

山西大学附中

2020~2021 学年第一学期高一年级 10 月(总第一次)模块诊断

数 学 试 题

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分.在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合  $A = \{-1, 1, 2\}$ , 集合  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则集合  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{1, 2\}$       B.  $\{-1, 1, 2\}$       C.  $\{1, 2, 3\}$       D.  $\{-1, 1, 2, 3, 4\}$

2. 下列集合表示同一集合的是( )

- A.  $M = \{(2, 3)\}, N = \{(3, 2)\}$       B.  $M = \{2, 3\}, N = \{3, 2\}$   
C.  $M = \{(x, y) | y = x + 1\}, N = \{y | y = x + 1\}$       D.  $M = \{y = x^2 + 1\}, N = \{y | y = x^2 + 1\}$

3. 命题 “ $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ” 的否定是 ( )

- A.  $\forall x \in R, x^2 + 2x + 2 > 0$       B.  $\forall x \in R, x^2 + 2x + 2 \leq 0$   
C.  $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 > 0$       D.  $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 \geq 0$

4. 不等式  $x^2 - 7x < 0$  的解集是 ( )

- A.  $\{x | x < -7 \text{ 或 } x > 0\}$       B.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 7\}$   
C.  $\{x | -7 < x < 0\}$       D.  $\{x | 0 < x < 7\}$

5. 如果实数  $a, b, c$  满足:  $a > b > c$ , 则下列不等式一定成立的是 ( )

- A.  $ac^2 > bc^2$       B.  $a^2 > b^2 > c^2$   
C.  $a + c > 2b$       D.  $a - c > b - c$

6. 设全集  $U$  是实数集  $R$ ,  $M = \{x | x^2 > 4\}$ ,  $N = \{x | 1 < x < 3\}$ , 则图中阴影部分所表示的集合

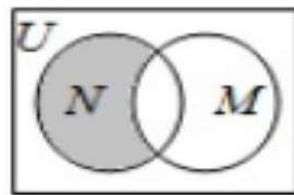
是 ( )

A.  $\{x | -2 \leq x < 1\}$

B.  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$

C.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$

D.  $\{x | x < 2\}$



7. 设集合  $M = \{1, 2\}$ , 则满足条件  $M \cup N = \{1, 2, 6\}$  的集合  $N$  的个数是

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

8. 已知不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集是  $\{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $a + b$  的值为

A. 1

B. -1

C. 0

D. -2

9. 设集合  $A = \{x | 1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \cap B = A$ , 则  $a$  的取值范围是

A.  $\{a | a \leq 2\}$

B.  $\{a | a \leq 1\}$

C.  $\{a | a \geq 1\}$

D.  $\{a | a \geq 2\}$

10. 命题 " $\forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, 2x^2 - a \geq 0$ " 为真命题的一个充分不必要条件是 ( )

A.  $a \leq 1$

B.  $a \leq 2$

C.  $a \leq 3$

D.  $a \leq 4$

11. 已知  $x > 0, y > 0, x + 9y = 3$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值为 ( )

A. 16

B. 4

C.  $\frac{16}{3}$

D.  $\frac{20}{3}$

12. 已知集合  $A = \{x | -2 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | m < x < m + 9\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $\{m | m < 3\}$

B.  $\{m | m \geq -11\}$

C.  $\{m | -11 \leq m \leq 3\}$

D.  $\{m | -11 < m < 3\}$

## 二、填空题 (每题 4 分, 满分 16 分, 将答案填在答题纸上)

13. 设集合  $A = \{2, x, x^2\}$ , 若  $1 \in A$ , 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

14. "不等式  $x^2 - x + m > 0$  在  $R$  上恒成立" 的充要条件是\_\_\_\_\_.

15. 若  $x > 1$ , 则  $4x + \frac{1}{x-1}$  的最小值等于\_\_\_\_\_.

