

苏州中学高一第一学期10月月考模拟试卷

注意：请把所有题目答案答在答题纸上，否则无效。

一. 填空题：（每题 5 分，共 70 分）

1、已知集合 $A = \{-1, 0\}$ ，集合 $B = \{0, 1, x+2\}$ ，且 $A \subseteq B$ ，则实数 x 的值为 ▲ .

2、函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$ 的定义域为 ▲ .

3、下列函数：① $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ ；② $y=\frac{x}{x}$ 与 $y=x^0$ ；③ $y=(\sqrt{x})^0$ 与 $y=|x|$

④ $y=\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ 与 $y=\sqrt{(x+1)(x-1)}$ 中，图象完全相同的一组是

（填正确序号） ▲ .

4、已知 $\phi \not\subseteq A \not\subseteq \{1, 2, 3\}$ ，则集合 A 的个数是 ▲ .

5、函数 $f(x) = x^2 - 4x + 2, x \in [-1, 3]$ 的值域 ▲ .

6、已知 $f(x) = 2x + 3, g(x+2) = f(x)$ ，则 $g(x) =$ ▲ .

7、关于 x 的方程 $7^x = a + 5$ 有负根，则 a 应满足的条件是 ▲ .

8、设函数 $f(x) = \begin{cases} |x-1| - 2, & |x| \leq 1 \\ \frac{1}{1+x^2}, & |x| > 1 \end{cases}$ ，则 $f(f(\frac{1}{2})) =$ ▲ .

9、50 名学生参加跳远和铅球两项测试，跳远、铅球测试及格的分别有 40 人和 31 人，两项

测试均不及格的有 4 人，两项测试全都及格的人数是 ▲ .

10、若 $f(x) = -x^2 + 2ax$ 与 $g(x) = \frac{a}{x+2}$ 在区间 $[1, 5]$ 上都是减函数, 则 a 的取值范围是 ▲ .

11、函数 $y = a^x$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值和为 3, 则函数 $y = 3 \cdot a^{2x-1}$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值是 ▲ .

12、若 $-1 < x < 0$, 在下列四个不等式: ① $5^{-x} < 5^x < 0.5^x$; ② $0.5^x < 5^{-x} < 5^x$;

③ $5^x < 5^{-x} < 0.5^x$; ④ $5^x < 0.5^x < 5^{-x}$ 中, 成立的是(填正确序号) ▲ .

13、已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表给出:

x	1	2	3
f(x)	1	3	1

x	1	2	3
g(x)	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值 ▲; 不等式 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的解为 ▲.

14、下列几个命题:

①方程 $x^2 + (a-3)x + a = 0$ 有一个正实根, 一个负实根, 则 $a < 0$;

②函数 $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$ 是偶函数, 但不是奇函数;

③函数 $f(x)$ 的值域是 $[-2, 2]$, 则函数 $f(x+1)$ 的值域为 $[-3, 1]$;

④函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2, 4]$, 则函数 $f(3x-4)$ 的定义域是 $[-10, 8]$,

其中正确的有 ▲.

二. 解答题、证明题: (15, 16, 17 三题每题 14 分, 18, 19, 20 三题每题 16 分, 共 90 分)。

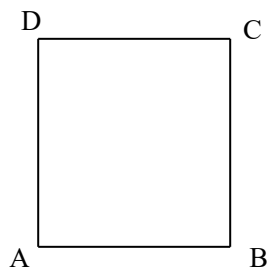
15、(1) 已知 $P = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $Q = \{x \mid ax - 2 = 0\}$, $Q \subseteq P$, 求 a 的值.

(2) 已知 $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m+5\}$, $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

16、已知函数 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ (1) 试求 $f(a) + f(1-a)$ 的值.

(2) 求 $f(\frac{1}{100}) + f(\frac{2}{100}) + f(\frac{3}{100}) + \cdots + f(\frac{99}{100})$ 的值.

