第四章 分解方法及单口网络

§4-1 分解的基本步骤

§4-2 单口网络的电压电流关系

§4-3 单口网络的置换—置换定理

§4-4 单口网络的等效电路

§4-5 一些简单的等效规律和公式

§4-6 戴维南定理

§4-7 诺顿定理

作业

p151第4版、p188括号内为第5版对应题目:

4-2，4-4(4-5)，4-6(4-7)，

4-9(4-10)，4-13(4-14)，

4-23，4-25 ，4-28，4-30(4-33)

本章内容概述

1. 采用分解(partition)方法的目的

叠加方法将多个激励或复杂激励电路化为简单激励电路进行求解。分解方法使结构复杂的电路化为结构简单的电路。

2. 分解方法的适用范围

叠加方法只适用于线性电路，分解方法既适用于线性电路也适用于非线性电路。

3. 单口网络的等效变换

将复杂网络变换为两根导线连接的网络N1、N2。，这种最简单的子网络(subnetwork)称为二端网络或单口网络。介绍无源和含源单口网络的等效变换、T- Π 变换。

本章内容概述

4. 置换定理

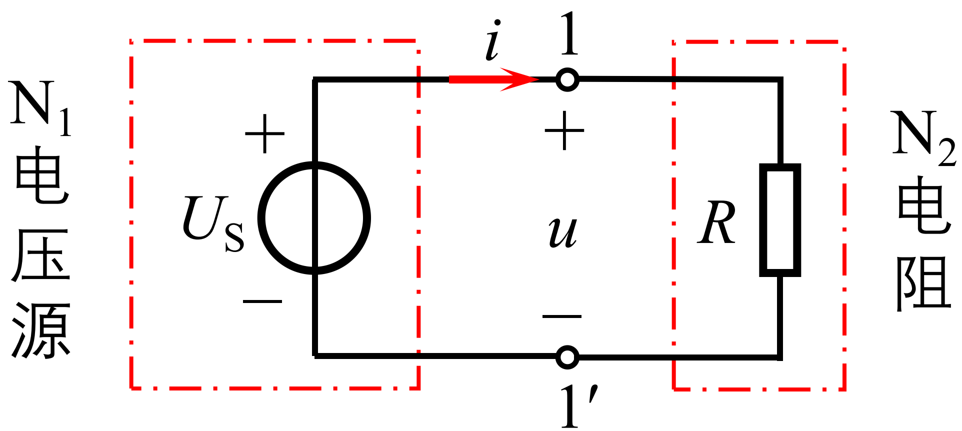
5. 等效电源定理：戴维南定理、诺顿定理

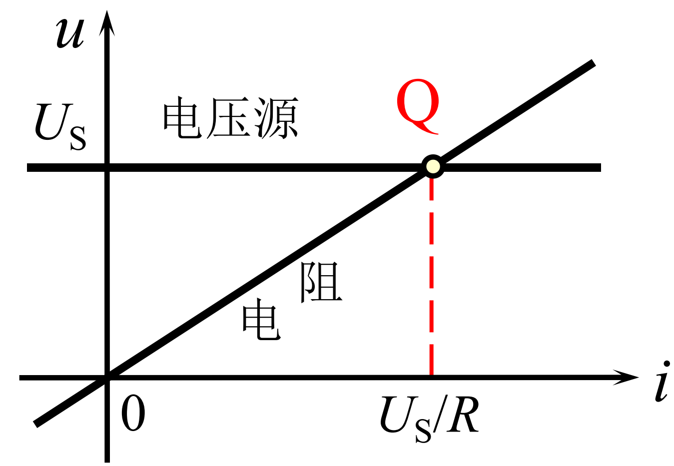
将线性含源单口网络化简为最简单的电压源或电流源。

§4-1 分解的基本步骤

P134 E4p113

1. 分解法的简单实例





由元件的VCR，有 N$_1$：$u = U_S$ N$_2$： $u = R\cdot i$

端钮上的电压 u 和电流 i 应同时满足网络 N$_1$ 和 N$_2$，将二者方程联立，求解有

单口网络伏安特性

$$u = U_S$$
$$i = U_S / R$$

用曲线相交法可得相同结果

§ 4-1 分解的基本步骤

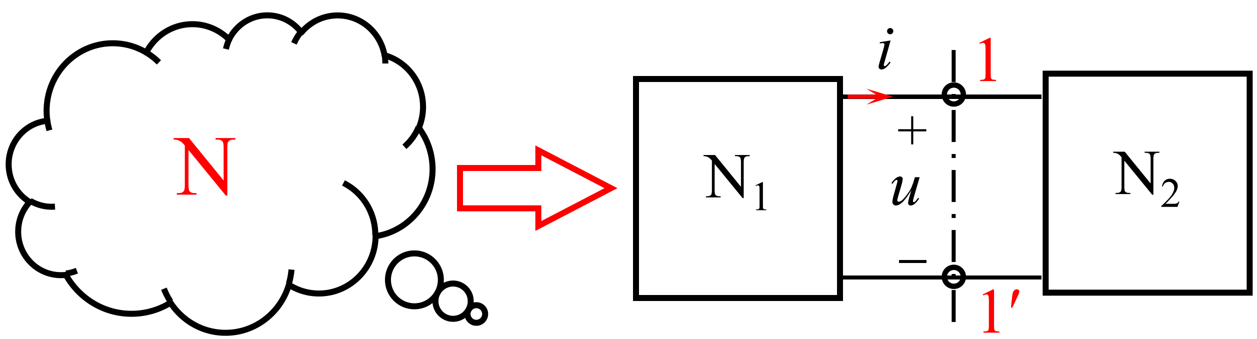
2. 分解法的基本步骤

(1) 把给定的网络N分解为两个单口网络 N_1和N_2；

(2) 分别求单口 (One Port) 网络 N_1、N_2 的VCR (§ 4-2);

(3) 联立VCR方程求解法或用曲线相交解析法，求单口网络端钮上的电压 u 和电流 i；

(4)应用置换定理，分别求单口网络N_1、N_2中的响应（电压和电流）。

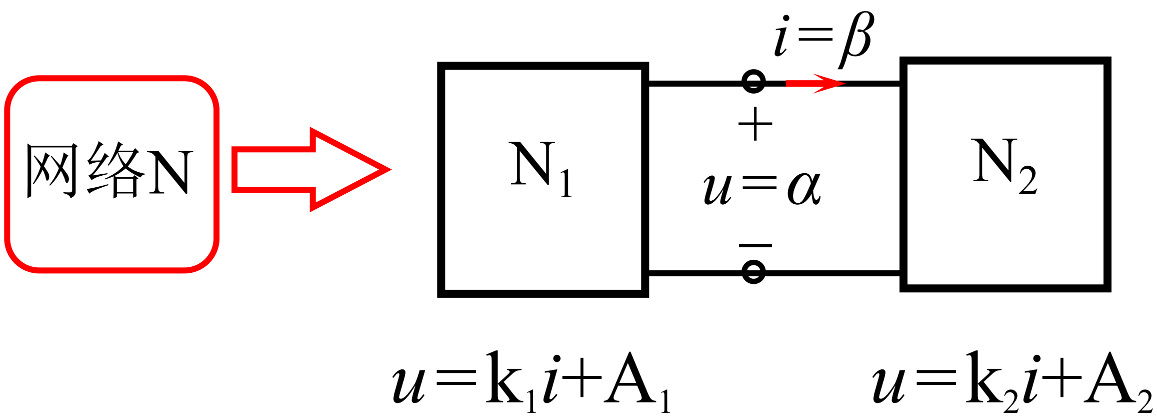


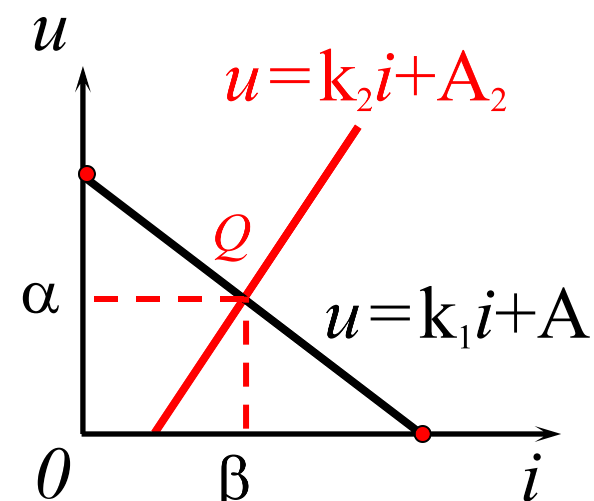
N_1： $u = k_1 i + A_1$ N_2： $u = k_2 i + A_2$

§ 4-1 分解的基本步骤

2. 分解法的基本步骤

把给定的网络N分解为两个单口(One Port)网络 N_1和N_2的VCR 的曲线相交解析法：伏安特性曲线交点





3. 采用分解方法的目的

叠加方法将多个激励或复杂激励电路化为简单激励电路进行求解。分解方法使结构复杂的电路求解问题化为结构简单的电路求解问题。网络分解视方便而定。

§4-1 分解的基本步骤

1. 明确的单口网络

单口网络中不含有任何能通过电或非电方式与网络之外的某些变量相耦合的元件。

电方式耦合：控制量在该网络之外的受控源、

非电方式耦合：与网络外的绕组有磁场耦合关系：变压器、耦合电感等与外界光源有耦合关系：光敏电阻、光电管

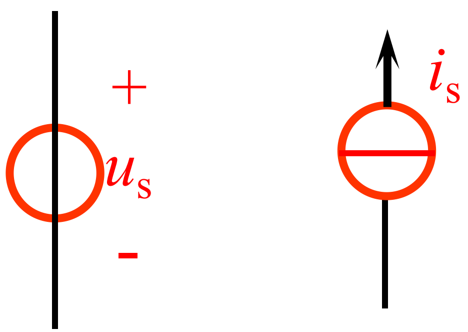
§4-1 分解的基本步骤

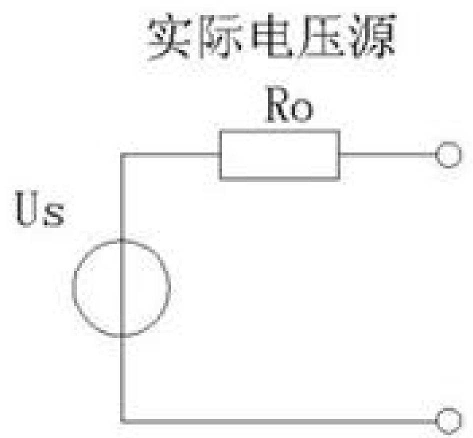
单口网络

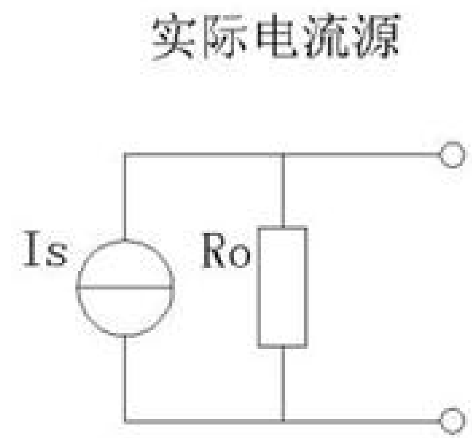
（1）具体的电路模型；

（2）端口电压与电流的约束关系，表示为方程或曲线形式；

（3）等效电路；







理想电压源内阻为零

理想电流源内阻为无穷大

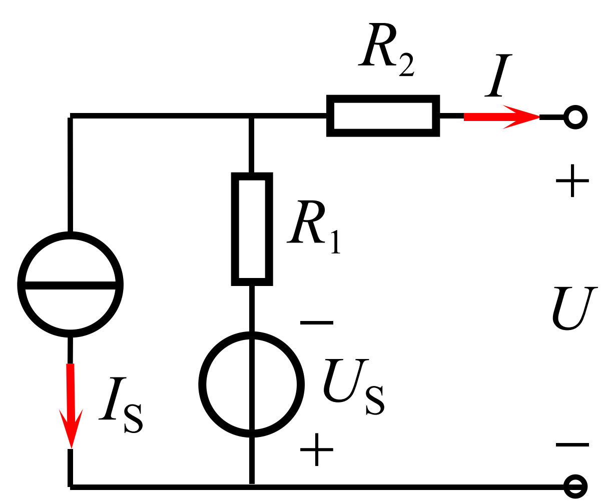
实际电源内阻为R_o

§4-1 分解的基本步骤

单口网络的VCR求解： 列写单口网络伏安关系的步骤：

1. 列电路的方程，求 u、i 关系；
2. 端钮上加电流源，求输入端电压，得到 u、i 关系；
3. 端钮上加电压源，求输入端电流，得到 u、i 关系。

例： 求图示电路的VCR。



解： (方法1)

(1)列电路KVL方程：

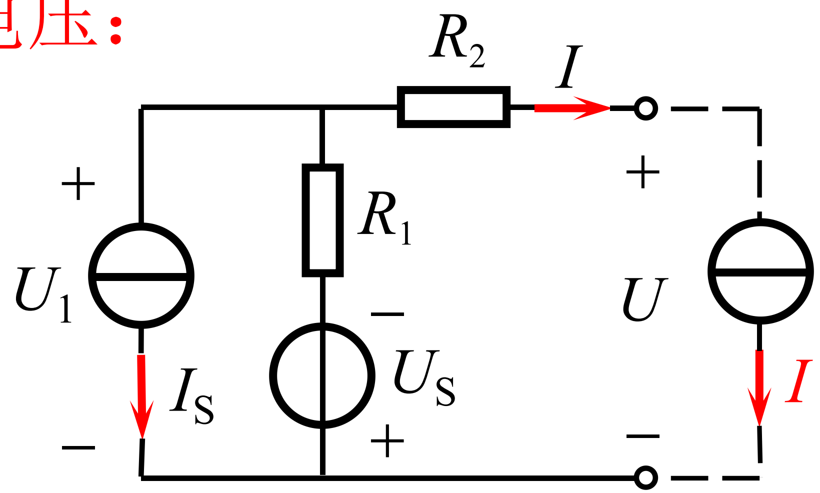
$$U = -R_2 I + (-I - I_S) R_1 - U_S$$

$$= -(R_1 + R_2) I - R_1 I_S - U_S$$

§ 4-1 分解的基本步骤

方法2：

外加电流源（I），求入端电压：



R_1电流

$$\frac{U_1+U_S}{R_1}=-(I_S+I)$$

$$U_1=-I_SR_1-IR_1-U_S$$

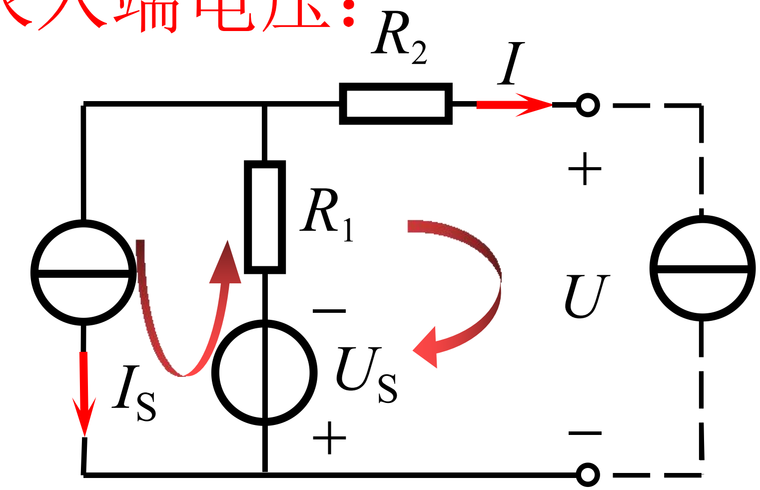
$$U_1=IR_2+U$$

$$U=U_1-IR_2=-IR_1-I_SR_1-U_S-IR_2$$

$$=-I\,(R_1+R_2)-I_S\,R_1-U_S$$

§4-1 分解的基本步骤

方法3：外加电压源（U），求入端电压：



右边的网孔方程：

$$I(R_1+R_2)+I_S R_1=-U_S-U$$

$$U=-I(R_1+R_2)-I_S R_1-U_S$$

§4-2 单口网络的伏安关系

例4-1. 单口网络VCR求解方法　　P136 E4p114

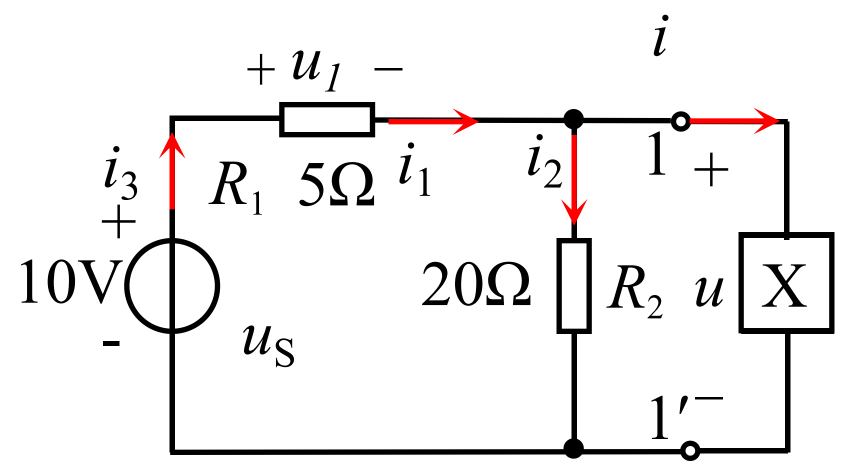
（1）单口网络的VCR由其本身性质决定，与外接电路无关；

（2）可以在任何外接电路X下求单口网络的VCR；

（3）网孔电压：$10=5i_1+u$

节点电流：$u/20+i=i_1$

联立求VCR：$u=8-4i$



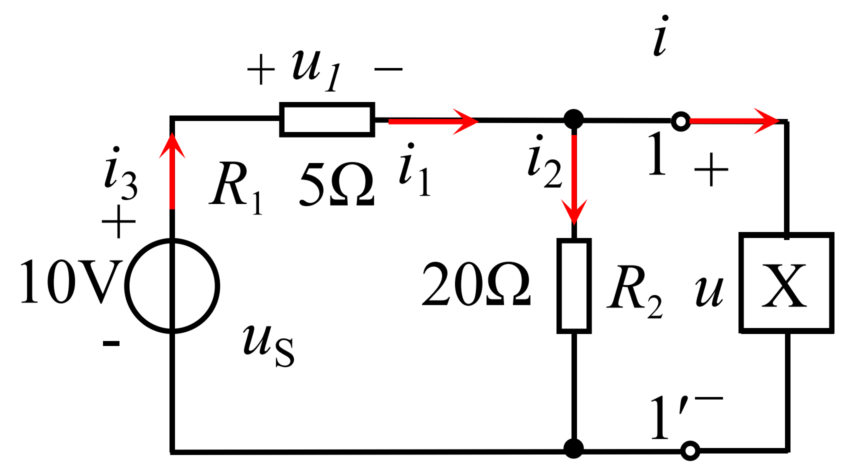
§4-2 单口网络的伏安关系

（4）设想X为电流源，列节点电压方程：

$$(G_1+G_2)*u-G_1u_s=i$$

$$(R_1+R_2)*i_1-R_2i=u_s$$

$$-R_2*i_1+R_2i=u$$



（5）设想X为电压源，列网孔电流方程：

VCR：$u=8-4i$

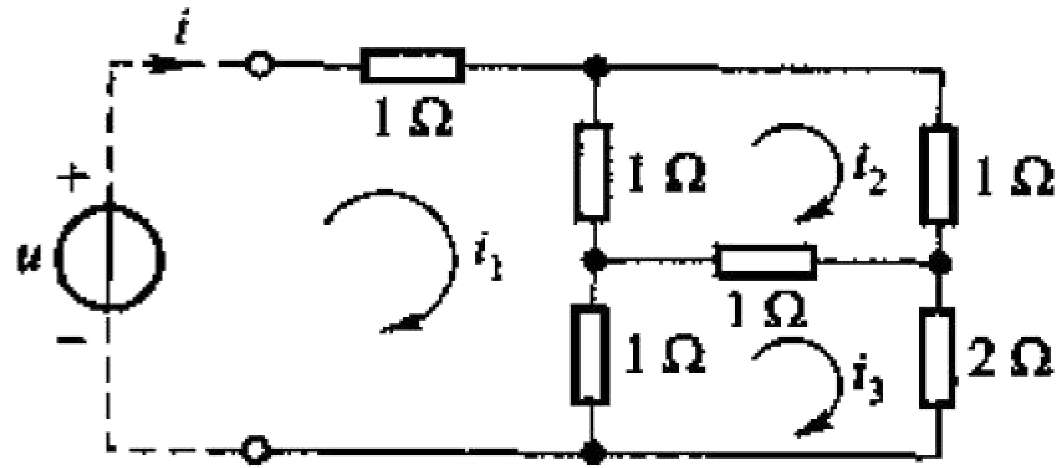
§4-2 单口网络的伏安关系

例4-2 外施电压源$u(u_s)$求端口电压u的方法

例 求只含电阻的单口网络的 VCR。

解 外施电压源 u，如图中虚线部分所示网孔方程为

$$3i_1 - i_2 - i_3 = u$$
$$-i_1 + 3i_2 - i_3 = 0$$
$$-i_1 - i_2 + 4i_3 = 0$$



求解 i_1 得 $i_1 = \frac{11}{24}u$

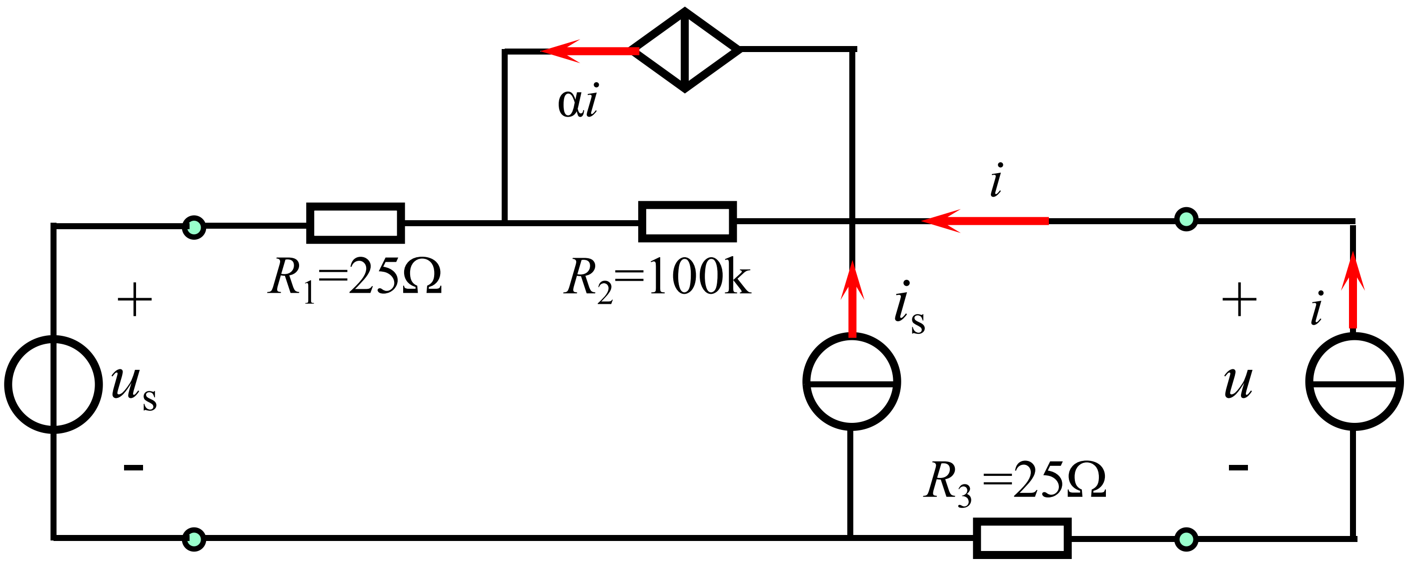
而 i_1 即 i，故得 $i = \frac{11}{24}u$ 或 $u = \frac{24}{11}i$ 此即为所求的 VCR。