---

16. 已知集合  $A = \{x | x^2 + px + 1 = 0\}$ ,  $M = \{x | x > 0\}$ , 若  $A \cap M = \emptyset$ , 则实数  $p$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 48 分)

17. 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$

(1) 当  $m = -1$  时, 求  $A \cup B$ ;

(2) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $m$  的取值范围

18. (本小题 12 分) 设集合  $M = \{x | (x+a)(x-1) \leq 0\} (a > 0)$ ,  $N = \{x | 4x^2 - 4x - 3 < 0\}$

(I) 若  $M \cup N = \left\{x \middle| -2 \leq x < \frac{3}{2}\right\}$ , 求实数  $a$  的值;

(II) 若  $(C_R M) \cup N = R$ , 求实数  $a$  的取值范围.

---

19. 已知集合  $A = \{x \mid 2 - a \leq x \leq 2 + a\}$ ,  $B = \{x \mid x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ,

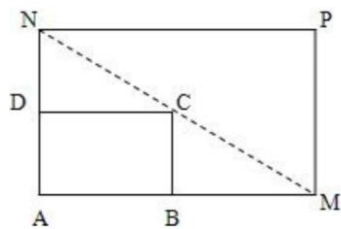
(I) 当  $a = 3$  时, 求  $A \cap B$ ;

(II) 若  $a > 0$ , 且 " $x \in A$ " 是 " $x \in C_R B$ " 的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

20. (本小题 12 分) 某小区内有如图所示的一矩形花坛, 现将这一矩形花坛  $ABCD$  扩建成一个更大的矩形花坛  $AMPN$ , 要求  $B$  点在  $AM$  上,  $D$  点在  $AN$  上, 过点  $C$  点。已知  $AB = 3$  米,  $AD = 2$  米。

(I) 要使矩形  $AMPN$  的面积大于 32 平方米, 则  $DN$  的长度应在什么范围内?

(II) 当  $DN$  的长度是多少时, 矩形花坛  $AMPN$  的面积最小? 并求出最小值。



山西大学附中

2020~2021 学年第一学期高一年级 10 月(总第一次)模块诊断

数 学 试 题

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分.在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合  $A = \{-1, 1, 2\}$ , 集合  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则集合  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{1, 2\}$       B.  $\{-1, 1, 2\}$       C.  $\{1, 2, 3\}$       D.  $\{-1, 1, 2, 3, 4\}$

**考点:** 集合运算

**答案:** A

**解析:**  $A \cap B = \{1, 2\}$

2. 下列集合表示同一集合的是( )

- A.  $M = \{(2, 3)\}, N = \{(3, 2)\}$       B.  $M = \{2, 3\}, N = \{3, 2\}$   
C.  $M = \{(x, y) | y = x + 1\}, N = \{y | y = x + 1\}$       D.  $M = \{y = x^2 + 1\}, N = \{y | y = x^2 + 1\}$

**考点:** 同一集合判断

**答案:** B

**解析:** A 项, 两集合表示不同的点集; B 项, 根据元素的无序性, 两集合是同一集合; C 项, M 表示点集, N 表示数集; D 项, M 表示等式, N 表示大于等于 1 的数。

3. 命题 “ $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ” 的否定是 ( )

- A.  $\forall x \in R, x^2 + 2x + 2 > 0$       B.  $\forall x \in R, x^2 + 2x + 2 \leq 0$   
C.  $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 > 0$       D.  $\exists x \in R, x^2 + 2x + 2 \geq 0$

**考点：**命题的否定

**答案：**A

**解析：**命题的否定：改量词，否结论。

4. 不等式  $x^2 - 7x < 0$  的解集是 ( )

A.  $\{x | x < -7 \text{ 或 } x > 0\}$

B.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 7\}$

C.  $\{x | -7 < x < 0\}$

D.  $\{x | 0 < x < 7\}$

**考点：**解不等式

**答案：**D

**解析：**  $x^2 - 7x < 0 \Rightarrow x(x-7) < 0 \Rightarrow 0 < x < 7$

5. 如果实数  $a, b, c$  满足：  $a > b > c$  , 则下列不等式一定成立的是 ( )

