第三章　叠加方法与网络函数

3.1　线性电路的比例性，网络函数

3.2　叠加原理

3.3　叠加方法与功率计算

3.4　数模转换器的基本原理

第三章　叠加方法与网络函数

作业：**3–5,　　3–6，　3–7，　3–9，**
3–18

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

一、几个概念

1.电路分析的基本方法：

1个假设：集总假设

2类约束：1个元件约束、2个电路约束

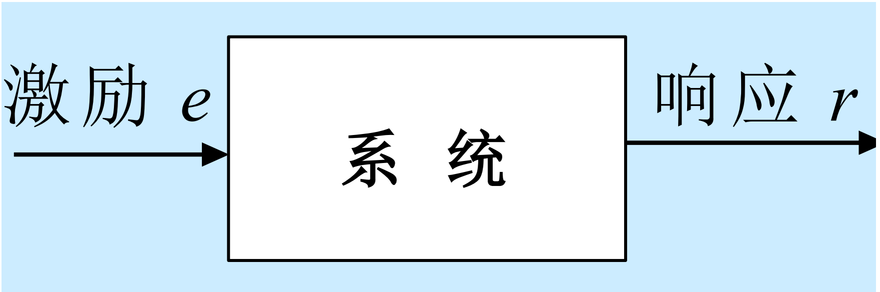
3大概念：叠加概念，分解概念，变换概念

§3.1 线性电路的比例性，网络函数

一、几个概念

2.线性电路：包含线性元件和独立源的电路。

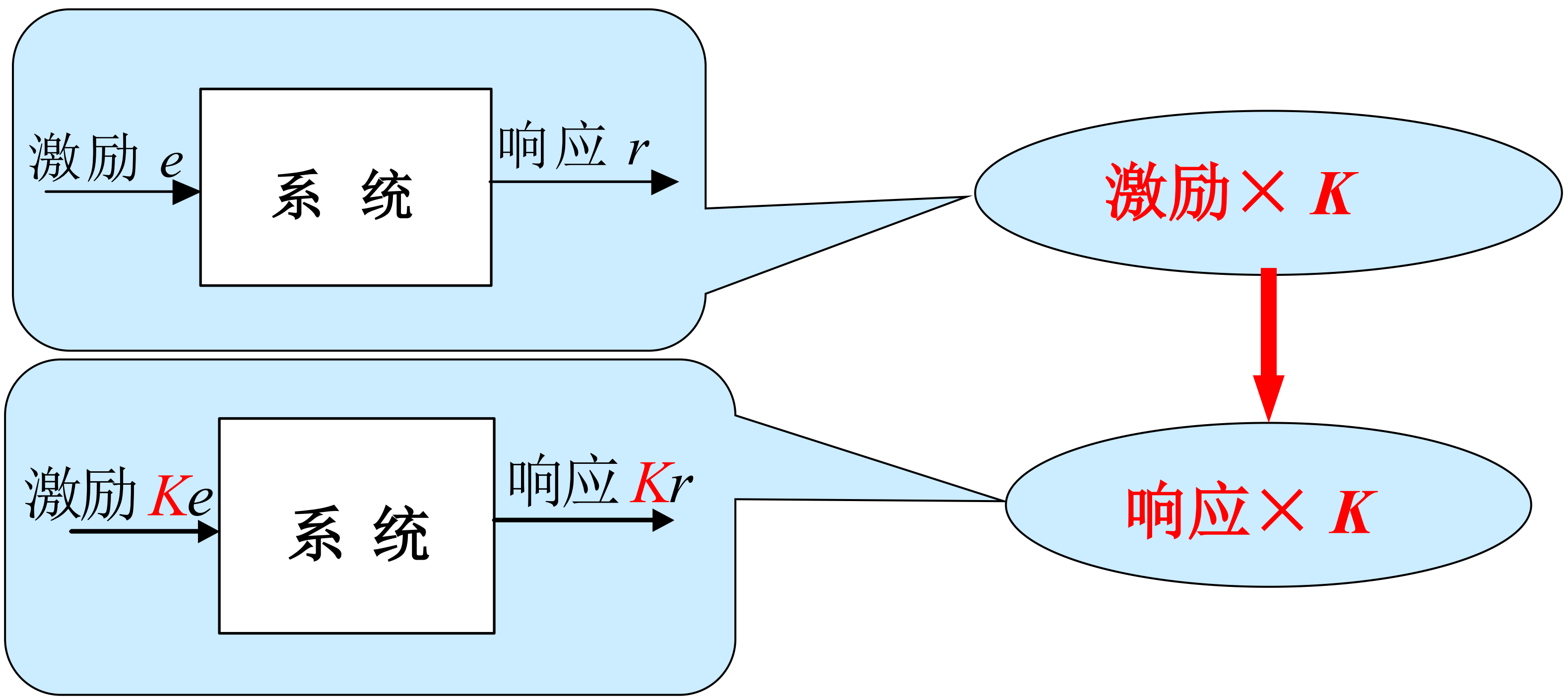
3.激励(excitation)与响应(response)之间存在线性关系



4.线性电路的性质:齐次性和可加性

§3.1 线性电路的比例性，网络函数

二. 比例性（齐次性）：在单一激励的线性、时不变电路中，激励增大多少倍，响应也增大相同的倍数。



由线性元件及独立电源组成的电路为线性电路。独立电源是电路的输入，对电路起着激励(excitation)的作用。激励引起的响应(response)。

激励可以是电压源电压或电流源电流，响应可以是任一支路的电压或电流。

在线性电路中，响应与激励之间存在着线性关系。

例 如图所示单一激励(输入)的线性电路

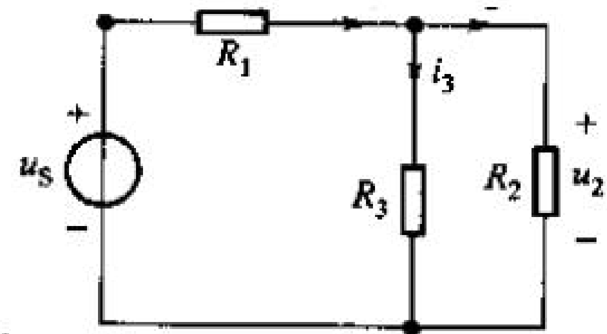


图 3－1 单输入的线性电路

$$i_2=\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}u_S$$

由于 R_1、R_2、R_3 为常数，这是一个线性关系，可表示为

$$i_2=Ku_S$$

显然，若 u_S 增大 m 倍，i_2 也随之增大 m 倍。这样的性质称为"齐次性"(homogeneity)或"比例性"(proportionality)，它是"线性"(linearity)的一个表现。该电路中的其他任何一个电压或电流对激励 u_S 也都存在类似的线性关系。

对单一激励的线性、时不变电路，指定的响应对激励之比定义为网络函数，记为 H，即

$$H=\frac{\text{响应}}{\text{激励}}$$

激励是电压源电压或电流源电流，响应可以是任一支路的电压或电流。

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

三. 线性(linearity)电路（单一电源时）的

比例性proportionality和齐次性homogeneity

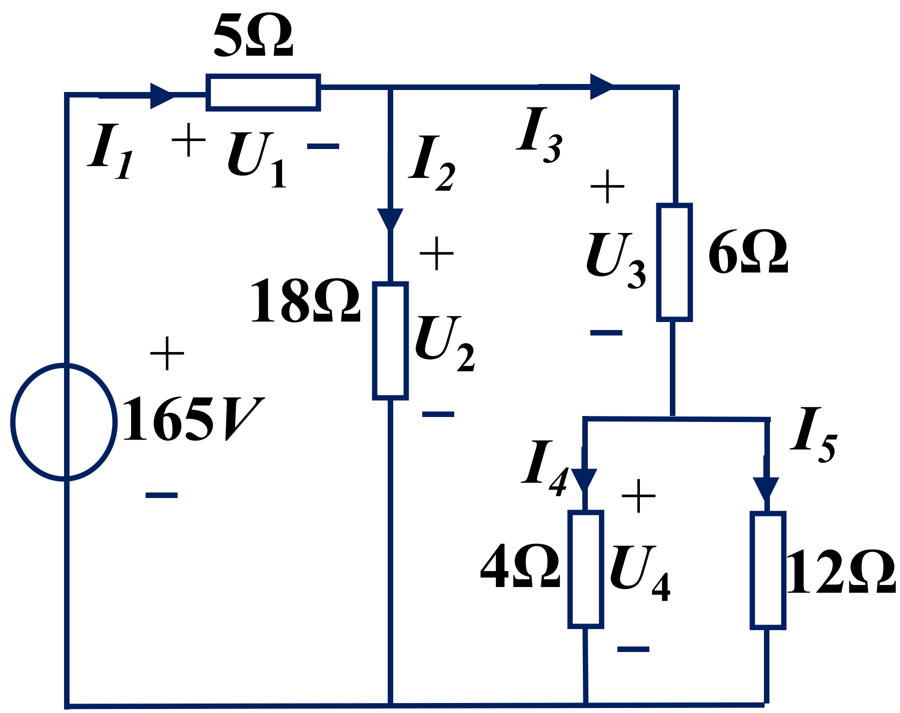
在单一激励的线性、时不变电路中，激励增大多少倍，响应也增大相同的倍数。

网络函数H：

$$H = \frac{\text{响应(response)}}{\text{激励(excitation)}}$$

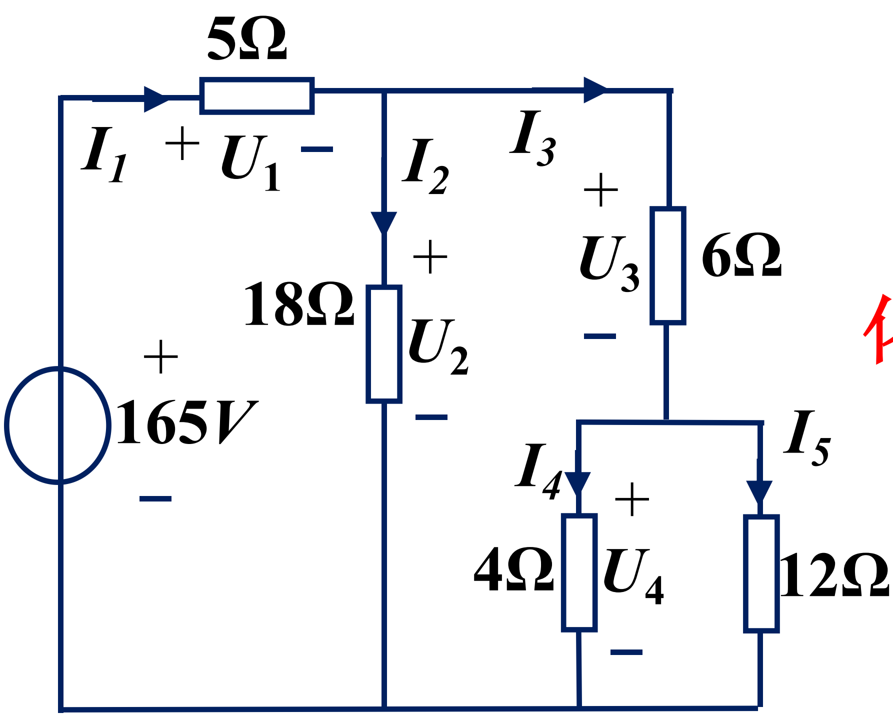
§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

例: 求图示电路中标出的各电压、电流。

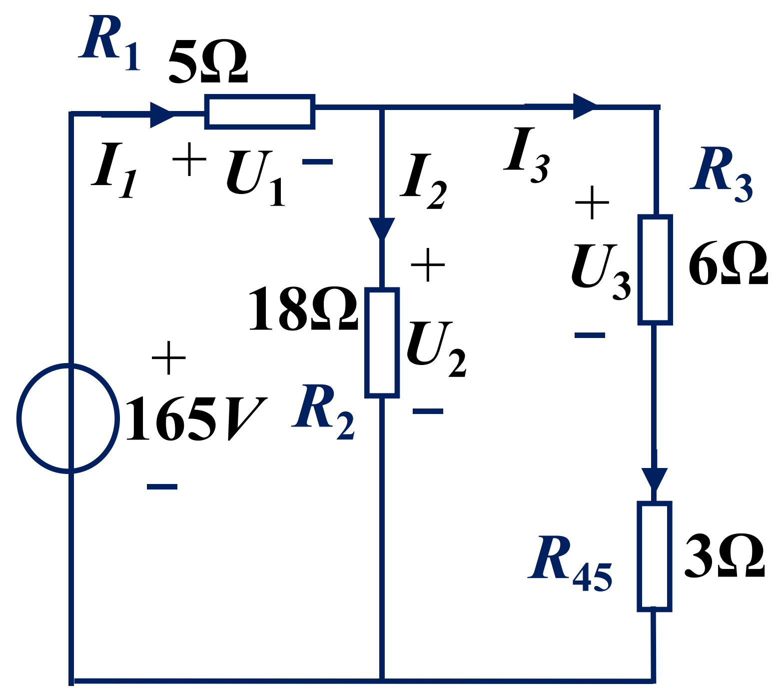


§3.1 线性电路的比例性，网络函数

解:（1）利用电阻的串、并联，化简计算

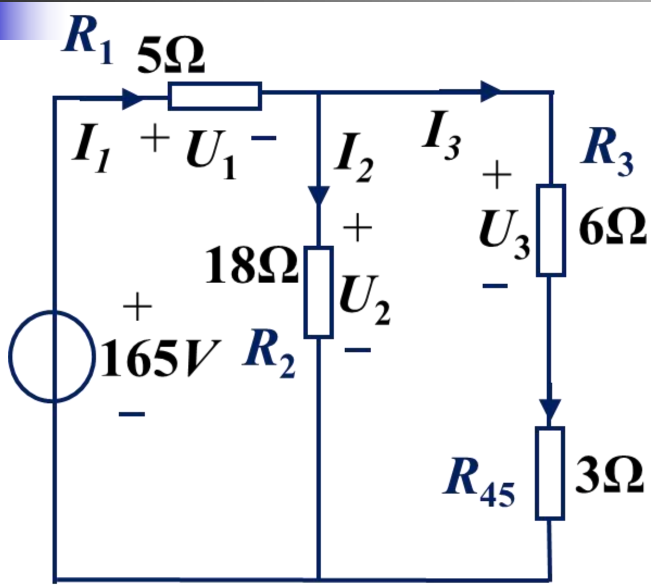


化简



$R_{45} = R_4 // R_5$

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数



$I_1 = 165\,/\,(\,5 + 6) = 15\text{A}$， U_1=75V

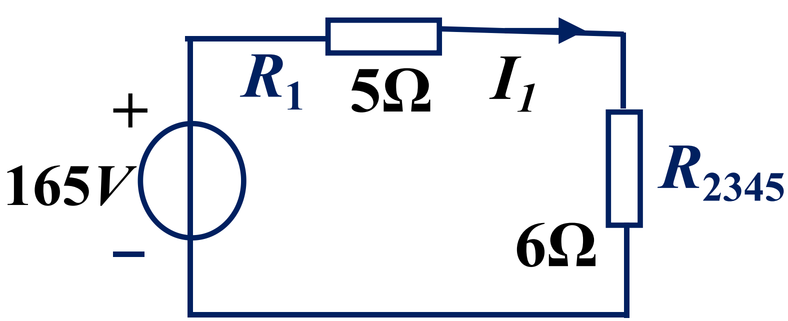
$I_2 = 15 \times 9\,/\,(18 + 9) = 5\text{A}$， U_2=90V

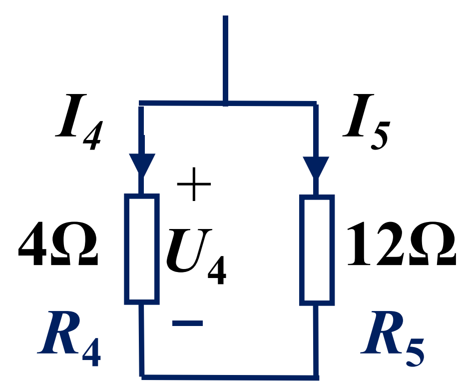
$I_3 = I_1 - I_2 = 15 - 5 = 10\text{A}$， U_3=60V

$I_4 = 10 \times 12\,/\,(4 + 12) = 7.5\text{A}$，

$U_4 = U_5 = 30\text{V}$， $I_5 = I_3 - I_4 = 2.5\text{A}$

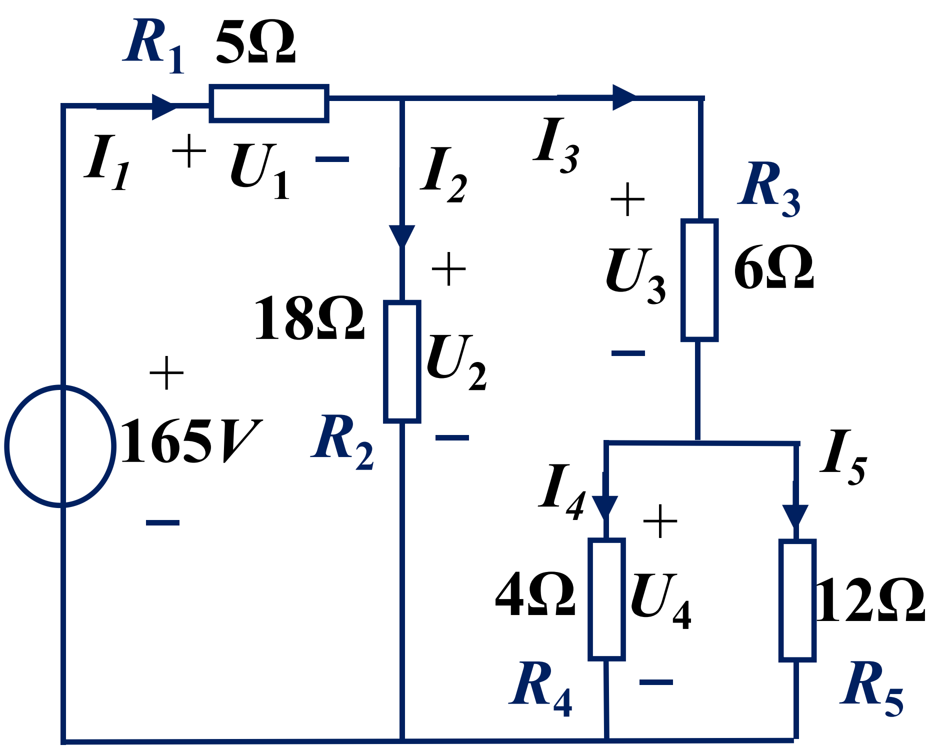
化简 $R_{2345} = R_2 // (R_3 + R_4 // R_5)$





