

说明：

- 1、本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷第（1）页至第（2）页，第 II 卷第（3）页至第（4）页。
- 2、本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

注意事项：

- 1、答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、班级填涂在答题卡上，贴好条形码。答题卡不要折叠
- 2、每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应的题目标号涂黑。答在试卷上无效。
- 3、考试结束后，监考人员将试卷答题卡收回。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | x \geq 3\}$ ， $B = \{x | x > 4 \text{ 或 } x < -4\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

A. \emptyset B. $(4, +\infty)$ C. $[3, +\infty)$ D. $[3, 4)$

2. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{x | x^2 \leq 1\}$ ，则集合 $A \cap B$ 的子集个数为 ()

A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

3. 命题 p ： $\forall x \in R, x^2 - 2mx + 1 > 0$ 的否定是 ()

A. $\forall x \in R, x^2 - 2mx + 1 \leq 0$ B. $\exists x \in R, x^2 - 2mx + 1 < 0$

C. $\exists x \in R, x^2 - 2mx + 1 > 0$ D. $\exists x \in R, x^2 - 2mx + 1 \leq 0$

4. $a \in R, b > c > 0$, 下列命题正确的是 ()

A. $a^2b > a^2c$ B. $ab - ac > 0$ C. $\frac{1}{c} > \frac{1}{a}$ D. $\frac{1}{c} > \frac{1}{b}$

5. 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两个实数根，则 $(x_1 - 2)(x_2 - 2)$ 的值为 ()

A. 2 B. 4 C. 5 D. -2

6. 设 $x \in R$ ，则 “ $x^2 - 5x < 0$ ” 是 “ $|x - 1| < 1$ ” 的 ()

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 若 $\left\{1, a, \frac{b}{a}\right\} = \{0, a^2, a + b\}$ ，则 $a^{2022} + b^{2022}$ 的值为 ()

A. 0 B. -1 C. 1 D. 1 或 -1

8. 一服装厂生产某种风衣，日产量为 $x (x \in N)$ 件时，售价为 p 元/件，每天的总成本为 R 元，且

$p = 160 - 2x$ ， $R = 500 + 30x$ ，要使获得的日利润不少于 1300 元，则 x 的取值范围为 ()

A. $\{x \in N | 0 < x < 45\}$ B. $\{x \in N | 0 < x \leq 45\}$

C. $\{x \in N | 0 < x \leq 20\}$ D. $\{x \in N | 20 \leq x \leq 45\}$

9. 若不等式 $ax^2 + 2ax + 1 > 0$ 对任意的 $x \in R$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[0, 1)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

10. 若命题 “ $\exists x_0 \in R, x_0^2 + 2mx_0 + m + 2 < 0$ ” 为假命题，则 m 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ C. $[-1, 2]$ D. $(-1, 2)$

二、多选题：本大题共 2 小题，每小题 5 分

11. 已知 $x \in R$ ，条件 $p: x^2 < x$ ，条件 $q: \frac{1}{x} \geq a$ ，若 p 是 q 的充分不必要条件，则实数 a 的取值可能有 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. -2

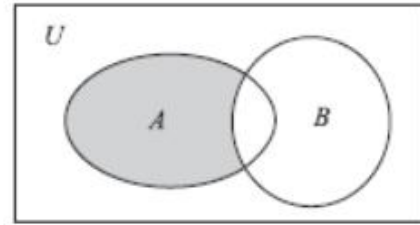
12. 给定数集 M ，若对于任意 $a, b \in M$ ，有 $a + b \in M$ ，且 $a - b \in M$ ，则称集合 M 为闭集合，则下列说法中不正确的是 ()

A. 集合 $M = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ 为闭集合 B. 正整数集是闭集合
C. 集合 $M = \{n | n = 3k, k \in Z\}$ 为闭集合 D. 若集合 A_1, A_2 为闭集合，则 $A_1 \cup A_2$ 为闭集合

第 II 卷（非选择题，共 90 分）

三、填空题：共 4 小题，每小题 5 分.

13. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{x | y = \sqrt{x-2}\}$ ，则图中阴影部分所表示的集合为_____.



14. 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | -3 < x < 2\}$ ，则不等式 $cx^2 + bx + a > 0$ 的解集为_____.

15. $|x+2| - |x-2| \leq a$ 恒成立，则 a 的取值范围为_____.