A.  $ac^2 > bc^2$

B.  $a^2 > b^2 > c^2$

C.  $a + c > 2b$

D.  $a - c > b - c$

**考点：**不等式性质判断

**答案：**D

**解析：** A 项,  $c = 0$  则不成立; B 项,  $a, b, c$  为负数则不成立; C 项,  $a > b, c < b$  故不可相加。

6. 设全集  $U$  是实数集  $R$  ,  $M = \{x | x^2 > 4\}$  ,  $N = \{x | 1 < x < 3\}$  , 则图中阴影部分所表示的集合

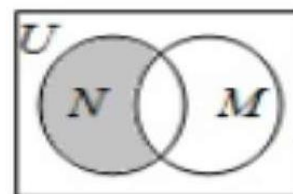
是 ( )

A.  $\{x | -2 \leq x < 1\}$

B.  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$

C.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$

D.  $\{x | x < 2\}$



**考点：**集合的运算

**答案：**C

**解析：**  $M = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$ ，集合中的元素要求只属于  $N$ ，因此阴影部分所表示的集合是  $\{x | 1 < x \leq 2\}$

7. 设集合  $M = \{1, 2\}$ ，则满足条件  $M \cup N = \{1, 2, 6\}$  的集合  $N$  的个数是

A.1                      B.3                      C.2                      D.4

**考点：** 集合的运算

**答案：** D

**解析：** 因为  $M = \{1, 2\}$ ， $M \cup N = \{1, 2, 6\}$ ，所以集合  $N$  可能为  $\{6\}, \{1, 6\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 6\}$  共 4 个。

8. 已知不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集是  $\{x | -1 < x < 2\}$ ，则  $a + b$  的值为

A.1                      B.-1                      C.0                      D.-2

**考点：** 一元二次不等式已知解集求参

**答案：** C

**解析：** 因为不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集是  $\{x | -1 < x < 2\}$ ，根据韦达定理可得 
$$\begin{cases} -1 + 2 = -\frac{b}{a} \\ -1 \times 2 = \frac{2}{a} \end{cases}, \text{ 解}$$

得  $a = -1, b = 1$ ，所以  $a + b = 0$ 。

9. 设集合  $A = \{x | 1 < x < 2\}$ ， $B = \{x | x < a\}$ ，若  $A \cap B = A$ ，则  $a$  的取值范围是

A.  $\{a | a \leq 2\}$               B.  $\{a | a \leq 1\}$               C.  $\{a | a \geq 1\}$               D.  $\{a | a \geq 2\}$

**考点：** 已知集合关系求参

**答案：** D

**解析：** 因为  $A \cap B = A$ ，所以  $A \subseteq B$ ，所以  $a \geq 2$ 。

10. 命题 “ $\forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, 2x^2 - a \geq 0$ ” 为真命题的一个充分不必要条件是 ( )

A.  $a \leq 1$               B.  $a \leq 2$               C.  $a \leq 3$               D.  $a \leq 4$

**考点：**充要条件的判断

**答案：** A

**解析：**由题知： $a \leq 2x^2$ 恒成立，即  $a$  小于等于  $2x^2$  的最小值 2，小范围为充分不必要条件，故选 A

11. 已知  $x > 0, y > 0, x + 9y = 3$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值为 ( )

A. 16                      B. 4                      C.  $\frac{16}{3}$                       D.  $\frac{20}{3}$

**考点：**基本不等式的应用

**答案：** C

**解析：**  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \frac{(x+9y)}{3} = \frac{1}{3} \left(10 + \frac{9y}{x} + \frac{x}{y}\right) \geq \frac{16}{3}$ ，当且仅当  $x = 3y$  时，取等号，故选 C

12. 已知集合  $A = \{x | -2 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | m < x < m+9\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $\{m | m < 3\}$       B.  $\{m | m \geq -11\}$       C.  $\{m | -11 \leq m \leq 3\}$       D.  $\{m | -11 < m < 3\}$