§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

解:（2）用比例性求解，设：I_5=1A，则：U_4=12V，



I_4=12/4=3A

I_3=I_4+I_5=4A

U_3=24V

U_2=U_3+U_4=12+24=36V

I_2=36/18=2A

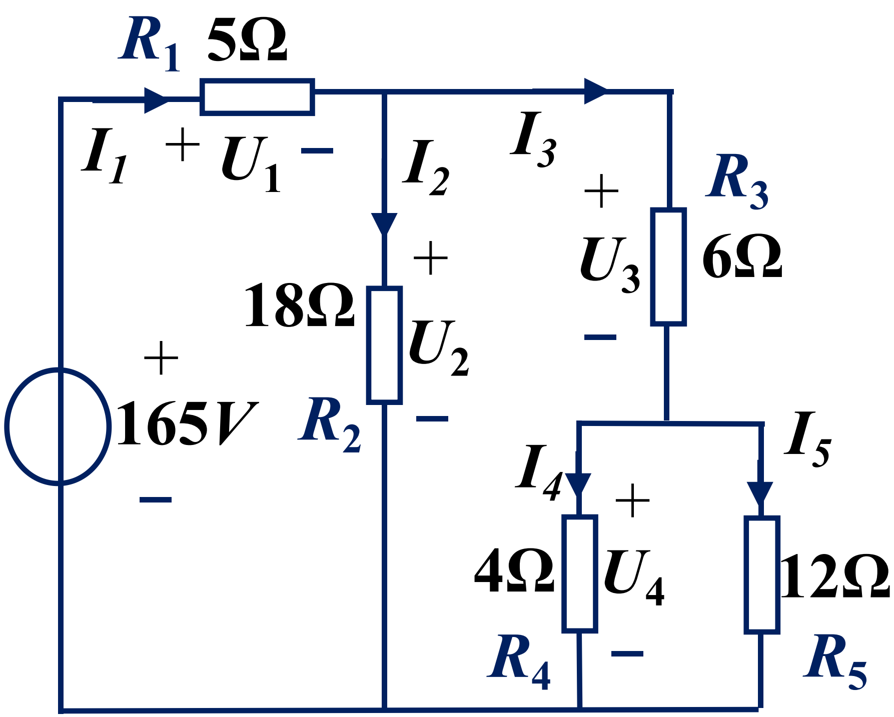
I_1=I_2+I_3=6A

U_1=5 × 6=30V

而U_S=U_1+U_2=66V

所以：K=165/66=2.5

§3.1 线性电路的比例性，网络函数



根据比例性，各电压、电流乘2.5倍即为所求。

I_1=15A　I_2=5A　I_3=10A

I_4=7.5A　I_5=2.5A　U_1=75V

U_2=90V　U_3=60V　U_4=30V

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

四．网络函数：

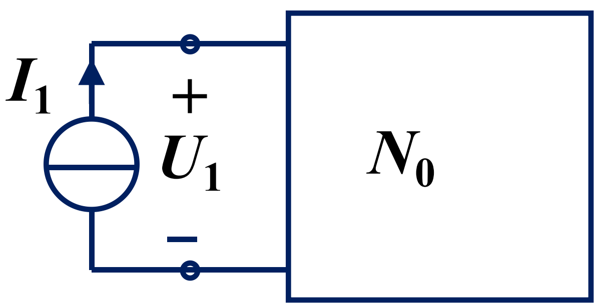
1. 定义：对单一激励的线性、时不变电路，指定响应对激励之比称为网络函数。

网络函数$H=\dfrac{\text{响应}}{\text{激励}}$

网络函数H $\begin{cases} \text{策动点函数，激励、响应在同一端口} \\ \text{转移函数，激励、响应在不同端口} \end{cases}$

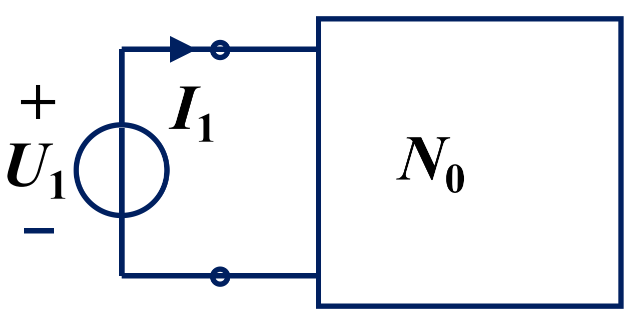
§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

2. 策动点函数：同一端口上响应与激励的比叫策动点函数，或称驱动点函数。



$$R_{11} = U_1 / I_1$$

策动点电阻



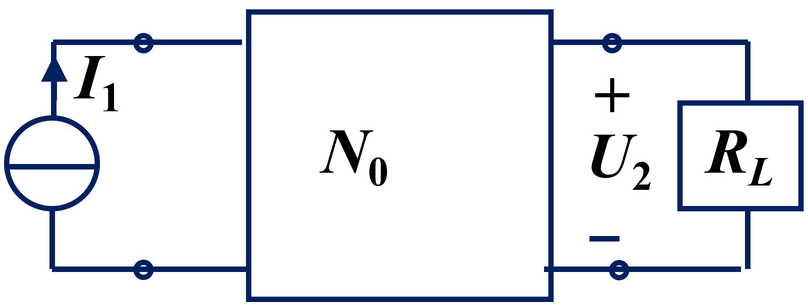
$$G_{11} = I_1 / U_1$$

策动点电导

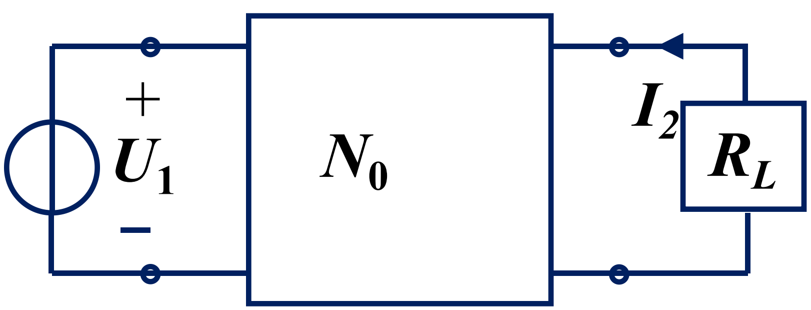
策动点函数

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

3. 转移函数：不同端口上，响应与激励之比叫转移函数。



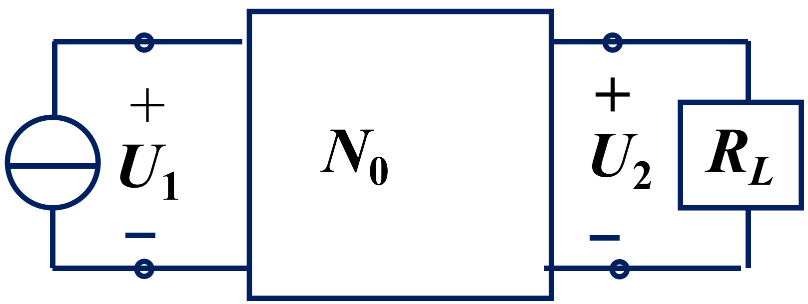
$R_T = U_2 / I_1$ 转移电阻



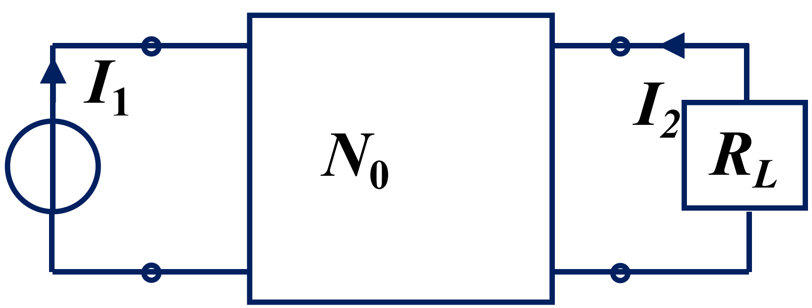
$G_T = I_2 / U_1$ 转移电导

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

3. 转移函数：不同端口上，响应与激励之比叫转移函数。



$$H_u = U_2 / U_1$$ 转移电压比



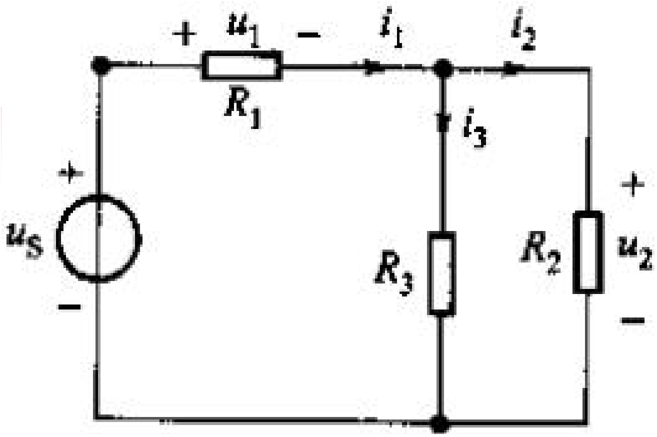
$$H_i = I_2 / I_1$$ 转移电流比

网络函数$H=\dfrac{\text{响应}}{\text{激励}}$

线性电阻电路的网络函数 H是与激励无关的实数

若响应与激励在同一端口，则属策动点(driving point)函数；
若响应与激励不在同一端口，则属转移(transfer)函数。
响应和激励都可以是电压或电流，策动点函数和转移函数分为 6 种情况

	响应	激励	名称及专用符号
策动点函数	电流	电压	策动点电导 G_i
	电压	电流	策动点电阻 R_i
转移函数	电流	电压	转移电导 G_T
	电压	电流	转移电阻 R_T
	电流	电流	转移电流比 H_i
	电压	电压	转移电压比 H_u



$$i_2=\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}u_S$$

在输入 u_S 作用下
输出为电流 i_3 时的转移电导 $\dfrac{i_3}{u_S}=\dfrac{R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$

在输入 u_S 作用下
输出为电流 i_1 时的策动点电导 $\dfrac{i_1}{u_S}=\dfrac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$

在输入 u_S 作用下
输出为电压 u_2 时的转移电压比 $\dfrac{u_2}{u_S}=\dfrac{R_3R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$

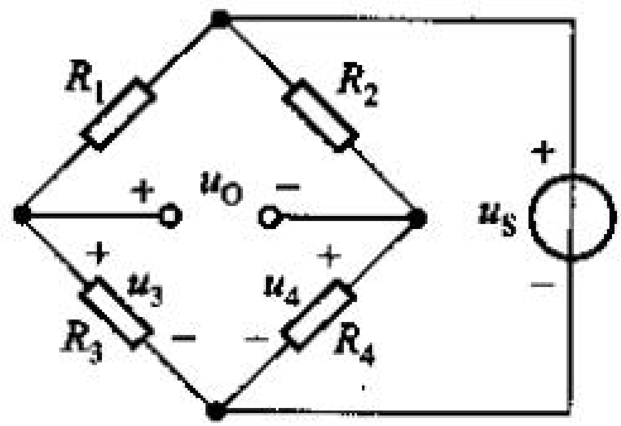
在输入 u_S 作用下
输出为电压 u_1 时的转移电压比 $\dfrac{u_1}{u_S}=\dfrac{(R_2+R_3)R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$

转移函数

任何线性电阻电路，网络函数都是实数

例 电桥电路如图所示，若输出电压为 u_O 试求转移电压比 u_O/u_S

解 由 $u_O = u_3 - u_4$



由分压关系可得

$$u_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_S$$

$$u_4 = \frac{R_4}{R_2 + R_4} u_S$$

故 $$u_O = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right) u_S$$

$$H = \frac{u_O}{u_S} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

当 $R_2 R_3 = R_1 R_4$ 时，$H = 0$。此时虽有输入，而无输出，称为平衡电桥。

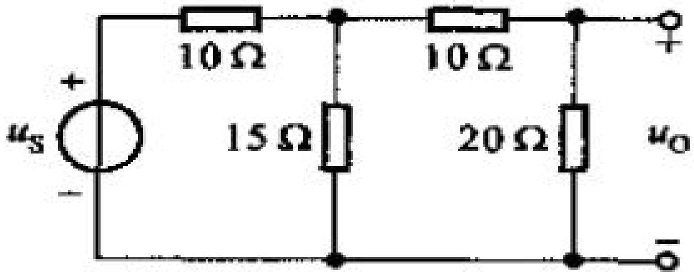
当 $R_2 R_3 > R_1 R_4$ 时 $H > 0$；当 $R_2 R_3 < R_1 R_4$ 时 $H < 0$。

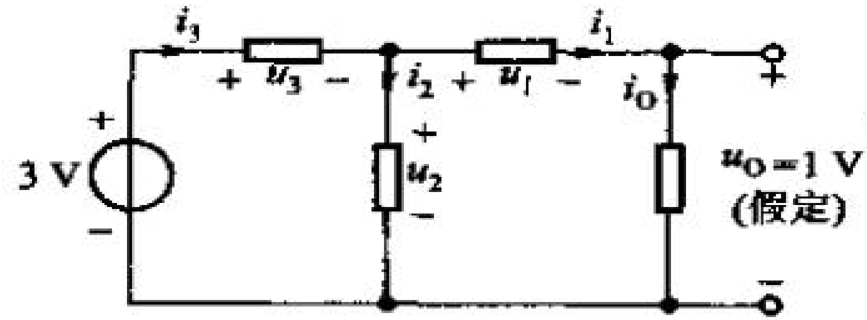
但不论哪种情况，$|H|$ 均小于 1，亦即输出电压不能大于输入电压

例 3－2 试求图示梯形网络输出电压 u_O 对输入电压 u_S 的函数关系。

解 由于已知 u_O 与 u_S 的关系可表示为 $u_O = Hu_S$，本题求常数 H

任选一 u_O 值，求得相应的 u_S 值





设 $u_O = 1$ V，运用欧姆定律，KCL、KVL 依次可求得 $i_O = \dfrac{1}{20}\ \text{A} = i_1$

$$u_2 = u_1 + u_O = (10\ \Omega)i_1 + u_O = \left(\frac{1}{2} + 1\right)\ \text{V} = \frac{3}{2}\ \text{V} \qquad i_2 = \frac{u_2}{15\ \Omega} = \frac{1}{10}\ \text{A}$$

$$i_3 = i_2 + i_1 = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{10}\right)\ \text{A} = \frac{3}{20}\ \text{A} \qquad u_3 = (10\ \Omega)i_3$$

$$u_S = u_3 + u_2 = (10\ \Omega)i_3 + \frac{3}{2}\ \text{V} = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right)\ \text{V} = 3\ \text{V}$$

