第6章
辐射度学与光度学基础

6-5 光照度公式和发光强度余弦定律

一、光照度公式

假定点光源照明微小平面ds，ds离开光源距离为 *l*，表面法线方向与照明方向夹角为 α ，若光源在此方向上发光强度为I，求光源在ds上的光照度。

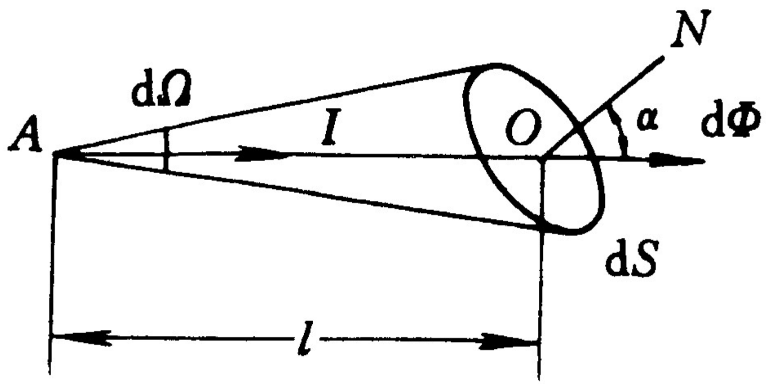
$$\because E = \frac{d\Phi}{dS}$$

$$d\Phi = Id\Omega$$

$$d\Omega = \frac{ds \cdot \cos\alpha}{l^2}$$

$$d\Phi = \frac{Ids \cdot \cos\alpha}{l^2}$$

$$\therefore E = \frac{I\cos\alpha}{l^2}$$



—— 光照度公式

注意：公式是在点光源情况下导出的，对于发光面积和照明距离相比很小的情况也可以用。发光面积大时，如日光灯在室内照明，就不能用了；但室外用日光灯，在远距离照明又可以应用。

问题：同样一间屋子，为什么用60W钨丝灯比用40W钨丝灯照明显得亮？

发光效率K相同：

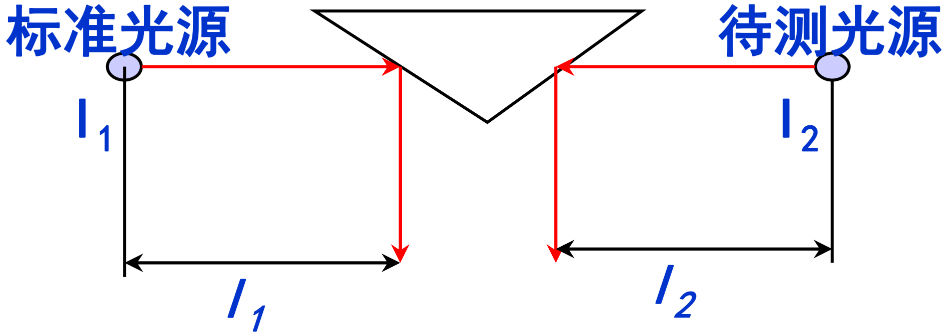
$$\Phi = K\Phi_e \qquad I = \frac{\Phi}{\Omega} \qquad E = \frac{I\cos\alpha}{l^2}$$

$$\Phi_e \uparrow \ \Phi \uparrow \ I \uparrow \ E \uparrow$$

应用：测定光源发光强度

两个完全相同的漫反射表面，标准光源I_1，l_1 已知，用眼睛观察两表面，由光照度公式

$$E = \frac{I\cos\alpha}{l^2}$$



移动待测光源，改变 l_2, 即改变E_2，当眼睛观察两表面同样亮时(E相等)，测出 l_2，由

$$\frac{I_1\cos\alpha}{l_1^{\,2}} = \frac{I_2\cos\alpha}{l_2^{\,2}}$$

得出

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{l_1^{\,2}}{l_2^{\,2}} \qquad I_2 = I_1 \cdot \frac{l_2^{\,2}}{l_1^{\,2}}$$

计算举例1：桌面OB上方有一盏100W钨丝充气灯泡P，光源在各方向均匀发光，灯泡可在垂直桌面方向上下移动，问灯泡离桌面多高时，B点（OB=1m）处的光照度最大，该光照度等于多少？

由$E=\dfrac{I\cos\alpha}{l^2}$，将$I,\cos\alpha,l$表示出来即可。

$$I=\frac{\Phi}{\Omega}=\frac{K\Phi_e}{4\pi}=\frac{15\times100}{4\pi}=119.36cd$$

令$OP=x$，则$l=\sqrt{x^2+1}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{l}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