纯电阻单口网络的 VCR 总可表示为 $u = Ri$ 的形式，R 即为单口网络的策动点电阻或称等效电阻。

§4-2 单口网络的伏安关系

(P116，例4-3)外施电流源i_s求端口电压u的方法

求大回路的电压降:R_2、R_1、u_s、R_3的电压降之代数和

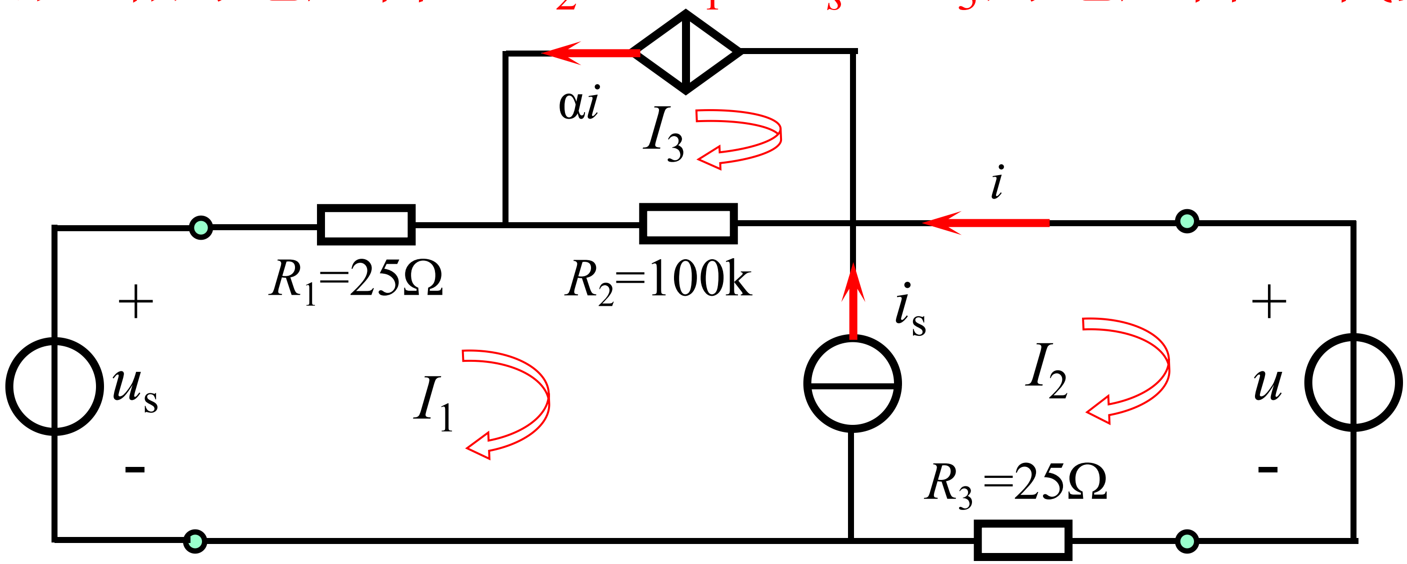


$$(i+i_s-\alpha i)R_2+(i+i_s)R_1+u_s+iR_3=u$$

§4-2 单口网络的伏安关系

（4）外施电压源$u(u_s)$求端口电压u的方法（P116，例4-2）

求大回路的电压降：R_2、R_1、u_s、R_3的电压降之代数和



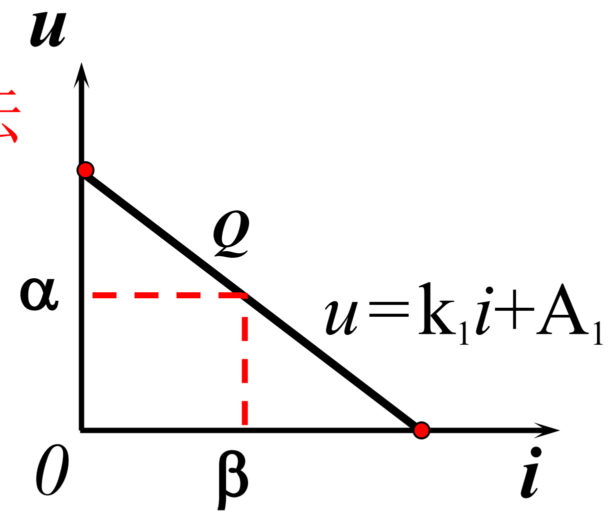
$$(i+i_s-\alpha i)R_2 + (i+i_s)R_1 + u_s + iR_3 = u$$

（5）外施电压源u_s求端口电流i的方法（P116，例4-3）

网孔电流法：i_1、i_2、i_3，$i = i_1$

（6）3种方法求得的VCR完全相同

§4-2 单口网络的伏安关系



单口网络VCR基本方法及实验方法

(1)外施电流源求电压法

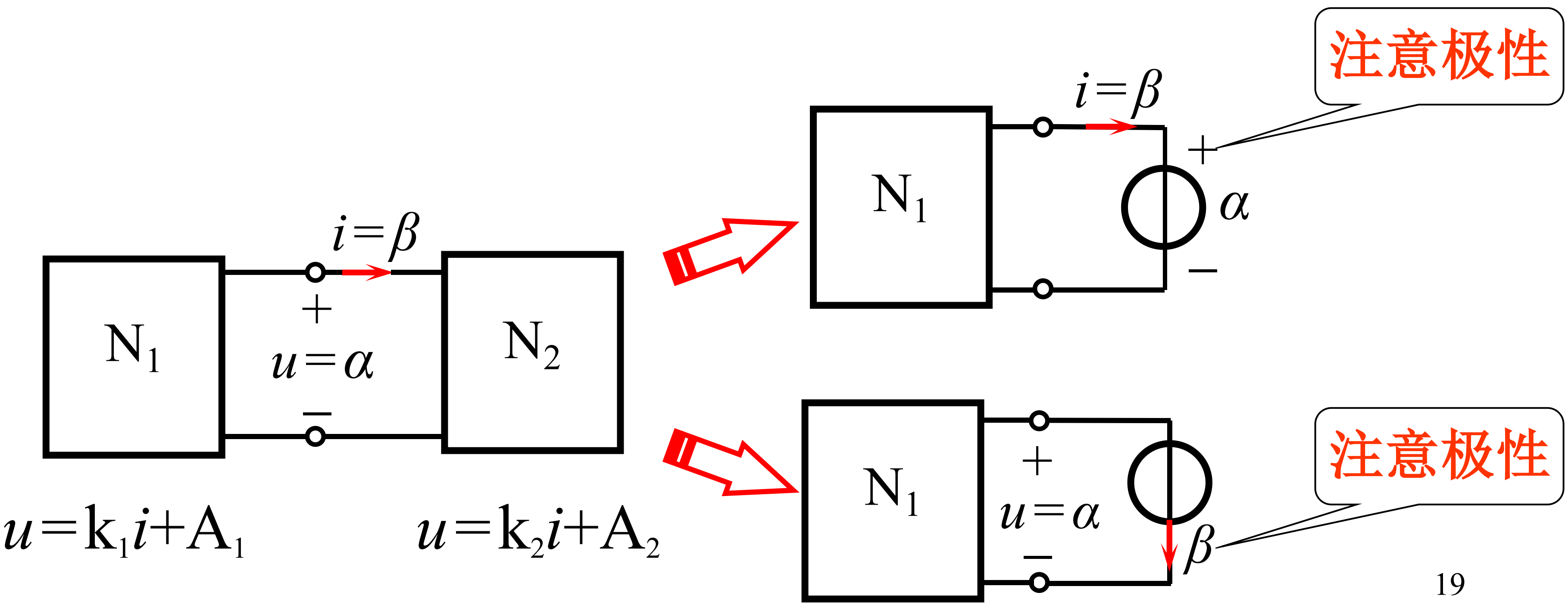
(2)外施电压源求电流法

(3)*i*-*u*曲线截距法

§ 4-3 单口网络的置换—置换定理

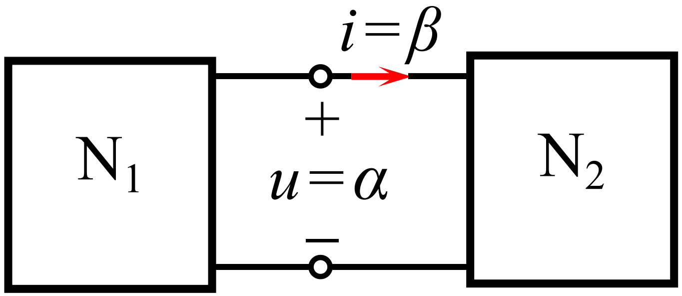
1. 置换定理(substitution theorem)内容

如果一个网络N由两个子网络N_1和N_2组成，且已知端口电压和电流值 $u=\alpha$，$i=\beta$，则可用一个电压值为α的电压源或用一个电流值为β的电流源置换N_2或N_1，置换后对N_1或N_2内各支路电压、电流的原有值没有影响。

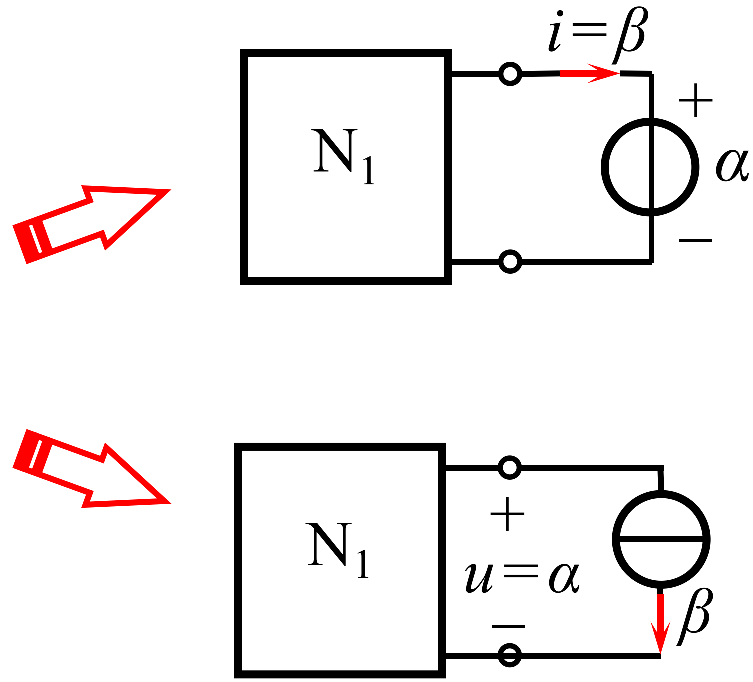


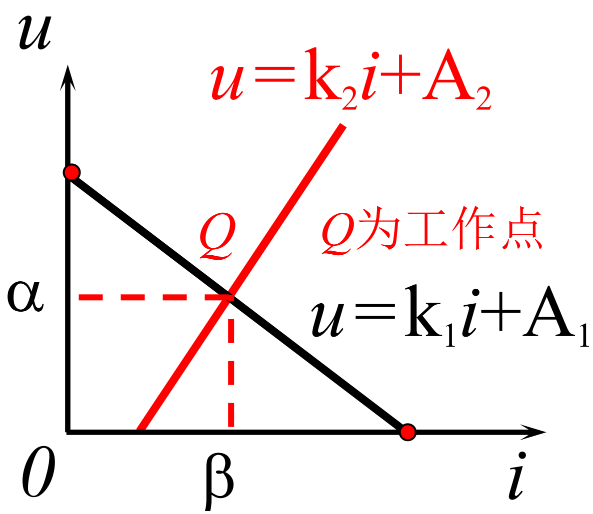
§ 4-3 单口网络的置换—置换定理

1. 定理内容：



$u=k_1i+A_1$　　　　$u=k_2i+A_2$

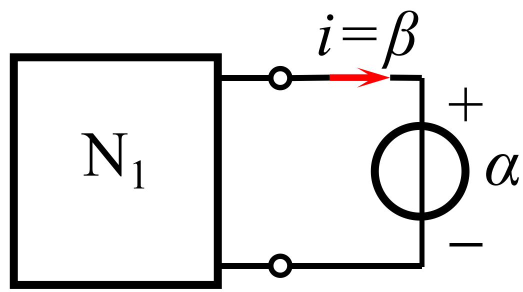




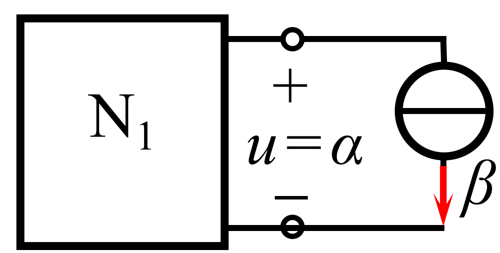
曲线相交解析法

§4-3 单口网络的置换—置换定理

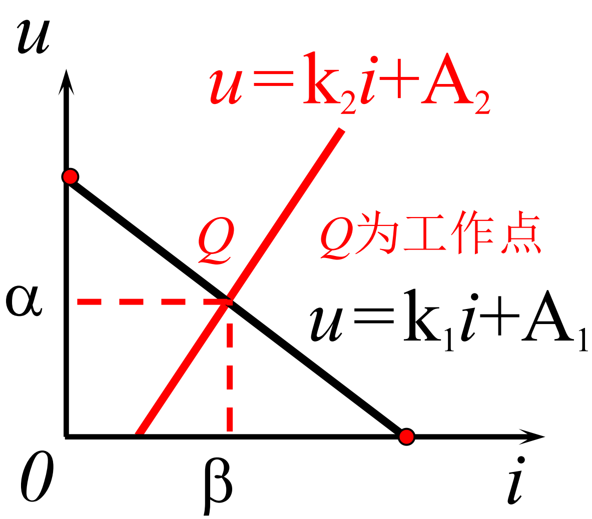
最简单情况：子网络N_1或N_2为一条支路，支路电压和电流值 分别为$u=\alpha$，$i=\beta$，则可用一个电压值为α的电压源或用一个电流值为β的电流源置换N_2或N_1，置换后对N_1或N_2内各支路电压、电流的原有值没有影响。



$u=k_1 i+A_1$

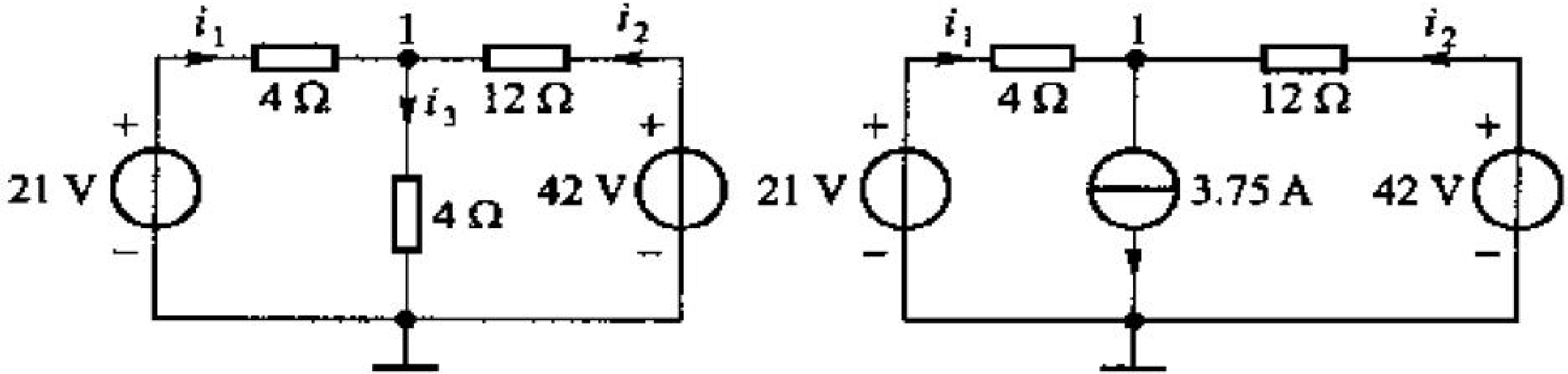


$u=k_2 i+A_2$



置换是一种基于工作点相同的“等效”置换

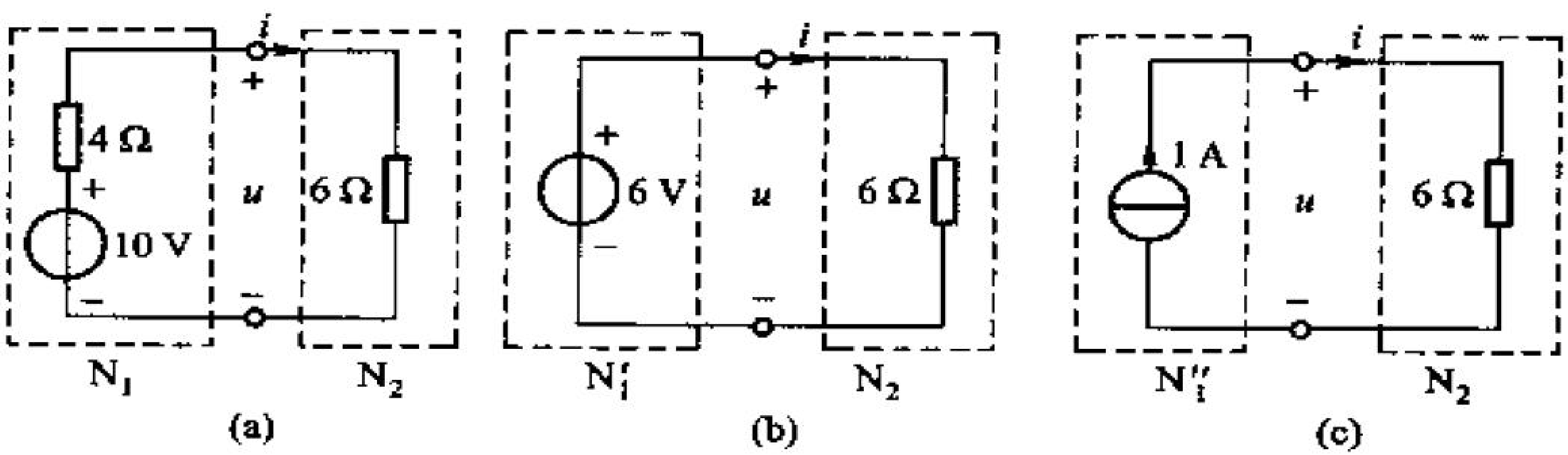
p118例:图4-7；例4-4



电流为 i_k 的支路可以用一个电流值为 i_k 的电流源去置换，置换对网络不会发生影响，各电压、电流并未发生变化。

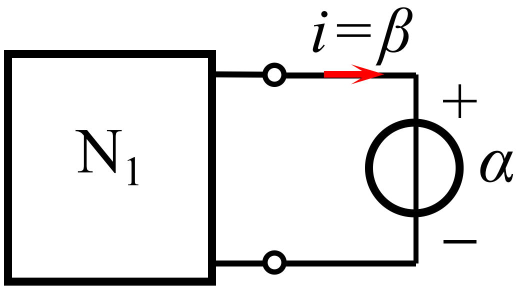
例 4-4 电路如图所示，其中 N_1 由 10 V 电压源和 4 Ω 电阻串联组成，试问 N_1 能否用结构更为简单的电路代替而保持 N_2 的电压、电流不变？

解 本题十分简单，主要说明置换的实质，用以代替严格的证明①。

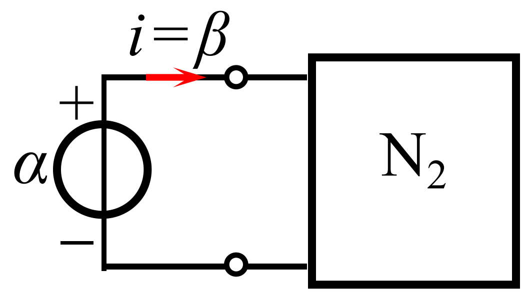


§ 4-3 单口网络的置换—置换定理

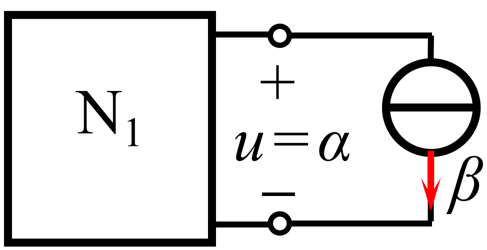
置换定理的应用



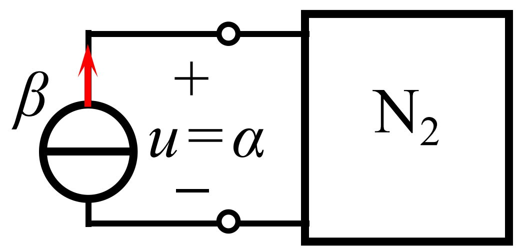
$u=k_1 i+A_1$



$u=k_2 i+A_2$



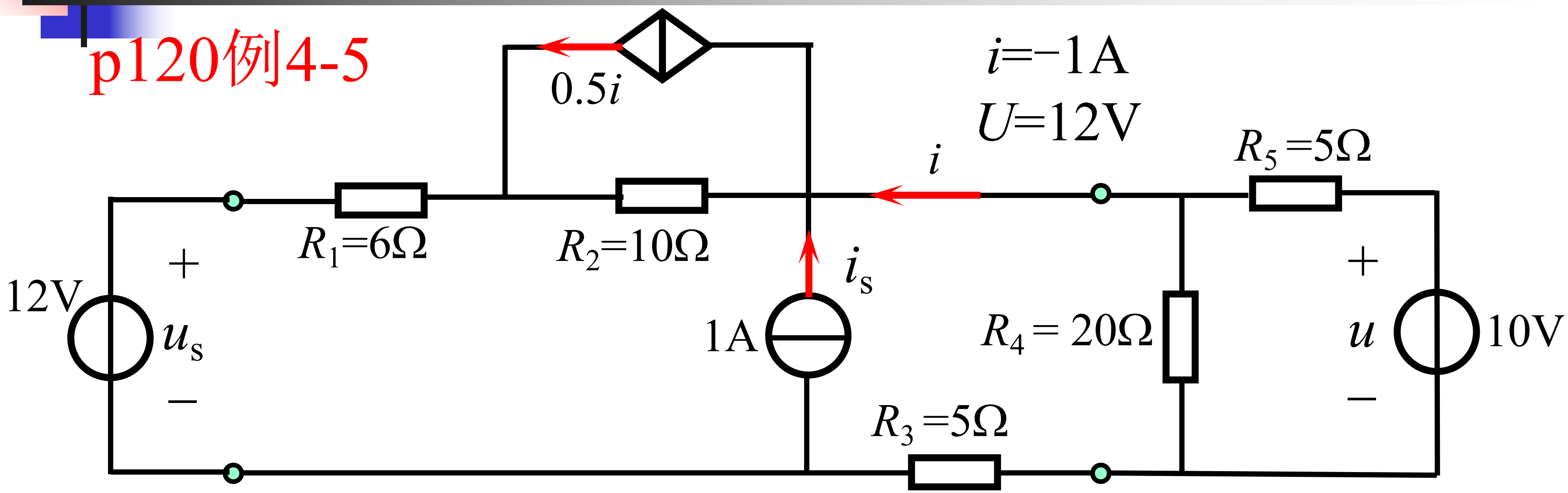
$u=k_1 i+A_1$



$u=k_2 i+A_2$

§ 4-3 单口网络的置换—置换定理

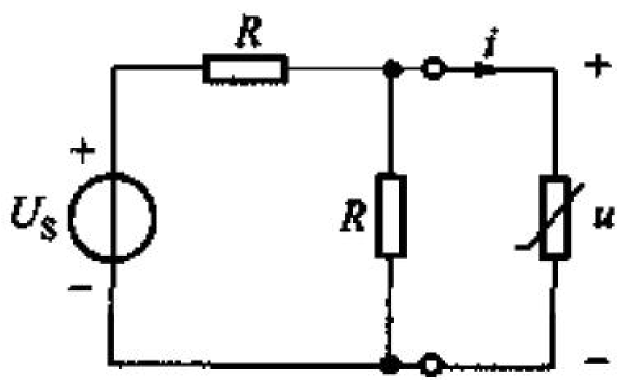
p120例4-5

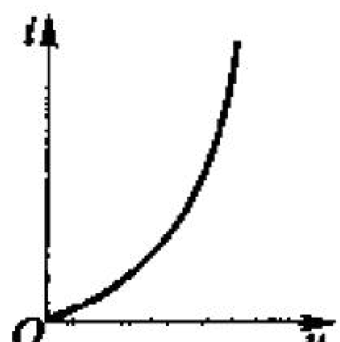


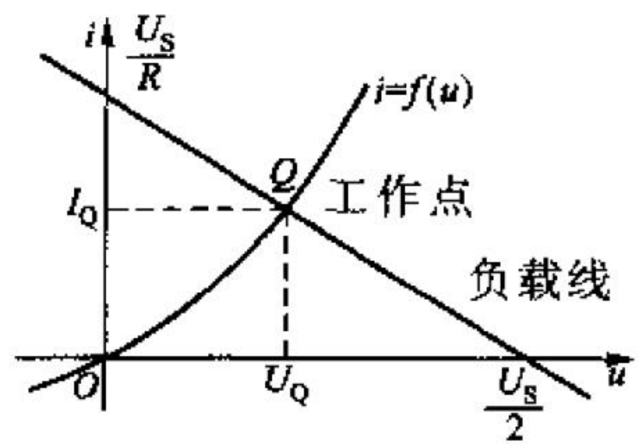
U=8-4i

$$(i+i_s-\alpha i)R_2+(i+i_s)R_1+u_s+iR_3=u$$

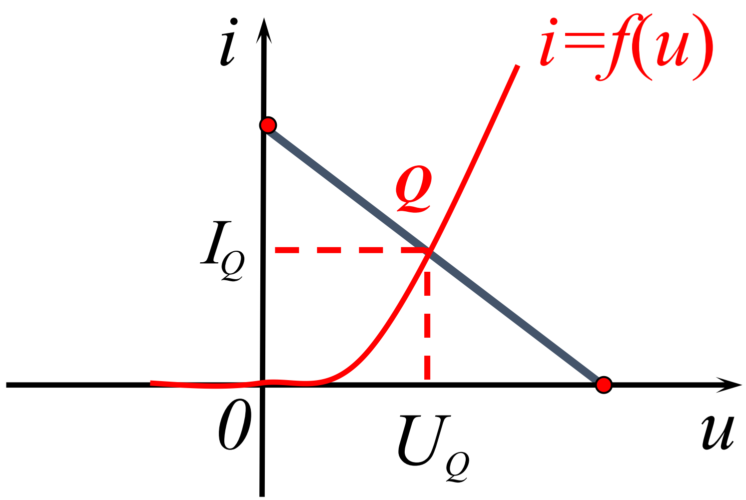
例4-6：左网孔电压$(u/R+i)R+u=U_s$







求工作点的方法：负载线法



u轴截距为Us/2

i轴截距为Us/R

$Q(U_Q, I_Q)$为非线性元件的工作点

图中的直线称为负载线(线性负载)

