天水一中高一级2020—2021学年度第一学期第一学段考试

数学试题

时间：90分钟）

一．选择题（每题10分，共40分）

1．设集合 $A=\{x|2\le x+1<5\}$，$B=\{x\in N|x\le 2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{x|1\le x\le 2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2．下列各组函数中，$f(x)$ 与 $g(x)$ 相等的是（　　）

A．$f(x)=\frac{x^3}{x}$，$g(x)=\frac{x^2(x-1)}{x-1}$　　B．$f(x)=x-1$，$g(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$

C．$f(x)=\sqrt{x^2}$，$g(x)=\sqrt[3]{x^3}$　　D．$f(x)=x+\frac{1}{x}$，$g(x)=\frac{x^2+1}{x}$

3．已知函数 $f(x)=x^3+3x$，若 $f(-a)=2$，则 $f(a)$ 的值为（　　）

A．2　　B．-2　　C．1　　D．-1

4．定义在 R 上的偶函数 $f(x)$，对任意的 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，都有 $(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0$，$f(-1)=0$，则不等式 $xf(x)<0$ 的解集是（　　）

A．$(-1,1)$　　B．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

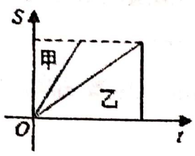
C．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)\cup(0,1)$

5．函数 $f(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+3|-3}$ 的奇偶性是（）

A．奇函数　　B．偶函数

C．既不是奇函数也不是偶函数　　D．既是奇函数又是偶函数

6．甲、乙两人在一次赛跑中，从同一地点出发，路程S与时间t的函数关系如图所示，则下列说法正确的是（）



A．甲比乙先出发　　　　　　　　　　B．乙比甲跑的路程多

C．甲、乙两人的速度相同　　　　　　D．甲比乙先到达终点

7．已知二次函数 $f\left(x\right)=x^2+bx+c$，且 $f\left(x+2\right)$ 是偶函数，若满足 $f\left(2-a\right)>f\left(4\right)$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$\left(-2,2\right)$　　　　　　　　B．$\left(-\infty,-2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

C．由 b 的范围决定　　　　　　　　D．由 b，c 的范围共同决定

8．设函数 $f(x)=\begin{cases}\left|x^2-x-2\right|,x\geq a\\ ax-6,x<a\end{cases}$ 是定义在 R 上的增函数，则实数 a 取值范围（　　）

A．$\left[2,+\infty\right)$　　B．$\left[0,3\right]$　　C．$\left[2,3\right]$　　D．$\left[2,4\right]$

9．函数 $f\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(ax+b\right)$ 为偶函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 单调递增，则 $f\left(2-x\right)>0$ 的解集为（　　）

A．$\left\{x\,|-2<x<2\right\}$　　　　　　B．$\left\{x\,|\,x>2\text{或 } x<-2\right\}$

C．$\left\{x\,|\,0<x<4\right\}$　　　　　　　D．$\left\{x\,|\,x>4\text{或}x<0\right\}$

10．设函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为R，满足 $f\left(x+1\right)=\dfrac{1}{2}f\left(x\right)$，且当 $x\in\left(0,1\right]$ 时，$f\left(x\right)=x\left(x-1\right)$．若对任意 $x\in\left[m,+\infty\right)$，都有 $f\left(x\right)\geq-\dfrac{8}{9}$，则 m 的最小值是（　　）

A．$-\dfrac{4}{3}$　　B．$-\dfrac{5}{3}$　　C．$-\dfrac{5}{4}$　　D．$-\dfrac{6}{5}$

二. 填空题（每题5分，共20分）

11. 已知$\dfrac{3a}{2}+b=1$，则$\dfrac{9^a\cdot 3^b}{\sqrt{3^a}}=$__________.

12. 某商人将彩电先按原价提高40%，然后在广告上写上"大酬宾，八折优惠"结果是每台彩电比原价多赚了270元，那么每台彩电原价是______元

13. 若函数$f(x)=(4-x)(x-2)$在区间$(2a，3a-1)$上单调递增，则实数a的取值范围是________.

14. 已知函数$f\left(x\right)$在定义域$\left(0,+\infty\right)$上是单调函数，若对任意的$x\in\left(0,+\infty\right)$，都有$f[f(x)-\dfrac{1}{x}]=2$, 则$f(\dfrac{1}{5})$的值是___.

三. 解答题（每题10分，共40分）

15. $f\left(x\right)=x^2+\left(m-2\right)x-2m\left(m\in R\right)$

(1)已知$f\left(x\right)$在$\left[2,4\right]$上是单调函数, 求m的取值范围;

(2)求$f\left(x\right)<0$的解集.

16. 已知函数$f\left(x\right)=\dfrac{x+b}{x^2-1}$是定义域$(-1,1)$上的奇函数.

（1）确定$f\left(x\right)$的解析式;

（2）用定义证明：$f\left(x\right)$在区间$(-1,1)$上是减函数;

（3）解不等式$f\left(t-1\right)+f\left(t\right)<0$.

