

秦科高高一年级 10 月月考

一、单选题

- 1、已知集合 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $\complement_U(A \cup B)$ 为()
- A. $\{-2, 3\}$ B. $\{-2, 2, 3\}$ C. $\{-2, -1, 0, 3\}$ D. $\{-2, -1, 0, 2, 3\}$
- 2、若 $4 \in \{x+2, x^2\}$, 则实数 x 的值为()
- A. -2 B. 2 C. 2 或 -2 D. 2 或 4
- 3、高一某班共有 45 人, 在一次摸底测验中, 数学 20 人得优, 语文 15 人得优, 两门都不得优 20 人, 则两门都得优的人数为()
- A. 5 B. 10 C. 15 D. 不能确定
- 4、命题“存在实数 x , 使 $x > 1$ ”的否定是()
- A. 对任意实数 x , 都有 $x > 1$ B. 不存在实数 x , 使 $x \leq 1$
- C. 对任意实数 x , 都有 $x \leq 1$ D. 存在实数 x , 使 $x \leq 1$
- 5、“ $m < \frac{1}{4}$ ”是“关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有实数解”的()条件
- A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分也不必要
- 6、对于任意 $x \in R$, 不等式 $(m-2)x^2 + 2(m-2)x + 4 > 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是()
- A. $(2, 6)$ B. $[2, 6)$ C. $(2, 6]$ D. $[2, 6]$
- 7、手机屏幕面积与整机面积的比值叫手机的“屏占比”, 它是手机外观设计中一个重要参数, 其值通常在 $(0, 1)$ 之间, 设计师将某手机的屏幕面积和整机面积同时增加相同的数量, 升级为一款新的手机外观, 则该手机“屏占比”和升级前比有什么变化()
- A. “屏占比”不变 B. “屏占比”变小 C. “屏占比”变大 D. 变化不确定
- 8、若正数 x, y 满足 $x^2 + xy - 2 = 0$, 则 $3x + y$ 的最小值是()
- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

二、多选题

- 9、下列命题为假命题的是()
- A. $\forall x \in R, |x| > 0$
- B. 存在有序正数组 (x, y) 满足 $xy = x + y$

C. $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 \leq 0$

D. 所有能被3整除的整数都是奇数

10、已知 $c < b < a$ ，且 $ac < 0$ ，那么下列不等式中一定成立的是()

A. $ac < ab$ B. $\frac{b}{c} < \frac{a}{c}$ C. $cb^2 < ab^2$ D. $ac(a-c) < 0$

11、已知不等式 $(x+my)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 9$ 对任意正实数 x, y 恒成立，则正实数 m 的值可以是()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

12、定义 $A-B = \{x | x \in A, \text{且} x \notin B\}$ ， $A*B = (A-B) \cup (B-A)$ 叫做集合的对称差，若集合

$A = \{y | y = x + 2, -1 \leq x \leq 1\}$ ，则以下说法正确的是()

A. $B = [2, 10]$ B. $A-B = [1, 2]$ C. $A*B = (-1, 2] \cup (5, 10]$ D. $A*B = B*A$

三、填空题

13、设集合 $M = (1, 2]$ ，则满足条件 $M \cup N = \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 N 的个数是_____.

14、已知 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $2x + y = 2$ ，则 xy 的最大值是_____.

15、已知“ $x \geq k$ ”是“ $\frac{3}{x+1} < 1$ ”的充分不必要条件，则 k 的取值范围_____.

16、已知 $a, b \in R$ ， $a^2 + b^2 - ab = 2$ ，则 $a+b$ 的最大值为_____， ab 的取值范围是_____.

四、解答题

17. 已知集合 $A = \{x | ax + 1 = 0\}$ ， $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ， $C = \{x | x^2 + 5x - 8 = 0\}$

(1) 若 $A \cap B = A$ ，求实数 a 的值；

(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$ 与 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立，求实数 a 的值

18. 已知 $U = R$ ，集合 $A = \{x | a - 2 \leq x \leq a + 2\}$ ， $B = \{x | x \leq 1, \text{或} x \geq 6\}$

(1) 当 $a = 0$ 时，求 $A \cup B$ 和 $A \cap (\complement_U B)$

(2) 若 $A \cup B = R$ ，求实数 a 的取值范围

19. (1) 已知 $x > 2$ ，求 $y = 2x + \frac{2}{x-2}$ 的最小值；

(2) 已知 $x > 0$ ， $y > 0$ ，且 $x+y = 2$ ，求 $\frac{8}{x} + \frac{2}{y}$ 的最小值

20、已知函数 $y = ax^2 + (2 - 4a)x - b - 1 (a \neq 0)$

(1) 当 $a = 1$ 时，函数在区间 $(1, +\infty)$ 上仅有一个零点，求 b 的取值范围

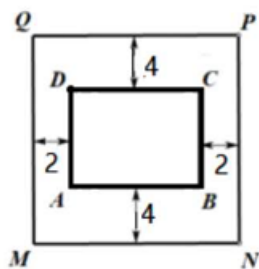
(2) 关于 x 的不等式 $y < 0$ 的解集为 $(1, 2)$ ，求实数 a, b 的值

(3) 当 $b = 7$ 时，解关于 x 的不等式 $y > 0$

21、一酒企为扩大生产规模，决定新建一个底面为长方形 $MNPQ$ 的室内发酵馆，发酵馆内有一个无盖长方体发酵池，其地面为长方形 $ABCD$ （如图所示）。结合现有的生产规模，设定修建的发酵池容积为 $450 m^3$ ，深 2 米，若池底和池壁每平方米的造价分别为 200 元和 150 元，发酵池造价总费用不超过 65400 元。