2. 应用举例

例1：求图示电路中各支路电流

解：

方法：从右至左合并电阻，

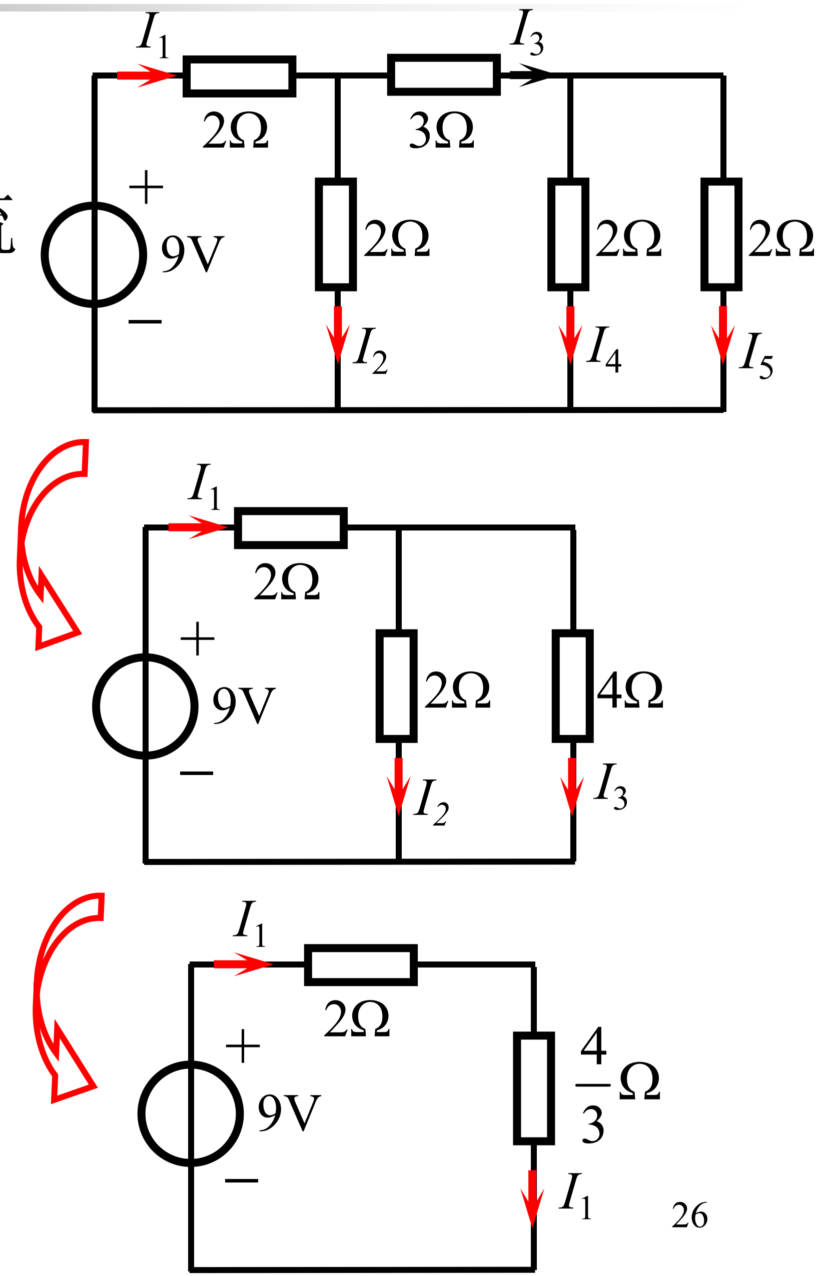
从左至右分流。

$$I_1=\frac{9}{2+4/3}=2.7\text{A}$$

$$I_2=\frac{4}{2+4}\times I_1=1.8\text{ A}$$

$$I_3=2.7-1.8=0.9\text{A}$$

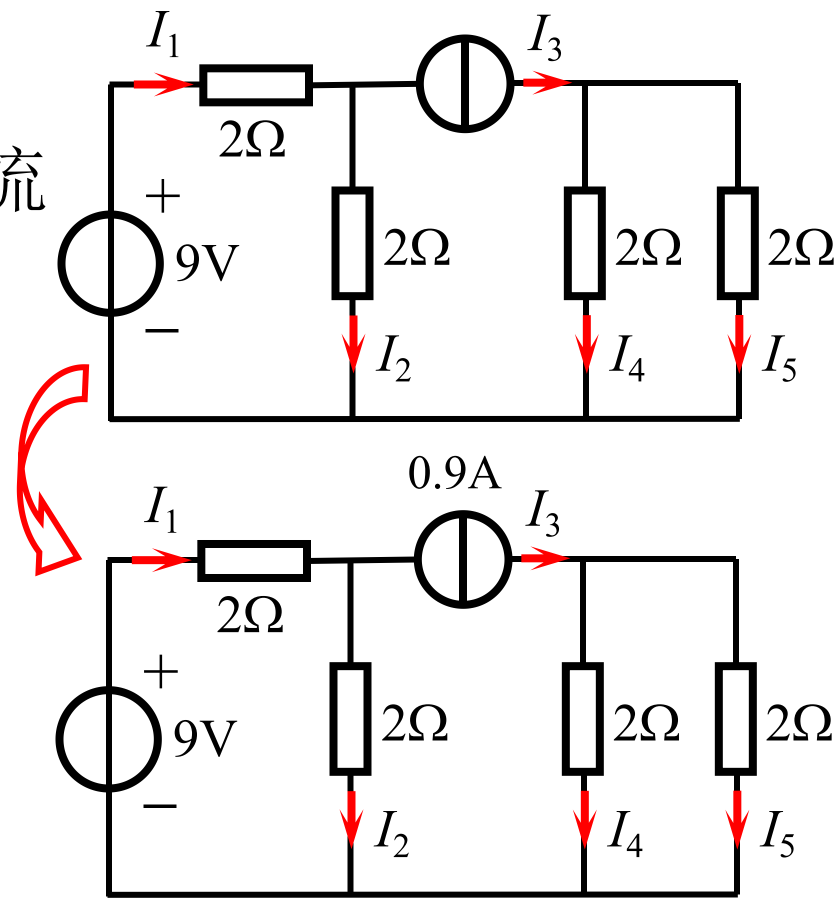
$$I_4=I_5=\frac{1}{2}\times I_3=0.45\text{ A}$$



§4-3 单口网络的置换—置换定理

2. 应用举例

例1：求图示电路中各支路电流



解：将3Ω电阻用电流源置换

$$I_3 = 2.7 - 1.8 = 0.9\ A$$

$$I_1 = \frac{9}{4} + \frac{1}{2} \times 0.9 = 2.7\ A$$

$$I_2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{2} \times 0.9 = 1.8\ A$$

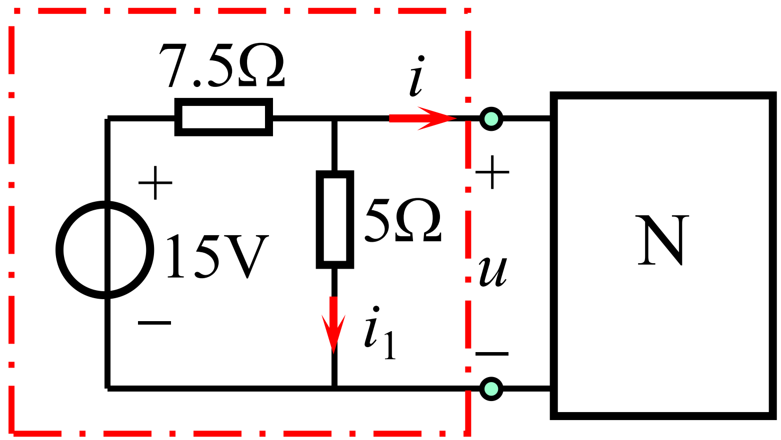
$$I_4 = I_5 = \frac{1}{2} \cdot I_3 = 0.45\ A$$

结论：置换后对其他支路没有任何影响。

§4-3 单口网络的置换—置换定理

例2： 已知 N 的VCR为 $u=i+2$，用置换定理求 i_1。

解： 求左边部分的VCR



$$u=7.5(-i_1-i)+15$$

$$i_1=\frac{u}{5}$$

$$u=-7.5\times\frac{u}{5}-7.5\cdot i+15$$

$$2.5u=-7.5i+15$$

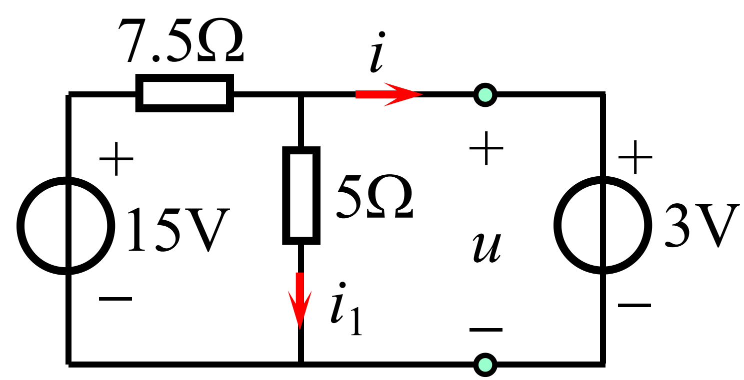
$$\left.\begin{aligned}&u=-3i+6\\ \text{代入}\quad &u=i+2\end{aligned}\right\}$$

得 $i=1\text{ A}$

$u=3\text{ V}$

$i_1=0.6\text{ A}$

将N用3V电压源置换，直接求得：

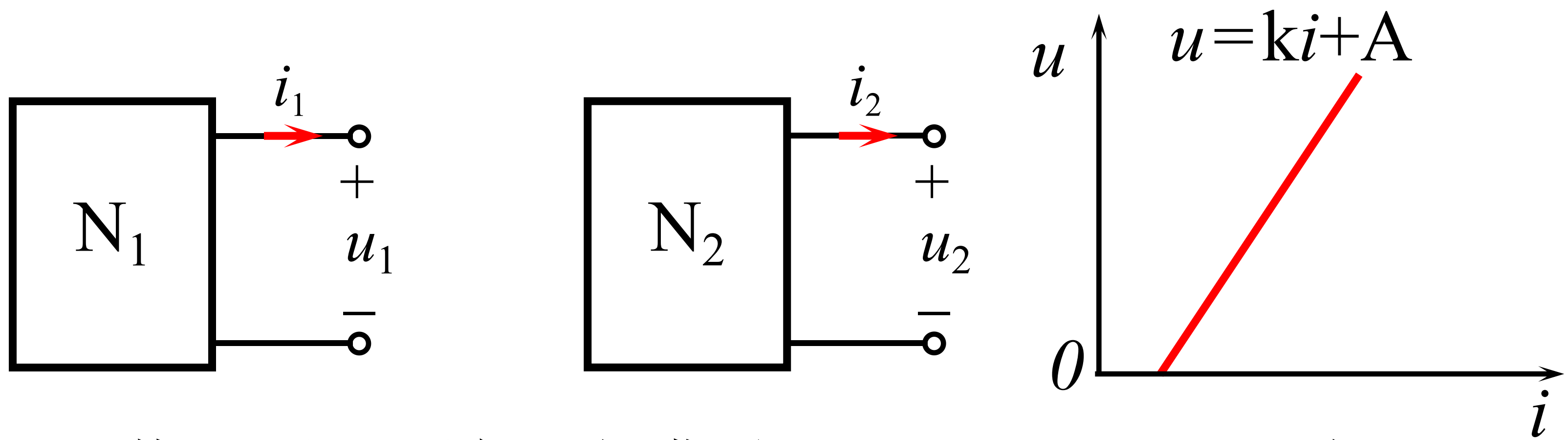


$$i_1=\frac{u}{5}=\frac{3}{5}=0.6\text{ A}$$ 计算结果不变！

§4-4　单口网络的等效电路

一、等效(equivalence)单口网络

等效的概念：如果两个单口网络 N_1 和N_2 端口上电压、电流关系(VCR)完全相同，亦即它们在u–i平面上的伏安特性曲线完全重叠，则 N_1 和 N_2 等效。



若 N_1 和 N_2 端口上满足 $u_1=u_2$、$i_1=i_2$，则两个单口网络 N_1 和 N_2 等效。

§4-4 单口网络的等效电路

一、等效(equivalence)单口网络

尽管这两个单口网络N_1和N_2可以具有完全不同的结构，但对于任一外电路M来说，它们却具有完全相同的影响，没有丝毫差别，即对于外电路而言，这两个单口网络N_1和N_2是等效的。两个等效单口网络在u-i平面上的伏安特性曲线完全重叠，它们对外电路具有相同的影响。**等效，只是对于外电路而言等效，对于内部电路而言是不等效的。**

§4-4 单口网络的等效电路

求单口网络的等效电路

求某一单口网络的等效电路，实质上是求该单口网络端口的VCR。一般是求相同伏安特性曲线的最简电路。

二、无独立源单口网络的等效电路

1、不含独立源，仅含电阻的单口网络，可以等效为一个电阻。

2、不含独立源，仅含受控源和电阻的单口网络，亦可以等效为一个电阻。这是一般规律，是可以证明的。

3、仅含受控源和电阻的单口网络，等效电阻可能为一个负电阻。

§4-4 单口网络的等效电路

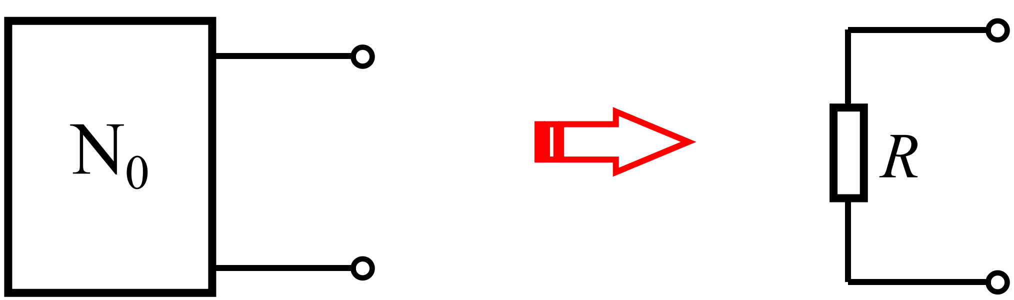
二、无独立源单口网络的等效电路

电阻的串、并、混联等效

1. 电阻串联 $R=\sum_{k=1}^{n} R_k$

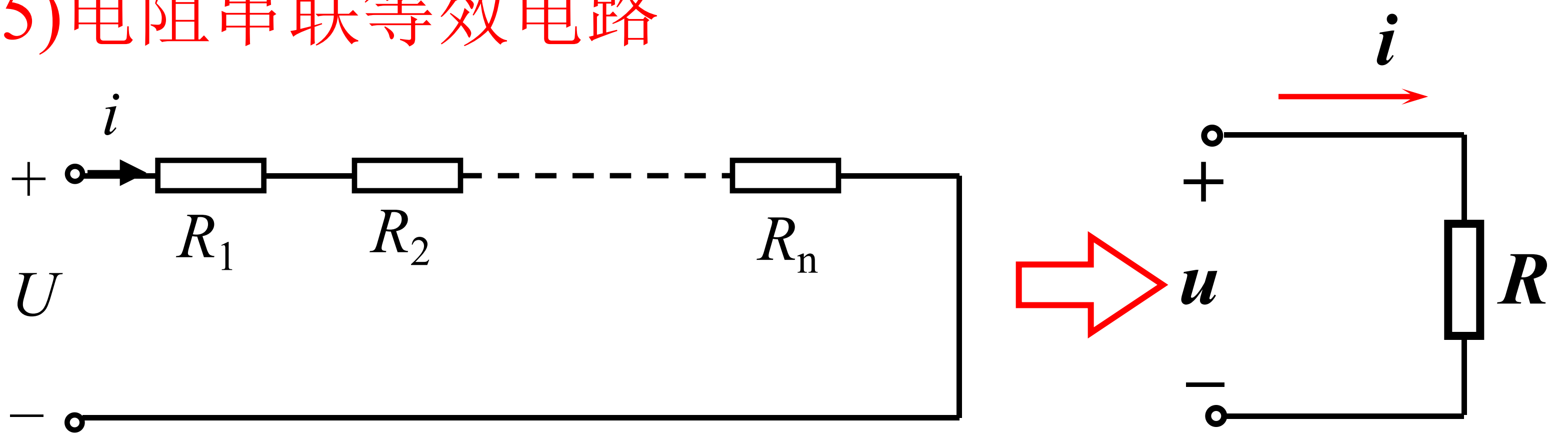
2. 电阻并联 $G=\sum_{k=1}^{n} G_k$ $R=\dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}$

3. 电阻的串、并、混联 利用串并联公式化简

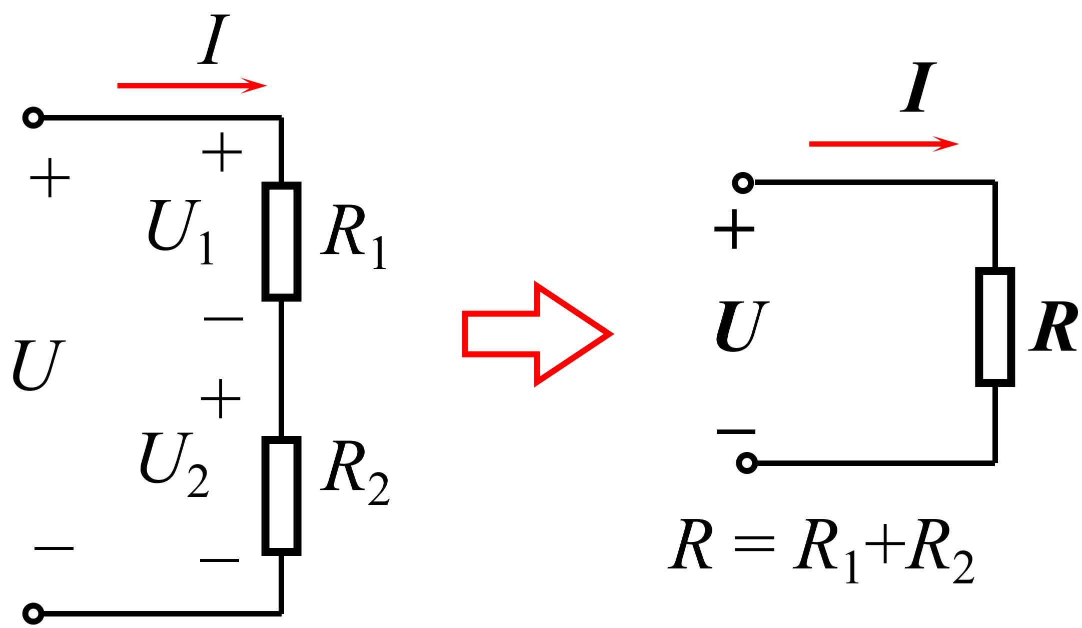


§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

(5)电阻串联等效电路



$$R = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

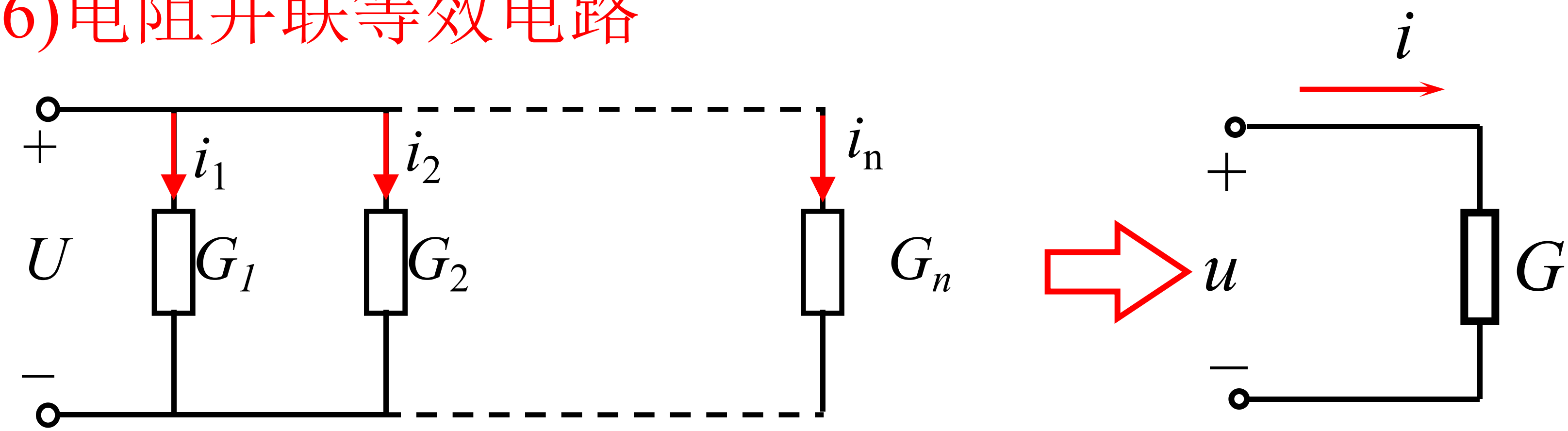


$$R = R_1 + R_2$$

$\boxed{\text{等效电阻}}$

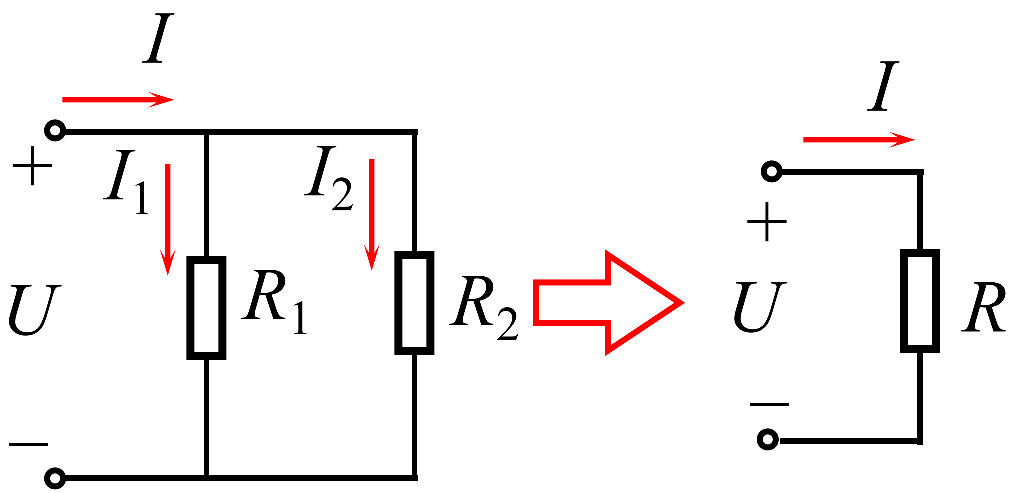
§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