由此可见，当 $u_O = 1$ V 时，$u_S = 3$ V，故知所求网络函数即转移电压比为

$$H = \frac{u_O}{u_S} = \frac{1}{3}$$

由线性电路比例性

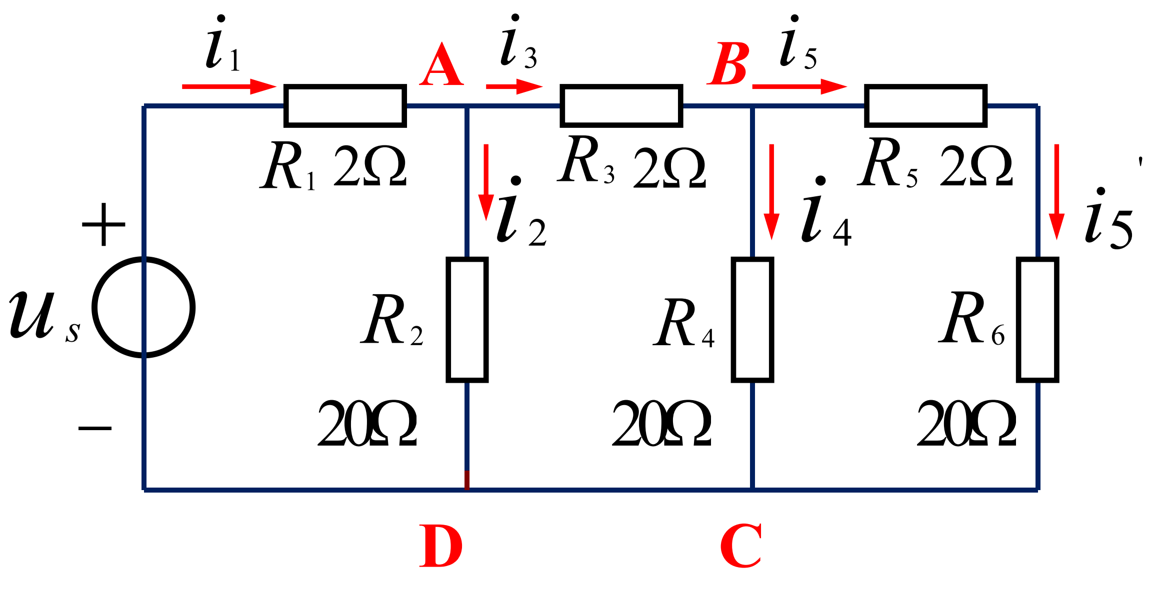
在 $u_S = 279.5$ V 作用时的输出电压即

$$u_O = Hu_S = \frac{1}{3}(279.5)\ \text{V} = 93.17\ \text{V}$$

§3.1 线性电路的比例性，网络函数

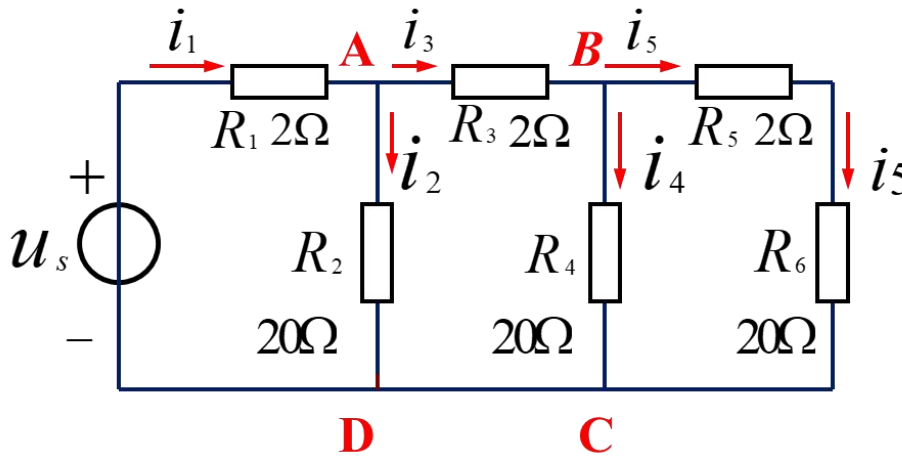
特殊问题的处理：梯形网络电路的处理

例：求图示梯形电路中各支路电流。



§3.1 线性电路的比例性，网络函数

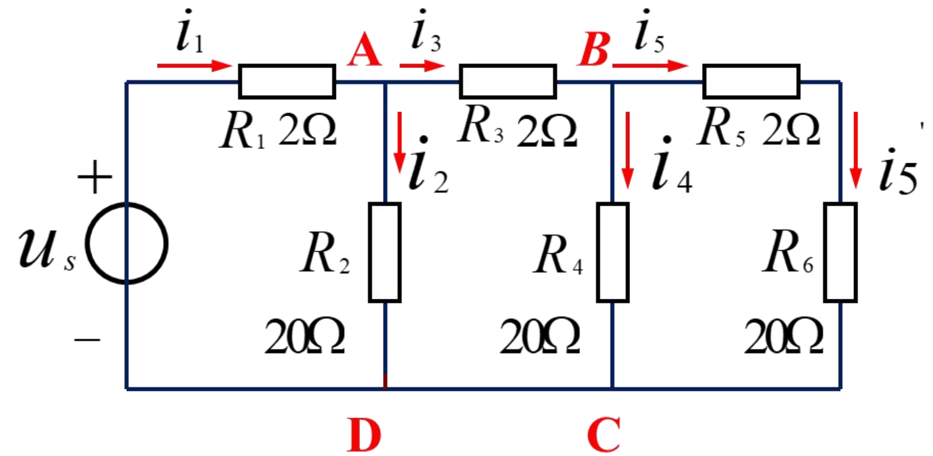
解：根据齐性定理，在线性电路中，当可有激励（电压源和电流源）都增大或缩小K倍（K为实常数），响应（电流和电压）也随之增大或缩小K倍。



采用倒退法：先从电路最远离电源的一端算起，对某个电压或电流设一便于计算的值，例如“1”，倒退到激励应采取的数值，然后根据齐次定理进行修正。

§ 3.1 线性电路的比例性，网络函数

解：根据齐性定理，在线性电路中，当可有激励（电压源和电流源）都增大或缩小*K*倍（*K*为实常数），响应（电流和电压）也随之增大或缩小*K*倍。



设 $i_5 = 1A$，则：

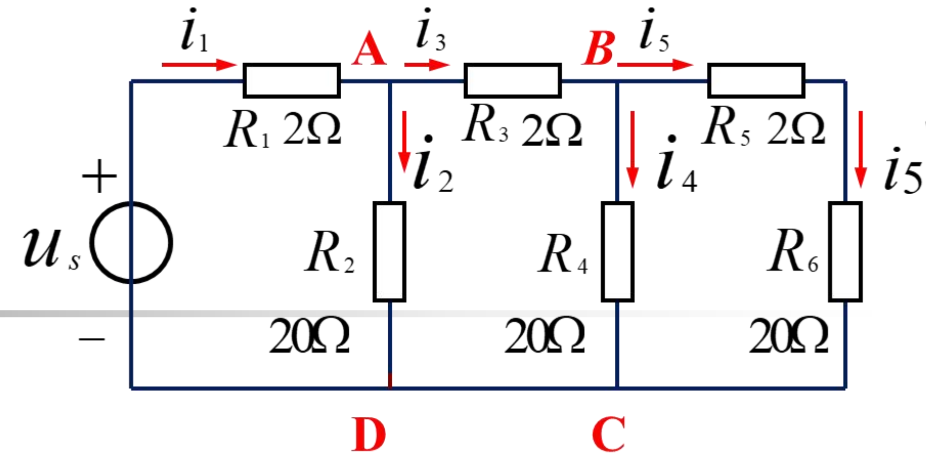
$$u_{BC} = (R_5 + R_6)i_5 = 22A$$

$$i_4 = \frac{u_{BC}}{R_4} = 1.1A$$

$$i_3 = i_4 + i_5 = 2.1A$$

$$u_{AD} = R_3 i_3 + u_{BC} = 26.2V$$

采用倒退法：先从电路最远离电源的一端算起，对某个电压或电流设一便于计算的值，例如“1”，倒退到激励应采取的数值，然后根据齐次定理进行修正。



$$u_{BC} = (R_5 + R_6)i_5 = 22A$$

$$i_4 = \frac{u_{BC}}{R_4} = 1.1A \qquad i_3 = i_4 + i_5 = 2.1A$$

$$u_{AD} = R_3 i_3 + u_{BC} = 26.2V \qquad i_2 = \frac{u_{AD}}{R_2} = 1.31A$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = 3.41A \qquad u_s = R_1 i_1 + u_{AD} = 33.02V$$

给定的 u_s= 120V，相当于激励增加了 $K = \dfrac{120}{33.02} = 3.63$

故各支路电流也增加**3.63**倍。

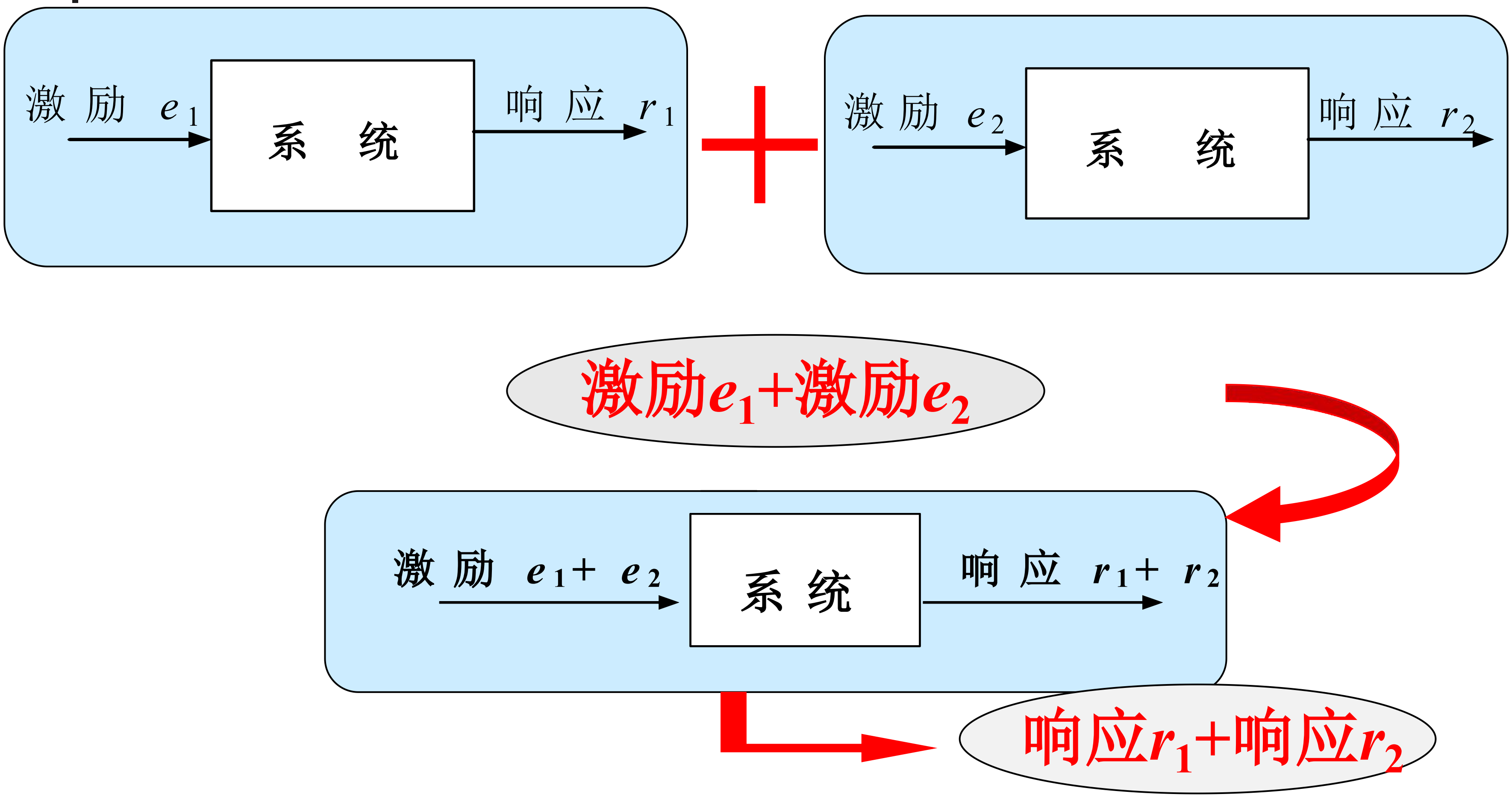
$$i_n = K i_n$$

§3.2 叠加原理

在多个独立电源、线性受控源和线性无源元件共同组成的线性电路中，某一支路的电压（或电流）等于每一个独立电源单独作用时，在该支路上所产生的电压（或电流）的代数和。

结论：叠加性是线性电路的根本属性和基本原理

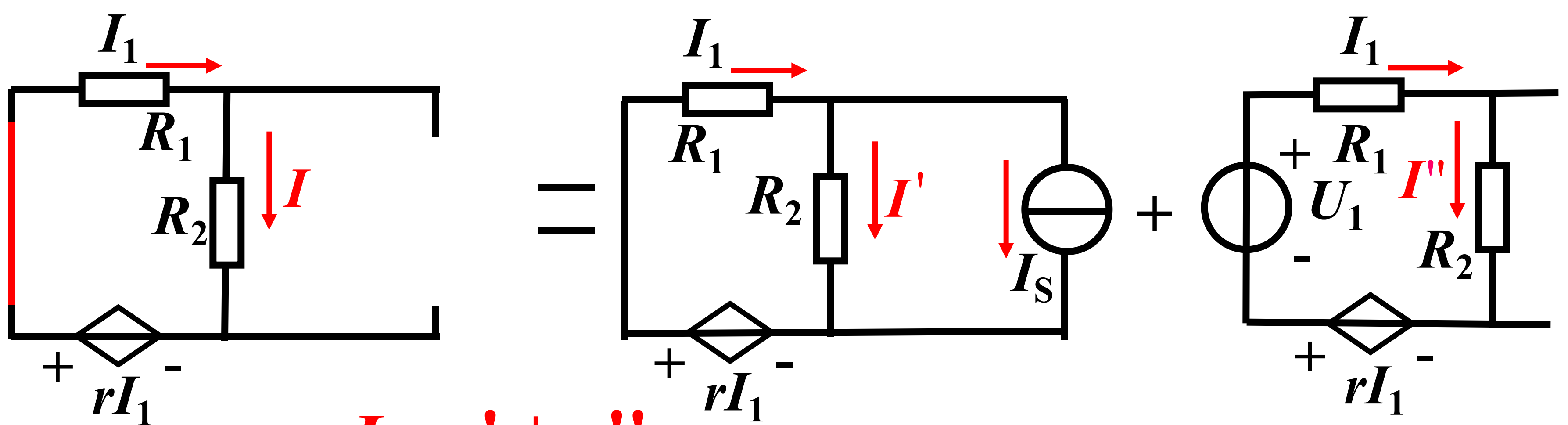
§ 3.2 叠加原理



激 励 e_1
系 统
响 应 r_1
激 励 e_2
系 统
响 应 r_2
激励e_1+激励e_2
激 励 e_1+e_2
系 统
响 应 r_1+r_2
响应r_1+响应r_2

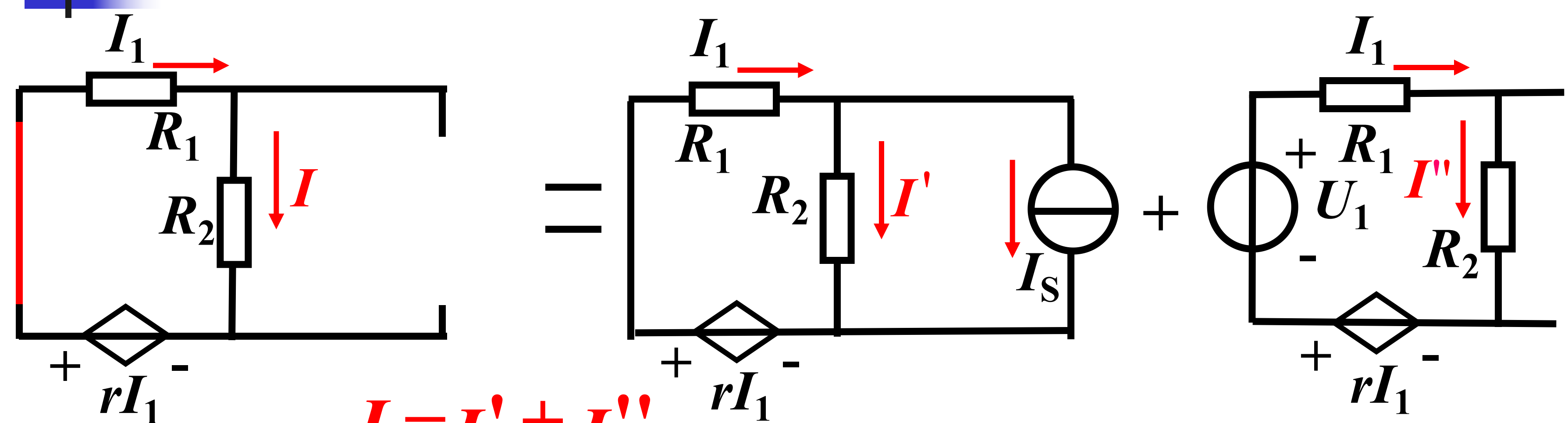
§ 3.2 叠加原理

在多个独立电源、线性受控源和线性无源元件共同组成的线性电路中，某一支路的电压（或电流）等于每一个独立电源单独作用时，在该支路上所产生的电压（或电流）的代数和。



$$I = I' + I''$$

§ 3.2 叠加原理



$$I = I' + I''$$

当恒压源不作用时应视其为短路

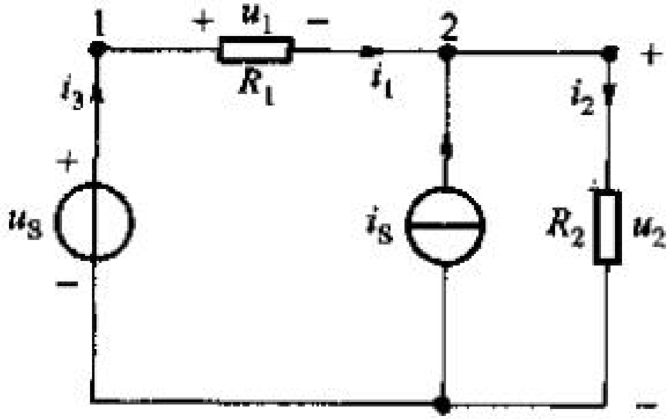
当恒流源不作用时应视其为开路

注意

计算功率时不能应用叠加原理。

P111，图3-7；

双激励的线性电路



响应 i_2 是两个激励 u_S、i_S 的关系式

$$i_2=\frac{1}{R_1+R_2}u_S+\frac{R_1}{R_1+R_2}i_S$$ 即 $i_2=H_1u_S+H_2i_S$

每一项只与某一个激励成比例.