17、一动点 P 从边长为 1 的正方形 ABCD 的一个顶点 A 出发，沿着正方形的边界 ABCD 运动一周最后回到点 A，若点 P 运动的路程为 x，点 P 到点 A 的距离为 y，求 y 与 x 的函数关系式，并指出函数的定义域和值域。



18、已知函数 $f(x) = \frac{px^2 + 2}{q - 3x}$ 是奇函数，且 $f(2) = -\frac{5}{3}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上的单调性, 并加以证明.

19、求函数 $y = x^2 - ax + 2$ (a 为常数) $x \in [-1,1]$ 的值域.

20、设非空集合 S 具有如下性质: ①元素都是正整数; ②若 $x \in S$, 则 $10 - x \in S$.

(1) 请你写出符合条件, 且分别含有一个、二个、三个元素的集合 S 各一个;

(2) 是否存在恰有 6 个元素的集合 S ? 若存在, 写出所有的集合 S ; 若不存在, 请说明理由;

(3) 由(1)、(2)的解答过程启发我们, 可以得出哪些关于集合 S 的一般性结论 (要求至少写出两个结论)?

注意：请把所有题目答案答在答题纸上，否则无效。

苏州中学高一第一学期第一次月考模拟数学试卷答案

1. -3

2. $[1,3) \cup (3,+\infty)$

3. ②

4. 6

5. $[-2,7]$

6. $g(x) = 2x - 1$

7. $-5 < a < -4$ 或 $(-5, -4)$

8. $\frac{4}{13}$

9. 25

10. $(0,1]$

11. 6

12. ④

13. $\frac{1}{2}$ (2分); 2

14. ①

15、(1) 已知 $P = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $Q = \{x | ax - 2 = 0\}$, $Q \subseteq P$, 求 a 的值.

(2) 已知 $A = \{x | 2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m+5\}$, $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

15. 解: (1) 由已知得 $P = \{1, 2\}$. 当 $a = 0$ 时, 此时 $Q = \emptyset$, 符合要求.....3 分

当 $a \neq 0$ 时, 由 $\frac{2}{a} = 1$ 得 $a = 2$;5 分

由 $\frac{2}{a} = 2$ 得 $a = 1$, 所以 a 的取值分别为 0、1、27 分

(2) ①当 $m+1 > 2m+5$ 时 $B = \emptyset$, 符合要求, 此时 $m < -4$ 9 分

当 $B \neq \emptyset$ 时,

②当 $m+1 = 2m+5$ 时, 求得 $m = -4$, 此时 $B = \{-3\}$, 与 $B \subseteq A$ 矛盾, 舍去;

.....11 分

③当 $m+1 < 2m+5$ 由题意得 $\begin{cases} m+1 \geq 2 \\ 2m+5 \leq 3 \end{cases}$, 解得 m 为 \emptyset ,13 分

综上所述, 所以 m 的取值范围是 $(-\infty, -4)$ 14 分

16. 解析: (1) $f(a) + f(1-a) = \frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^{1-a}}{4^{1-a} + 2} = \frac{4^a + 2}{4^a + 2} = 1$;7 分

(2). 由(1)知: $f(a) + f(1-a) = 1$,

$$\therefore f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \cdots + f\left(\frac{99}{100}\right)$$

$$= \left[\left(f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) \right) + \left(f\left(\frac{2}{100}\right) + f\left(\frac{98}{100}\right) \right) + \cdots + \left(f\left(\frac{49}{100}\right) + f\left(\frac{51}{100}\right) \right) + f\left(\frac{50}{100}\right) \right]$$

.....12 分

$$= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + f\left(\frac{1}{2}\right) = 49 + 0.5 = 49.5 \quad \text{.....14 分}$$

