}$. 令 $g(x)=\frac{-(x^2+3)}{x-1}$, $g(x)_{\min}=2$ ，$a \leq 2$.

资料下载来源：高中数学试题分享群群号 901165503，欢迎您的加入！

（3） 当$x\in(1,2]$时，$a\geq\dfrac{-\left(x^2+3\right)}{x-1}$. $g(x)=\dfrac{-\left(x^2+3\right)}{x-1}$, $g(x)_{\max}=-7$.，$a\geq-7$.

（Ⅱ）$f(x)<0$即 $x^2+ax+3<0$的解集为$\left\{x\mid m<x<m+2\sqrt{6}\right\}$，

所以$x_1=m$和$x_2=m+2\sqrt{6}$是方程$x^2+ax+3=0$的两个实数根．由韦达定理可知

$x_1+x_2=-a, x_1x_2=3, \left|x_1-x_2\right|=2\sqrt{6}$. ……………………………………………………8 分

$\therefore\left|x_1-x_2\right|^2=\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=a^2-12$ ……………………………………………………10 分

所以有$24=a^2-12$ 解得 $a=\pm6$. ……………………………………………………12 分

方法二：$x^2+ax+3<0$的解集为$\left\{x\mid m<x<m+2\sqrt{6}\right\}$

所以m和$m+2\sqrt{6}$是方程$x^2+ax+3=0$的两个实数根.

由韦达定理可知$\begin{cases}2m+2\sqrt{6}=-a, ① \\ m(m+2\sqrt{6})=3. ②\end{cases}$ ……………………………8 分

由②得$m^2+2\sqrt{6}m-3=0, \left(m+\sqrt{6}\right)^2=9$.

所以$m=3-\sqrt{6}$或$m=-3-\sqrt{6}$ ……………………………………………10 分

代入①式可得$a=\pm6$. ……………………………………………………12 分

资料下载来源：高中数学试题分享群 群号：901165503，欢迎您的加入！