机密★启用前

2020 年高一年级 10 月联考

数学试卷

本试卷共 4 页，22 题。全卷满分 150 分，考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域无效。
3. 非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域无效。
4. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列所给对象能构成集合的是

A. 2020 年全国 Ⅰ 卷数学试题的所有难题

B. 比较接近 2 的全体正数

C. 未来世界的高科技产品

D. 所有整数

$c>d$

$-c<-d$

2. 若 $a>b,c>d$，则下列不等关系中不一定成立的是

A. $a-b>c-d$　　B. $a+c>b+d$　　C. $a-c>b-c$　　D. $a-c<a-d$

3. 设集合 $A=\{x|\frac{x-1}{x-3}<0\}$，$B=\{x|2x-3>0\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x|-3<x<-\frac{3}{2}\}$　　B. $\{x|-3<x<\frac{3}{2}\}$　　C. $\{x|1<x<\frac{3}{2}\}$　　D. $\{x|x>1\}$

4. 已知 $a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R}$，若集合 $\{a,\frac{b}{a},1\}=\{a^2,a-b,0\}$，则 $a^{2\,020}+(b+1)^{2\,020}$ 的值为

A. 2　　B. 1　　C. -2　　D. -1

5. 襄阳五中组织强基计划选拔赛，某班共有 30 名同学参加了学校组织的数学、物理两科选拔，其中两科都取得优秀的有 6 人，数学取得优秀但物理未取得优秀的有 12 人，物理取得优秀而数学未取得优秀的有 4 人. 则两科均未取得优秀的人数是

A. 8 人　　B. 6 人　　C. 5 人　　D. 4 人

6. 若关于 x 的不等式 $2x^2-8x-4+a\leqslant 0$ 在 $1\leqslant x\leqslant 3$ 内有解，则实数 a 的取值范围是

A. $a\geqslant 12$　　B. $a\leqslant 10$　　C. $a\leqslant 12$　　D. $a\geqslant 10$

7. 下列叙述正确的是

A. 已知 $x>0$，则 $x+\frac{4}{x+2}$ 的最小值是 2

B. 已知 a,b 为实数，则 $a>b$ 是 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 的充要条件

C. 已知 $x,y\in\mathbf{R}$，“$xy<1$”是“x,y 都小于 1”的必要不充分条件

D. 若命题 $p:\forall x>1,2x+1>3$，则 p 的否定是：$\exists x>1,2x+1\leqslant 3$

8. 已知不等式 $ax^2-bx-1\geqslant 0$ 的解集是 $\{x|-3\leqslant x\leqslant -2\}$，则不等式 $x^2+bx+a>0$ 的解集是

A. $\{x|x<-\frac{1}{6}$ 或 $x>1\}$　　B. $\{x|x<-1$ 或 $x>\frac{1}{6}\}$

C. $\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x|x<-3$ 或 $x>2\}$

9. 已知 $0<x<1$，则 $\frac{1}{4x}+\frac{1}{1-x}$ 的最小值为

A. 9　　B. $\frac{9}{4}$　　C. 5　　D. $\frac{5}{4}$

10. 中国宋代的数学家秦九韶曾提出“三斜求积术”，即假设在平面内有一个三角形，边长分别为 a,b,c，三角形的面积 S 可由公式 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ 求得，其中 p 为三角形周长的一半，这个公式也被称为海伦一秦九韶公式，现有一个三角形的边长满足 $a+b=10,c=6$，则此三角形面积的最大值为

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

11. 已知 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，称为高斯取整函数，例如 $[3.4]=3,[-4.2]=-5$，方程 $[2x^2-x]=0$ 的解集为 A，集合 $B=\{x|6x^2-5ax+a^2>0\}$，且 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是

A. $-1\leqslant a\leqslant 0$ 或 $\frac{3}{2}\leqslant a<2$　　B. $-1<a<0$ 或 $\frac{3}{2}\leqslant a<2$

C. $-1<a\leqslant 0$ 或 $\frac{3}{2}\leqslant a<2$　　D. $-1\leqslant a\leqslant 0$ 或 $\frac{3}{2}<a\leqslant 2$

12. 设 $a>1,b>1,ab-(a+b)=1$，则下列结论正确的是

①$a+b$ 有最小值 $2(\sqrt{2}+1)$；　　②$a+b$ 有最大值 $(\sqrt{2}+1)^2$；

③ab 有最大值 $3+2\sqrt{2}$；　　④ab 有最小值 $3+2\sqrt{2}$.