(6)电阻并联等效电路



$$G = \sum_{k=1}^{n} G_k$$

等效电导



等效电阻

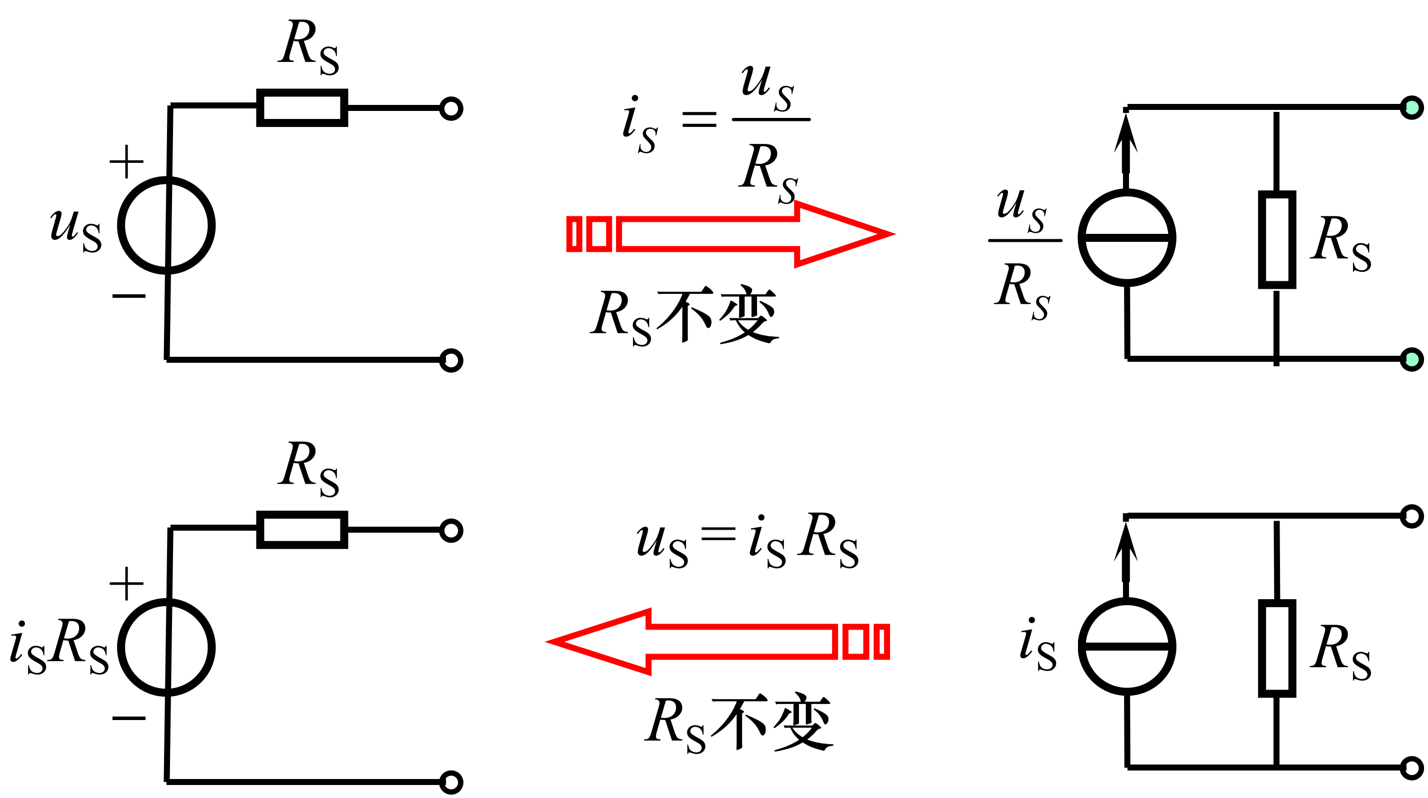
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

三、含独立源单口网络的等效电路

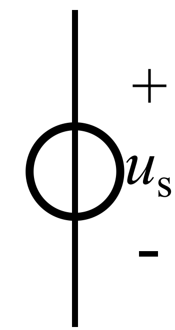
1. 两种电源模型的等效变换

通常电源可以用电压源或电流源表示，
这两种电源模型之间可进行等效变换。

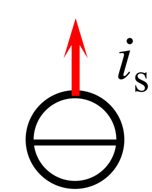


§4-5 一些简单的等效规律和公式

1、理想电压源即输出的电压不因负载的变化而变化，所以其内阻为零，这样内阻上不会有分压，由全电路欧姆定律可得出该分压值大小与负载电阻大小有关。



2、理想电流源即输出的电流不因负载的变化而变化，所以其内阻为无穷大，这样内阻上不会有分流，由全电路欧欧姆定律可得出该分流值大小与负载电阻大小有关。

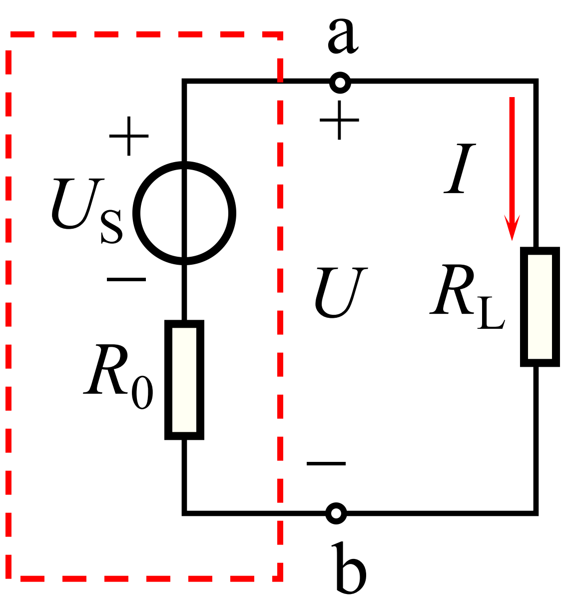


§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

3、实际电源内阻为R_o

实际电路的最简单形式

实际电压源模型与实际电流源模型的等效变换

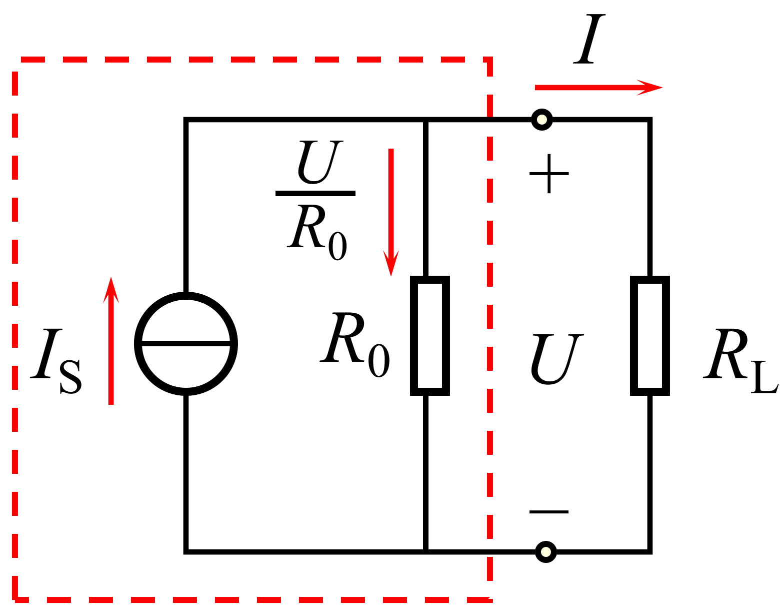


内阻改并联

$$I_s = \frac{U_S}{R_0}$$

$$U_S = I_s R_0$$

内阻改串联

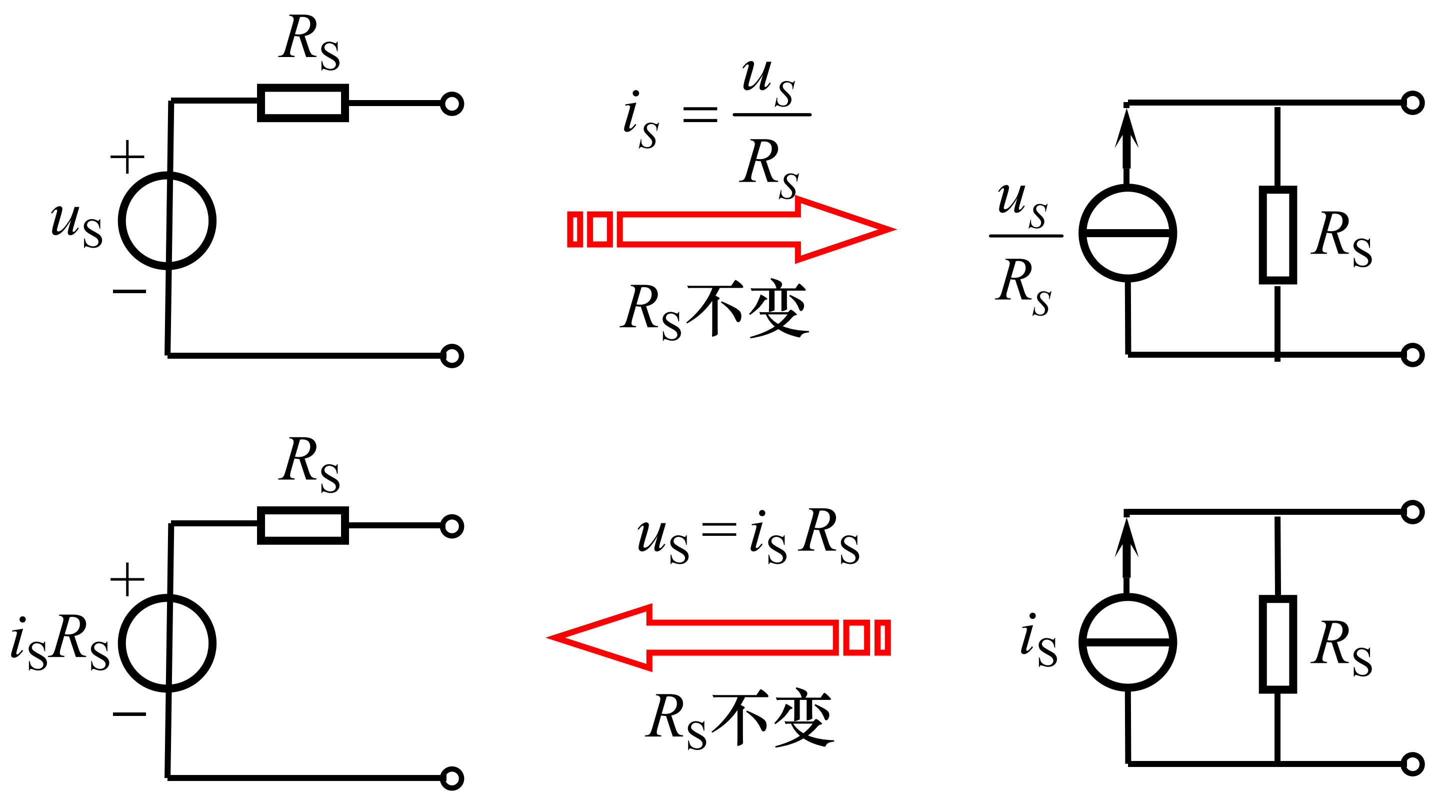


§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

(8)实际电源的处理（两种电源模型的等效变换）

理想电压源和电阻元件的串联组合构成实际电压源模型

理想电流源和电阻元件的并联组合构成实际电流源模型

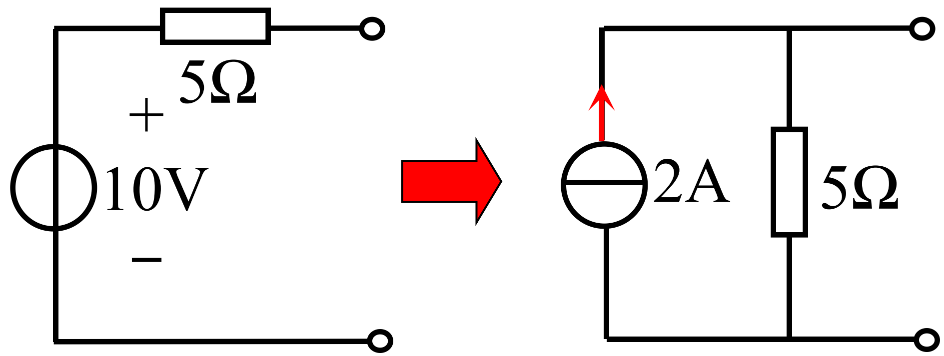


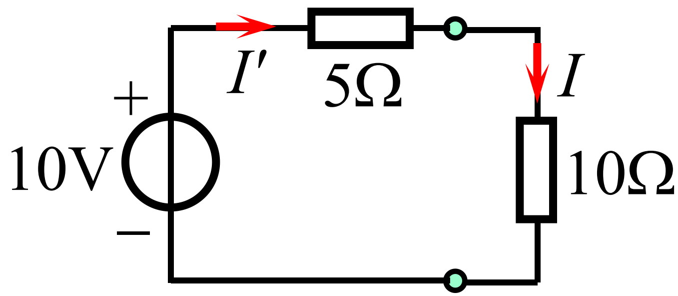
§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

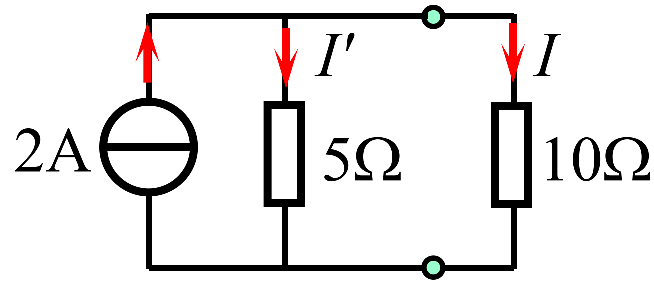
例:在两电源端钮上加相同的负载电阻 $R = 10\Omega$，

求：负载电流 I 和

电源提供的功率P。







$$I = \frac{10}{5+10} = \frac{2}{3}\text{A}$$

$$I' = I = \frac{2}{3}\text{A}$$

$$I = \frac{5}{5+10} \times 2 = \frac{2}{3}\text{A}$$

$$I' = 2 - I = \frac{4}{3}\text{A}$$

$P = \text{-}10I = \text{-}10\times2/3 = \text{-}20/3\ W$ $P = \text{-}10I\times2 = \text{-}10\times2/3\times2 = \text{-}40/3\,W$

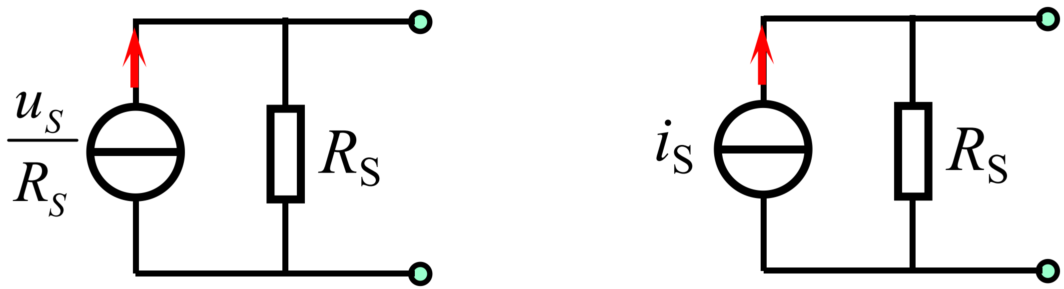
结论：等效电路对外电路等效，对电源内部不等效。

§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

实际电压源和实际电流源的等效时：

对实际电源的外部电路体现等效，若外接相同负载，则实际电源的伏安关系相同。

实际电压源和实际电流源的等效时，内阻相同。

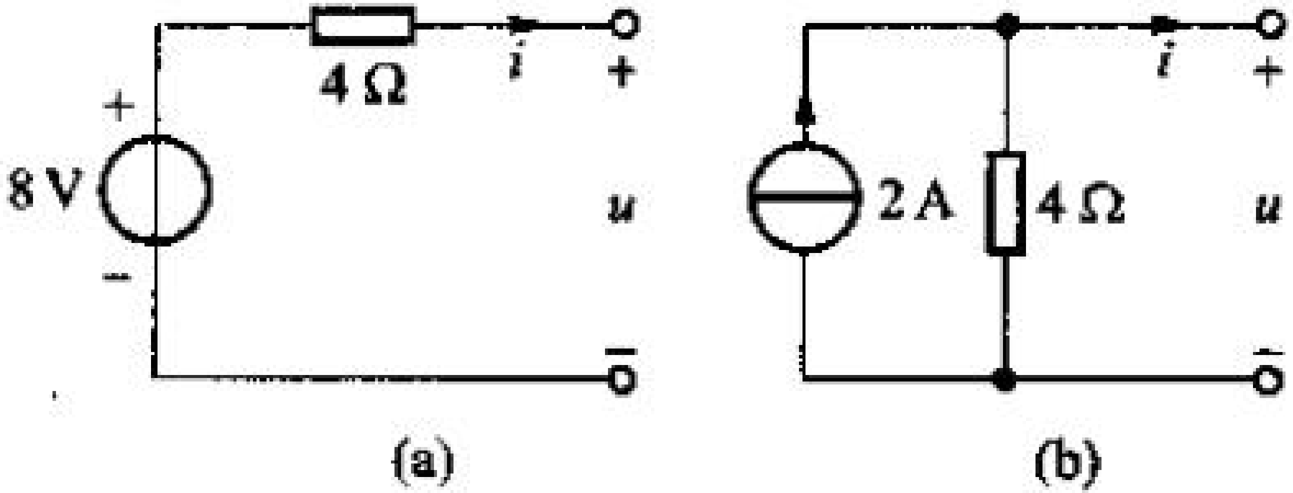


对电源内部不等效：

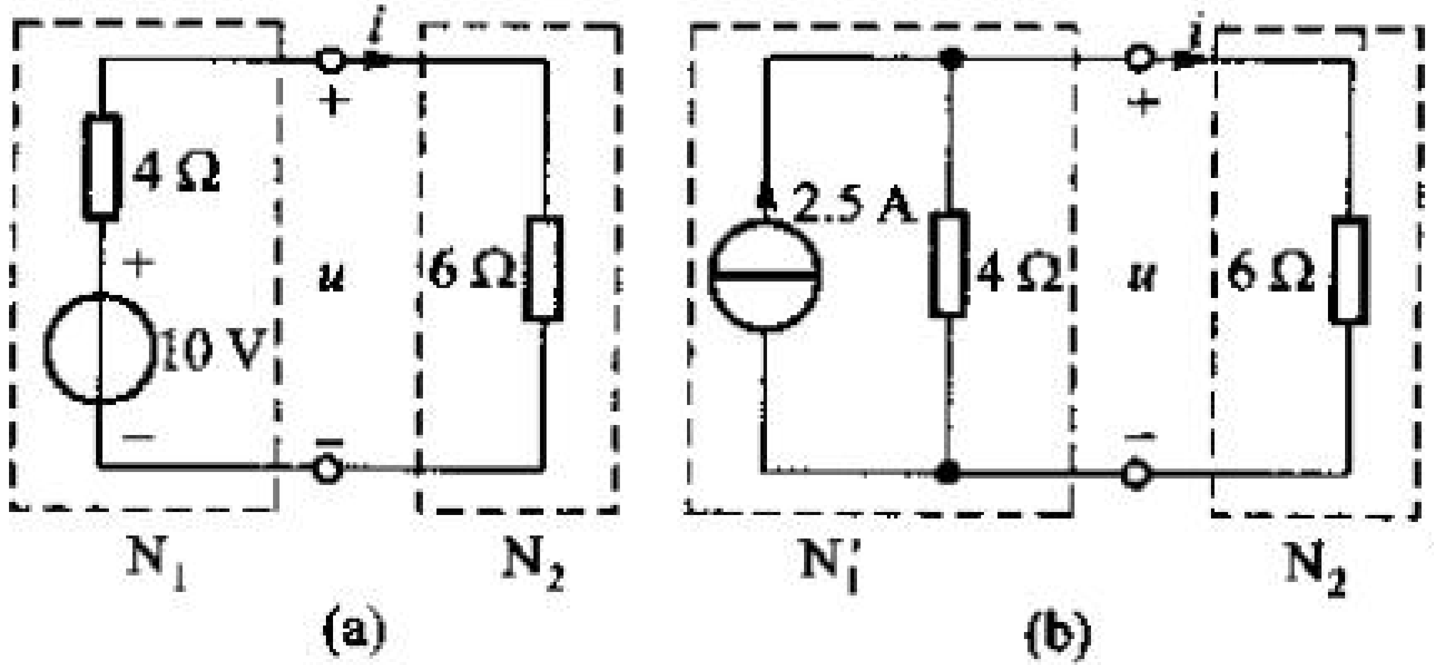
实际电源输出端口开路时，电流源消耗功率，电压源不消耗功率。

实际电源输出端口短路时，电流源不消耗功率，电压源消耗功率。

p145例4-7



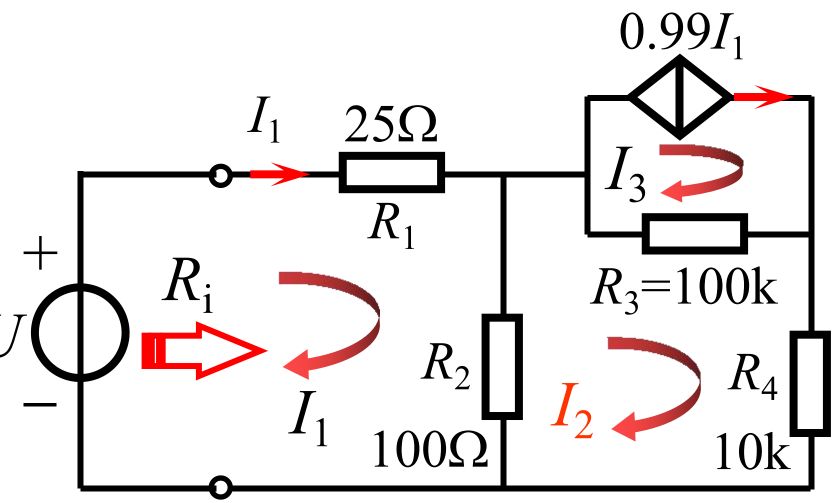
p145例4-8



四、含受控源单口网络的等效电路

1. 不含独立源的单口网络

例1　求图示电路输入电阻R_i



解：含受控源电路不能用电阻串、并联公式化简

(1) 外加电压源 U 求端钮电流 I_1

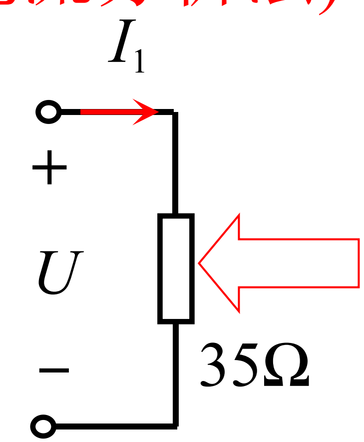
(用网孔电流分析法)