第一项就是该电路在 $i_S=0$，亦即 u_S 单独作用时在 R_2 中产生的电流

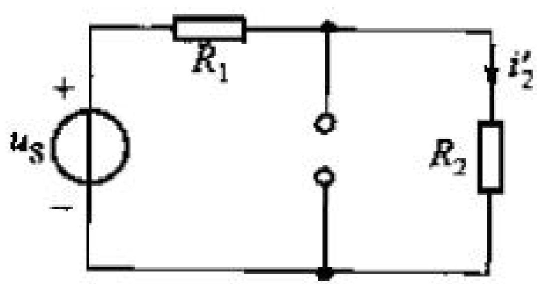
第二项就是该电路在 $u_S=0$，亦即 i_S 单独作用时在 R_2 中产生的电流

比例常数 H_1 即响应 i_2 对激励 u_S 的转移电导

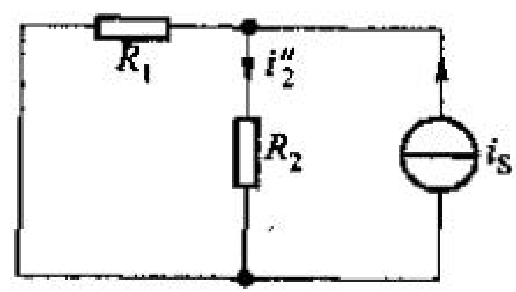
比例常数 H_2 即响应 i_2 对激励 i_S 的转移电流比.

网络函数 $i_2=H_1u_S+H_2i_S$

u_S 单独作用时



i_S 单独作用时



例 3-6 在图 3-14 所示电路中，N 的内部结构不知，但只含线性电阻，在激励 u_S 和 i_S 作用下，其测试数据为：当 $u_S=1$ V，$i_S=1$ A 时，$u=0$；当 $u_S=10$ V，$i_S=0$ 时，$u=1$ V。若 $i_S=10$ A，$u_S=0$ 时，u 为多少？

解 由(3-14)式可得

$$u=H_1u_S+H_2i_S$$

此式在任何 u_S 和 i_S 时均成立，故由两测试结果可得

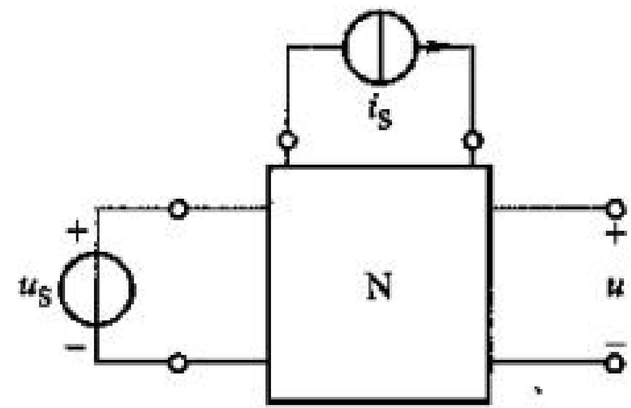


图 3-14 例 3-6

$$H_1+H_2=0$$

$$10H_1=1$$

联立解得

$$H_1=\frac{1}{10},H_2=-\frac{1}{10}\ \Omega$$

故知

$$u=\frac{1}{10}u_S-\frac{1}{10}i_S$$

当 $u_S=0$，$i_S=10$ A 时

$$u=\left(\frac{1}{10}\times 0-\frac{1}{10}\times 10\right)\ \text{V}=-1\ \text{V}$$

多个独立源作用下的线性电路的叠加原理　复杂激励问题简化为单一激励问题

由线性电阻、线性受控源及独立源组成的电路中，每一元件的电流或电压可以看成是每一个独立源单独作用于电路时，在该元件上产生的电流或电压的代数和，这就是叠加原理。叠加性是线性电路的根本属性。

当某一独立源单独作用时，其他独立源应为零值，即独立电压源用短路代替；

独立电流源用开路代替。

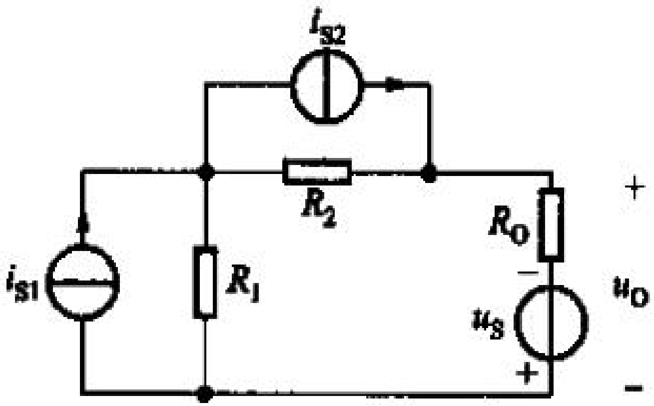
在线性电路中，任一电流变量或电压变量，作为电路的响应 $y(t)$，

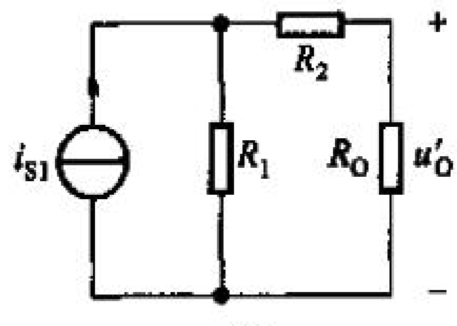
与电路各个激励 $x_m(t)$ 的关系为 $y(t)=\sum_{M} H_m x_m(t)$，H_m 为相应的网络函数

$x_m(t)$ 表示电路中总数为 M 个独立电源电压源电压或电流源电流

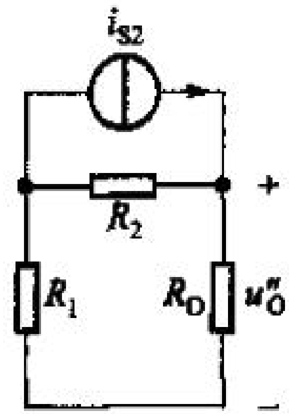
例 3－3 利用叠加原理求解电路中的电压 u_O。

解 绘出每一独立源单独作用时的电路图如图(a)、(b)、(c)三图所示。

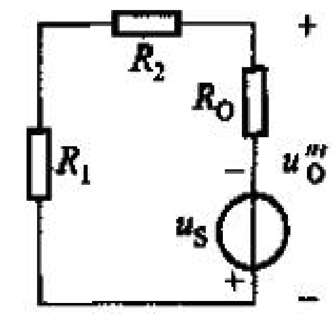




(a)



(b)



(c)

由图(a)分流公式可得 $u'_O = i_{S1}\left(\dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_O}\right)R_O$

由图(b)分流公式可得 $u''_O = i_{S2}\left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + R_O}\right)R_O$

由图(c)分压公式可得

$$u'''_O = -u_S\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_O}\right) \quad 或\ u'''_O = u_S\left(\frac{R_O}{R_1 + R_2 + R_O}\right) - u_S$$

由叠加原理，可得 $u_O = u'_O + u''_O + u'''_O = \dfrac{i_{S1}R_OR_1 + i_{S2}R_OR_2 - u_S(R_1 + R_2)}{R_O + R_1 + R_2}$

例 3－3 利用叠加原理求解图 3－9 电路中的电压 u_O。

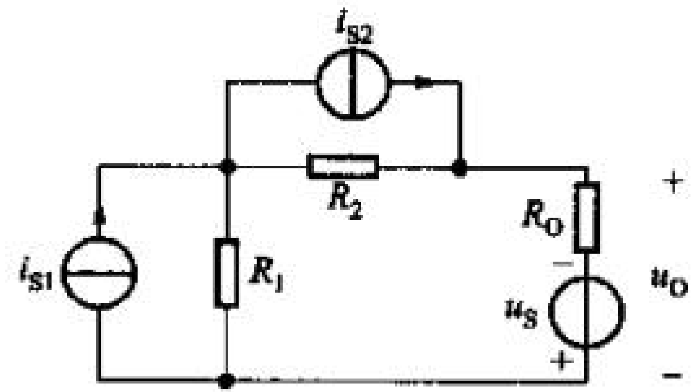


图 3－9 例 3－3

解 绘出每一独立源单独作用时的电路图如图 3－10(a)、(b)、(c)三图所示。

由图(a)，运用分流公式求出流经 R_O 的电流后，可求得

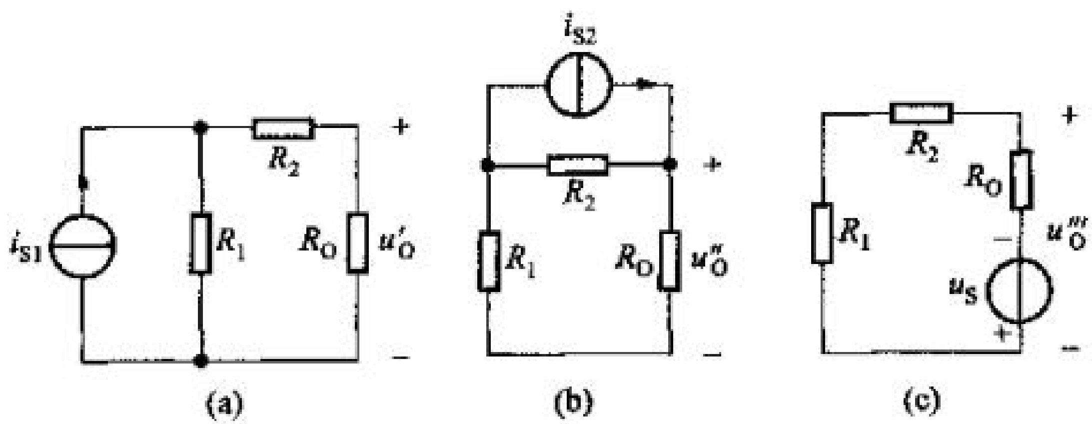


图 3－10 运用叠加原理求解电路

$$u'_O = i_{S1}\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_O}\right)R_O$$

§3.2 叠加原理

由图(b)，运用分流公式后，可求得

$$u''_O = i_{S2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_O}\right)R_O$$

由图(c)，运用分压公式可得

$$u'''_O = -u_S\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_O}\right)$$

或

$$u'''_O = u_S\left(\frac{R_O}{R_1 + R_2 + R_O}\right) - u_S$$

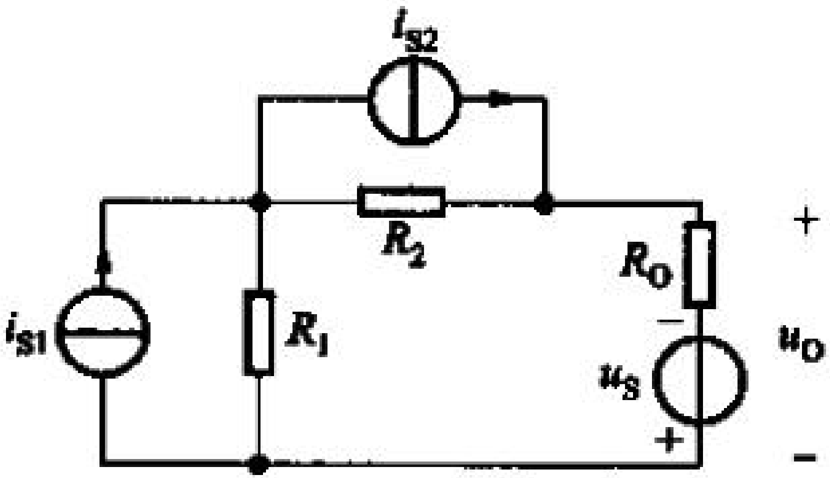
由叠加原理，可得

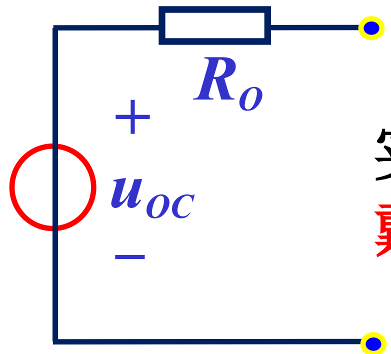
$$u_O = u'_O + u''_O + u'''_O$$

$$= \frac{i_{S1}R_O R_1 + i_{S2}R_O R_2 - u_S(R_1 + R_2)}{R_O + R_1 + R_2}$$

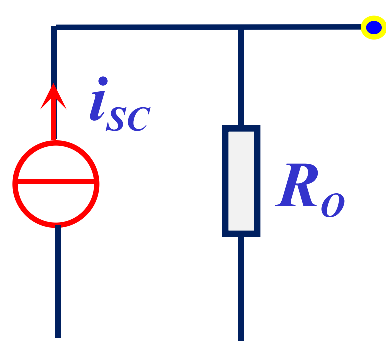
本题也可用网孔电流法或节点电压法求解，但需求解联立方程。

§ 3.2 叠加原理





实际电压源模型
戴维南等效电路



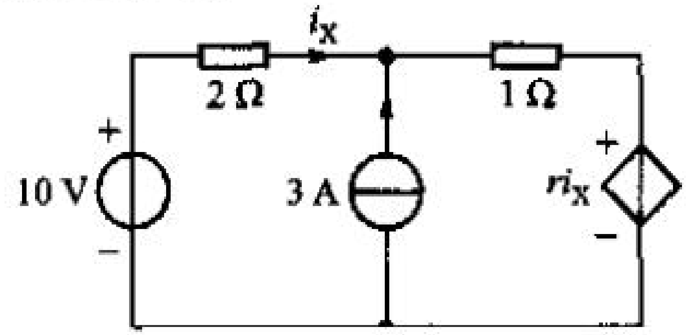
实际电流源模型
诺顿等效电路

§ 3.2 叠加原理

提示与总结：

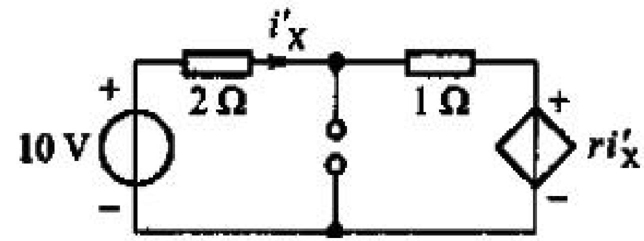
- 节点电压法：4个节节点、3个独立节点
- 网孔电流法：边沿支路有电流源时，减少网孔方程
- 等效电源变换：电流源变成电压源
- 叠加原理：上面方法

例 3－4 电路如图所示，其中 $r=2\ \Omega$，用叠加原理求 i_X。



解 对含受控源电路运用叠加原理时必须注意：叠加原理中说的只是独立电源的单独作用，受控源的电压或电流不是电路的输入，不能单独作用。在运用该原理时，受控源应和电阻一样，始终保留在电路内。

$r=2\ \Omega$

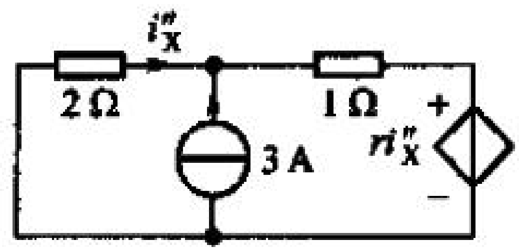


10 V 电压源单独作用时受控源的电压为 $2i'_X$

由KVL方程可得 $-10+3i'_X+2i'_X=0$ 解得 $i'_X=2\ \text{A}$

受控源保留在电路里

3A 电流源单独作用时受控源的电压为 $2i''_X$，电流为 i''。由KCL约束关系 $i''-i''_X=3$



由KVL 及 VCR 约束关系 $2i''_X+i''+2i''_X=0$

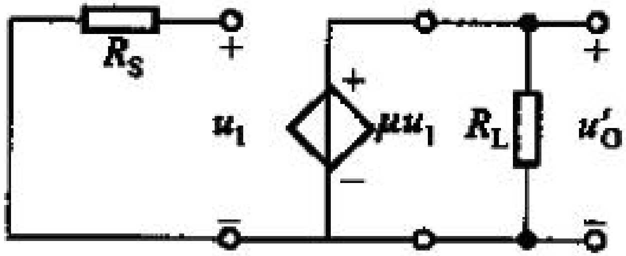
解得 $i''_X=-0.6\ \text{A}$

电源同时作用 $i_X=i'_X+i''_X=(2-0.6)\ \text{A}=1.4\ \text{A}$

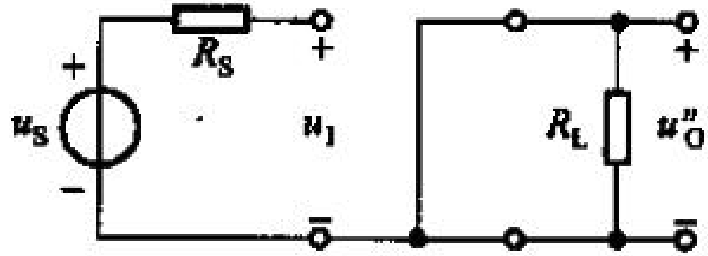
本题也可用网孔电流法或节点电压法求解，但需求解联立方程。

例 3－5 为了强调受控源不得像独立源一样“参与”叠加
试以如图所示含受控源电路为例来加以说明。

解 该电路包含一个独立电压源和一个受控电压源。若误认为受控源也可以像独立电压源一样“参与”叠加，则在求 u_0 时，当分为两步。
先令电压源短路，电路仅由受控源作用，如图(a)所示，由 $u_1=0$，$\mu u_1=0$，故 $u_0'=0$
再令受控电压源短路，电路仅由电压源作用，如图(b)所示，显然 $u_0''=0$



(a) 电压源短路时的电路



(b) 受控电压源短路时的电路

因此，所得结果当为 $u_0=u_0'+u_0''=0$ 显然，这一结果是错误的。
运用叠加原理时，电源单独作用是指独立电源的单独作用，
受控源不能单独作用，应始终保留在电路内！