A. ①③　　B. ①④　　C. ②③　　D. ②④

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知命题 $p:\exists m\in\{m|-1\leqslant m\leqslant 1\}$，$a^2-5a+3<m+2$，若 p 是假命题，则实数 a 的取值范围是________.

14. 设命题 $p:x^2-4x+3<0$，$q:x^2-(2m+1)x+(m-1)(m+2)\leqslant 0$. 若 p 是 q 的充分不必要条件，则实数 m 的取值范围是________.

15. 已知 $x>0,y>0$，且 $x+3y=xy$，若 $t^2+4t<x+3y$ 恒成立，则实数 t 的取值范围是________.

16. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，用U的子集可表示由0,1组成的6位字符串，如：$\{2,5\}$表示的是从左往右第2个字符为1，第5个字符为1，其余均为0的6位字符串010010，并规定空集表示的字符串为000000.

(1)若$M=\{1,3,4\}$，则$\complement_U M$表示6位字符串为________.

(2)若$A=\{2,3\}$，集合$A\cup B$表示的字符串为011011，则满足条件的集合B的个数为________个.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）已知集合$A=\{x|x^2-6x-16\leqslant 0\}$，$B=\{x|-3\leqslant x\leqslant 5\}$.

(1)若$C=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，$C\subseteq(A\cap B)$，求实数$m$的取值范围；

(2)若$D=\{x|x>3m+2\}$，且$(A\cup B)\cap D=\varnothing$，求实数$m$的取值范围.

18.（12分）(1)若关于x的不等式$2x^2-(4+a)x+2a\leqslant 0$的解集是$\{x|x\geqslant 1\}$的子集，求实数$a$的取值范围；

(2)已知a,b,c均为正数，且$\dfrac{abc}{a+b}=16$，求$a+b+c$的最小值.

19.（12分）给定两个命题p：对任意实数x都有$ax^2+ax+1>0$恒成立，q：关于x的方程$x^2-x+a-2=0$有实数根.

(1)“$a=0$”是p的什么条件？

(2)如果p与q中有且仅有一个为真命题，求实数a的取值范围.

20.(12分)设集合 $A=\{x|x^2-4x+3=0\}$,$B=\{x|x^2-2(a+2)x+a^2+3=0\}$.

(1)若 $A\cap B=\{1\}$,求实数 a 的值;

(2)若 $A\cap B=B$,求实数 a 的取值范围.

21.(12分)已知不等式 $2x^2+bx+c<0$ 的解集是 $\{x|0<x<5\}$.

(1)求 b,c 的值;

(2)不等式组 $\begin{cases}2x^2+bx+c>0,\\2(x+k)^2+b(x+k)+c<0\end{cases}$ 的正整数解只有一个,求实数 k 的取值范围;

(3)若对于任意实数 $x\in\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$,不等式 $t(2x^2+bx+c)\leqslant 2$ 恒成立,求实数 t 的取值范围.

22.(12分)此前,美国政府颁布了针对中国企业华为的禁令,禁止各国及各国企业向华为出售含有美国技术或软件设计的产品,否则出售者本身也会受到制裁。这一禁令在9月15日正式生效,迫于这一禁令的压力,很多家企业被迫停止向华为供货,对华为电子设备的发展产生不良影响。为适应发展的需要,某企业计划加大对芯片研发部的投入,据了解,该企业研发部原有100名技术人员,年人均投入 a 万元,现把原有技术人员分成两部分:技术人员和研发人员,其中技术人员 x 名($x\in\mathbf{N}^*$ 且 $45\leqslant x\leqslant 75$),调整后研发人员的年人均投入增加 $4x\%$,技术人员的年人均投入调整为 $a\left(m-\dfrac{2x}{25}\right)$ 万元.

(1)要使这 $100-x$ 名研发人员的年总投入不低于调整前100名技术人员的年总投入,求调整后的技术人员的人数最多多少人?

(2)是否存在这样的实数 m,使得技术人员在已知范围内调整后,同时满足以下两个条件:①技术人员的年均投入始终不减少;②研发人员的年总投入始终不低于技术人员的年总投入.若存在,求出 m 的范围;若不存在,说明理由.