$$(25+100)\,I_1-100I_2=U \qquad 125I_1-100I_2=U$$

$$-100I_1+(100+10000+100000)\,I_2-100000\,I_3=0$$

$$I_3=0.99I_1 \qquad -99100I_1+110100I_2=0$$

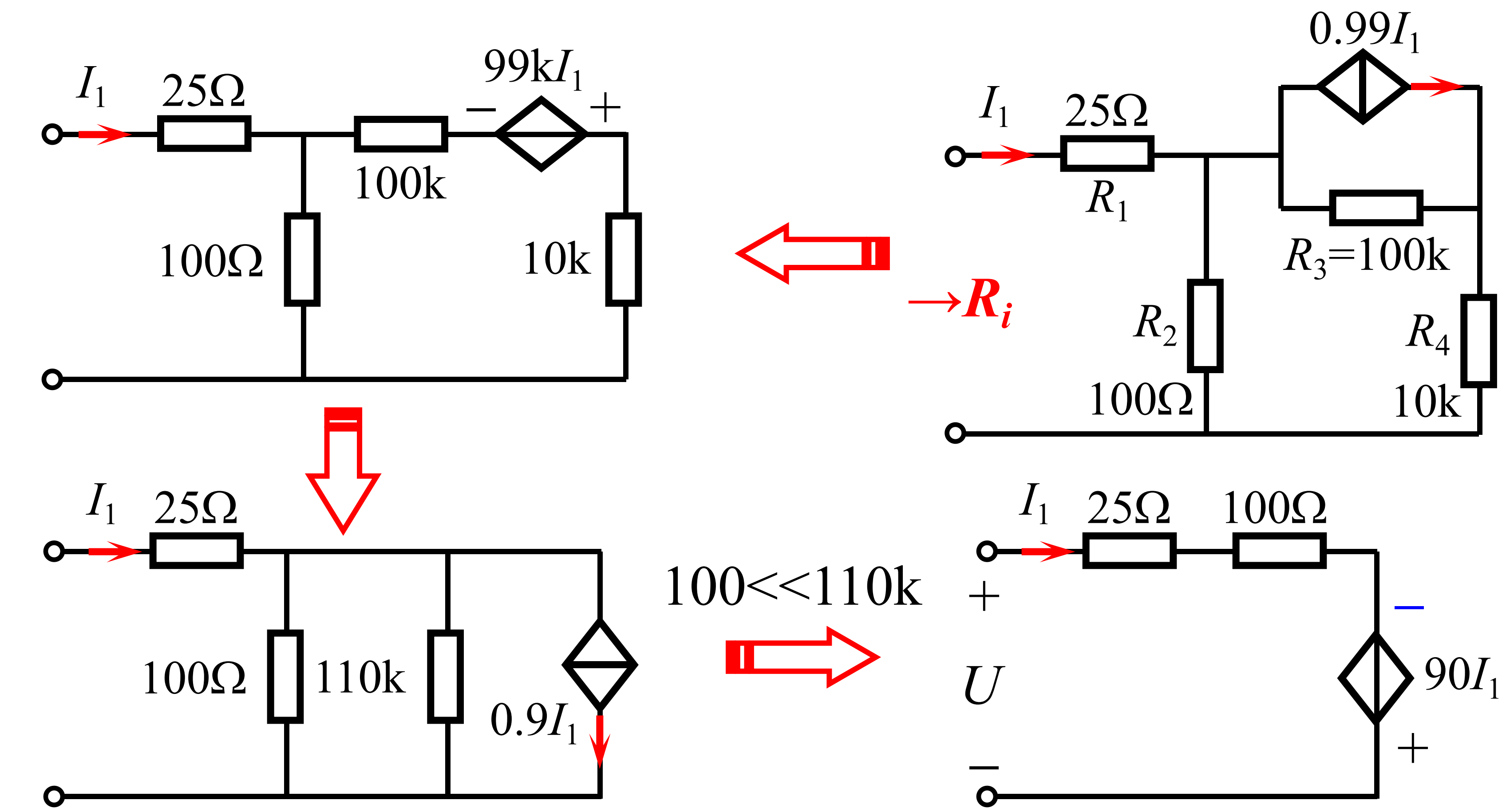
$$I_1=\frac{\begin{vmatrix}U & -100\\ 0 & 110100\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}125 & -100\\ -99100 & 110100\end{vmatrix}}=\frac{110100}{3852500}U \qquad R_i=\frac{U}{I_1}=\frac{38525}{1101}=35\ \Omega$$



等效电路

四、含受控源单口网络的等效电路

(2) 先进行等效电源变换，然后再写端钮上伏安关系



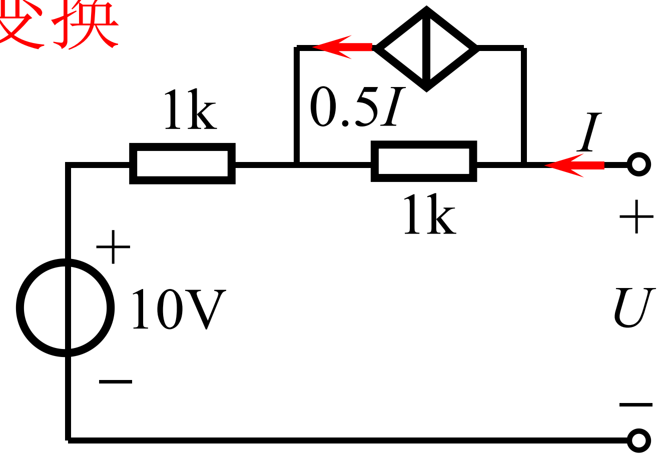
$$U = 125I_1 - 90I_1 = 35I_1 \qquad R_i = \frac{U}{I_1} = 35\,\Omega$$

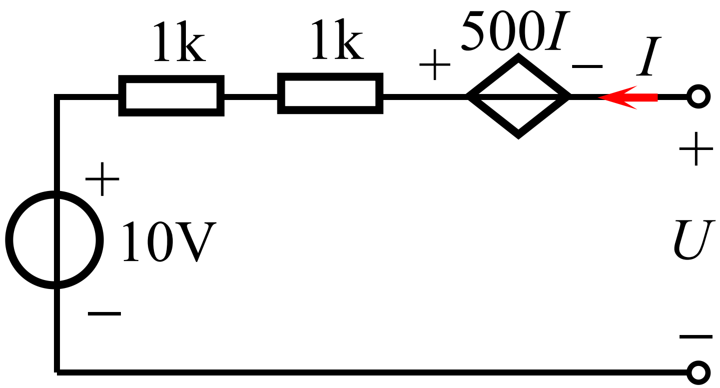
可见，仅含受控源和电阻的单口网络，可等效为一个电阻

四、含受控源单口网络的等效电路

2. 含独立源单口网络　等效电源变换

P125:例4-9：化简电路

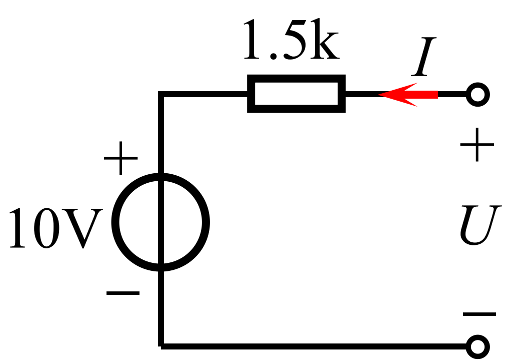




由原电路，应用KVL可得：

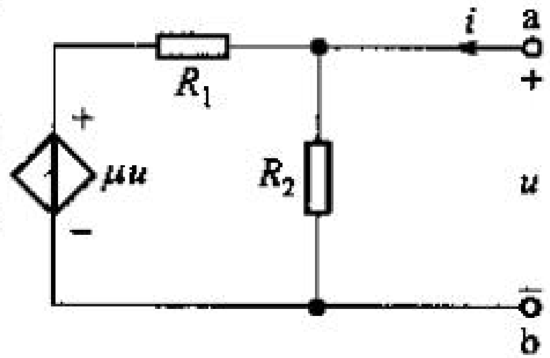
$$U = -500I + 2000I + 10$$
$$= 1500I + 10$$

$$U = 1.5\text{k}I + 10$$



含独立源和电阻，含（或不含）受控源的单口网络，可以等效为一个电压源和电阻的串联支路。（戴维南定理）

例 4－10 含受控电压源的单口网络如图所示，该受控源的电压受端口电压 u 的控制，系 VCVS。试求单口网络的输入电阻 R_i。



解 只含电阻及受控源或只含电阻的单口网络，其端口电压与端口电流的比值称为输入电阻可以用求该端口的 VCR 的办法，得到输入电阻 R_i 输入电阻与策动点电阻在数值上是相等的，

设想外施电压为 u，则由 KCL 及欧姆定律可得

$$i=\frac{u}{R_2}+\frac{u-\mu u}{R_1}=(G_2+G_1-\mu G_1)u=[(1-\mu)G_1+G_2]u$$

此即单口网络的 VCR。输入电阻应具有同样的 VCR，即 $i=Gu$ 由此可得

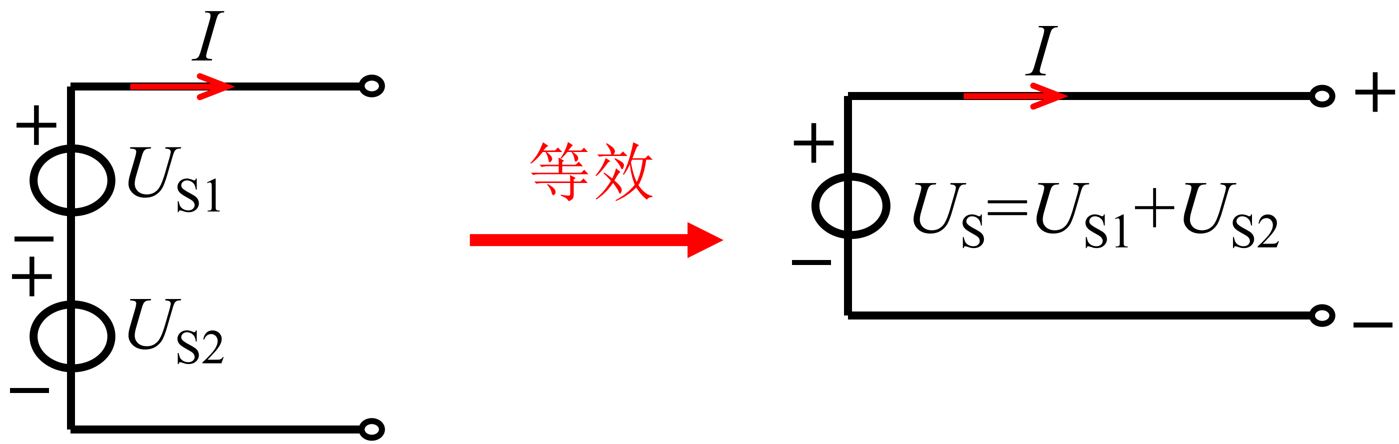
$G=[(1-\mu)G_1+G_2]$ 输入电阻应为 $R_i=\dfrac{1}{G}=\dfrac{1}{(1-\mu)G_1+G_2}$

直接得出 $R_i=\dfrac{u}{i}=\dfrac{1}{(1-\mu)G_1+G_2}$

一个含受控源及电阻的有源单口网络和一个只含电阻的单口网络，可以等效为一个电阻。在含受控源时，等效电阻可能为负值。

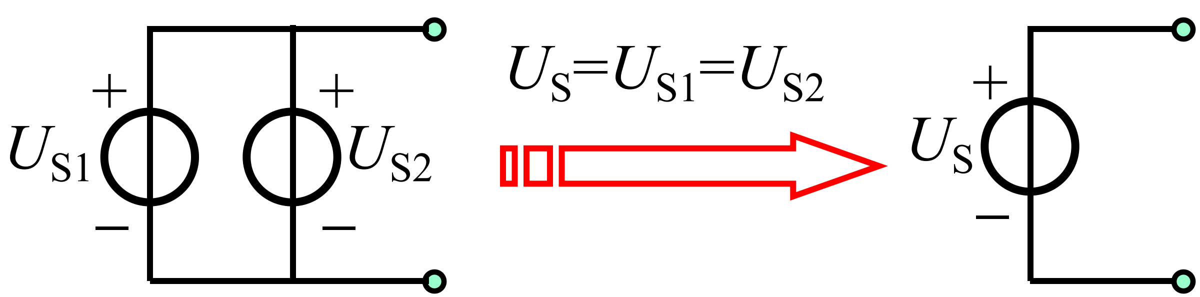
§4-5 一些简单的等效规律和公式

(1)电压源串联等效电路



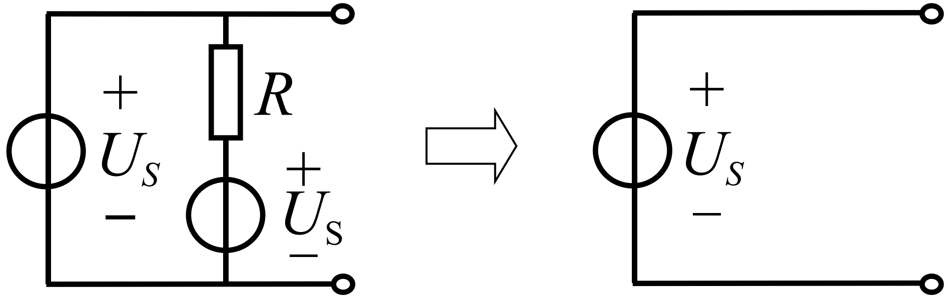
多个串联电压源串联合并时，应考虑每个电压源的参考方向。

(2)电压源并联等效电路

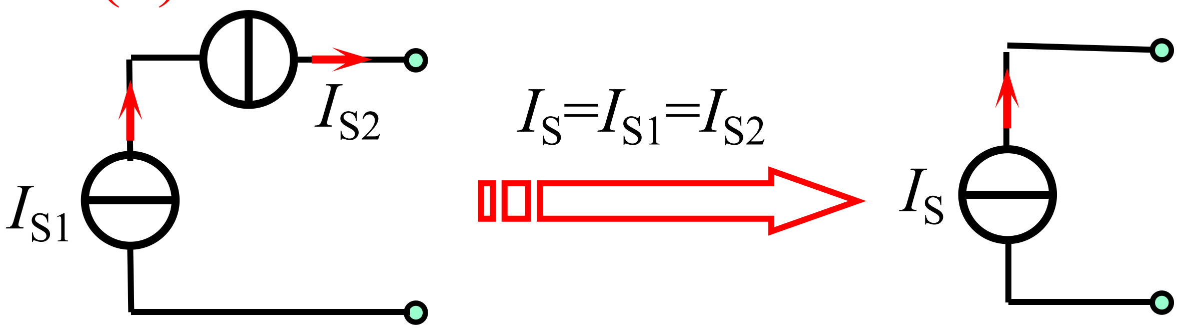


如果$U_{S1}\neq U_{S2}$，
违背KVL无解

§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

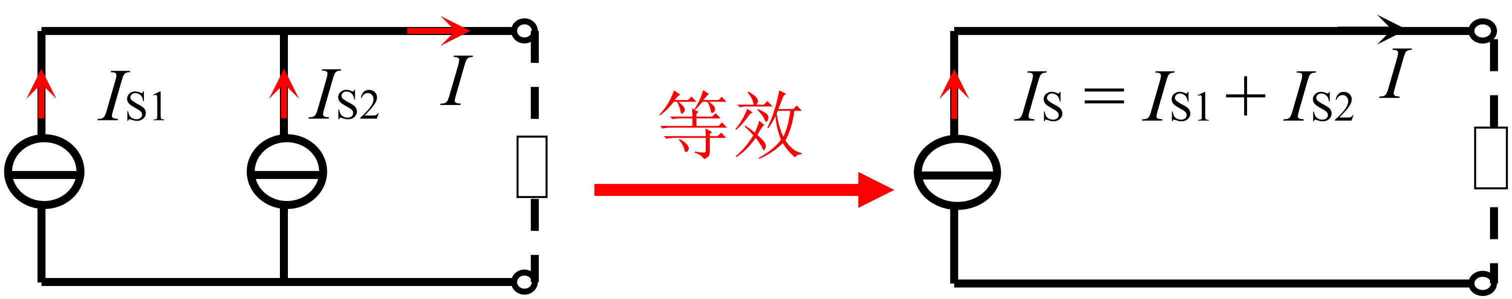


(3)电流源串联等效电路



如果 $I_{S1}\neq I_{S2}$，
违背KCL无解

(4)电流源并联等效电路



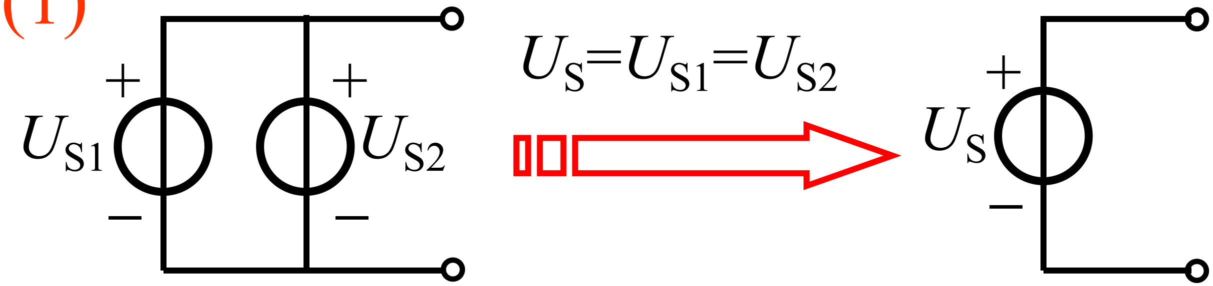
多个并联恒流源合并时，应考虑每个恒流源的参考方向。

§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

2. 含源支路的串、并、混联等效方法

请注意以下四种情况

(1)



如果$U_{S1}\neq U_{S2}$，违背KVL无解

(2)

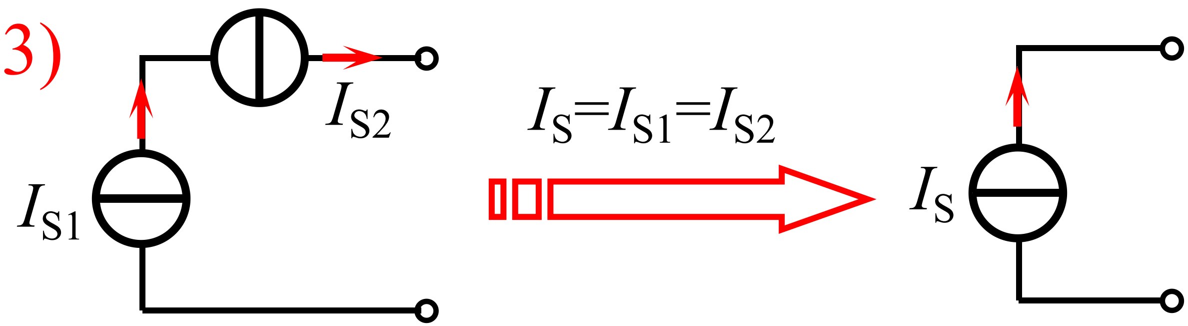
与电压源并联的元件称为多余元件，多余元件可开路。

结论：电压源与电流源并联，外电路及电流源两端的电压由电压源决定。

§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

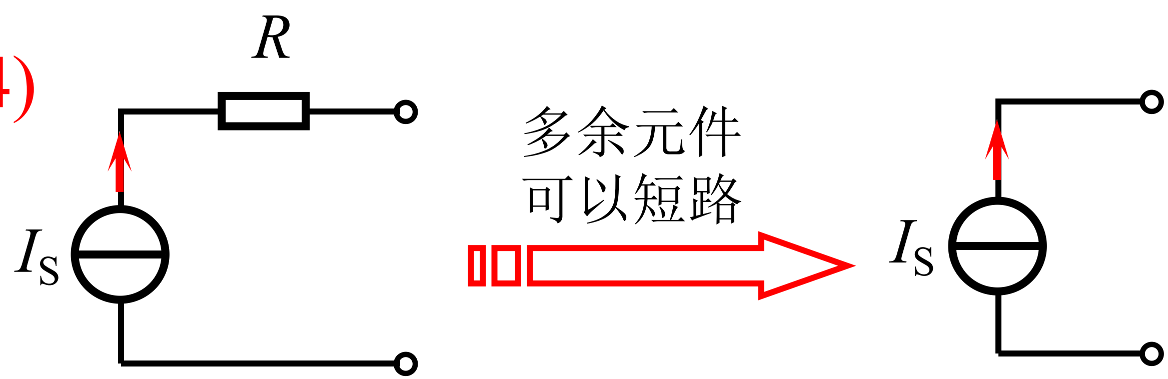
2. 含源支路的串、并、混联等效方法

(3)



如果 $I_{S1} \neq I_{S2}$，违背KCL无解

(4)



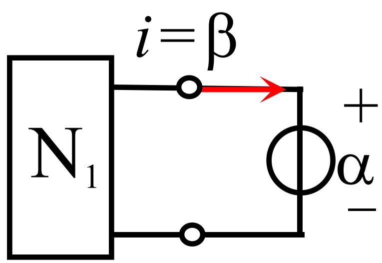
与电流源串联的元件称为多余元件，多余元件可短路。

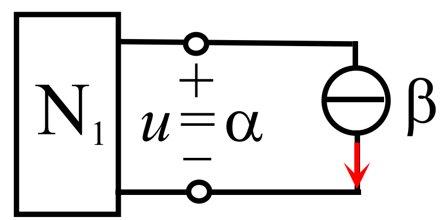
结论：电压源与电流源串联，外电路及电压源流过的电流由电流源决定

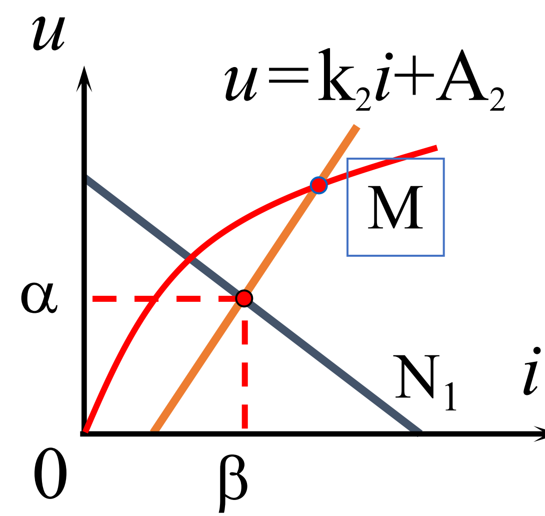
§ 4-5 一些简单的等效规律和公式

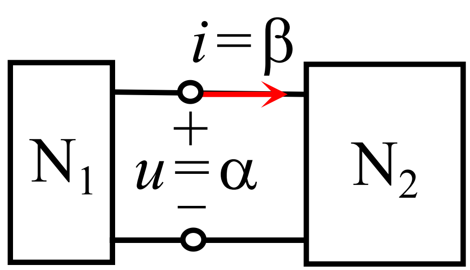
（9）置换与等效的异同

置换

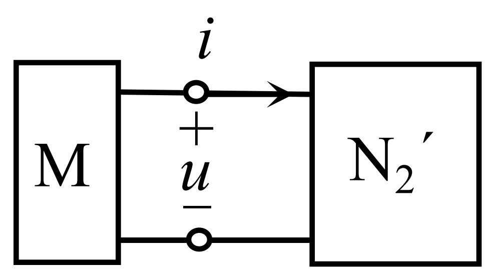








等效



$u=k_1i+A_1$　　$u=k_2i+A_2$　　　　$u=k_2i+A_2$

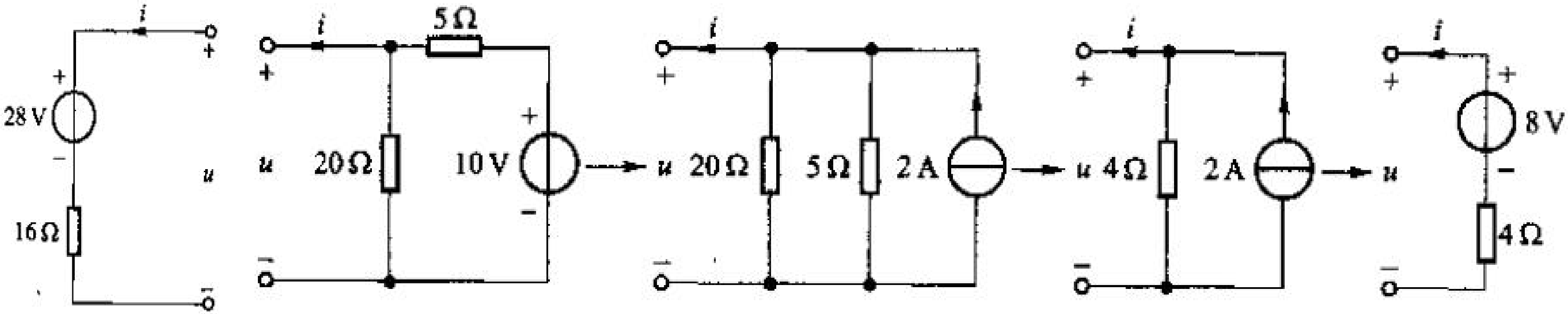
§4-5 一些简单的等效规律和公式

（9）置换与等效的异同

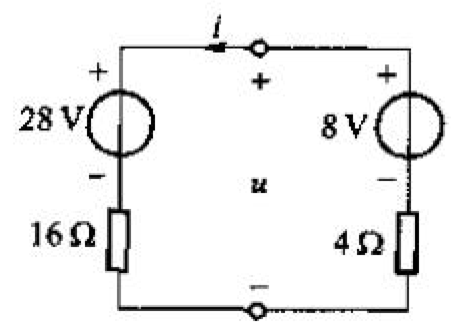
置换：如果一个网络N由两个子网络组成，且已求得:u =a , i =b, 可用一个电压值为a的电压源或用一个电流值为b的电流源置换N_2，置换后对N_1没有影响。置换是建立在工作点相同基础上的替代。