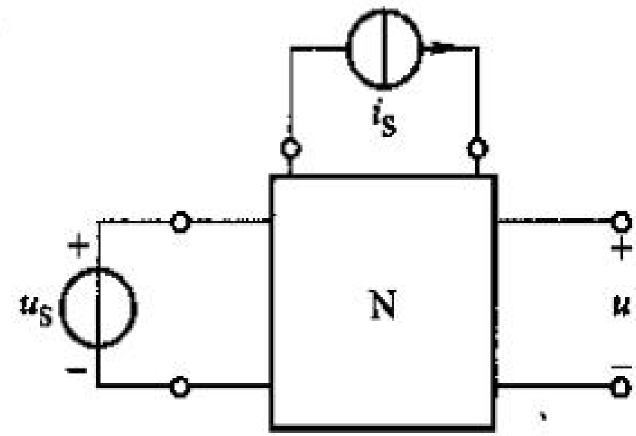
受控源不能单独作用，应始终保留在电路内！

§ 3.2 叠加原理

提示与总结：

- **节点电压法：** 受控源当独立源处理，增加控制量与节点电压的辅助方程；边沿支路有电压源时，减少节点电压方程
- **网孔电流法：** 中间支路有电流源时，增加电流源与网孔电流的辅助方程；中间支路电流源要设一个电压值
- **叠加原理：** 受控源当独立源程序处理（书上方法）
- 运用叠加原理时, **电源单独作用**是指独立电源的单独作用，**受控源不能单独作用**, 应始终保留在电路内！

例 3－6 在图 3－14 所示电路中，N 的内部结构不知，但只含线性电阻，在激励 u_S 和 i_S 作用下，其测试数据为：当 $u_S=1\ \text{V}, i_S=1\ \text{A}$ 时，$u=0$；当 $u_S=10\ \text{V}$，$i_S=0$ 时，$u=1\ \text{V}$。若 $i_S=10\ \text{A}, u_S=0$ 时，u 为多少？



解 由叠加原理可得 $u=H_1u_S+H_2i_S$

当 $u_S=1\ \text{V}, i_S=1\ \text{A}$ 时，$u=0$ 可得 $H_1+H_2=0$

当 $u_S=10\ \text{V}$，$i_S=0$ 时，$u=1\ \text{V}$ 可得 $10H_1=1$

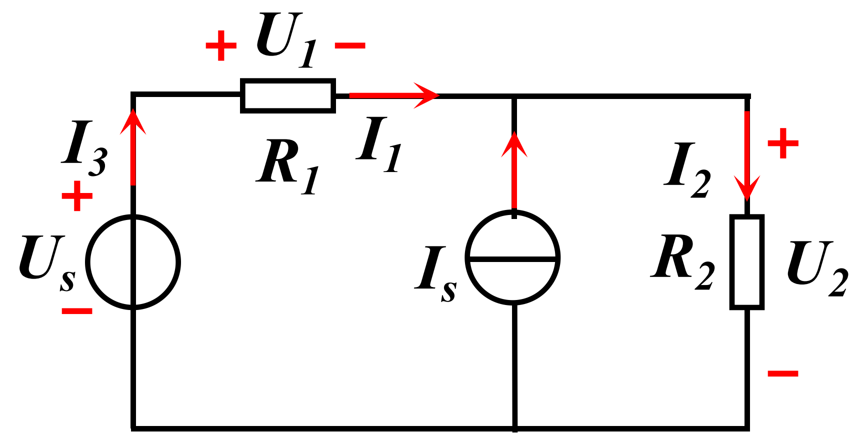
联立解得 $H_1=\dfrac{1}{10}, H_2=-\dfrac{1}{10}\ \Omega$

故知 $i_S=10\ \text{A}, u_S=0$ 时，$u=\dfrac{1}{10}u_S-\dfrac{1}{10}i_S$ $u=\left(\dfrac{1}{10}\times 0-\dfrac{1}{10}\times 10\right)\text{V}=-1\ \text{V}$

叠加原理简化了电路激励与响应的关系。

§ 3.2 叠加原理

例3-8：求R_2上的电流。



解：用支路电流法（1b法）

$$I_1 - I_2 = -I_s$$

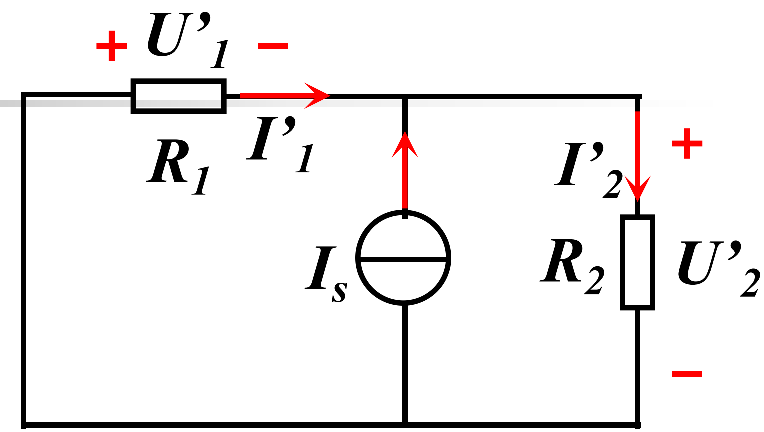
$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = U_s$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -I_S \\ R_1 & U_S \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ R_1 & R_2 \end{vmatrix}} = (U_s + R_1 I_s) \,/\, (R_2 + R_1)$$

$$= U_s / (R_1 + R_2) + R_1 \mathrm{I}_s / (R_1 + R_2)$$

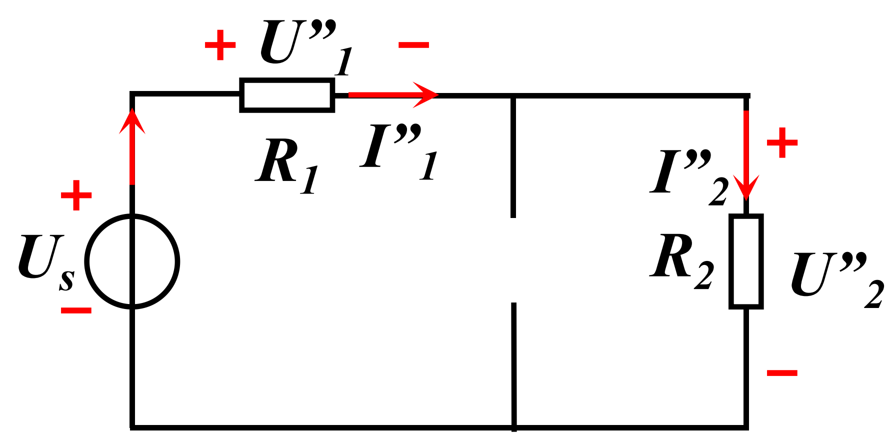
例题：求R_2上的电流。

（叠加原理）



解：（1）当I_s单独作用时，

$U_s=0$，$I_2' = R_1 I_s / (R_1+R_2)$



（2）当U_s单独作用时，

$I_s=0$ (I_s开路)

$I_2''= U_s / (R_1+R_2)$

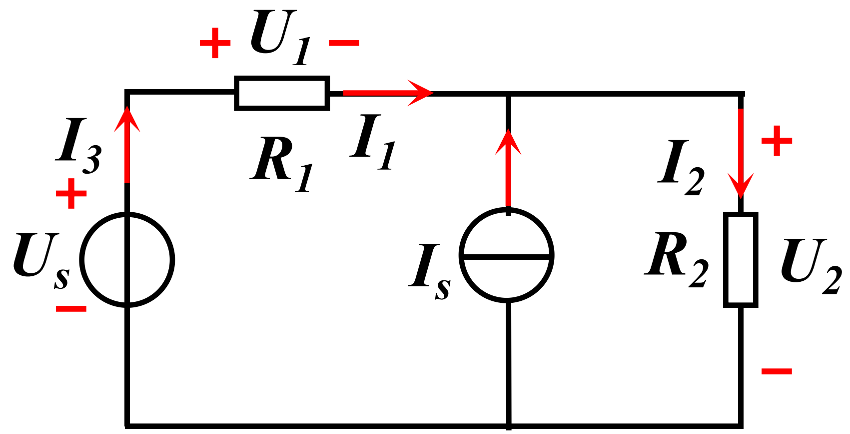
所以：$I_2 = I_2' + I_2''$

$= R_1 I_s / (R_1+R_2) + U_s / (R_1+R_2)$

即：R_2上的电流等于电压源和电流源分别单独作用时，在R_2上产生的电流之和。

§ 3.3 叠加方法与功率计算

例题：求R_2上的功率。



解：R_2上的功率：

$P= I_2^2\ R_2$

$= (I_2' + I_2'')^2 R_2$

$= (I_2'^2 + 2 I_2' I_2'' + I_2''^2)R_2$

$\neq I_2'^2R_2 + I_2''^2R_2 = P'^2 + P''^2$

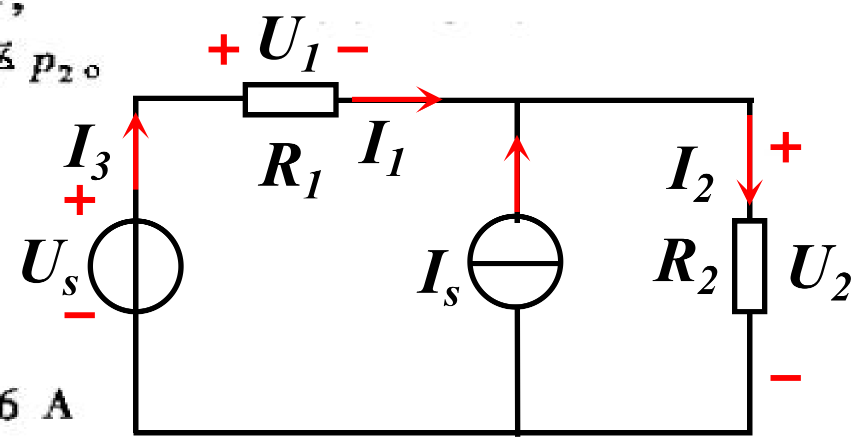
即：求功率不能用叠加!!!

必须求出总电压或总电流之后再求功率！

例 3－8　设在图所示电路中，

$u_S=36\ V$、$i_S=9\ A$、$R_1=12\ \Omega$、$R_2=6\ \Omega$，

试用叠加方法求解 R_2 的电流 i_2 和功率 p_2。



解　当 36 V 电压源单独作用时

$$i_2'=\frac{u_S}{R_1+R_2}=\frac{36\ V}{12\ \Omega+6\ \Omega}=2\ A$$

当 9 A 电流源单独作用时

$$i_2''=\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)i_s=\left(\frac{12\ \Omega}{12\ \Omega+6\ \Omega}\right)9\ A=6\ A$$

因此，流经 R_2 的电流 $i_2=i_2'+i_2''=2\ A+6\ A=8\ A$

故得 R_2 的功率 $p_2=R_2i_2^2=(6\ \Omega)(8\ A)^2=384\ W$

如果分别求出每一电源单独作用时 R_2 的功率，则可得

$$p_2'=(6\ \Omega)(2\ A)^2=24\ W$$

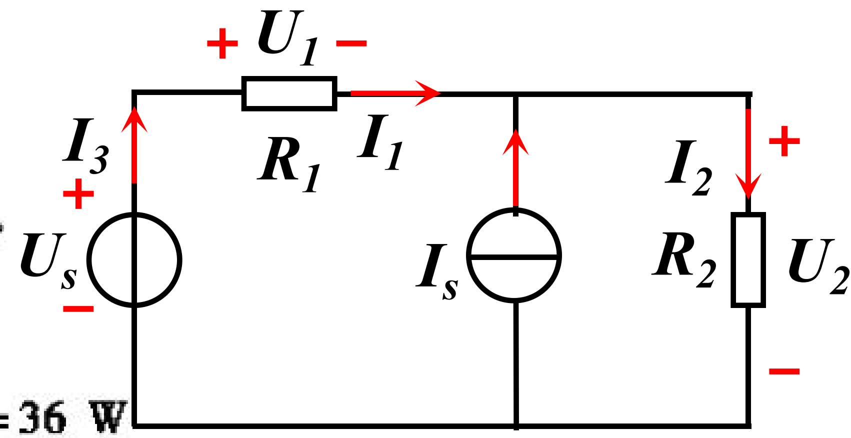
$$p_2''=(6\ \Omega)(6\ A)^2=216\ W$$

$$p_2'+p_2''=240\ W\neq 384\ W$$

尽管由叠加原理可得 $2\ A+6\ A=8\ A$ 但 $(2\ A)^2+(6\ A)^2\neq(8\ A)^2$

电阻的功率不能由叠加原理直接求得，因为功率与电流（压）的二次方有关，不是线性关系。一般来说，功率不服从叠加原理。

可以用叠加方法求得电流、电压后再去计算功率。



例 3－9 试求两电源对该电路提供的总功率。

解(1)由上例的计算结果可得

$i_1 = i_2 - 9\ \text{A} = 8\ \text{A} - 9\ \text{A} = -1\ \text{A}$

故得电压源功率 $-u_S i_1 = -(36\ \text{V})(-1\ \text{A}) = 36\ \text{W}$

电压源消耗功率 36 W，即对电路提供功率 −36 W。

又电流源端电压为 $u_2 = R_2 i_2 = (60\ \Omega)(8\ \text{A}) = 48\ \text{V}$

故得电流源功率 $-i_S u_2 = -(9\ \text{A})(48\ \text{V}) = -432\ \text{W}$ 电流源提供功率 432 W。

两电源对电路提供的总功率为 432 W − 36 W = 396 W

(2) 从另一角度来计算。电压源单独作用时，$i_1' = i_2'' = 2\ \text{A}$) 可知电压源功率

$-u_S i_1' = -(36\ \text{V})(2\ \text{A}) = -72\ \text{W}$ 对电路提供功率 72 W。

电流源单独作用时，

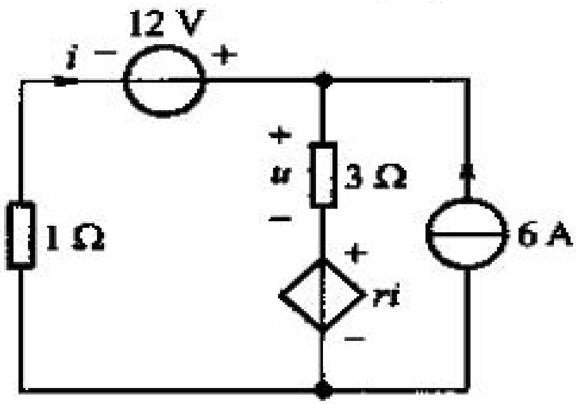
$-u_2'' i_S = -(R_2 i_2'') i_S = -(6\ \Omega)(6\ \text{A})(9\ \text{A}) = -324\ \text{W}$ 对电路提供功率 324 W。

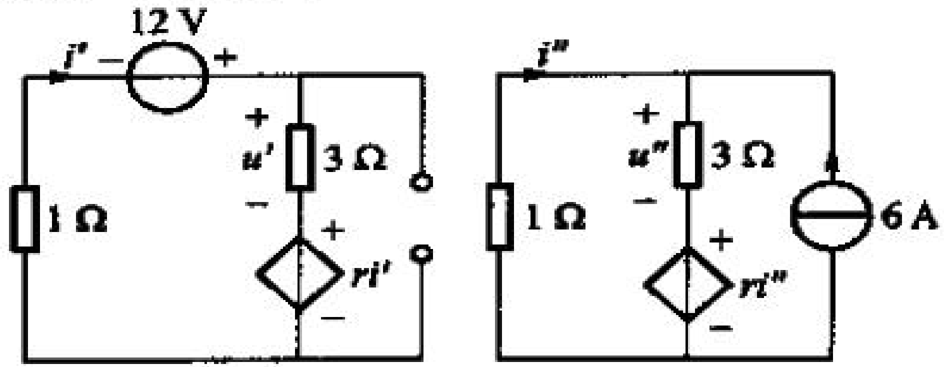
两电源对电路提供的总功率为 72 W + 324 W = 396 W

由此可见：电源对电路提供的总功率等于电压源单独作用时对电路提供的功率和电流源单独作用时对电路提供功率的总和。这对不含受控源的线性电阻电路是一个普遍规律，且可延伸为电压源组（即多个电压源）和电流源组各自提供功率的叠加①。

例 3－10 含受控源电路如图所示，试求两电源向电路提供的总功率。已知受控源控制系数 $r=2\ \Omega$。

解 用叠加方法求解 u、i 的电路如图所示。





(a) (b)

由图(a)可得 $(3\ \Omega)i'+(2\ \Omega)i'+(1\ \Omega)i'=12\ \text{V}$

解得 $i'=2\ \text{A}$　　$u'=(3\ \Omega)(2\ \text{A})=6\ \text{V}$

由网孔方程 $(3\ \Omega+1\ \Omega)i''+(2\ \Omega)i''+(3\ \Omega)(6\ \text{A})=0$

解得 $i''=-3\ \text{A}$　　$u''=(3\ \Omega)(-3\ \text{A}+6\ \text{A})=9\ \text{V}$

故得 $i=i'+i''=-1\ \text{A}$　电压源功率 $p_V=-(12\ \text{V})i=12\ \text{W}$

电压源消耗功率 12 W，亦即提供功率 －12 W。

电流源两端电压 $u=u'+u''+(2\ \Omega)i=[15+2(-1)]\text{V}=13\ \text{V}$

电流源功率 $p_I=-13\times 6\ \text{W}=-78\ \text{W}$　电流源提供功率 78 W。

故得两电源向电路提供的总功率 $p=(78-12)\ \text{W}=66\ \text{W}$

如果叠加原理直接求电源提供的功率，则由

电压源单独作用时 $p'=-(12\ \text{V})i'=-12\times 2\ \text{W}=-24\ \text{W}$

电流源单独作用时 $p''=-6[u''+2i'']=-6[9+2(-3)]\ \text{W}=-18\ \text{W}$

由 p' 和 p'' 算得的两电源向电路提供的总功率为 $(24+18)\text{W}=42\ \text{W}$ 与实际不符。

§3.3 叠加方法与功率计算

结论：功率对电压、电流并非线性函数，因而，一般来说，功率并不服从叠加原理，只有在一些特殊情况下才能例外。

§ 3.3 叠加方法与功率计算

电阻电路的无增益性质

结论1： 对由一个电压源和多个正电阻组成的电路，任一支路电压（响应）总是小于或等于电压源电压（激励），这一性质称为无电压增益性质。

结论2： 对由一个电流源和多个正电阻组成的电路，任一支路电流（响应）总是小于或等于电流源电流（激励），这一性质称为无电流增益性质。

以上两个结论也符合电路的对偶性

§3.3 叠加方法与功率计算

小结

（1）叠加定理只适用于线性网络。

（2）网络中的响应是指每一个电源单独作用时响应的代数和，注意电流的方向和电压的极性。

（3）独立源可以单独作用，受控源不可以单独作用，独立源单独作用时受控源要保留。

（4）直流电路求功率不能用叠加定理，只能求出总电流和总电压，然后再完成功率的计算。

§3.4 数模转换器的基本原理

叠加原理的应用实例：

将数字信号转换为模拟信号称数—模转换

将模拟信号转换为数字信号称模—数转换

数模转换器(digital-analog converter，DAC解码网络)