(1) 求发酵池 AD 边长的范围

(2) 在建发酵馆时，发酵池的四周要分别留出两条宽为 4 米和 2 米的走道，问：发酵池的边长如何设计，可使得发酵馆占地面积最小



22、已知 $a > 1, b > 1, M = \frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1}, N = \frac{b^2}{a-1} + \frac{a^2}{b-1}$

(1) 试比较 M 与 N 的大小，并证明

(2) 分别求 M, N 的最小值

解析:

1、A 2、A 3、B 4、C 5、A 6、B 7、C 8、C

9、ACD 10、AD 11、CD 12、ABD

13、4 14、 $\frac{1}{2}$ 15、 $k > 2$ 16、 $2\sqrt{2}; \left[-\frac{2}{3}, 2\right]$

17、【解析】 $B = \{x|x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$, $C = \{x|x^2 + 5x - 8 = 0\} = \{2, -4\}$

(1) $\because A \cap B = A, \therefore A \subseteq B$

$a = 0, A = \emptyset$, 符合题意

$a \neq 0, A = \left\{-\frac{1}{a}\right\}, \therefore -\frac{1}{a} = 2$ 或 $-\frac{1}{a} = 3$

$\therefore a = -\frac{1}{2}$ 或 $a = -\frac{1}{3}$

综上所述, $a = 0$ 或 $a = -\frac{1}{2}$ 或 $a = -\frac{1}{3}$

(2) $\because A \cap B \neq \emptyset$, $\therefore A = \{2\}$ 或 $A = \{3\}$

$\because A \cap C = \emptyset$, $\therefore A \neq \{2\}$ 且 $A \neq \{-4\}$

$\therefore A = \{3\}$, $\therefore a = -\frac{1}{3}$

18、【解析】 (1) $a = 0$ 时, $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$

$\therefore A \cup B = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 6\}$

$\complement_U B = \{x | 1 < x < 6\}, \therefore A \cap (\complement_U B) = \{x | 1 < x \leq 2\}$

(2) $\because A \cup B = R$

$\therefore \begin{cases} a-2 \leq 1 \\ a+2 \geq 6 \end{cases}, \therefore \begin{cases} a \leq 3 \\ a \geq 4 \end{cases}$

无解

19、【解析】 (1) $\because x > 2, \therefore x-2 > 0$

$\therefore y = 2x + \frac{2}{x-2} = 2(x-2) + \frac{2}{x-2} + 4 \geq 2\sqrt{2(x-2) \cdot \frac{2}{x-2}} + 4 = 8$

当且仅当 $2(x-2) = \frac{2}{x-2}$, $x=3$ 时等号成立

综上, y 的最小值是 8

$$(2) \because x+y=2$$

$$\therefore \frac{8}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \left(\frac{8}{x} + \frac{2}{y} \right) (x+y) = 5 + \frac{4y}{x} + \frac{x}{y}$$

$$\because x > 0, y > 0$$

$$\frac{4y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2\sqrt{\frac{4y}{x} \cdot \frac{x}{y}} = 4$$

当且仅当 $\frac{4y}{x} = \frac{x}{y}$, $x=2y$, $x=\frac{4}{3}$, $y=\frac{2}{3}$ 时等号成立

$$\therefore \frac{8}{x} + \frac{2}{y} \geq 5 + 4 = 9$$

$$\therefore \frac{8}{x} + \frac{2}{y} \text{ 的最小值是 } 9$$

20、【解析】

(1) $y = x^2 - 2x - b - 1$, 对称轴为 $x=1$, 所以当 $x=1$ 时, $y < 0$ 即符合题目要求, 所以 $1 - 2 - b - 1 < 0$, $b > -2$

(2) 因为解集为 $(1, 2)$, 所以 $a < 0$, 且 1, 2 是方程 $ax^2 + (2-4a)x - b - 1 = 0$ 的两根, 所以 $a=2, b=-5$

$$(3) ax^2 + (2-4a)x - 8 > 0, \text{ 即 } (ax+2)(x-4) > 0$$

$$\textcircled{1} a > 0, x \in (-\infty, -\frac{2}{a}) \cup (4, +\infty)$$

$$\textcircled{2} a < 0, a = -\frac{1}{2} \text{ 时, } x \in \emptyset$$

$$-\frac{1}{2} < a < 0 \text{ 时, } x \in (4, -\frac{2}{a})$$

$$a < -\frac{1}{2} \text{ 时, } x \in (-\frac{2}{a}, 4)$$

21、【解析】

(1) 设 AD 边长为 x , $x > 0$, 则 DC 边长为 $\frac{225}{x}$

$$150 \times 2x \times 2 + 150 \times 2 \times \frac{225}{x} \times 2 + 225 \times 200 \leq 65400$$

$$\therefore 9 \leq x \leq 25$$

$$(2) \quad S = \left(\frac{225}{x} + 4\right)(x + 8) = 225 + \frac{1800}{x} + 4x + 32 \geq 257 + 2\sqrt{4x \cdot \frac{1800}{x}} = 257 + 120\sqrt{2}$$

当 $x = 15\sqrt{2}$ 时取等

22、【解析】

$$(1) \quad M - N = \frac{-(a-b)^2(a+b)}{(a-1)(b-1)} \leq 0, \quad \therefore M \leq N$$

$$(2) \quad M = a - 1 + \frac{1}{a-1} + b - 1 + \frac{1}{b-1} + 4 \geq 8, \quad \text{当 } a = b = 2 \text{ 时取等}$$

$$N \geq M \geq 8$$