16. 已知集合 $A = \{x | x = \frac{1}{9}(2k+1), k \in \mathbf{Z}\}$ ， $B = \{x | x = \frac{4}{9}k \pm \frac{1}{9}, k \in \mathbf{Z}\}$ ，则集合 A, B 之间的关系为_____.

四、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (本题 10 分)

- (1) 已知 $-2 < a \leq 3$ ， $1 \leq b < 2$ ，试求下列代数式的取值范围： $a+b$ ； $a-b$ ；
- (2) 若 $-1 \leq x+y \leq 1$ ， $1 \leq x-y \leq 2$ ，求 $3x-y$ 的取值范围

18. (本题 12 分)

设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ， $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$.

- (1) 若 $m=4$ ，求 $A \cup B$ ；
- (2) 若 $B \cap A = B$ ，求实数 m 的取值范围.

19. (本题 12 分)

设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$ ， $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$.

- (1) 若 $A \cap B = B$ ，求 a 的值；
- (2) 若 $A \cup B = B$ ，求 a 的值.

20. (本题 12 分)

-1 是方程 $ax^2 + bx + \frac{1}{4} = 0$ 的根，且 $\forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq 0$

- (1) 求 a 、 b 的值
- (2) $\forall x \in [-1, 3], ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}x^2 - 3x + t$ 恒成立，求 t 的取值范围

21. (本题 12 分)

某企业生产一种机器的固定成本（即固定投入）为 0.5 万元，但每生产 1 百台时又需可变成本（即需另增加投入）0.25 万元，市场对此商品的需求量为 5 百台，销售收入（单位：万元）的函数为 $R = 5x - \frac{1}{2}x^2$ ($0 \leq x \leq 5$)，其中 x 是产品生产并售出的数量（单位：百台）.

- (1) 把利润表示为年产量的函数.
- (2) 年产量为多少时，企业所得利润最大？
- (3) 年产量为多少时，企业才不亏本（不赔钱）？

22. (本题 12 分)

已知非空集合 $A = \{x | x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - a < 0\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$.

- (1) 当 $a=2$ 时，求 $A \cap B$ ；
- (2) 命题 $p: x \in A$ ，命题 $q: x \in B$ ，若 q 是 p 的必要条件，求实数 a 的取值范围.

高一数学 月考答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	D	D	C	B	C	D	A	C	ABD	ABD

13. $\{0,1\}$

14. $\{x|x < -\frac{1}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$

15. $a \geq 4$

16. $A=B$

17. (1) $(-1,5), (-4,2]$ (2) $[1,5]$

18. (1) 由题意：集合 $A = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$ ， $B = \{x|m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ 。

当 $m=4$ 时， $B = \{x|5 \leq x \leq 7\}$ ， $\therefore A \cup B = \{x|-2 \leq x \leq 7\}$ ；

(2) $QBI A=B$ ， $\therefore B \subseteq A$ 。

当 $B = \emptyset$ 时，满足题意，此时 $m+1 > 2m-1$ ，解得： $m < 2$ ；

当 $B \neq \emptyset$ 时， $-2 \leq m+1 \leq 2m-1 \leq 5$ ，解得： $2 \leq m \leq 3$ ；

综上所述：当 $B \subseteq A$ 时，实数 m 的取值范围为 $(-\infty, 3]$ 。

19. (1) 由题意，集合 $A = \{x|x^2 + 4x = 0\} = \{-4, 0\}$ ，

因为 $A \cap B = B$ ，则有 $B \subseteq A$ ，可知集合 B 或为空集，或只含有根 0 或 -4。

①若 $B = \emptyset$ ，由 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$ ，解得 $a < -1$ ；

②若 $0 \in B$ ，代入 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ ，即 $a^2 - 1 = 0$ ，解得 $a = 1$ 或 $a = -1$ ，

当 $a = 1$ 时， $B = \{x|x^2 + 4x = 0\} = \{-4, 0\} = A$ ，符合题意；

当 $a = -1$ 时， $B = \{x|x^2 = 0\} = \{0\} \subseteq A$ ，也符合题意。

③若 $-4 \in B$ ，代入 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ ，可得 $a^2 - 8a + 7 = 0$ ，解得 $a = 7$ 或 $a = 1$ ，

当 $a = 1$ 时，由②中已讨论，符合题意；

当 $a = 7$ 时， $B = \{x|x^2 + 16x + 48 = 0\} = \{-12, -4\}$ ，不合题意。

综合①②③得 $a=1$ 或 $a \leq -1$.