17. **解析:** 设动点 P 按 A-B-C-D-A 的顺序沿正方形的边界运动一周, 则

$$\text{当 } 0 \leq x < 1 \text{ 时, } y = x, \quad \text{.....2 分}$$

$$\text{当 } 1 \leq x < 2 \text{ 时, } y = \sqrt{(x-1)^2 + 1}, \quad \text{.....4 分}$$

$$\text{当 } 2 \leq x < 3 \text{ 时, } y = \sqrt{(3-x)^2 + 1}, \quad \text{.....6 分}$$

$$\text{当 } 3 \leq x \leq 4 \text{ 时, } y = 4 - x. \quad \text{.....8 分}$$

$$\therefore \text{所求函数关系式是 } y = \begin{cases} x, & (0 \leq x < 1) \\ \sqrt{(x-1)^2 + 1}, & (1 \leq x < 2) \\ \sqrt{(3-x)^2 + 1}, & (2 \leq x < 3) \\ 4 - x, & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}, \quad \text{.....10 分}$$

函数的定义域为 $[0, 4]$,12 分

值域为 $[0, \sqrt{2}]$ 14 分

18. 解 (1) $\because f(x)$ 是奇函数, \therefore 对定义域内的任意的 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$,

$$\text{即 } \frac{px^2 + 2}{q + 3x} = -\frac{px^2 + 2}{q - 3x}, \text{ 整理得: } q + 3x = -q + 3x \quad \therefore q = 0 \quad \text{.....3 分}$$

$$\text{又 } \because f(2) = -\frac{5}{3}, \therefore f(2) = \frac{4p + 2}{-6} = -\frac{5}{3}, \quad \text{解得 } p = 2$$

$$\therefore \text{所求解析式为 } f(x) = \frac{2x^2 + 2}{-3x} \quad \text{.....6 分}$$

(2) 由 (1) 可得 $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{-3x} = -\frac{2}{3}(x + \frac{1}{x})$,

设 $0 < x_1 < x_2 < 1$,8 分

则由于 $f(x_1) - f(x_2) = \frac{2}{3}[(x_2 + \frac{1}{x_2}) - (x_1 + \frac{1}{x_1})] = \frac{2}{3}[(x_2 - x_1) + (\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1})]$

$= \frac{2}{3}[(x_2 - x_1) + \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2}] = \frac{2}{3}(x_1 - x_2)(\frac{1}{x_1 x_2} - 1) = \frac{2}{3}(x_1 - x_2) \times \frac{1 - x_1 x_2}{x_1 x_2}$

因此, 当 $0 < x_1 < x_2 \leq 1$ 时, $0 < x_1 x_2 < 1$,

工协作从而得到 $f(x_1) - f(x_2) < 0$ 即, $f(x_1) < f(x_2)$ 14 分

$\therefore (0,1]$ 是 $f(x)$ 的递增区间.16 分

19.解: \because 函数的对称轴 $x = \frac{a}{2}$ (不定)

要对称轴进行讨论

(1) \therefore 当 $\frac{a}{2} > 1$ 时, 即 $a > 2$ 时

$x = 1$ 时, $y_{\min} = 3 - a$

$x = -1$ 时, $y_{\max} = 3 + a$

则值域 $[3 - a, 3 + a]$ 4 分

(2) 当 $0 < \frac{a}{2} \leq 1$ 时, 值域 $[2 - \frac{a^2}{4}, 3 - a]$ 8 分

(3) 当 $-1 \leq \frac{a}{2} \leq 0$ 时, 值域 $[2 - \frac{a^2}{4}, 3 + a]$ 12 分

(4) 当 $\frac{a}{2} < -1$ 时, 即 $a < -2$ 时, 值域 $[3 + a, 3 - a]$ 16 分

20. 解析: (1) 一个: $\{5\}$ 二个: $\{1, 9\}$ 等 三个: $\{1, 5, 9\}$ 等3 分

(2) 存在。 一共有四个

$S = \{1,2,3,7,8,9\}$ 或 $S = \{1,2,4,6,8,9\}$ 或 $S = \{1,3,4,6,7,9\}$ 或 $S = \{2,3,4,6,7,8\}$

.....11 分

(说明:写对一个得 2 分)

(3). 例如: ① $s \subseteq \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$;

② 若 $5 \in s$, 则 s 中的元素个数为奇数个,

若 $5 \notin s$, 则 s 中的元素个数为偶数个;

③ 符合题意的 S 共有 31 个。 等等

.....16 分

(说明:写对一条得 3 分, 若写出其它合理答案可参照给分)。