数字信号：1、0，1bit即1位二进制数字(binary digit)

二-十进制转换：

$$(b_3\, b_2\, b_1\, b_0)_B = b_3 \times 2^3 + b_2\, 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0$$

§3.4 数模转换器的基本原理

例1:将二进制数10011.101转换成十进制数。

解：将每一位二进制数乘以位权，然后相加，可得

$$(10011.101)_B = 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$$

$$= (19.625)_D$$

$$(b_3\, b_2\, b_1\, b_0)_B = b_3\times2^3 + b_2\, 2^2 + b_1\times2^1 + b_0\times2^0$$

§ 3.4 数模转换器的基本原理

常用BCD码

十进制数	8421码	2421码	5421码	余3码
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 1
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 1 0 0
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 0 1
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 1 0
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 1 1
5	0 1 0 1	1 0 1 1	1 0 0 0	1 0 0 0
6	0 1 1 0	1 1 0 0	1 0 0 1	1 0 0 1
7	0 1 1 1	1 1 0 1	1 0 1 0	1 0 1 0
8	1 0 0 0	1 1 1 0	1 0 1 1	1 0 1 1
9	1 0 0 1	1 1 1 1	11 0 0	1 1 0 0
位权	8 4 2 1	2 4 2 1	5 4 2 1	无权

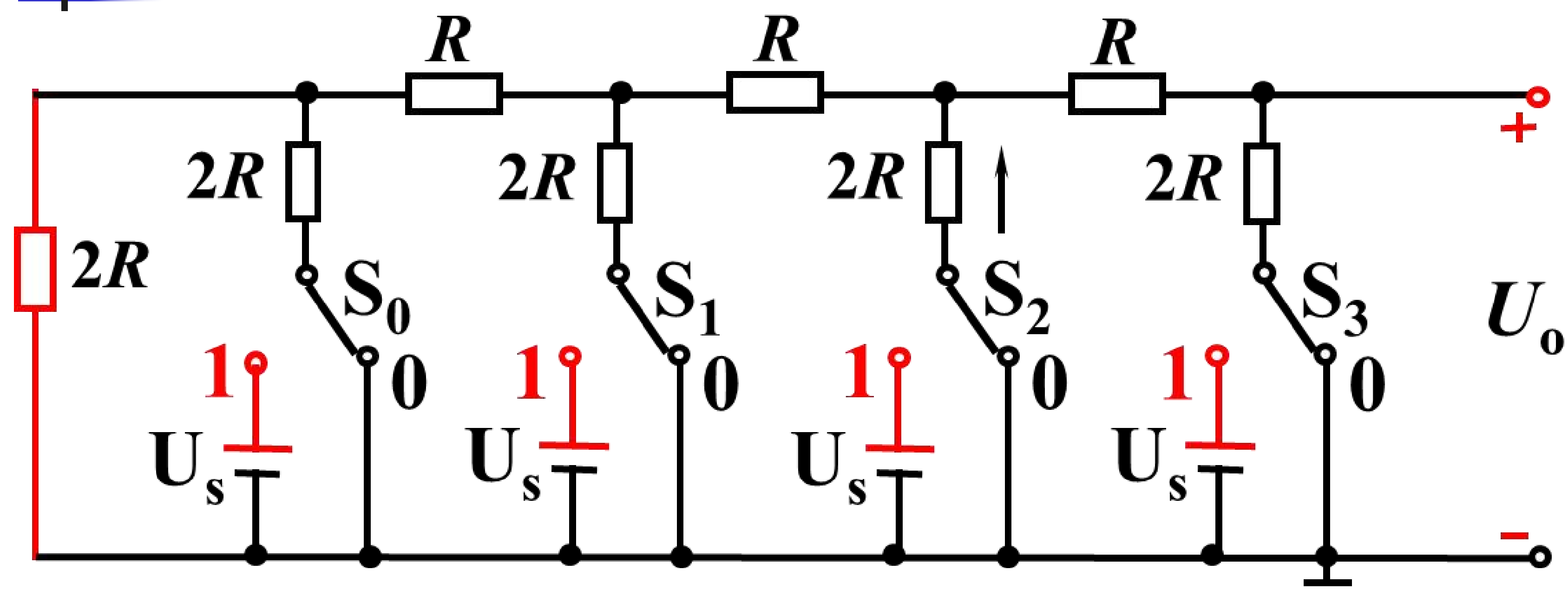
§3.4 数模转换器的基本原理

R-2R梯形DAC解码网络:

在开关S处输入二进制码，开关S3、S2、S1、S0分别与2^3、2^2、2^1、2^0相对应，某位二进制为1时，开关接Us；为0时，接地。从其输出电压Uo即可获得对应的十进制数，R、2R采用精密电阻。

其工作原理可用叠加原理来说明：利用R-2R梯形电阻网络+精密电压源，实现DAC解码网络

§ 3.4 数模转换器的基本原理



S为电子开关，当D=0时，S合向0，当D=1时，S合向1。

§3.4 数模转换器的基本原理

方法总结：

1. 叠加定理只适用于线性网络。

2. 网络中的响应是指每一个独立电源单独作用时响应的代数和，注意电流的方向和电压的极性。

3. 独立源可以单独作用，受控源不可以单独作用，独立源单独作用时受控源要保留。

4. 直流电路求功率不能用叠加定理，只能求出总电流和总电压，然后再完成功率的计算。

例1：在图示电路中，已知： U_s=100V，I_s = 1A，R_2 = R_3 = R_4 = 50Ω，**求流过R_3的电流及R_3上的功率。**

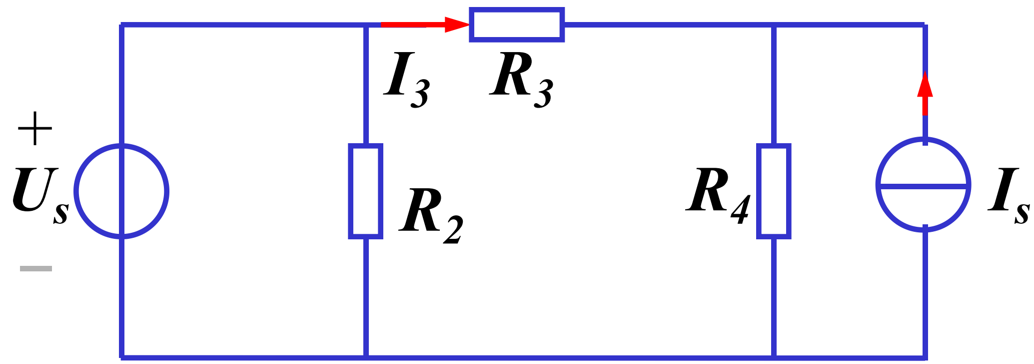
独立源分别单独作用

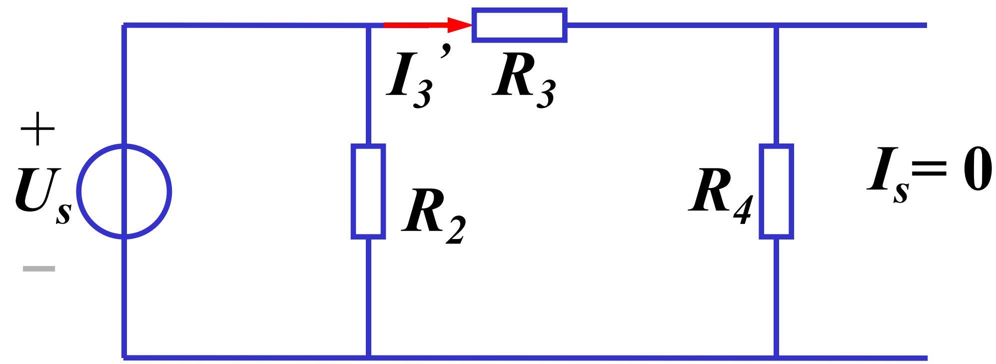
解：U_s单独作用时

$$I_3' = \frac{U_s}{R_3 + R_4}$$

$$= \frac{100}{50+50}$$

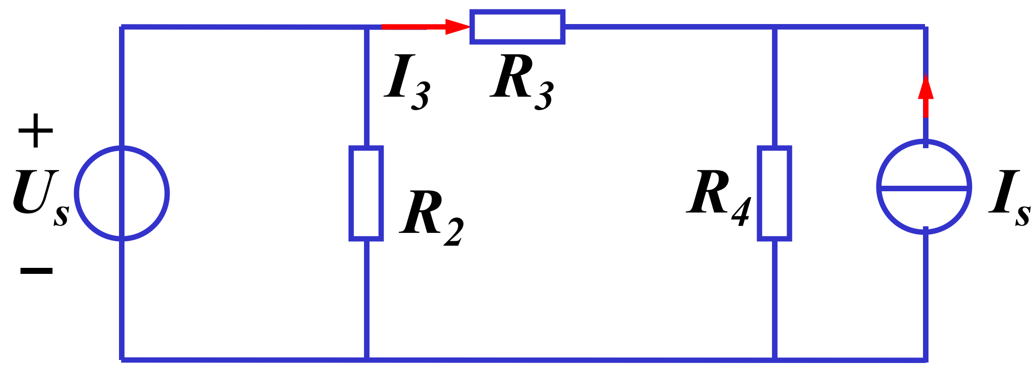
$$= 1\text{A}$$





不作用的电压源短路处理，不作用的电流源开路处理，独立源分别单独作用，受控源保留在电路里

例1：在图示电路中，已知：U_s=100V，I_s = 1A，$R_2 = R_3 = R_4 = 50\Omega$，求流过$R_3$的电流及$R_3$上的功率。

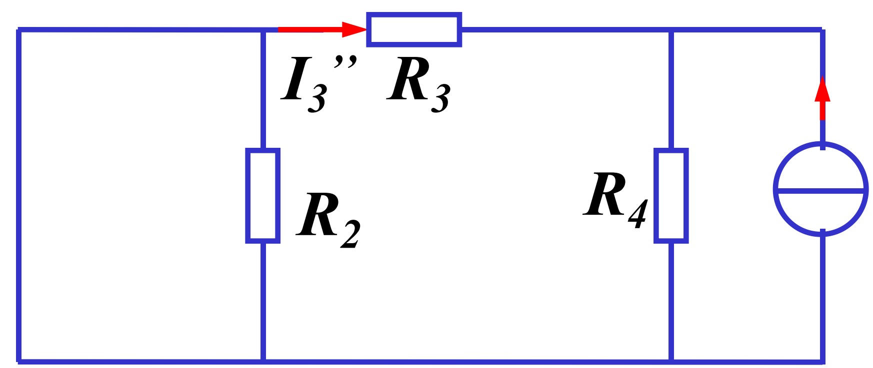


解：I_s单独作用时

$$I_3'' = -\frac{R_4}{R_3+R_4} I_s = -\frac{1}{2} A$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} A$$

$$P_3 = I_3{}^2 R_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 50 = 12.5\text{W}$$