2020年高一年级10月联考

数学参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	D	A	A	C	D	B	B	C	C	B

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $\{a\mid a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 5\}$　　14. $\{m\mid 1\leqslant m\leqslant 2\}$

15. $\{t\mid -6<t<2\}$　　16. 010011　4　（第一空2分，第二空3分）

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. **解：**(1) $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 8\}$，$B=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 5\}$，$A\cap B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$，…………3分

①若 $C=\varnothing$，则 $m+1>2m-1$，$\therefore m<2$；…………5分

②若 $C\neq\varnothing$，则 $\begin{cases} m+1\leqslant 2m-1, \\ m+1\geqslant -2, \\ 2m-1\leqslant 5, \end{cases}$ $\therefore 2\leqslant m\leqslant 3$，综上，实数 m 的取值范围为 $\{m\mid m\leqslant 3\}$. …………8分

(2) $A\cup B=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 8\}$，$\therefore 3m+2\geqslant 8$，$\therefore$ 实数 m 的取值范围为 $\{m\mid m\geqslant 2\}$. …………10分

18. **解：**(1)由题 $(2x-a)(x-2)\leqslant 0$，

当 $a\geqslant 4$ 时，不等式的解集为 $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant \frac{a}{2}\}$，此时显然是 $\{x\mid x\geqslant 1\}$ 的子集，…………3分

当 $a<4$ 时，不等式的解集为 $\{x\mid \frac{a}{2}\leqslant x\leqslant 2\}$，要使其为 $\{x\mid x\geqslant 1\}$ 的子集，则 $\frac{a}{2}\geqslant 1$，$\therefore 2\leqslant a<4$，

综上，实数 a 的取值范围为 $\{a\mid a\geqslant 2\}$. …………6分

(2)根据题意，$abc=16(a+b)$，则 $c=16\,\frac{a+b}{ab}$，…………8分

则 $a+b+c=a+b+16\,\frac{a+b}{ab}=a+\frac{16}{a}+b+\frac{16}{b}\geqslant 8+8=16$，…………11分

当且仅当 $a=b=4$ 时，等号成立；则 $a+b+c$ 的最小值为16. …………12分

19. **解：**(1)若 $a=0$，$ax^2+ax+1>0$ 等价于 $1>0$ 恒成立，…………2分

若 $a\neq 0$，则 $ax^2+ax+1>0$ 恒成立

等价于判别式 $\Delta=a^2-4a<0$，且 $a>0$，则 $0<a<4$，…………4分

综上，p：$0\leqslant a<4$，即“$a=0$”是 p 的充分不必要条件；(答充分条件也对) …………6分

(2)对任意实数 x 都有 $ax^2+ax+1>0$ 恒成立，

可得 $a=0$ 或 $\begin{cases} a>0, \\ \Delta<0, \end{cases}$ 可得 $0\leqslant a<4$；…………8分

关于 x 的方程有实数根，可得 $1-4(a-2)\geqslant 0$，$a\leqslant \frac{9}{4}$；…………10分

如果 p 真 q 假，有 $\begin{cases} 0\leqslant a<4, \\ a>\frac{9}{4}, \end{cases}$ 得 $\frac{9}{4}<a<4$，

如果 p 假 q 真，有 $\begin{cases} a<0 \text{ 或 } a\geqslant 4, \\ a\leqslant \frac{9}{4}, \end{cases}$ 得 $a<0$，

所以实数 a 的取值范围为 $\{a|a<0$ 或 $\frac{9}{4}<a<4\}$. ………………………………………………………… 12 分

20. 解：(1) $A=\{x|x^2-4x+3=0\}=\{1,3\}$， ………………………………………………………… 1 分

$\because A\cap B=\{1\}$，$\therefore 1\in B$.