代入E公式得$E=\dfrac{I(x/\sqrt{x^2+1})}{x^2+1}$

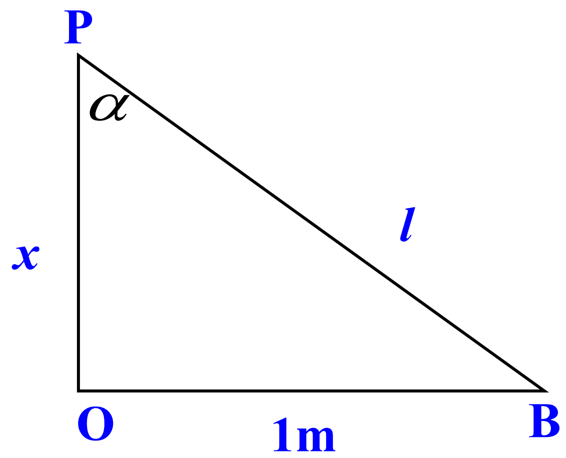
求最佳的x，使B点光照度最大，令$\dfrac{dE}{dx}=0$

整理化简后得$1-2x^2=0$

$\therefore x=0.7071m$

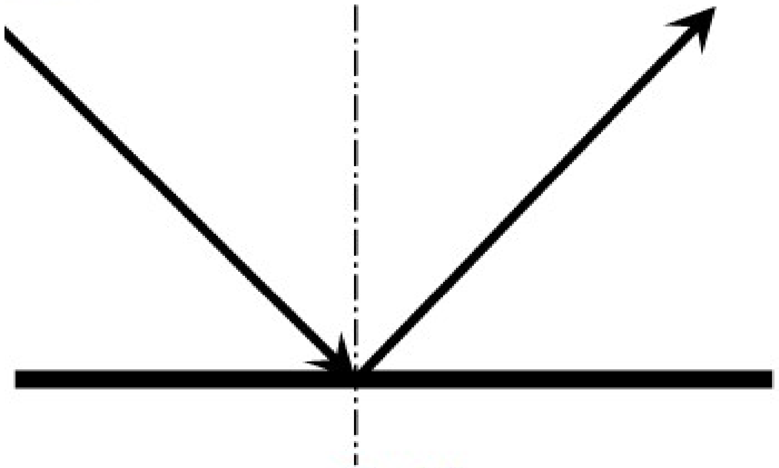
将x代入l表示式得$l=\sqrt{x^2+1}=1.225m$

此时，$E=E_{\max}=45.94lx$



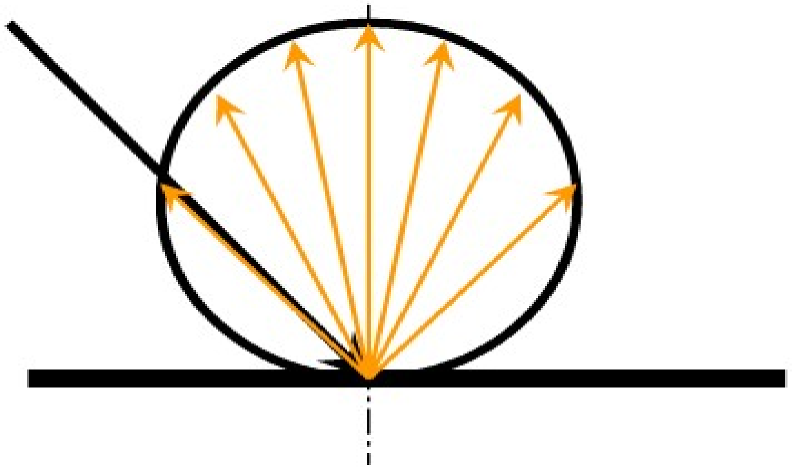
二、发光强度余弦定律

在各方向上光亮度都相等的均匀发光体称为朗伯辐射体。



反射

方向性



漫反射和朗伯辐射体

各方向的(辐)亮度不变

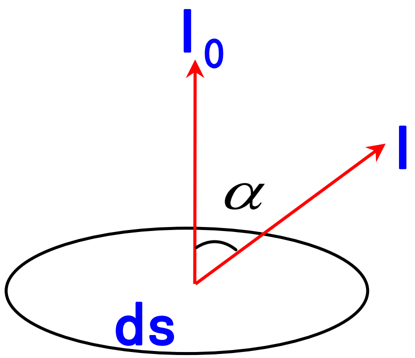
在各方向上光亮度都相等的均匀发光体称为朗伯辐射体。

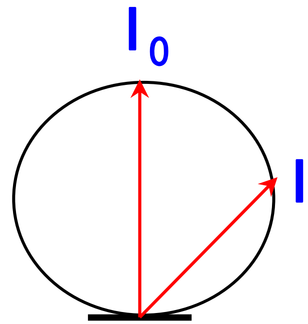
假定发光微面ds在与该微面垂直方向上的发光强度为I_0

发光体在各方向光亮度一致，

$$\because L = \frac{I_0}{ds} = \frac{I}{ds \cdot \cos\alpha}$$

$$\therefore I = I_0 \cos\alpha$$





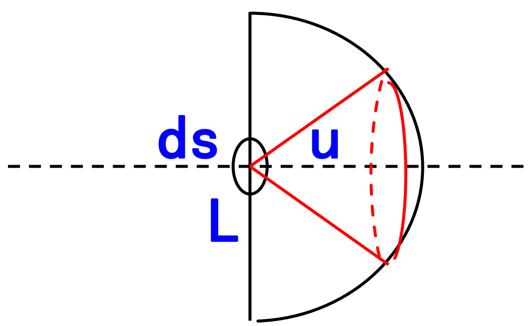
发光强度余弦定律，也称朗伯定律，符合余弦定律的发光体称为余弦辐射体或朗伯辐射体。