**考点：**集合的含参问题

**答案：** D

**解析：**由题知：要使得  $A \cap B \neq \emptyset$ ，先求  $A \cap B = \emptyset$

只需满足： $m+9 \leq -2$  或  $m \geq 3$ ，即  $m \leq -11$  或  $m \geq 3$ ，则满足  $A \cap B \neq \emptyset$  的  $m$  的取值范围为  $\{m | -11 < m < 3\}$ ，故选 D

## 二、填空题（每题 4 分，满分 16 分，将答案填在答题纸上）

13. 设集合  $A = \{2, x, x^2\}$ ，若  $1 \in A$ ，则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.



**考点：**元素的互异性

**答案：**-1

**解析：**只有两种情况，第一种情况： $x=1, x^2=1$ ，不满足互异性，故舍去；第二种情况： $x^2=1, x=-1$

14. “不等式  $x^2 - x + m > 0$  在  $R$  上恒成立” 的充要条件是\_\_\_\_\_.

**考点：**一元二次不等式的恒成立问题

**答案：** $m \in \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

**解析：** $\Delta = 1 - 4m < 0, m > \frac{1}{4}$

15. 若  $x > 1$ ，则  $4x + \frac{1}{x-1}$  的最小值等于\_\_\_\_\_.

**考点：**基本不等式求最值

**答案：**8

**解析：** $4x + \frac{1}{x-1} = 4(x-1) + \frac{1}{x-1} + 4 \geq 2\sqrt{4} + 4 = 8$  (当且仅当  $x = \frac{3}{2}$  时取等)

16. 已知集合  $A = \{x | x^2 + px + 1 = 0\}$ ， $M = \{x | x > 0\}$ ，若  $A \cap M = \emptyset$ ，则实数  $p$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**考点：**根据集合间关系求参数

**答案：** $\{p | p > -2\}$

**解析：**由题得方程没有正实数根， $p = -x - \frac{1}{x}$ ， $x \neq 0$  没有正实数根

$$\text{当 } x > 0, -x - \frac{1}{x} = -\left(x + \frac{1}{x}\right) \leq -2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = -2$$

$$\therefore \{p | p > -2\}$$

### 三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 48 分)

17. 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ， $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$

(1) 当  $m = -1$  时, 求  $A \cup B$ ;

(2) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $m$  的取值范围

**考点:** 根据集合间关系求参数

**答案:** (1)  $A \cup B = \{x | -2 < x < 3\}$  (2)  $m \leq -2$

**解析:** (1) 当  $m = -1$  时,  $B = \{x | -2 < x < 2\}$ ,  $A \cup B = \{x | -2 < x < 3\}$

$$(2) A \subseteq B \text{ 得 } \begin{cases} 1-m > 2m \\ 2m \leq 1 \\ 1-m \geq 3 \end{cases}, \text{ 解得 } m \leq -2$$

综上所述,  $m \leq -2$

18. (本小题 12 分) 设集合  $M = \{x | (x+a)(x-1) \leq 0\} (a > 0)$ ,  $N = \{x | 4x^2 - 4x - 3 < 0\}$

(I) 若  $M \cup N = \left\{x \mid -2 \leq x < \frac{3}{2}\right\}$ , 求实数  $a$  的值;

(II) 若  $(C_R M) \cup N = R$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**考点:** 根据集合的运算结果求参

**答案:** (I)  $a = 2$ ; (II)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

**解析:**  $M = \{x | (x+a)(x-1) \leq 0\} = \{x | -a \leq x \leq 1\} (a > 0)$

$$N = \{x | 4x^2 - 4x - 3 < 0\} = \left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}\right\}$$

(I) 由于  $M \cup N = \left\{x \mid -2 \leq x < \frac{3}{2}\right\}$ , 则  $x = -2$  为方程  $(x+a)(x-1) = 0$  的根, 所以  $-a = -2$ ,  $a = 2$ ;