把 $x=1$ 代入方程 $x^2-2(a+2)x+a^2+3=0$ 得

$a^2-2a=0$，解得 $a=0$ 或 $a=2$； ………………………………………………………… 3 分

$a=0$ 时 $B=\{1,3\}$ 不符题意舍，$a=2$ 时 $B=\{1,7\}$ 符合，

$\therefore a=2$， ………………………………………………………… 5 分

(2) $\because A\cap B=B$，$\therefore B\subseteq A$. ………………………………………………………… 6 分

①当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta=[-2(a+2)]^2-4(a^2+3)<0$，解得 $a<-\frac{1}{4}$； ………………………………………… 8 分

②当 $B\neq\varnothing$ 时，$B=\{1\}$ 或 $B=\{3\}$ 或 $B=\{1,3\}$，

若 $B=\{1\}$ 或 $B=\{3\}$，则 $\Delta=[-2(a+2)]^2-4(a^2+3)=0$，解得 $a=-\frac{1}{4}$，此时 $B=\{\frac{7}{4}\}$，不符合题意；……

………………………………………………………… 10 分

若 $B=\{1,3\}$，则由根与系数的关系定理可得 $\begin{cases}2(a+2)=1+3,\\a^2+3=1\times 3,\end{cases}$ 可得 $a=0$，

综上所述，实数 a 的取值范围是 $\{a|a<-\frac{1}{4}$ 或 $a=0\}$. ………………………………………………………… 12 分

21. (1) 因为不等式 $2x^2+bx+c<0$ 的解集是 $\{x|0<x<5\}$，

所以 0，5 是一元二次方程 $2x^2+bx+c=0$ 的两个实数根，

可得 $\begin{cases}0+5=-\frac{b}{2},\\0\times 5=\frac{c}{2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-10,\\c=0,\end{cases}$ ………………………………………………………… 2 分

(2) 不等式组 $\begin{cases}2x^2-10x>0,\\2(x^2+2kx+k^2)-10(x+k)<0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x<0 \text{ 或 } x>5,\\-k<x<5-k,\end{cases}$ ………………………………………………………… 4 分

因为不等式组的正整数解只有一个，可得该正整数解就是 6，

可得 $6<5-k\leqslant 7$，解得 $-2\leqslant k<-1$，

所以 k 的取值范围是 $\{k|-2\leqslant k<-1\}$； ………………………………………………………… 8 分

(3) $t(2x^2+bx+c)\leqslant 2$，即 $t(2x^2-10x)\leqslant 2$，即 $tx^2-5tx-1\leqslant 0$，

当 $t=0$ 时显然成立， ………………………………………………………… 9 分

当 $t\neq 0$ 时，

$tx^2-5tx-1\leqslant 0$ 中二次函数 $y=tx^2-5tx-1$ 的对称轴为 $x=\frac{5}{2}$，又 $-1\leqslant x\leqslant 1$，

$\therefore\begin{cases}t+5t-1\leqslant 0,\\t-5t-1\leqslant 0,\end{cases}$

解得 $-\frac{1}{4}\leqslant t\leqslant\frac{1}{6}$ 且 $t\neq 0$，

综上，t 的取值范围是 $\{t|-\frac{1}{4}\leqslant t\leqslant\frac{1}{6}\}$. ………………………………………………………… 12 分

22. (1) 依题意得：$(100-x)(1+4x\%)a\geqslant 100a\ (a>0)$

解得 $x\leqslant 75$，所以调整后的技术人员的人数最多 75 人，…………………………………………………………… 2 分

(2) 由技术人员年人均投入不减少有

ⅰ) $a(m-\frac{2}{25}x)\geqslant a$，得 $m\geqslant\frac{2x}{25}+1$， …………………………………………………………………………………… 5 分

由研发人员的年总投入始终不低于技术人员的年总投入有

ⅱ) $(100-x)(1+4x\%)a\geqslant x(m-\frac{2x}{25})a$ ，

两边除以 ax 得

$(\frac{100}{x}-1)(1+\frac{x}{25})\geqslant m-\frac{2x}{25}$，

整理得 $m\leqslant\frac{100}{x}+\frac{x}{25}+3$ ， ……………………………………………………………………………………………… 8 分

故有 $\frac{2x}{25}+1\leqslant m\leqslant\frac{100}{x}+\frac{x}{25}+3$ ，

$\frac{100}{x}+\frac{x}{25}+3\geqslant 2\sqrt{\frac{100}{x}\cdot\frac{x}{25}}+3=7$，当且仅当 $x=50$ 时取等号，$\therefore m\leqslant 7$， …………………………………… 10 分

又因为 $45\leqslant x\leqslant 75$，当 $x=75$ 时，$\frac{2x}{25}+1$ 取得最大值 7，$\therefore m\geqslant 7$，

$\therefore 7\leqslant m\leqslant 7$，即存在这样的 m 满足条件，其范围为 $m\in\{7\}$. ………………………………………………… 12 分