(2) 因为 $A \cup B = B$, 所以 $A \subseteq B$, 又 $A = \{-4, 0\}$,

而 B 至少只有两个根, 且根据一元二次方程根的特点, 可得 $A = B$,

由 (1) 知, $a=1$.

20. -1 是方程 $ax^2 + bx + \frac{1}{4} = 0$ 的根, 且 $\forall x \in R, ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq 0$

(1) 求 a, b 的值

(2) $\exists x \in [-1, 3], ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}x^2 - 3x + t$ 恒成立, 求 t 的取值范围

(1) -1 是方程 $ax^2 + bx + \frac{1}{4} = 0$ 的根, 则有 $a - b + \frac{1}{4} = 0, b = a + \frac{1}{4}$

原方程化为 $ax^2 + (a + \frac{1}{4})x + \frac{1}{4} = 0, \because \forall x \in R, ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq 0$

解:

$\Delta = (a + \frac{1}{4})^2 - a \leq 0$, 解得 $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$

由 (1) 问知 $ax^2 + bx + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

$ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}x^2 - 3x + t$ 转化为 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}x^2 - 3x + t$

可得 $t \leq \frac{7}{2}x + \frac{1}{4}$

$\exists x \in [-1, 3], ax^2 + bx + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}x^2 - 3x + t$ 恒成立, 即 $\exists x \in [-1, 3], t \leq \frac{7}{2}x + \frac{1}{4}$

可得 $t \leq \frac{43}{4}$

21. (1) 设利润为 y 万元,

$$\text{得 } y = \begin{cases} 5x - \frac{1}{2}x^2 - 0.5 - 0.25x & (0 \leq x \leq 5), \\ 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 5^2 - 0.5 - 0.25x & (x > 5). \end{cases}$$

$$\text{即 } y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5 & (0 \leq x \leq 5), \\ 12 - 0.25x & (x > 5). \end{cases}$$

(2) 显然当 $0 \leq x \leq 5$ 时, 企业会获得最大利润,

$$\text{此时, } y = -\frac{1}{2}(x-4.75)^2 + 10.78125,$$

$\therefore x = 4.75$, 即年产量为 475 台时, 企业所得利润最大.

(3) 要使企业不亏本, 则 $y \geq 0$.

$$\text{即 } \begin{cases} 0 \leq x \leq 5, \\ -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5 \geq 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x > 5, \\ 12 - 0.25x \geq 0, \end{cases}$$

得 $0.11 \leq x \leq 5$ 或 $5 < x \leq 48$, 即 $0.11 \leq x \leq 48$.

即年产量在 11 台到 4800 台之间时, 企业不亏本.

22. (1) 当 $a = 2$ 时, 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 < 0\} = \{x | 2 < x < 3\}$,

$$\text{集合 } B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\} = \{x | 1 < x < 3\},$$

所以由集合的交运算可得, $A \cap B = \{x | 2 < x < 3\}$.

(2) 若 q 是 p 的必要条件, 则集合 $A \subseteq B$,

$$\text{因为集合 } A = \{x | x - (3a-1)x + 2a^2 - a < 0\} = \{x | (x-a)[x-(2a-1)] < 0\}.$$

① 当 $a < 1$ 时, $a > 2a-1$, 集合 $A = \{x | 2a-1 < x < a\}$,

要使 $A \subseteq B$, 则 $\begin{cases} a \leq 3 \\ 2a-1 \geq 1 \end{cases}$, 解得 $1 \leq a \leq 3$, 因为 $a < 1$, 故这种情况不成立;

② 当 $a = 1$ 时, $a = 2a-1$, 集合 $A = \emptyset$, 这与题目条件矛盾;

③ 当 $a > 1$ 时, $a < 2a-1$, 集合 $A = \{x | a < x < 2a-1\}$,

要使 $A \subseteq B$, 则 $\begin{cases} 2a-1 \leq 3 \\ a \geq 1 \end{cases}$, 解得 $1 \leq a \leq 2$,

因为 $a > 1$, 故 $1 < a \leq 2$,

综上所述: 实数 a 的取值范围为 $(1, 2]$.