(II)  $C_R M = \{x | x < -a \text{ 或 } x > 1\}$ , 由于  $(C_R M) \cup N = R$ , 则  $\begin{cases} -a > -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases}$ , 解得  $0 < a < \frac{1}{2}$

因此, 实数  $a$  的取值范围是  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

19. 已知集合  $A = \{x | 2 - a \leq x \leq 2 + a\}$ ,  $B = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ,

(I) 当  $a = 3$  时, 求  $A \cap B$ ;

(II) 若  $a > 0$ , 且 " $x \in A$ " 是 " $x \in C_R B$ " 的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

**考点:** 集合的运算, 根据集合关系求参

**答案:** (I)  $A \cap B = \{x | -1 \leq x \leq 1 \text{ 或 } 4 \leq x \leq 5\}$ ; (II)  $\{a | 0 < a < 1\}$

**解析:** (I) 当  $a = 3$  时,  $A = \{x | -1 \leq x \leq 5\}$ ,  $A \cap B = \{x | -1 \leq x \leq 1 \text{ 或 } 4 \leq x \leq 5\}$ ;

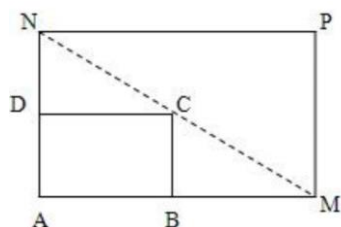
(II) 当  $a > 0$  时,  $2 - a < 2 + a$ ,  $\therefore A \neq \emptyset$ ; 由题意 " $x \in A$ " 是 " $x \in C_R B$ " 的充分不必要条件,

所以  $A \subsetneq C_R B$ , 又  $\because C_R B = \{x | 1 < x < 4\}$ ,  $\therefore \begin{cases} 2 - a > 1 \\ 2 + a < 4 \end{cases}$ , 解得  $0 < a < 1$ , 故实数  $a$  的取值范围是  $\{a | 0 < a < 1\}$ .

20. (本小题 12 分) 某小区内有如图所示的一矩形花坛, 现将这一矩形花坛  $ABCD$  扩建成一个更大的矩形花坛  $AMPN$ , 要求  $B$  点在  $AM$  上,  $D$  点在  $AN$  上, 过点  $C$  点。已知  $AB = 3$  米,  $AD = 2$  米。

(I) 要使矩形  $AMPN$  的面积大于 32 平方米, 则  $DN$  的长度应在什么范围内?

(II) 当  $DN$  的长度是多少时, 矩形花坛  $AMPN$  的面积最小? 并求出最小值。



**考点:** 不等式实际应用问题

**答案：**(I)  $\left(0, \frac{2}{3}\right) \cup (6, +\infty)$ ;

(II) 当  $DN$  的长度是 2 米时，矩形花坛  $AMPN$  的面积最小，最小值为 24 平方米

**解析：**(I) 设  $DN$  长为  $x$  米 ( $x > 0$ )，由题意可知： $\frac{DN}{AN} = \frac{DC}{AM}$ ，即  $\frac{x}{x+2} = \frac{3}{AM}$ ，所以  $AM = \frac{3(x+2)}{x}$ 。

所以  $S_{AMPN} = AN \cdot AM = \frac{3(x+2)^2}{x}$ 。由  $S_{AMPN} > 32$ ，得  $\frac{3(x+2)^2}{x} > 32$ ，解得  $0 < x < \frac{2}{3}$  或  $x > 6$ 。

所以  $DN$  的长度范围是  $\left(0, \frac{2}{3}\right) \cup (6, +\infty)$ 。

(II)  $S_{AMPN} = \frac{3(x+2)^2}{x} = \frac{3x^2 + 12x + 12}{x} = 3x + \frac{12}{x} + 12 \geq 2\sqrt{3x \cdot \frac{12}{x}} + 12 = 24$ ，当且仅当  $3x = \frac{12}{x}$ ，

即  $x = 2$  时取到最小值为 24。所以当  $DN$  的长度是 2 米时，矩形花坛  $AMPN$  的面积最小为 24 平方米。