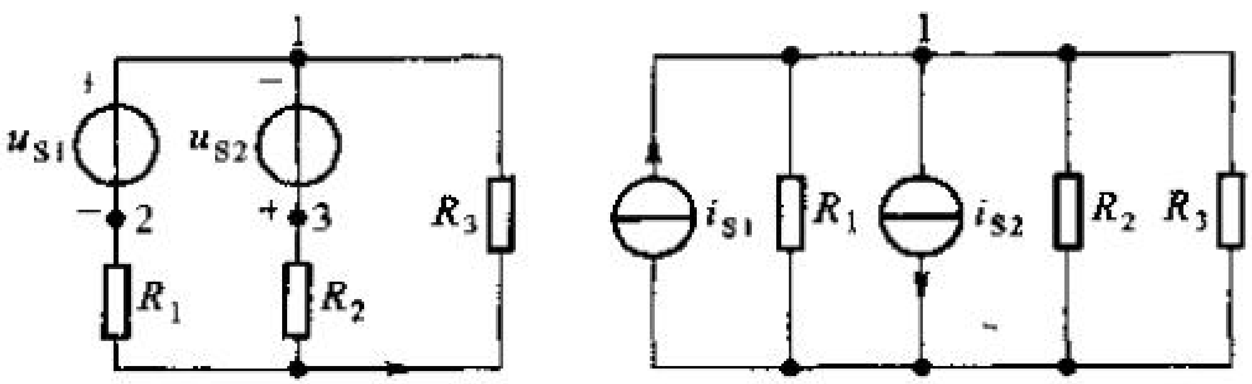
等效：如果两个单口网络端口上电压、电流关系(VCR)完全相同，亦即它们在 $u-i$ 平面上的伏安特性曲线完全重叠，则这两个单口网络是等效的。等效是建立在VCR 相同基础上的替代。

P132例4-11；



P132例4-12；





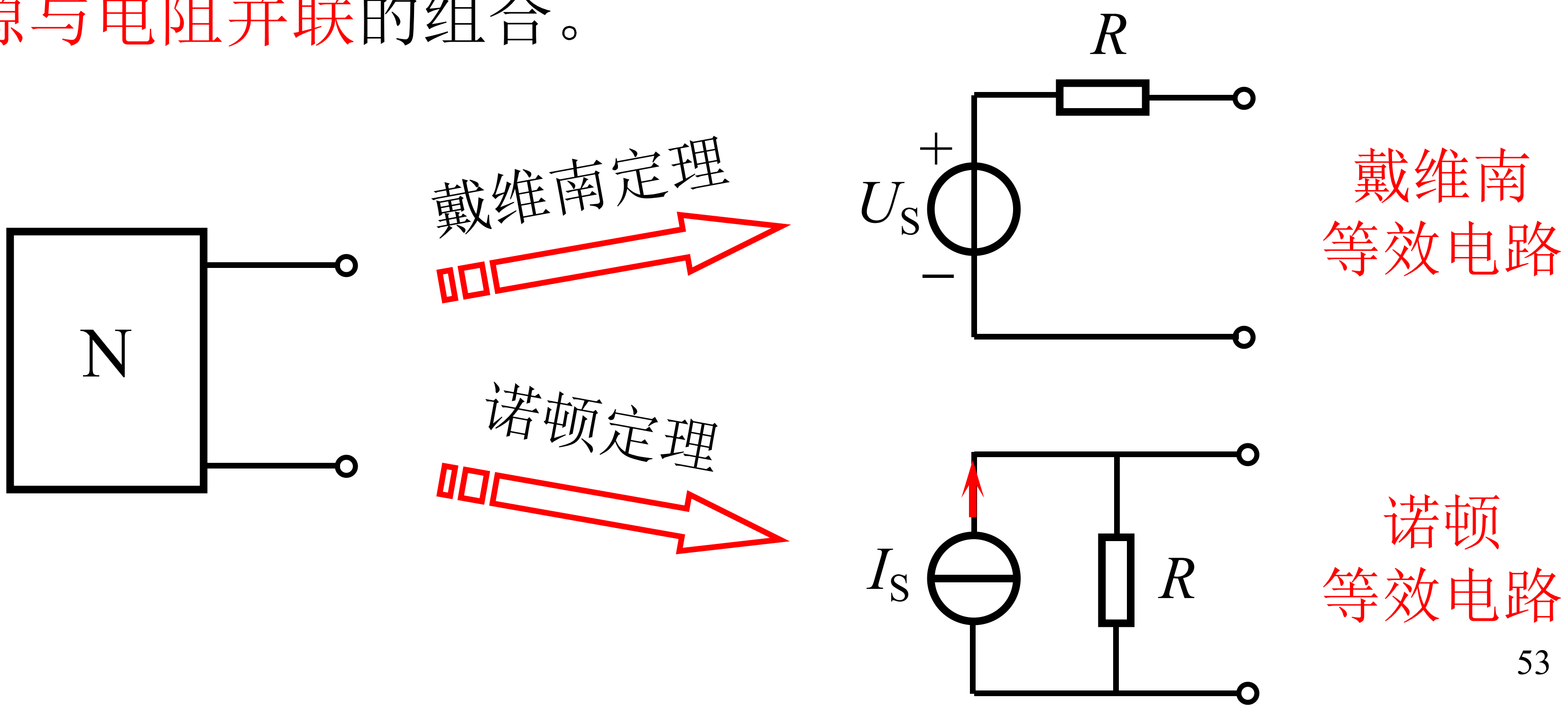
(a) (b)

§4-6 戴维南定理

含源支路的串、并、混联的等效采用

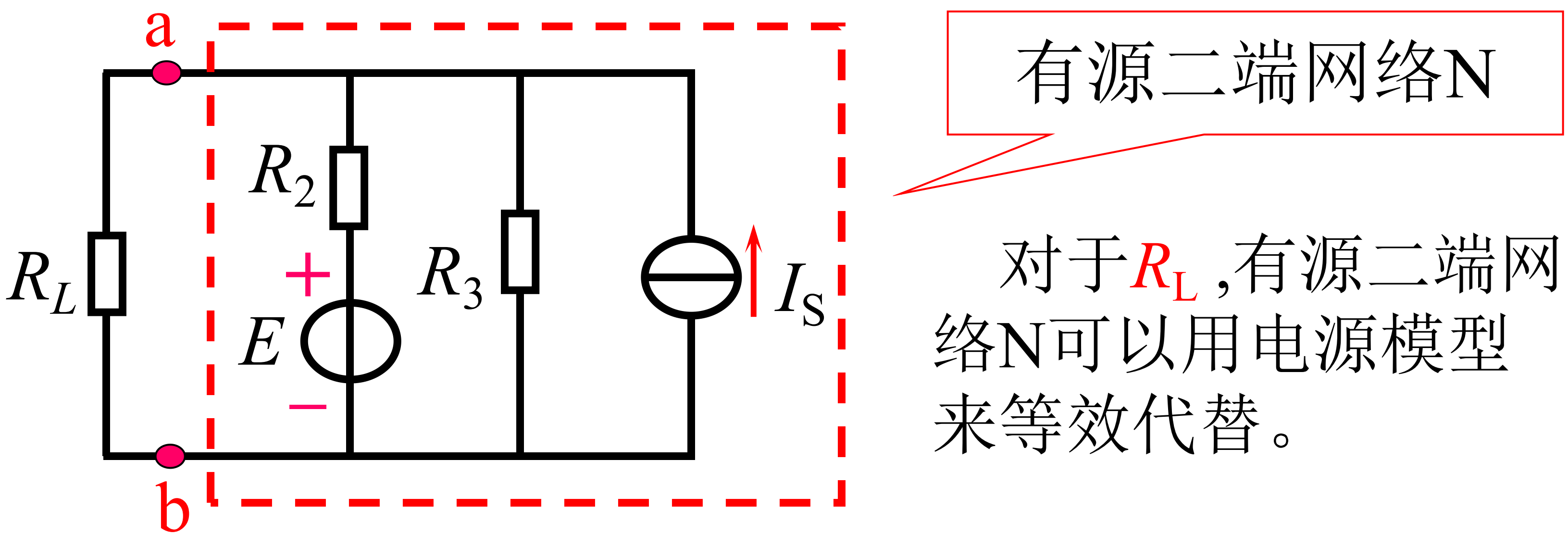
等效电源定理(戴维南定理和诺顿定理)

对于含源支路的串、并、混联电路的两端来说，总可以化简为一个电压源与电阻串联的组合，或者是一个电流源与电阻并联的组合。

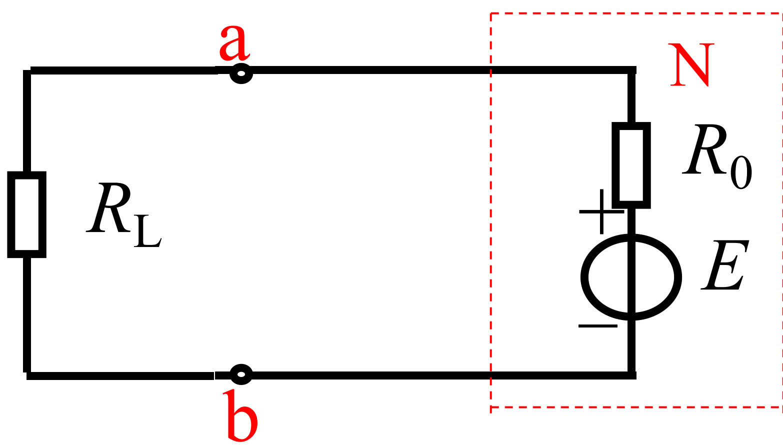


§ 4-6 戴维南定理

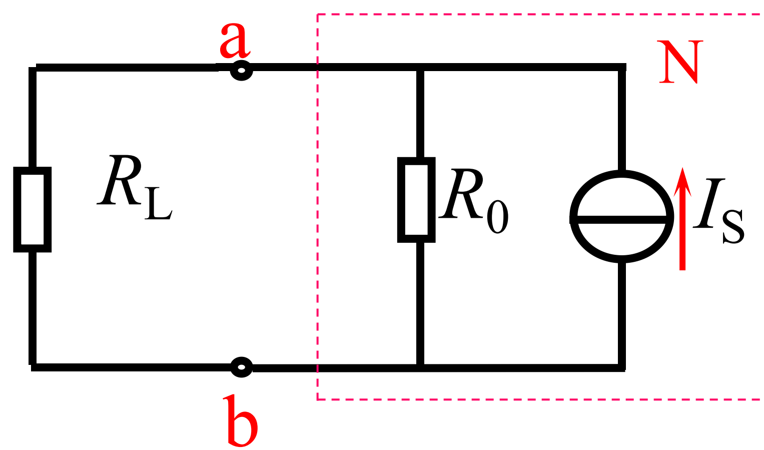
等效电源定理（戴维南定理和诺顿定理）



对于R_L ,有源二端网络N可以用电源模型来等效代替。



戴维南等效

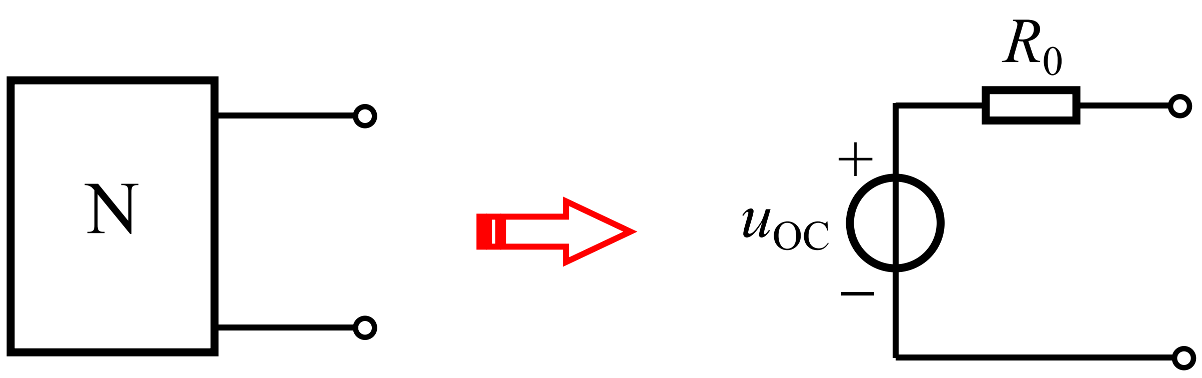


诺顿等效

§4-6 戴维南定理

1. 戴维南定理的内容

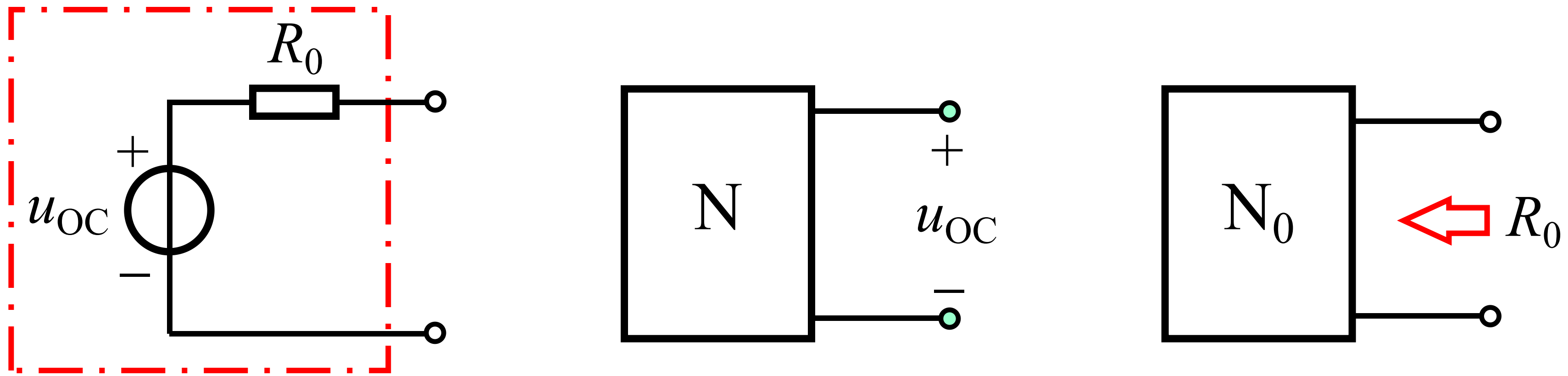
由线性电阻、线性受控源和独立源组成的线性单口网络 N，就其端口来看，可等效为一个电压源与电阻串联的支路。电压源的电压等于该网络 N 的开路电压 U_{OC}，其串联电阻为该网络中所有独立源为零值时（无源网络）的入端等效电阻 R_0。



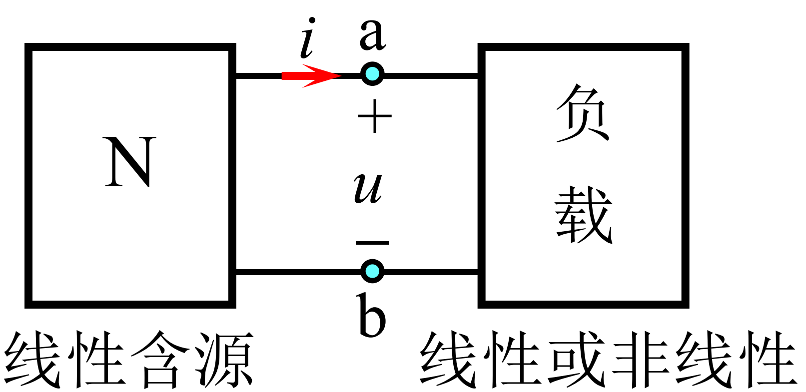
戴维南
等效电路

§ 4-6 戴维南定理

1. 戴维南定理的内容



2. 应用戴维南定理的条件

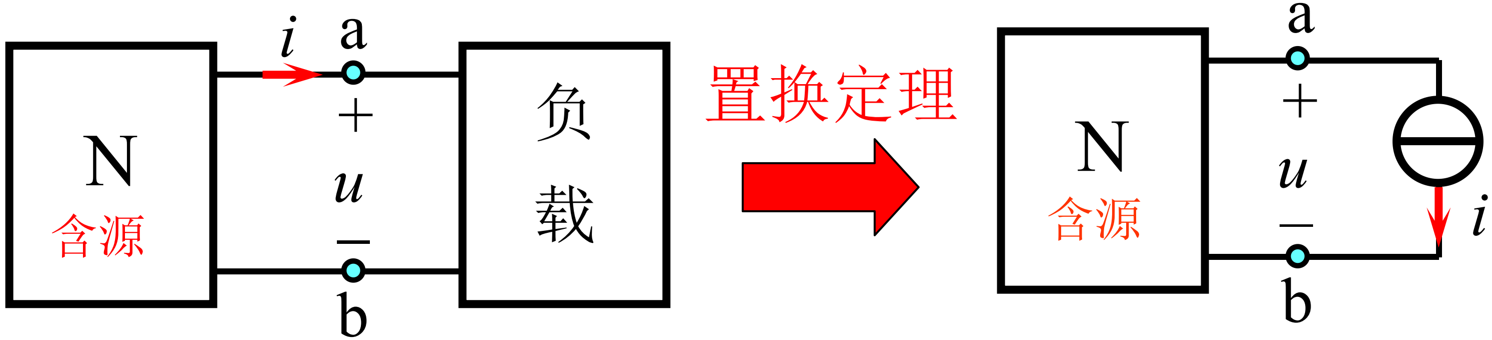


只通过两根导线和其它外部电路有能量交换的单口网络是明确的单口网络，本课程涉及的为低频电路，所涉及的都是明确的单口网络。

3. 戴维南定理的证明

(1) 应用置换定理：

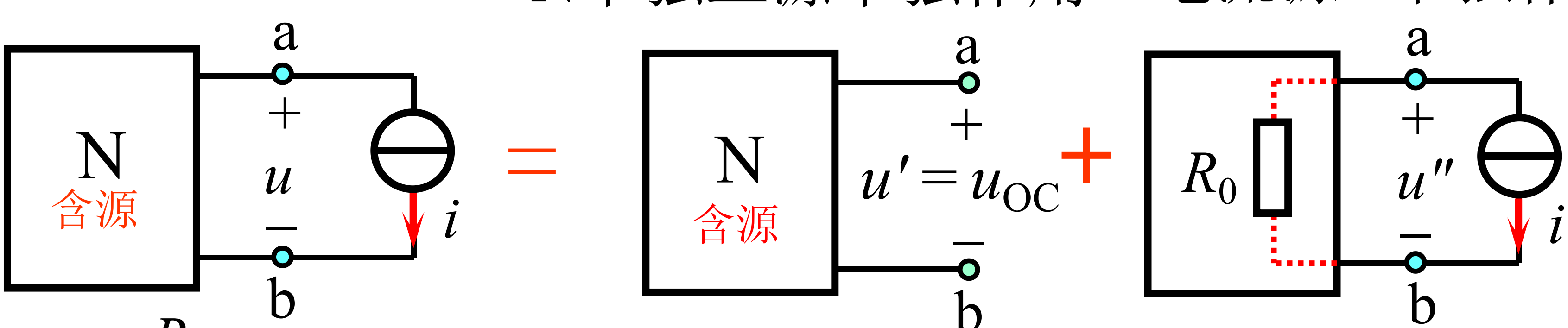
负载用电流源置换



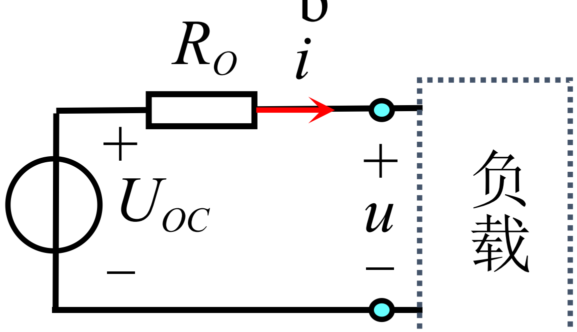
(2) 应用叠加原理

N中独立源单独作用

电流源 i 单独作用



$u'' = -iR_0$



$u = u_{OC} - R_O i$

$u = u' + u'' = u_{OC} - iR_0$

— 与电压源的伏安关系相同

§4-6 戴维南定理

4. 应用戴维南定理分析电路

适用于求解线性网络中某一支路的电流或电压。

利用戴维南定理求解电路的步骤

（1）将欲求支路的电路元件去掉, 其余部分作为含源单口网络N;

（2）求有源单口网络N的开路电压 U_{OC};

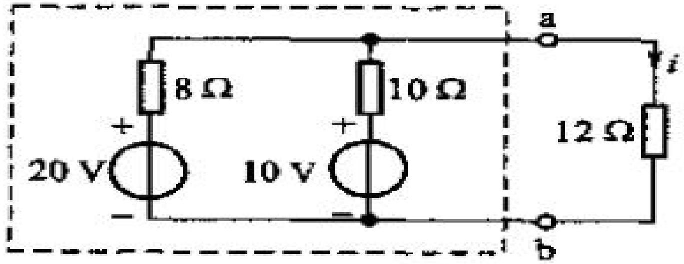
（3）将含源单口网络N 除源, 使其成为无源单口网络 N_0，求等效电阻R_0;

（4）将原支路接在戴维南等效电路上, 求电量 $I\,(U\,)$ 。

p136例4-13;

例 4－13 求图 4－43 所示电阻电路中 12 Ω 电阻的电流 i。

解 根据戴维南定理，电路中除 12 Ω 电阻以外，其他部分（虚线框）所构成的含源单口网络可以化简为一个电压源 u_{OC} 与电阻 R_o 相串联的等效支路。



为求得 u_{OC}，应使该单口网络处于断开状态，如图 4－44(a) 所示，u_{OC} 即为该电路中 ab 两点间的电压。设该电路中的电流为 i'，由 KVL 可得 $(8+10)i'-20+10=0$