应用：求发光微面发出的光通量

已知：发光微面ds，光亮度为L，求它在半顶角为u的圆锥内所辐射的总光通量。

解：微小立体角内光通　量为 $d\Phi = Id\Omega$

半顶角为 u 的圆锥对应的立体角为　Ω



$$\therefore \Phi = \int_0^{\Omega} Id\Phi$$

$$I = I_0 \cos\alpha, I_0 = L \cdot ds, I = L \cdot ds \cdot \cos\alpha$$

$$d\Omega = -2\pi d\cos\alpha$$

将 I 与 $d\Omega$ 代入 Φ 公式，得

$$\Phi = \int_0^{\Omega} Id\Omega = -2\pi \int_0^{u} Lds\cos\alpha d\cos\alpha = \pi Lds\sin^2 u$$

单面发光，$u = 90°, \Phi = \pi Lds$

双面发光，$\Phi = 2\pi Lds$

计算举例：假定一个钨丝充气灯泡功率为300W，光视效能为20lm/W，灯丝尺寸为8x8.5mm，双面发光，求在灯丝面内的平均光亮度。

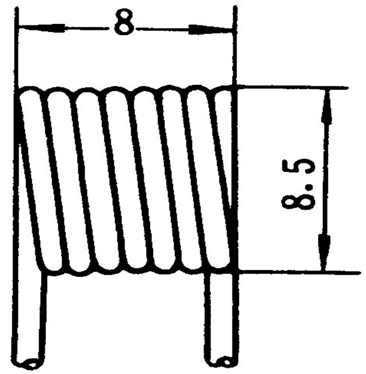
解： 由$\Phi = 2\pi L ds$,

如果已知ds和Φ，则L可求。

$$ds = 8\times10^{-3}\times8.5\times10^{-3}m^2$$

$$\Phi = KW = 20\times300 = 6000lm$$

$$\therefore L = \frac{\Phi}{2\pi ds} = \frac{6000}{2\pi ds} = 1.4\times10^7 cd/m^2$$



例题2：一个功率为5mW的氦氖激光器，光视效能为152 lm/W，发光面直径为1mm，发散角（光束半顶角）为1mrad，求：

1. 激光器发出的总光通量和发光强度；
2. 激光器发光面的光亮度；
3. 激光束在5m远处屏幕上产生的光照度。

解:1、$\Phi = K\Phi_e = 152 \times 0.005 = 0.76lm$

$$\Omega = \pi\alpha^2 = \pi(0.001)^2 sr$$

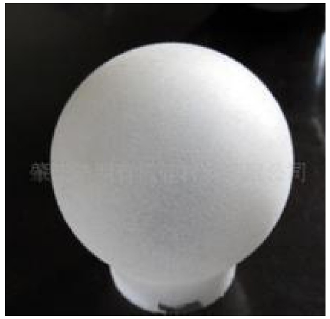
$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = 2.42 \times 10^5 cd$$

2、$L = \dfrac{I}{ds_n} = \dfrac{2.42 \times 10^5}{\pi \times (\frac{1 \times 10^{-3}}{2})^2} = 3.08 \times 10^{11} cd/m^2$

3、$E = \dfrac{I\cos\alpha}{l^2}$

$\alpha = 0$，将I，l代入，$E = \dfrac{2.42 \times 10^5}{5^2} = 9680lx$

计算举例3：直径为17cm的磨砂球形灯泡，辐射出的光通量为2000 lm 在灯泡正下方1m处的水平面上产生的光照度为159 lx, 求灯泡的光亮度。



由$\Phi = \pi L ds$来求L

在A点周围取微面ds，它所接受的光通量为

$$\Phi_{接受} = Eds$$

如果忽略光能损失，ds接收的光通量等于ds在立体角$d\Omega$内辐射出的光通量，

$$L = \frac{d\Phi}{ds_n d\Omega}$$

$\therefore d\Phi_{辐射} = Lds\cos\alpha d\Omega$, 光源垂直照射，$\alpha = 0$

$$d\Omega = \frac{\pi r_{灯}^2}{l^2} = 7.23\pi \times 10^{-3} sr$$

$\therefore \Phi_{辐射}$可求出。

$$\Phi_{辐射} = Ldsd\Omega = \Phi_{接受} = Eds$$

$$\therefore E = Ld\Omega = L\pi \times 7.23 \times 10^{-3}$$

$$L = 7 \times 10^3 cd / m^2$$