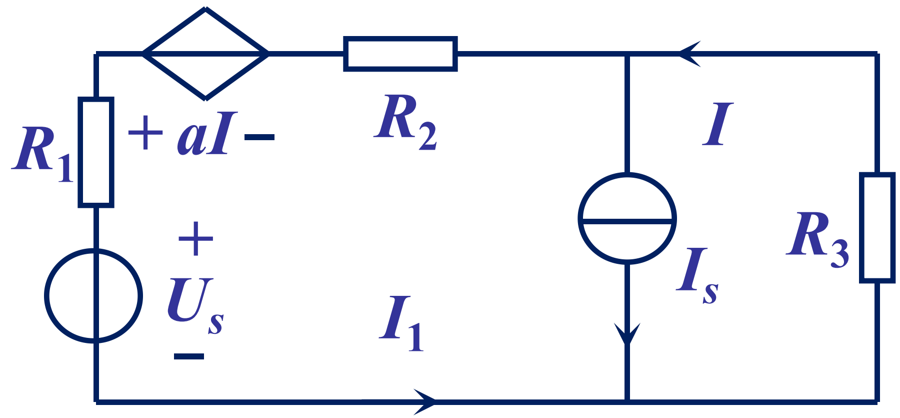


例2：用叠加原理求图中电路中I_1。

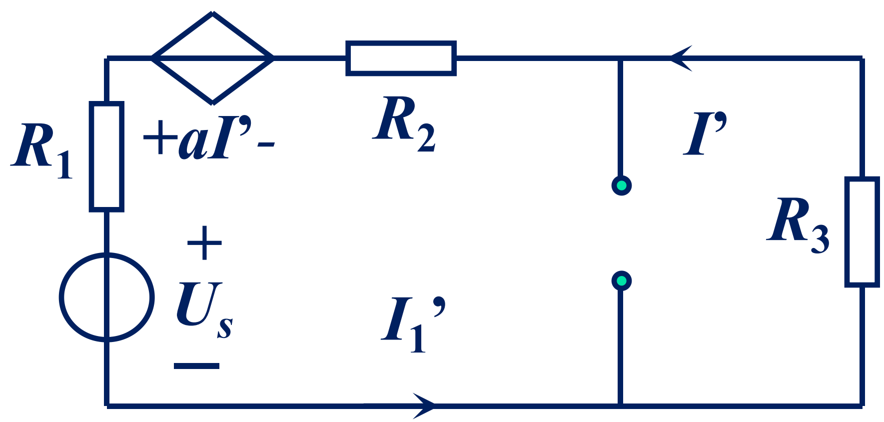
解：U_s单独作用时

$$(R_1+R_2+R_3)I_1' - aI_1' + U_S = 0$$

$$I_1' = \frac{U_S}{a-(R_1+R_2+R_3)}$$



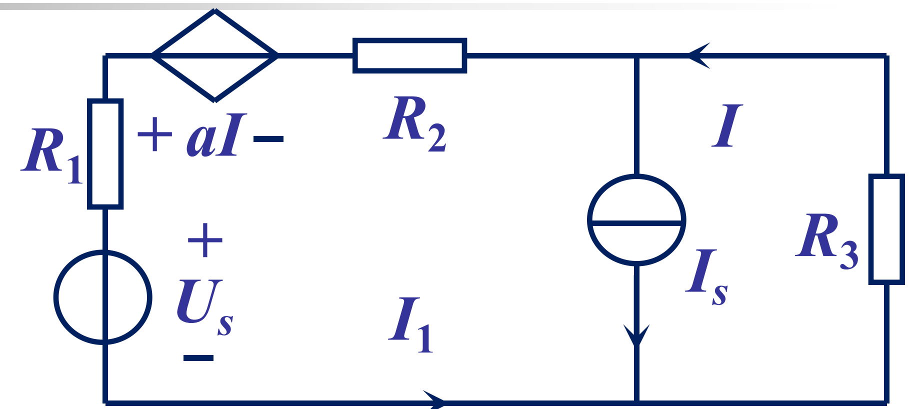
当恒压源不作用时应视其为短路；当恒流源不作用时应视其为开路



独立源分别单独作用，受控源保留在电路里

例2：用叠加原理求图中电路中I_1。

解：I_S 单独作用时

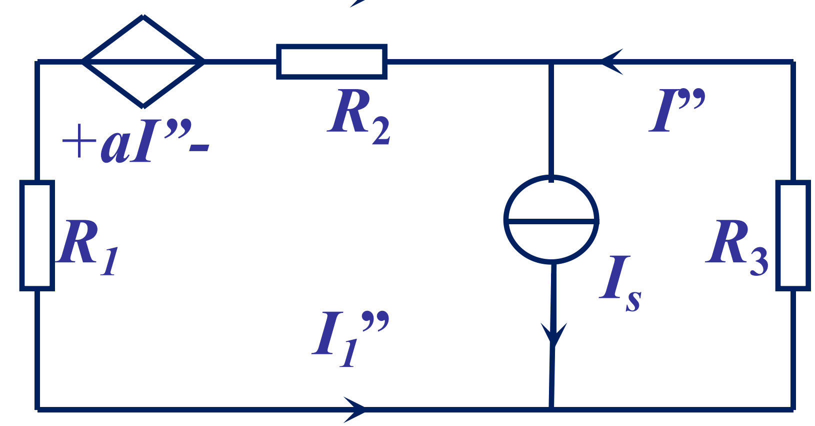


$$I'' = I_1'' + I_S$$

$$(R_1+R_2)I_1'' + R_3 I'' - aI'' = 0$$

$$(R_1+R_2)\,I_1'' + (R_3 - a)(I_1'' + I_s) = 0$$

$$\left[(R_1+R_2+R_3) - a\right] I_1'' = (a - R_3) I_s$$

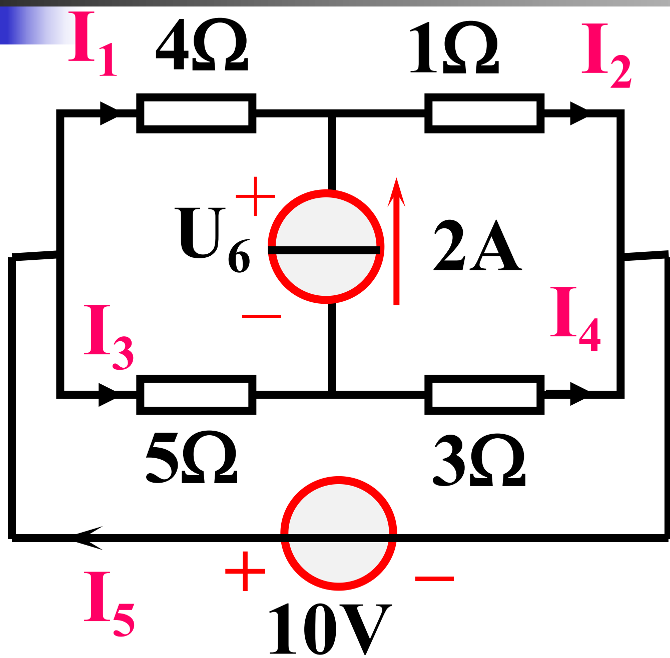


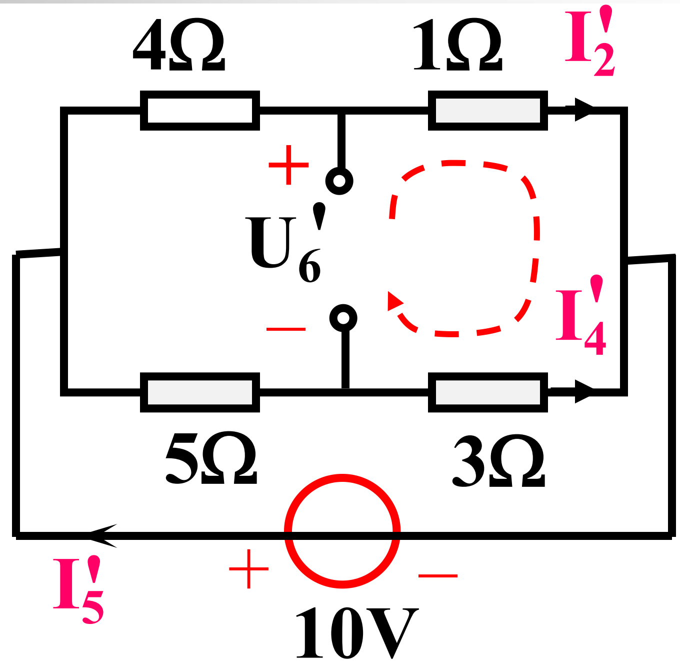
$$I_1'' = \frac{(a - R_3)}{(R_1+R_2+R_3) - a} I_s$$

$$= \frac{R_3 - a}{a - (R_1+R_2+R_3)} I_s$$

$$I_1 = I_1' + I_1'' = \frac{U_s + (R_3 - a) I_s}{a - (R_1+R_2+R_3)}$$

例3：试用叠加原理求图示电路中通过恒压源的电流I_5和恒流源两端的电压U_6。



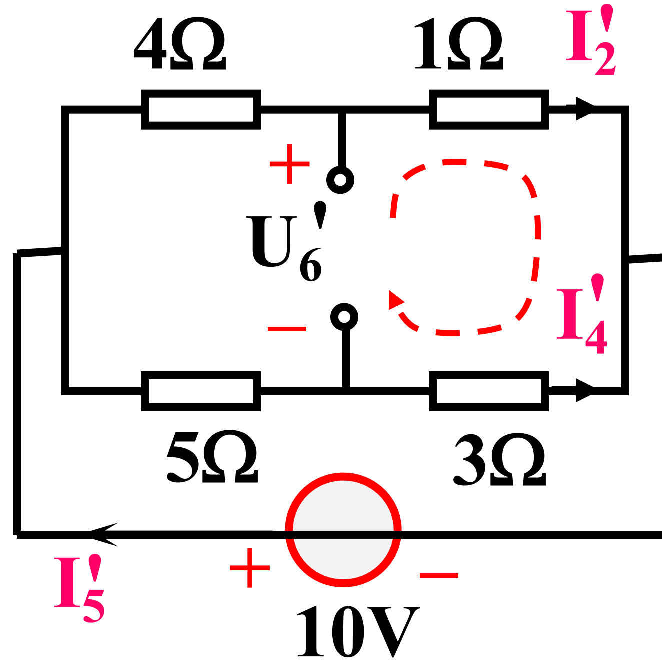


解：（1）恒压源单独作用时，应将恒流源开路。

不作用的电压源短路处理，不作用的电流源开路处理，独立源分别单独作用，受控源保留在电路里

例3：试用叠加原理求图示电路中通过恒压源的电流I_5和恒流源两端的电压U_6。

解： （1）恒压源单独作用时，应将恒流源开路。



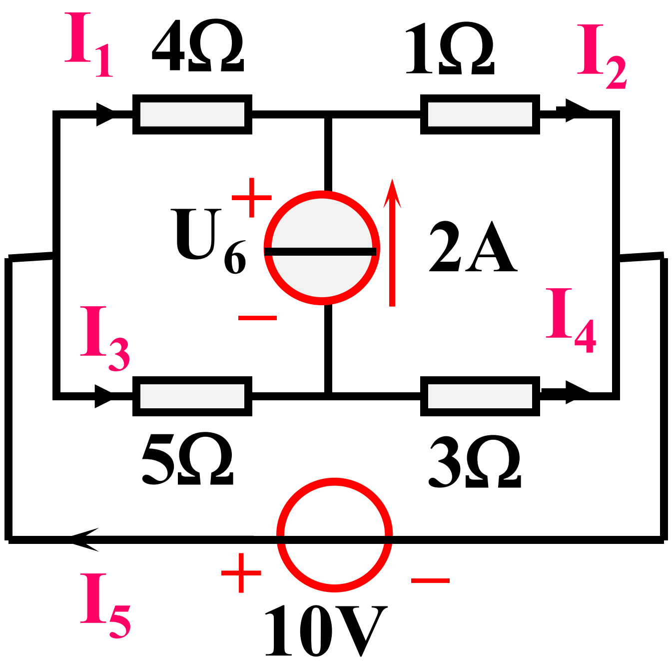
$$I'_5 = I'_2 + I'_4$$

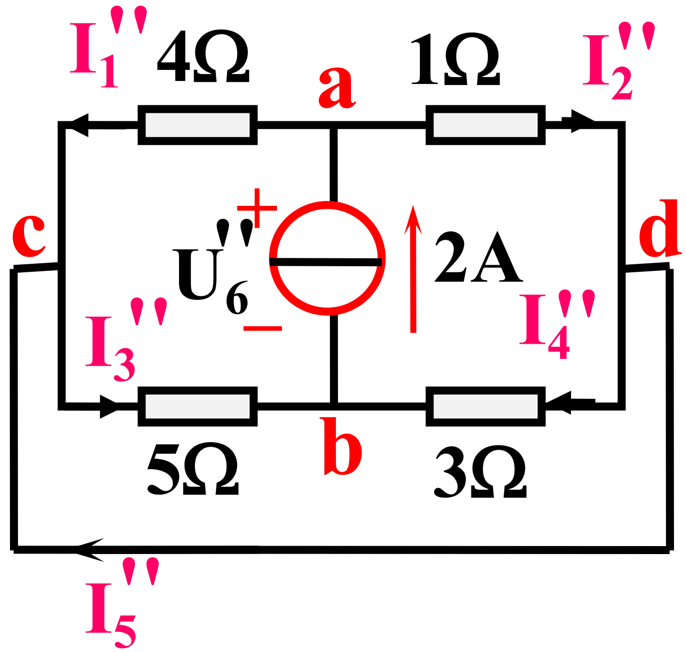
$$= \frac{10V}{4\Omega + 1\Omega} + \frac{10V}{5\Omega + 3\Omega} = 3.25A$$

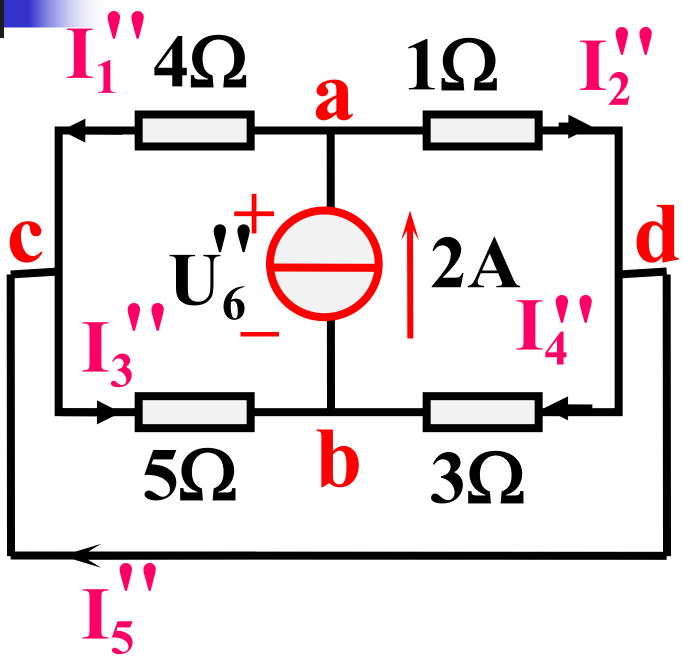
$$U'_6 = 1\Omega \times I'_2 - 3\Omega \times I'_4 = -1.75V$$

例3：试用叠加原理求图示电路中通过恒压源的电流I_5和恒流源两端的电压U_6。

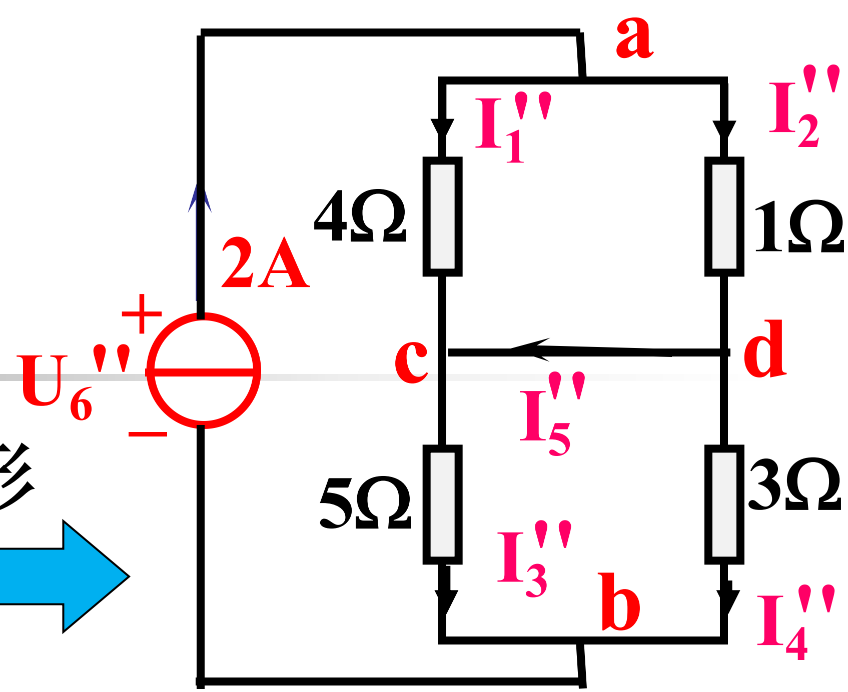
解：（2）恒流源单独作用时，应将恒压源短路。



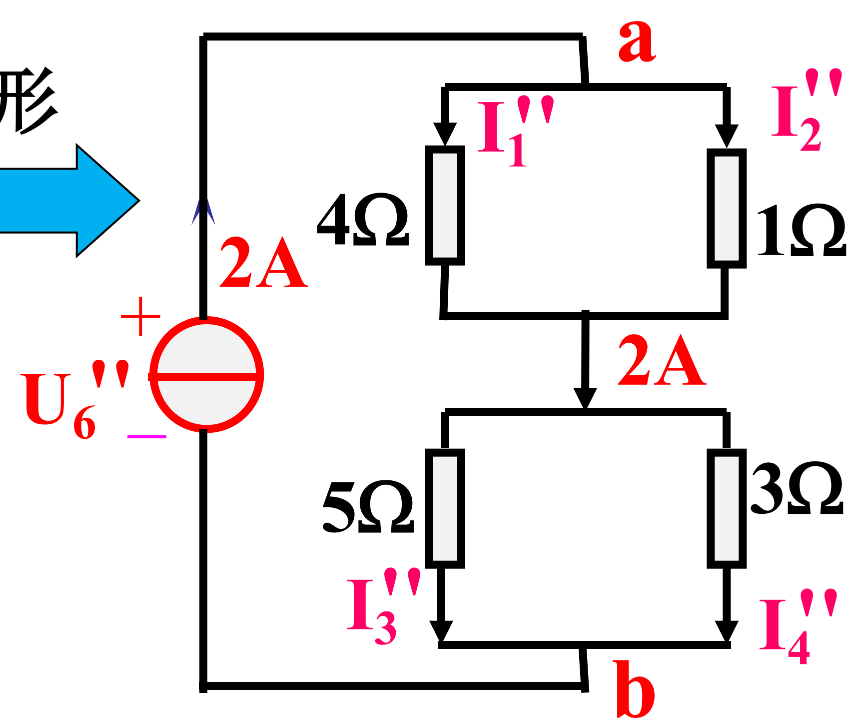




变形



变形



$$I''_5 = I''_2 - I''_4$$

$$U''_6 = 1\Omega \times I''_2 + 3\Omega \times I''_4$$

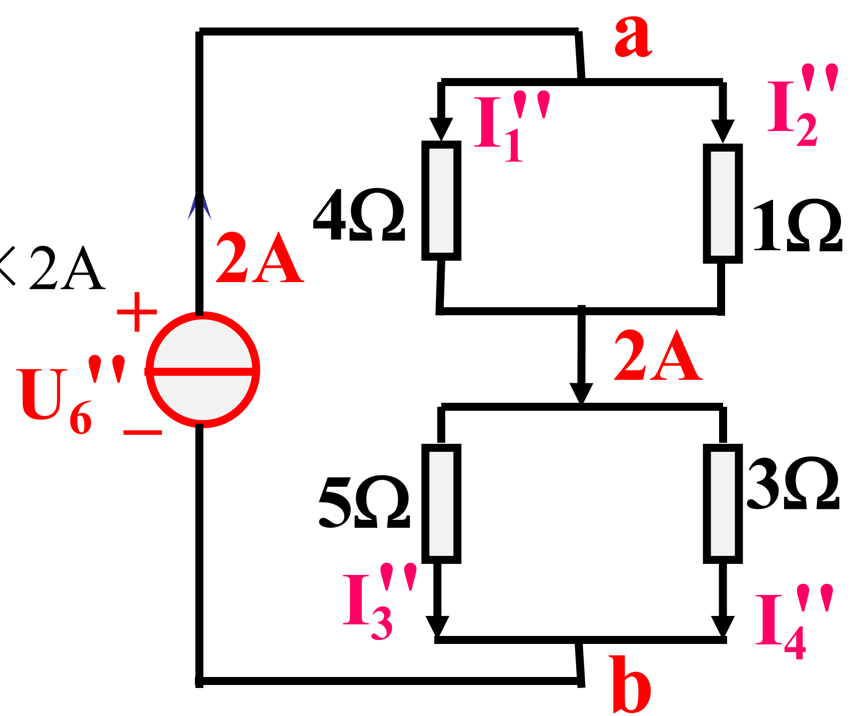
例3：试用叠加原理求图示电路中通过恒压源的电流I_5和恒流源两端的电压U_6。

$I''_5 = I''_2 - I''_4$

$$= \frac{4\Omega}{4\Omega + 1\Omega} \times 2A - \frac{5\Omega}{5\Omega + 3\Omega} \times 2A$$

$U''_6 = 1\Omega \times I''_2 + 3\Omega \times I''_4$

$= 5.35V$

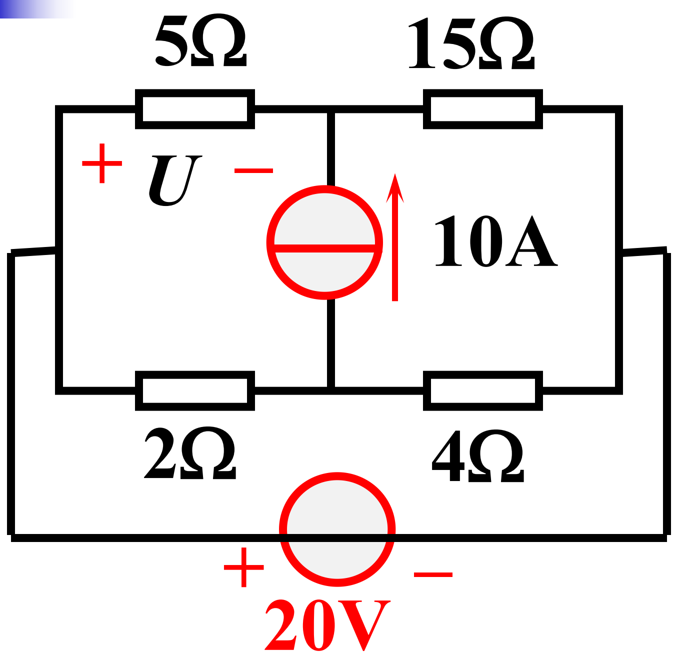


最后叠加 ：

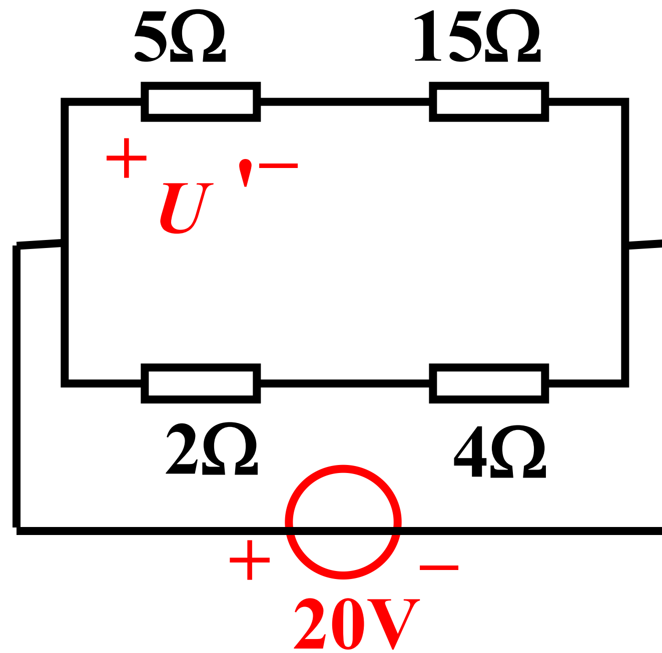
$I_5 = I_5' + I_5'' = (3.25 + 0.35)A = 3.6\ A$