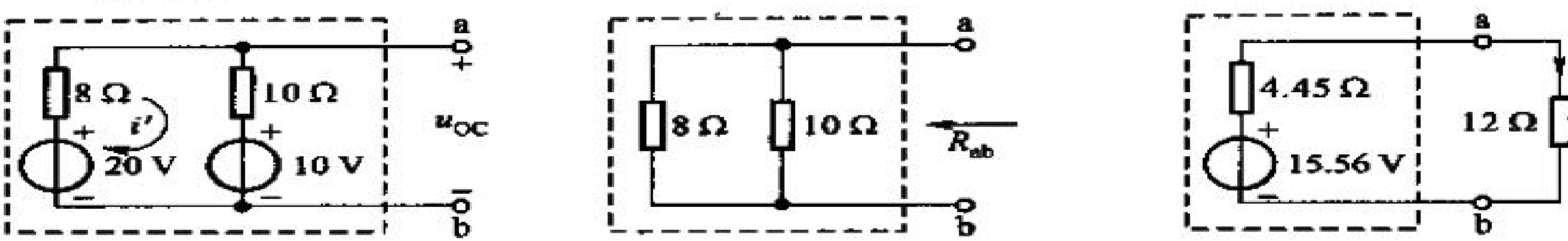
解得 $i'=0.556\ \text{A}$

故得 $u_{OC}=(10\ \Omega)i'+10\ \text{V}=(5.56+10)\ \text{V}=15.56\ \text{V}$

或 $u_{OC}=-(8\ \Omega)i'+20\ \text{V}=(-4.45+20)\ \text{V}=15.55\ \text{V}$

为求得 R_o，应把图 4－44(a) 所示含源单口网络中的两个独立电压源用短路代替，得电路如图 4－44(b) 所示。显然，电路 ab 两端的等效电阻为

$$R_{ab}=\frac{10\times 8}{10+8}\ \Omega=4.45\ \Omega \qquad \text{故得}\quad R_o=4.45\ \Omega$$



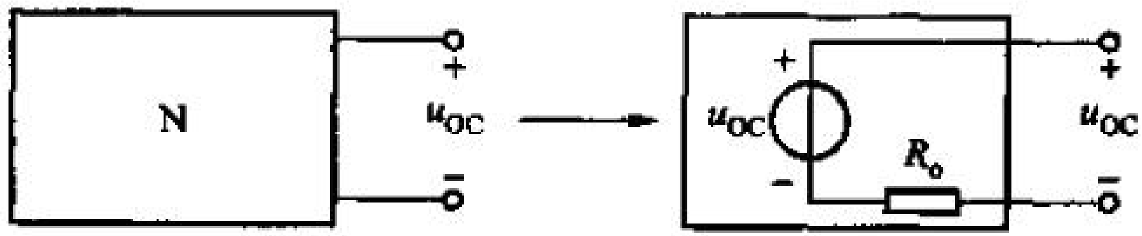
(a) (b) (c)

这样就求得了图 4－44(c) 虚线框所示单口网络的等效电路，根据该电路可以很方便地求得电流 i。

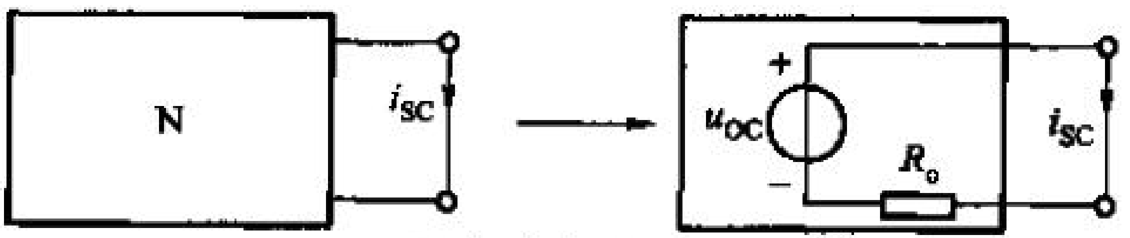
回路电路 $(12+4.45)i-15.56=0$ 所以 $i=\dfrac{15.56}{12+4.45}\ \text{A}=0.946\ \text{A}$

例 4－14 试说明：若含源单口网络的开路电压为 u_{OC}，短路电流为 i_{SC}，则戴维南等效电阻 $R_o=\dfrac{u_{OC}}{i_{SC}}$

解 已知一个含源单口网络可等效为一个电压源 u_{OC} 与电阻 R_o 的串联电路，如图 4－46(a)所示。因此，原网络的短路电流 i_{SC} 应等于这个等效电路的短路电流，而这等效电路的短路电流显然为 u_{OC}/R_o，故得 $i_{SC}=\dfrac{u_{OC}}{R_o}$ 可得 $R_o=\dfrac{u_{OC}}{i_{SC}}$



(a) 开路电压 u_{OC}

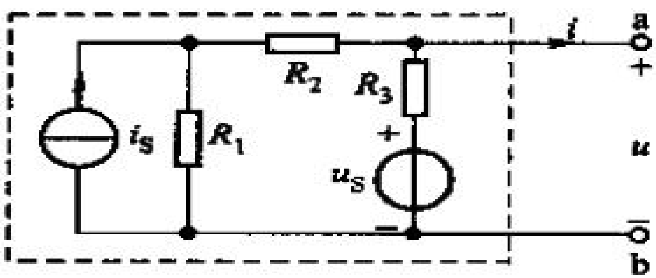


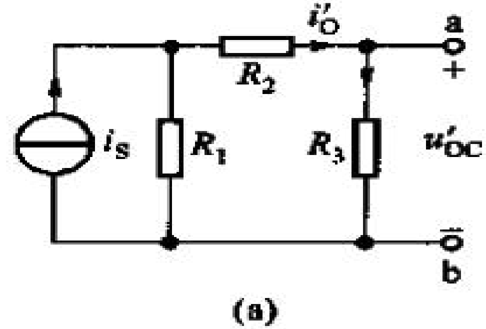
(b) 短路电流 i_{SC}

P158 4Ep139例4-15

例 4－15 求图 4－47 所示含源单口网络的 VCR。

解 用戴维南定理求解本题。由该定理可知，在图示 u，i 参考方向下，该网络的 VCR 可表示为 $u=u_{OC}-R_o i$ 求得 u_{OC} 及 R_o 即可解决问题。





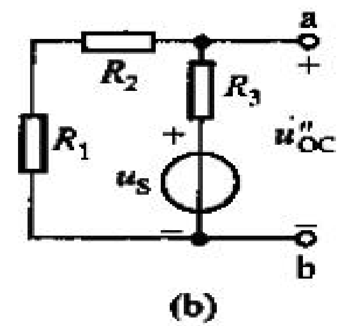


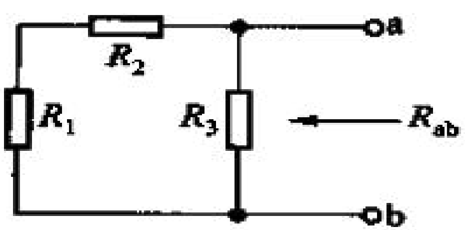
图 4－47 所示电路原来即系开路，从该图求出 ab 间的电压，即为 u_{OC}。用叠加原理求 u_{OC}，在分别求出电源 i_S 和 u_S 单独作用时在 ab 端出现的电压 u'_{OC} 和 u''_{OC}（图 4－48）后，就可求得 $u_{OC}=u'_{OC}+u''_{OC}$

从图(a)可得 $i'_O=i_S\dfrac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$ $\quad u'_{OC}=R_3 i'_O=i_S\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}$

从图(b)可得

$u''_{OC}=u_S\dfrac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_3}$ 故得 $u_{OC}=u'_{OC}+u''_{OC}=\dfrac{R_1R_3i_S+(R_1+R_2)u_S}{R_1+R_2+R_3}$

求 R_o：使原电路中各电源均为零值，即电流源 i_S 用开路代替，电压源 u_S 用短路代替，得图 4－49。显然

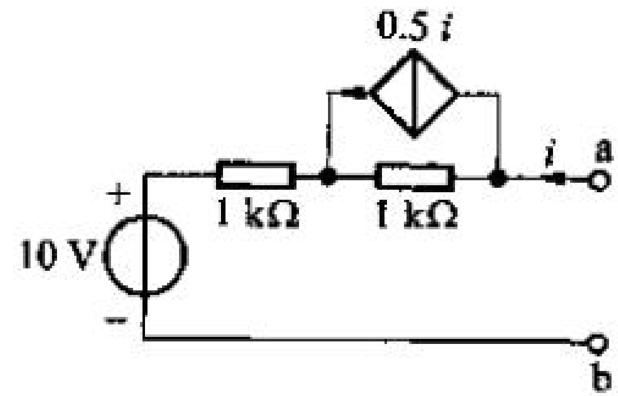


$$R_{ab}=\frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3}=R_o$$

以 u_{OC} 及 R_o 代入

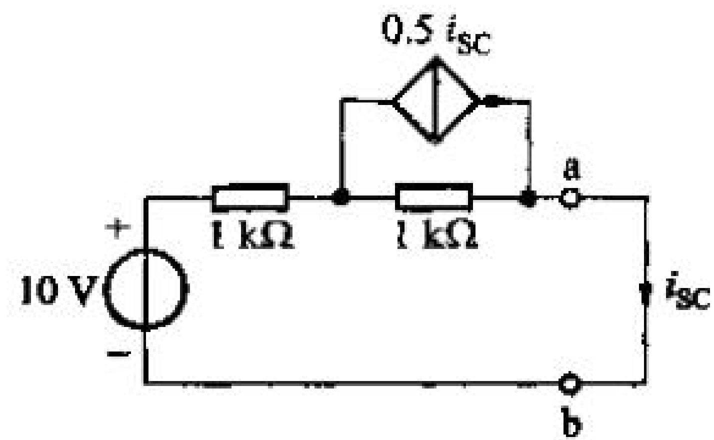
$u=u_{OC}-R_o i$ 即为所求的 VCR。

例 4－16 求图所示电路的戴维南等效电路



解 电路中包含电流控制电流源(CCCS)，
先求开路电压 u_{OC}，此时开路 i 既为零，
受控源CCCS 的电流 0. 5i 也为零，
各电阻上也无电压，故得 $u_{OC}=u_{ab}=10\ \text{V}$

再把原电路 ab 端短路，一切电源均保留。

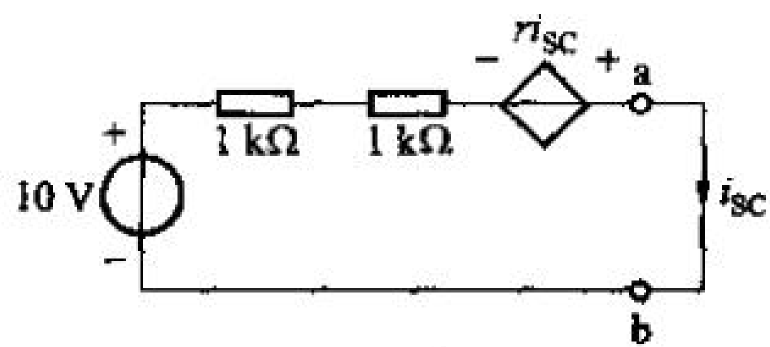


设短路电流 i_{SC} 的方向如图中所示，
则 CCCS 电流为 0. 5i_{SC}，且其方向应相反

$$-10+2\,000i_{SC}-500i_{SC}=0$$

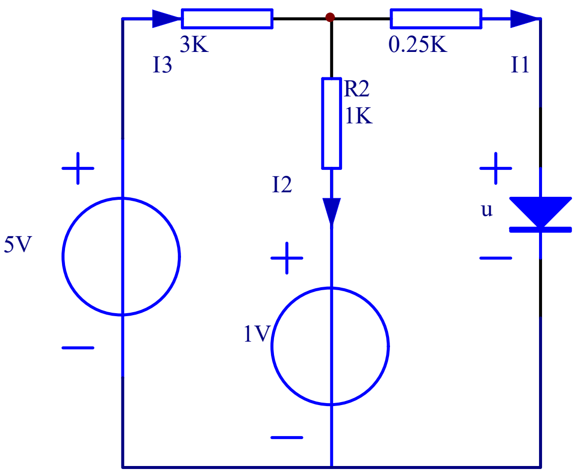
即 $1\,500i_{SC}=10$ 故 $i_{SC}=\dfrac{1}{150}\ \text{A}$

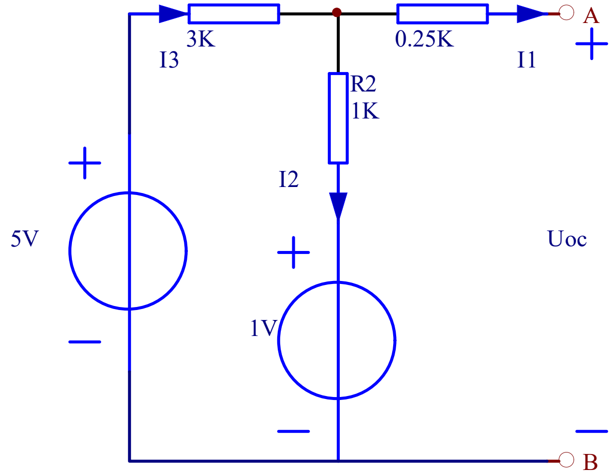
$$R_o=\frac{u_{OC}}{i_{SC}}=1\,500\ \Omega$$

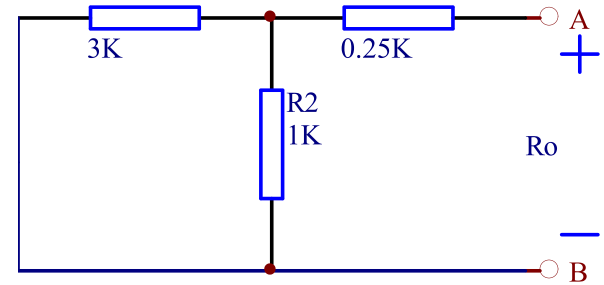


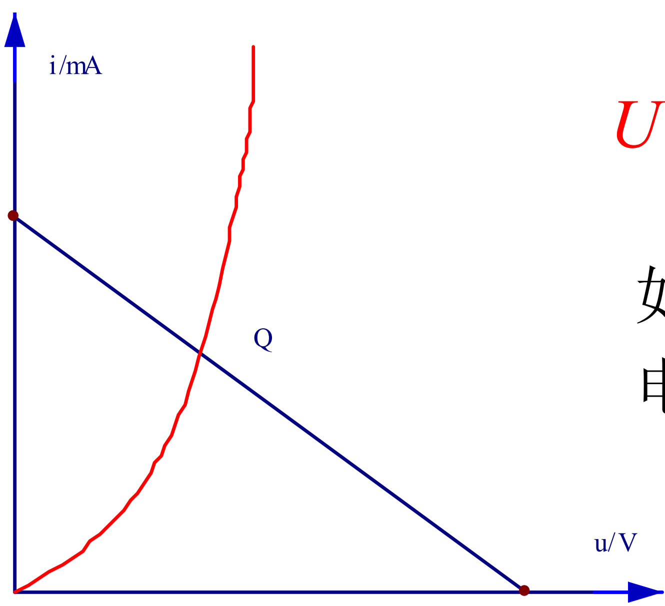
求得 u_{OC} 及 R_o 即可得出戴维南等效电路。

P162例4-17



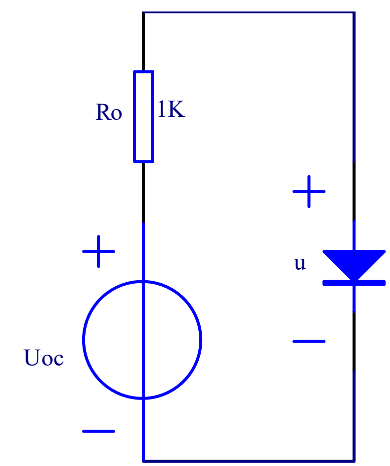






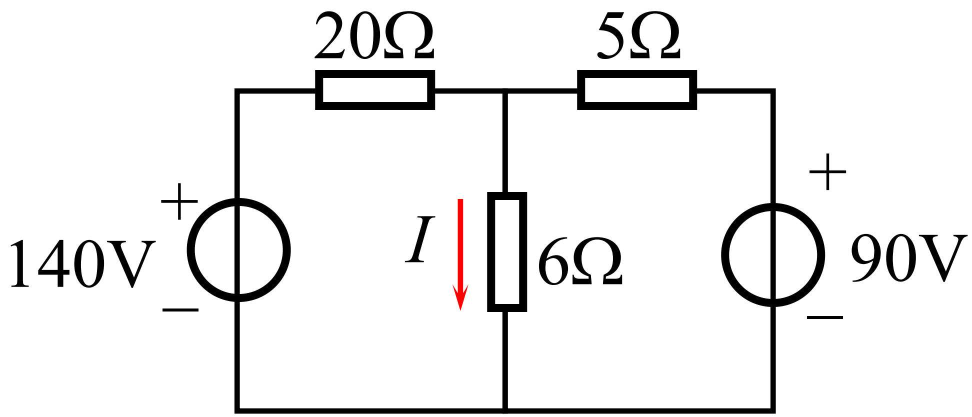
$U = 0.6\text{V}, I = 14\text{mA}$

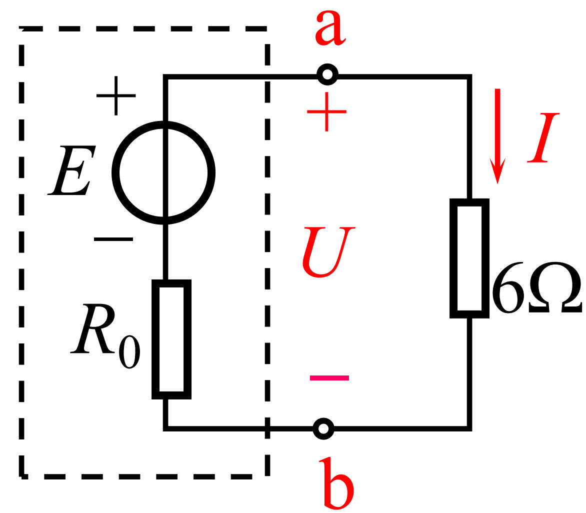
如果外部电路为非线性电路，定理仍然适用。



§ 4-6 戴维南定理(补充例题)

[例1] 用戴维宁定理求图示电路中电流I。





解: E为提出6Ω支路后，有源二端网络的开路电压

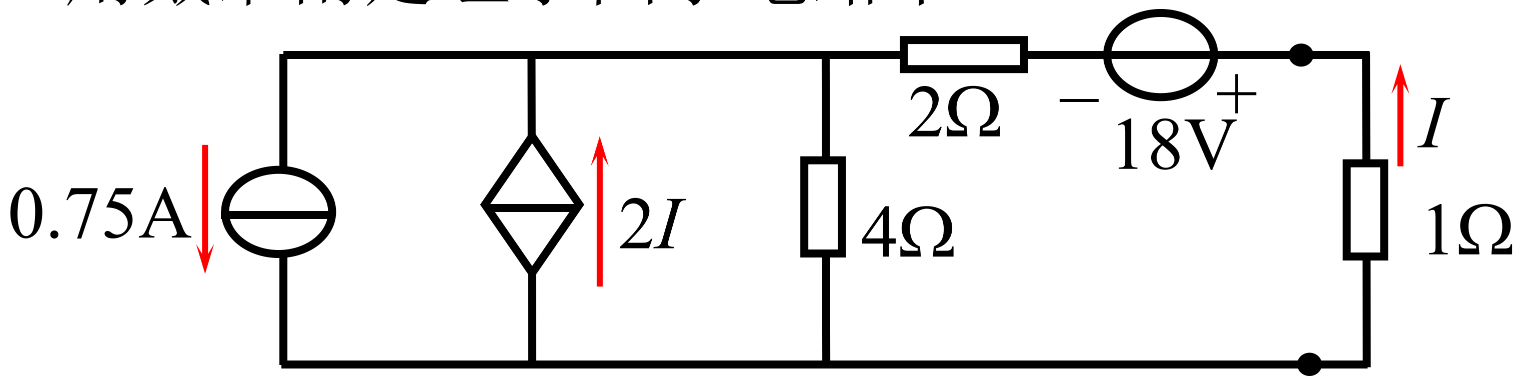
$$E=U_{abo}=\frac{140-90}{20+5}\times 5+90=100\text{V}$$

$$R_0=20\ \Omega /\!/ 5\ \Omega=4\ \Omega$$

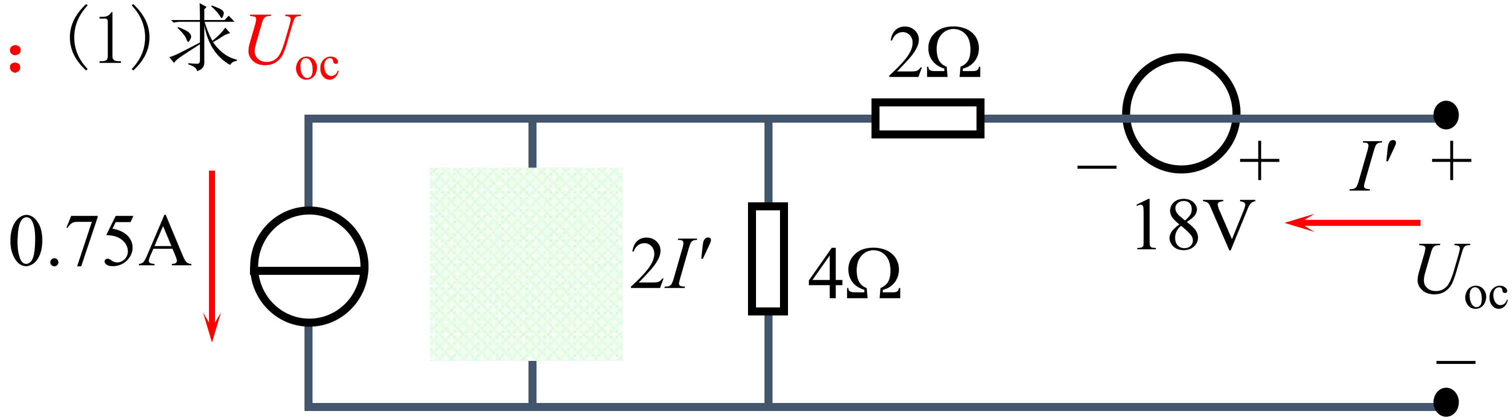
$$I=\frac{100}{4+6}=10\text{A}$$

§4-6 戴维南定理

例2 用戴维南定理求图示电路中 I=?