17．养鱼场中鱼群的最大养殖量为m t，为保证鱼群的生长空间，实际养殖量不能达到最大养殖量，必须留出适当的空闲量．已知鱼群的年增长量y t和实际养殖量x t与空闲率的乘积成正比，比例系数为$k\left(k>0\right)$．注：

$$\text{空闲率}=\frac{\text{养鱼场中鱼群的最大养殖量}-\text{实际养殖量}}{\text{养鱼场中鱼群的最大养殖量}}$$

（1）写出y关于x的函数关系式，并指出这个函数的定义域；

（2）求鱼群年增长量的最大值；

（3）当鱼群的年增长量达到最大值时，求k的取值范围．

18．已知定义域为$I=\left(-\infty,0\right)\cup\left(0,+\infty\right)$的函数$f\left(x\right)$满足对任意$x_1$，$x_2\in I$都有

$f\left(x_1x_2\right)=x_1f\left(x_2\right)+x_2f\left(x_1\right)$

（1）求证：$f\left(x\right)$是奇函数；

（2）设$g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$，且当$x>1$时，$g\left(x\right)<0$，求不等式$g\left(x-2\right)>g\left(x\right)$的解集

数学参考答案

1. B　2. D　3. B　4. D　5. A　6. D　7. B　8. D　9. D　10. A

11. 3　12. 2250　13. $\left[1,\frac{4}{3}\right]$　14. 6

15. (1)函数 $f(x)=x^2+(m-2)x-2m(m\in R)$ 的对称轴为：$x=\frac{2-m}{2}$

因为 $f(x)$ 在 $[2,4]$ 上是单调函数,所以有：$\frac{2-m}{2}\ge 4$ 或 $\frac{2-m}{2}\le 2$,解得 $m\le -6$ 或 $m\ge -2$；

(2)方程 $x^2+(m-2)x-2m=0$ 的两个根为：$2,-m$.

当 $m=-2$ 时,不等式 $f(x)<0$ 的解集为空集;

当 $m>-2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\{x|-m<x<2\}$；

当 $m<-2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\{x|2<x<-m\}$.

16.（1）由于函数 $f(x)=\frac{x+b}{x^2-1}$ 是定义域 $(-1,1)$ 上的奇函数，则 $f(-x)=-f(x)$，

即 $\frac{-x+b}{(-x)^2+1}=-\frac{x+b}{x^2+1}$，化简得 $b=0$，因此，$f(x)=\frac{x}{x^2-1}$；

（2）任取 x_1、$x_2\in(-1,1)$，且 $x_1<x_2$，即 $-1<x_1<x_2<1$，

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{x_1^2-1}-\frac{x_2}{x_2^2-1}=\frac{x_1(x_2^2-1)-x_2(x_1^2-1)}{(x_1^2-1)(x_2^2-1)}=\frac{(x_2-x_1)(x_1x_2+1)}{(x_1-1)(x_1+1)(x_2-1)(x_2+1)}$$

$\because -1<x_1<x_2<1$，$\therefore x_2-x_1>0$，$x_1x_2+1>0$，$x_1-1<0$，$x_1+1>0$，$x_2-1<0$，$x_2+1>0$.

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$，$\therefore f(x_1)>f(x_2)$，因此，函数 $y=f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 上是减函数;

（3）由（2）可知，函数 $y=f(x)$ 是定义域为 $(-1,1)$ 的减函数，且为奇函数，

由 $f(t-1)+f(t)<0$ 得 $f(t-1)<-f(t)=f(-t)$，所以 $\begin{cases}t-1>-t\\-1<t-1<1\\-1<t<1\end{cases}$，解得 $\frac{1}{2}<t<1$.

因此，不等式 $f(t-1)+f(t)<0$ 的解集为 $\left(\frac{1}{2},1\right)$.

17.（1）由题意得，空闲率为 $\frac{m-x}{m}$，由于鱼群的年增长量 y t 和实际养殖量 x t 与空闲率的乘积成正比，比例系数为 $k(k>0)$，所以 $y=kx\cdot\frac{m-x}{m}=kx\left(1-\frac{x}{m}\right)(0\le x<m)$.

（2）由（1）得：$y=-\frac{k}{m}x^2+kx=-\frac{k}{m}\left(x-\frac{m}{2}\right)^2+\frac{km}{4}$.

$\therefore$ 当 $x=\dfrac{m}{2}$ 时，$y_{最大}=\dfrac{km}{4}$，　即鱼群年增长量的最大值为 $\dfrac{km}{4}$ t.

（3）由题意可得，$0\le x+y<m$，即 $0\le\dfrac{m}{2}+\dfrac{km}{4}<m$，$\therefore -2\le k<2$. 又 $\because k>0$，$\therefore 0<k<2$.

k 的取值范围是 $(0,2)$.

18.（1）令 $x_1=x_2=1$，得 $f(1)=0$

令 $x_1=x_2=-1$，得 $f(-1)=-\dfrac{1}{2}f(1)=0$　　令 $x_1=x$，$x_2=-1$，

得 $f(-x)=-f(x)+xf(-1)=-f(x)$　\ $f(x)$ 是奇函数.

（2）$\because f(x_1x_2)=x_1f(x_2)+x_2f(x_1)$，　$\therefore \dfrac{f(x_1x_2)}{x_1x_2}=\dfrac{f(x_1)}{x_1}+\dfrac{f(x_2)}{x_2}$，

$\therefore g(x_1x_2)=g(x_1)+g(x_1)$　设 $x_1>x_2>0$，则 $\dfrac{x_1}{x_2}>1$，所以 $g\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)<0$

$\because g(x_1)=g\left(x_2\cdot\dfrac{x_1}{x_2}\right)=g(x_2)+g\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)<g(x_2)$ $\therefore g(x)$ 在 (0,+¥) 上是减函数

$\because g(x)$ 是偶函数　$\therefore g(|x-2|)>g(|x|)$

$\therefore \begin{cases} x-2\ne 0 \\ x\ne 0 \\ |x-2|<|x| \end{cases}$　$\therefore$ 不等式 $g(x-2)>g(x)$ 的解集为 $\{x|1<x<2$ 或 $x>2\}$.