$U_6 = U_6' + U_6'' = (-1.75 + 5.35)V = 3.6\ V$

例4：求图示电路中5Ω电阻的电压*U*及功率*P*。



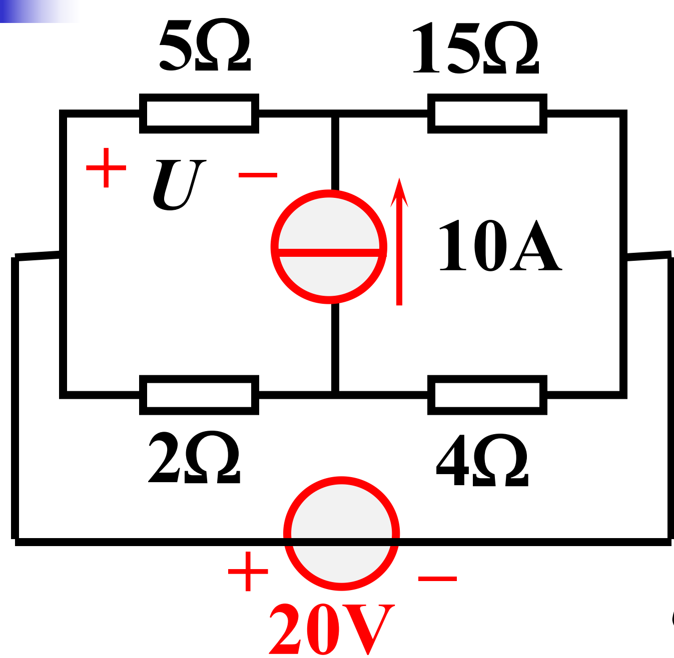
恒流源不作用，应相当于开路

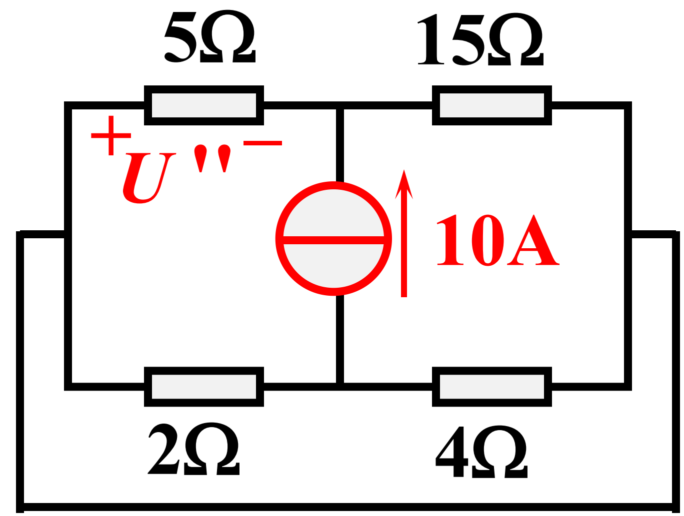


解： 1、先计算20V恒压源单独作用在5Ω电阻上所产生的电压U'

$$U' = 20 \times \frac{5}{5+15} = 5\text{V}$$

例4：求图示电路中5Ω电阻的电压U及功率P。





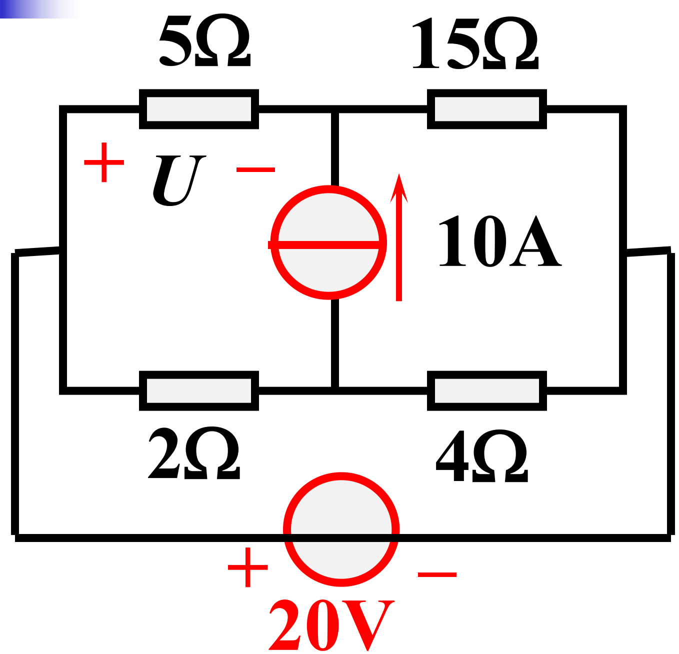
2、再计算10A恒流源单独作用在5Ω电阻上所产生的电压U''

$$U''=-10\times\frac{15}{5+15}\times 5=-37.5\text{V}$$

$$U=U'+U''=5-37.5=-32.5\text{V}$$

$$P=\frac{(-32.5)^2}{5}=221.25\text{W}$$

例4：求图示电路中5Ω电阻的电压U及功率P。



若用叠加原理计算功率将有：

$$P=\frac{(-37.5)^2}{5}+\frac{5^2}{5}$$

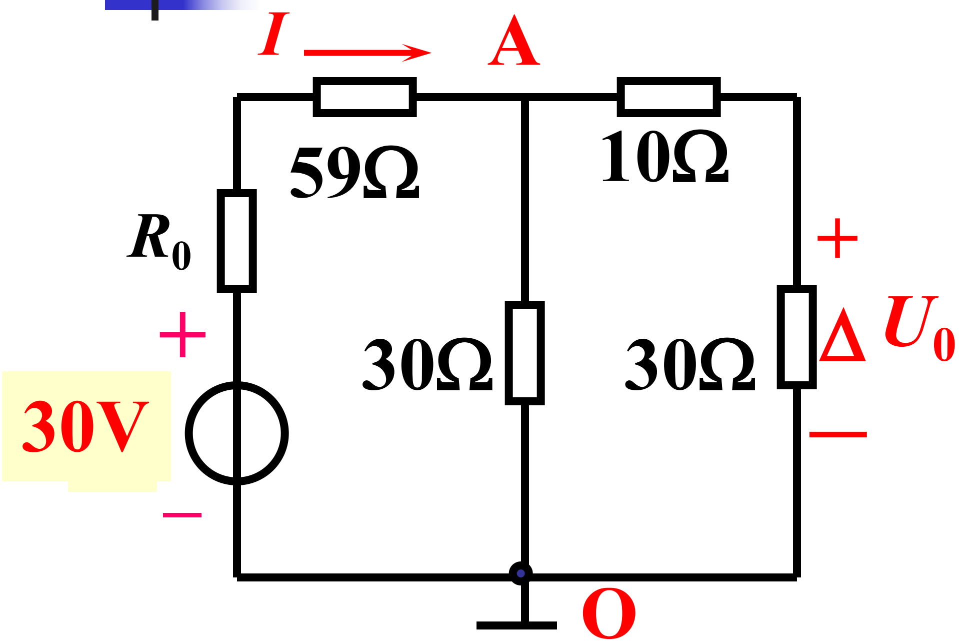
$$=286.25\text{W}$$

$$\neq 221.25\text{W}$$

$$P=\frac{(-32.5)^2}{5}=221.25\text{W}$$

注意：计算功率时**不能**应用叠加原理。

例5：一直流发电机E=300V，R_0=1Ω作用在下图所示的电阻电路中。由于某种原因，E突然升高到330V，求电压U_0的变化量。



解：发电机电动势由300V升高到330V，相当于有一个30V电源作用于电路，U_0的变化量正是它的作用所产生的。

$$R_{AO}=\frac{30\times 40}{30+40}=17.14\Omega$$

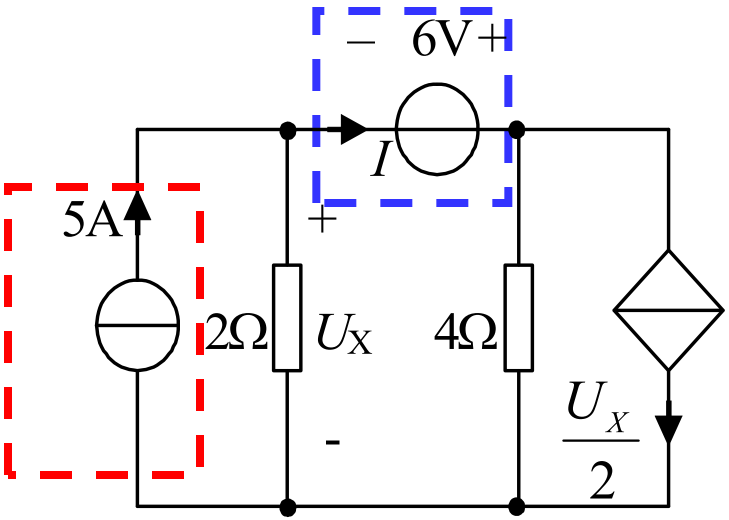
$$V_A=\frac{30\text{V}}{17.14+60}\times 17.14=6.67\text{V}$$

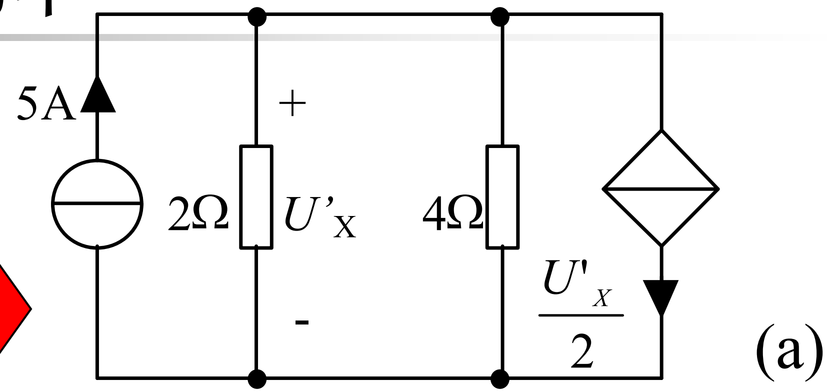
$$\Delta U_0=\frac{6.67\text{V}}{30+10}\times 30=5\text{ V}$$

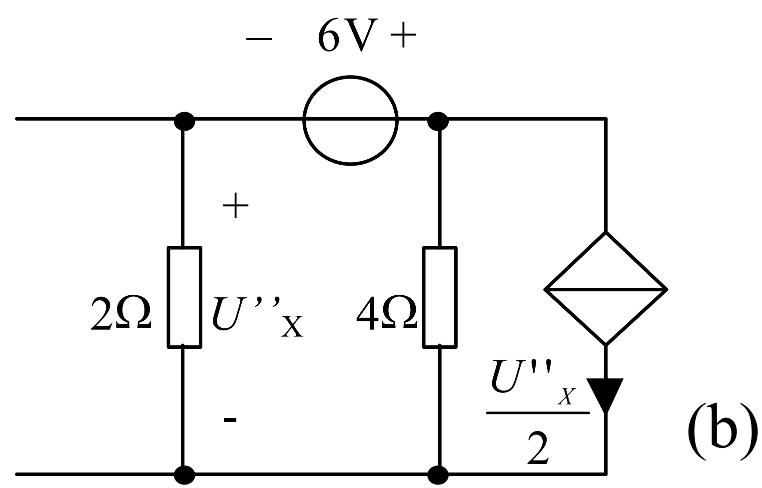
例6 求电压、受控源功率

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\times U'_X = 5-\frac{1}{2}U'_X$$

$$U'_X = 4V$$



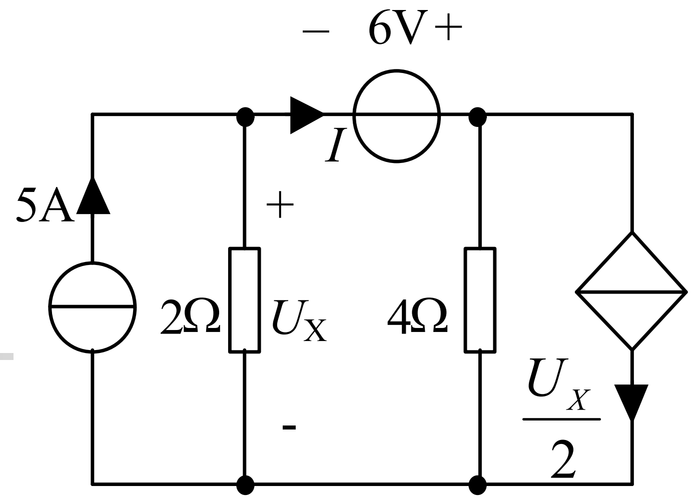




$$\frac{U''_X}{2}+\frac{6+U''_X}{4}+\frac{1}{2}U''_X=0$$

$$U''_X = -1.2V$$

例6 求电压、受控源功率



根据叠加定理得：

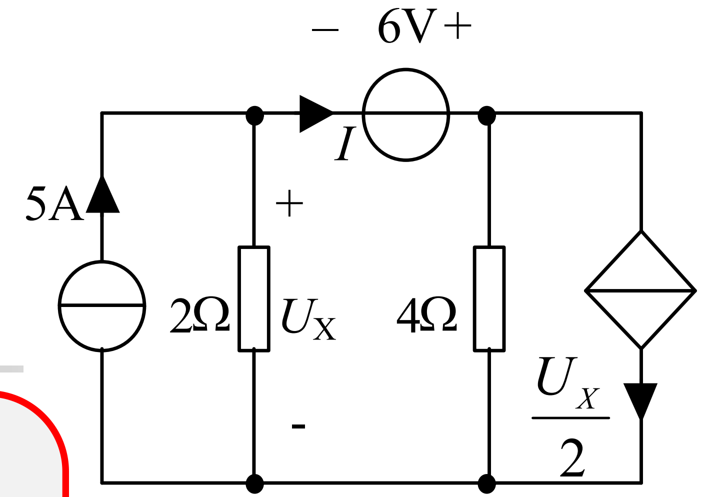
$$U_X = U'_X + U''_X = 2.8V$$

$$U_S = 6V \qquad I = 5 - \frac{U_X}{2} = 5 - \frac{2.8}{2} = 3.6A$$

电压源功率为

$$P_{U_S} = -U_S I = -6 \times 3.6 = -21.6(W) < 0$$

电压源的电压电流为非关联参考方向，该功率为发出功率。



例6 求电压、受控源功率

$I_s=5A$ $U=U_X=2.8V$

电流源功率为

$$P_{I_S}=-UI_S=-2.8\times5=-14(W)<0$$

电流源电压电流为非关联参考方向,该功率为发出功率。

$I_受=U_X/2=2.82=1.4A$ $U_受=6+U_X=6+2.8=8.8V$

受控源功率为

$$P_{I_S}=I_受U_受=1.4\times8.8=12.32(W)>0$$

受控源电压电流为关联参考方向,该功率为吸收功率。

$I_{受}=U_X/2$

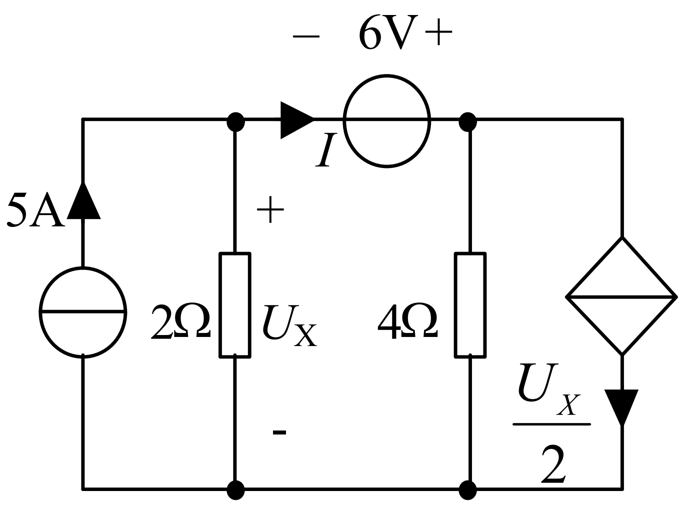
$=2.8/2=1.4A$

$U_{受}=6+U_X$

$=6+2.8=8.8V$

受控源功率为

$$P_{I_S}=I_{受}U_{受}=1.4\times 8.8=12.32(W)>0$$



电压源电压电流为关联参考方向，该功率为吸收功率。