解：(1) 求 U_{oc}

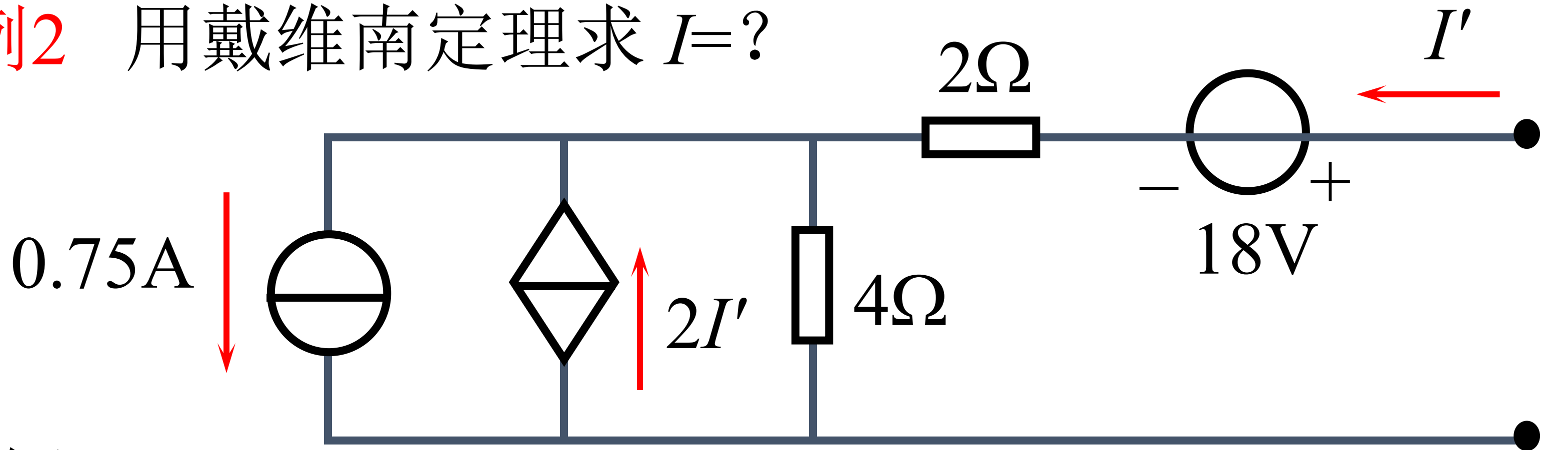


因控制量I'=0，所以受控源$2I'$=0，即相当于开路

$$U_{oc} = 18 - 0.75 \times 4 = 15\text{V}$$

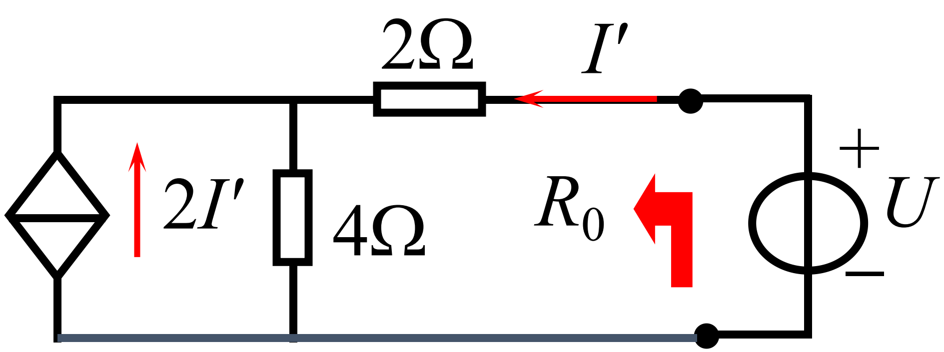
§4-6 戴维南定理

例2 用戴维南定理求 I=？



解：

求R_0时二端网络内所有独立源都不作用，即把恒压源短路，恒流源开路，但受控源要保留在电路里。



用外加电压法求R_0

$$U = 2I' + 4(I' + 2I') = 14\,I'$$

$$R_0 = \frac{U}{I'} = 14\ \Omega$$

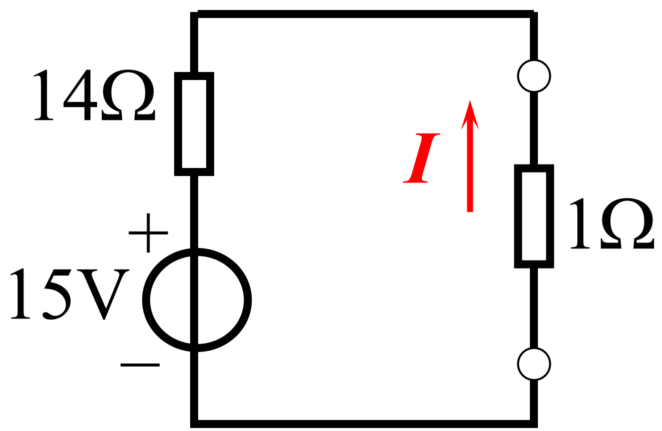
§4-6 戴维南定理

例2 用戴维南定理求 I=?

解： (1) 求 U_{oc} $U_{oc}=15\text{V}$

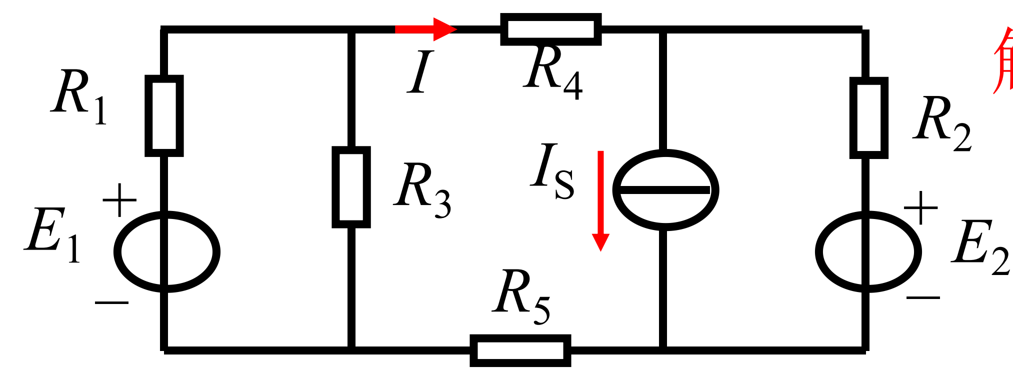
(2) 求 R_0 $R_0=\dfrac{U}{I'}=14\ \Omega$

(3) 求 I



$$I=\frac{-15}{14+1}=-1\text{A}$$

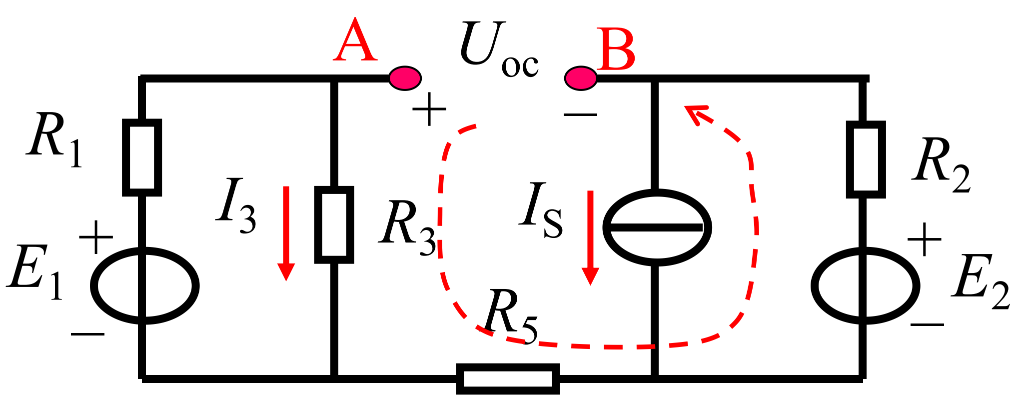
例3：求图示电路中的电流I。已知$R_1 = R_3 = 2\Omega$，$R_2 = 5\Omega$， $R_4 = 8\Omega$， $R_5 = 14\Omega$， $E_1 = 8V$，$E_2 = 5V$, $I_S = 3A$ 。



解：(1)将待求支路提出，并求U_{oc}

$$I_3 = E_1/(R_1 + R_3)$$

$$=2A$$

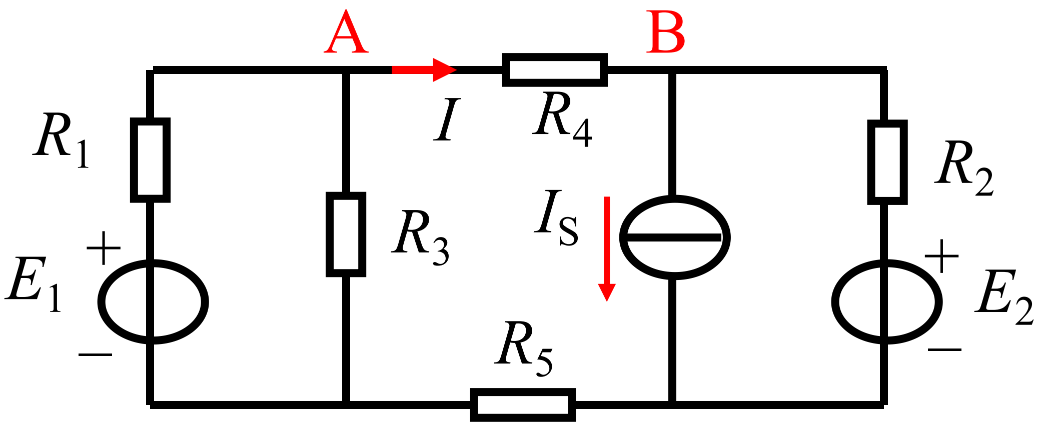


应用KVL:

$$U_{oc} = I_3 R_3 - E_2 + I_S R_2$$

$$=14V$$

例3： 求图示电路中的电流I。已知$R_1 = R_3 = 2\Omega$，$R_2= 5\Omega$，$R_4= 8\Omega$，$R_5= 14\Omega$，$E_1= 8V$，$E_2= 5V$, $I_S= 3A$ 。

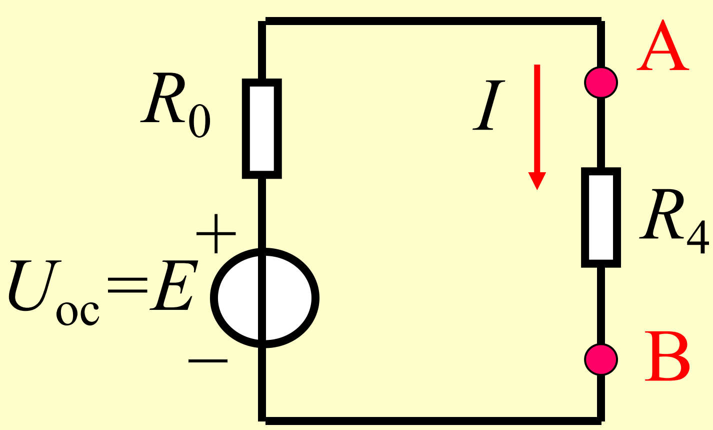


(1) 求U_{oc}

$$U_0 = I_3 R_3 - E_2 + I_S R_2 = 14V$$

(2) 求R_0

$$R_0 = (R_1 // R_3) + R_5 + R_2 = 20\ \Omega$$

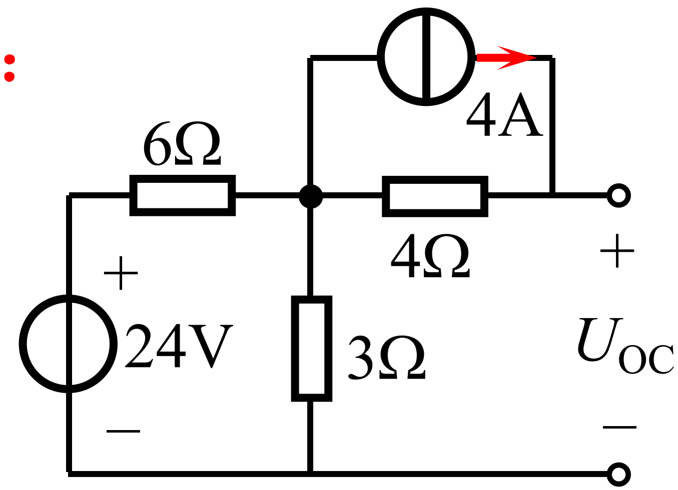


(3) 求I

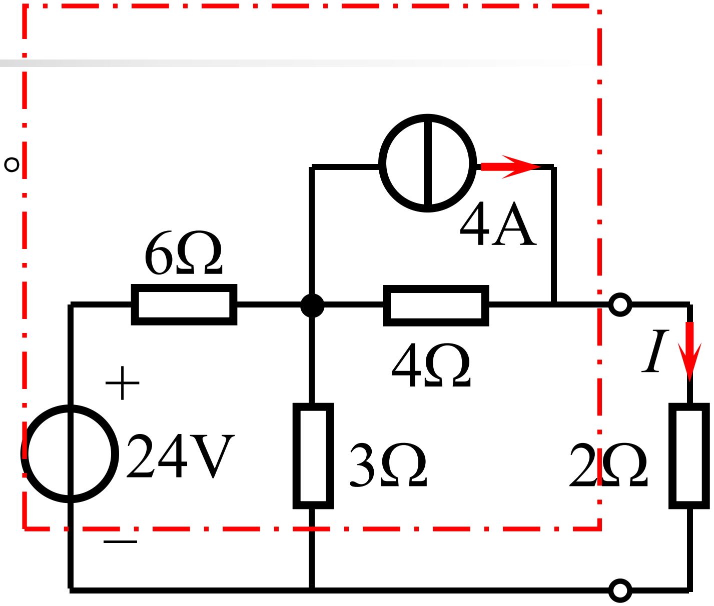
$$I = \frac{E}{R_0 + R_4} = 0.5A$$

例4：用戴维南定理求图示电路中的I。

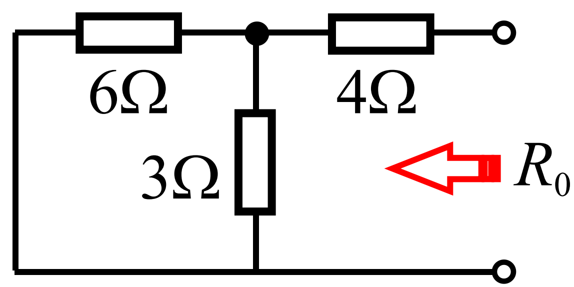
解：



2Ω开路



除源



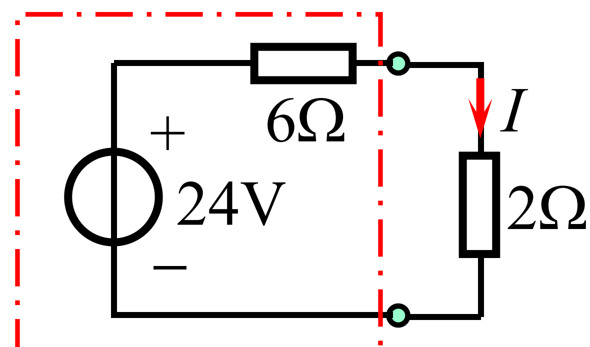
(1) 求开路电压 U_{OC}

$$U_{OC} = 4\times4+3/(3+6)\times24 = 24\ \text{V}$$

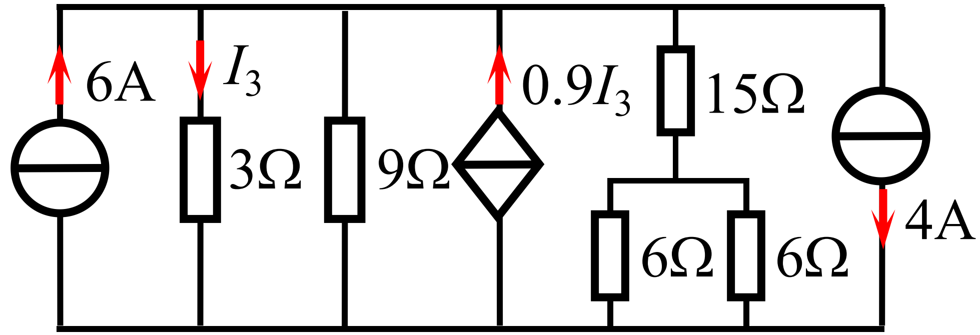
(2) 求等效电阻 R_0

$$R_0 = 3\times6/(3+6)+4 = 6\Omega$$

(3) 求 I $\quad I = \dfrac{24}{6+2} = 3\ \text{A}$



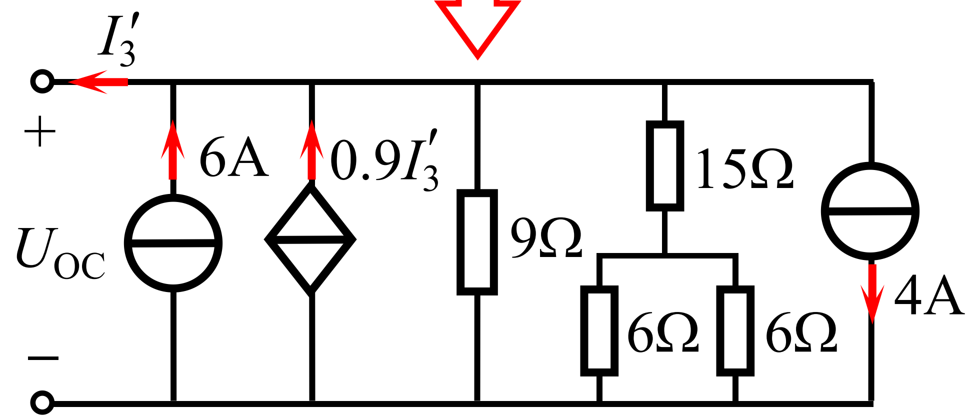
例5：求图示电路中的电流 I_3。



解：(1) 将3Ω支路断开，

求开路电压U_{OC}

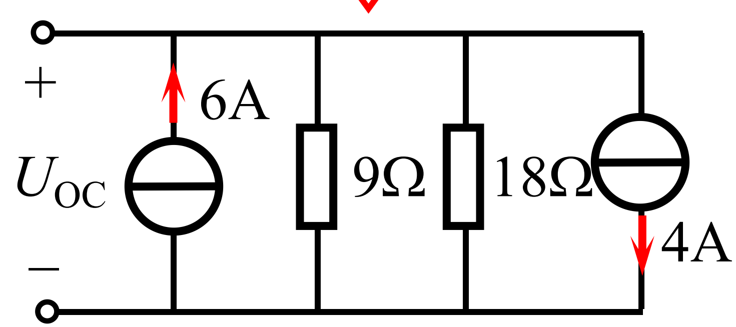
开路时，$I_3'=0$

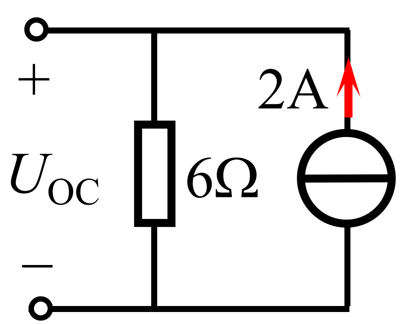


受控源电流为零——开路

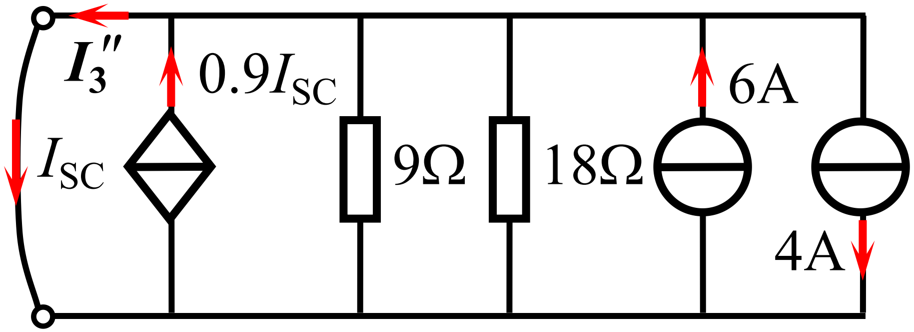
$$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\right)U_{OC}=6-4=2\text{A}$$

$$U_{OC}=6\times 2=12\ \text{V}$$





(2) 求 R_0 方法1：网络中的开路电压 U_{OC} 除以短路电流 I_{SC}。



$$I_{SC}=0.9I_{SC}+6-4$$

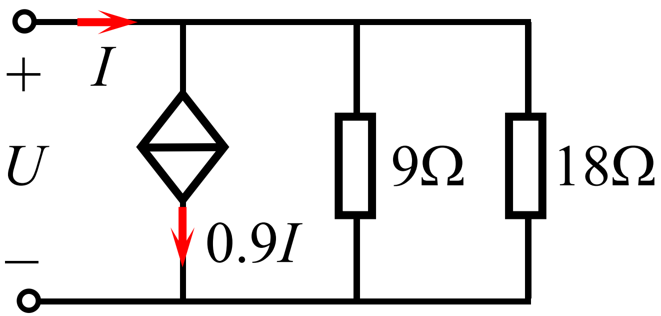
$$I_{SC}=20\text{ A}$$

$$R_0=\frac{U_{OC}}{I_{SC}}=\frac{12}{20}=0.6\,\Omega$$

$R_O = U_{OC}/I_{SC}$

将单口网络端口短路，由短路电流和开路电压求R_O

方法2：网络中的独立源为零值，端钮上加电压求入端电流。

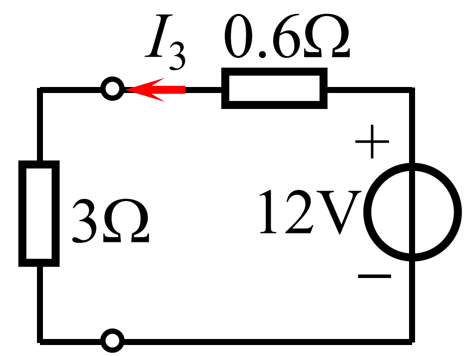


$$I=0.9I+\frac{U}{9}+\frac{U}{18}\qquad 0.1I=\frac{U}{6}$$

$$R_0=\frac{U}{I}=0.6\Omega$$

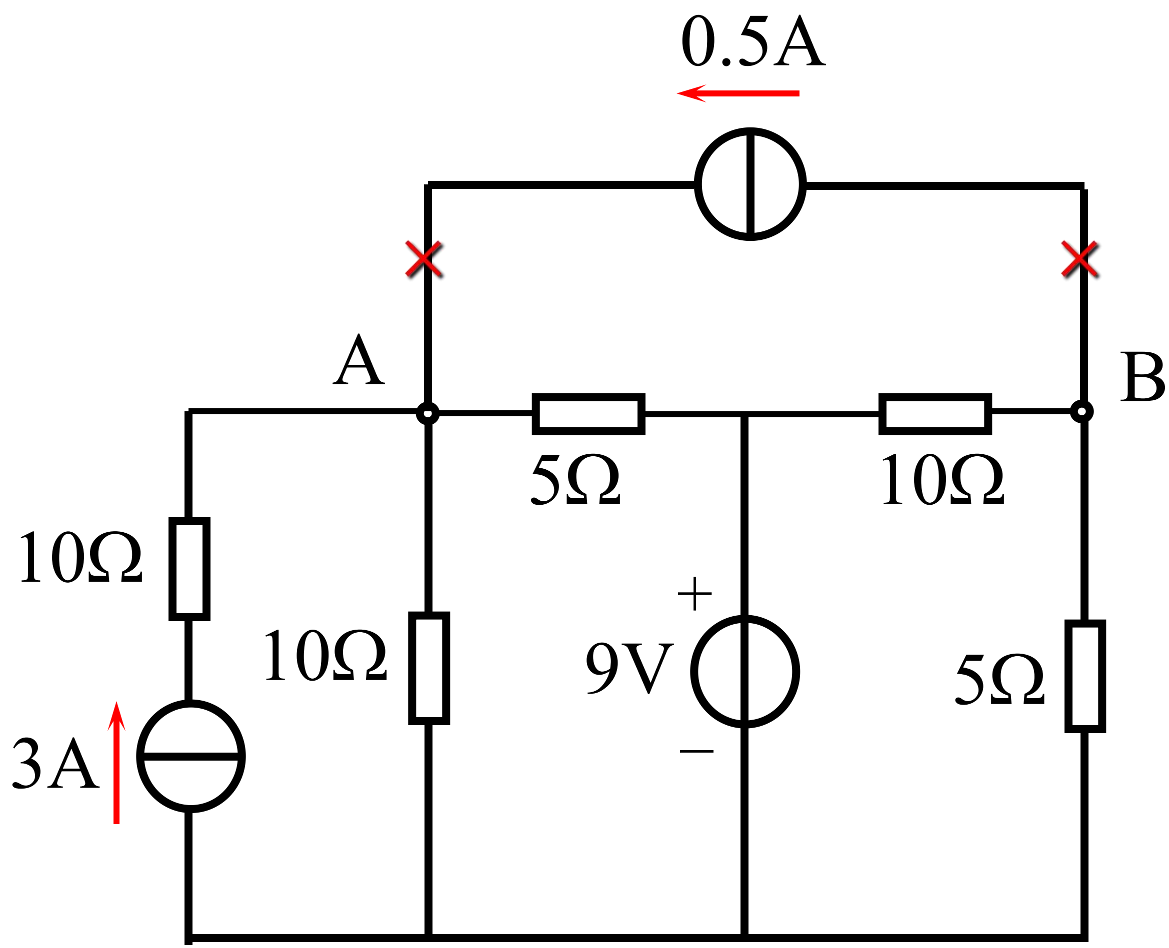
求R_O时除去独立源，但要保留受控源

(3) 求 I_3： $I_3=\dfrac{12}{3+0.6}=\dfrac{10}{3}\text{ A}$

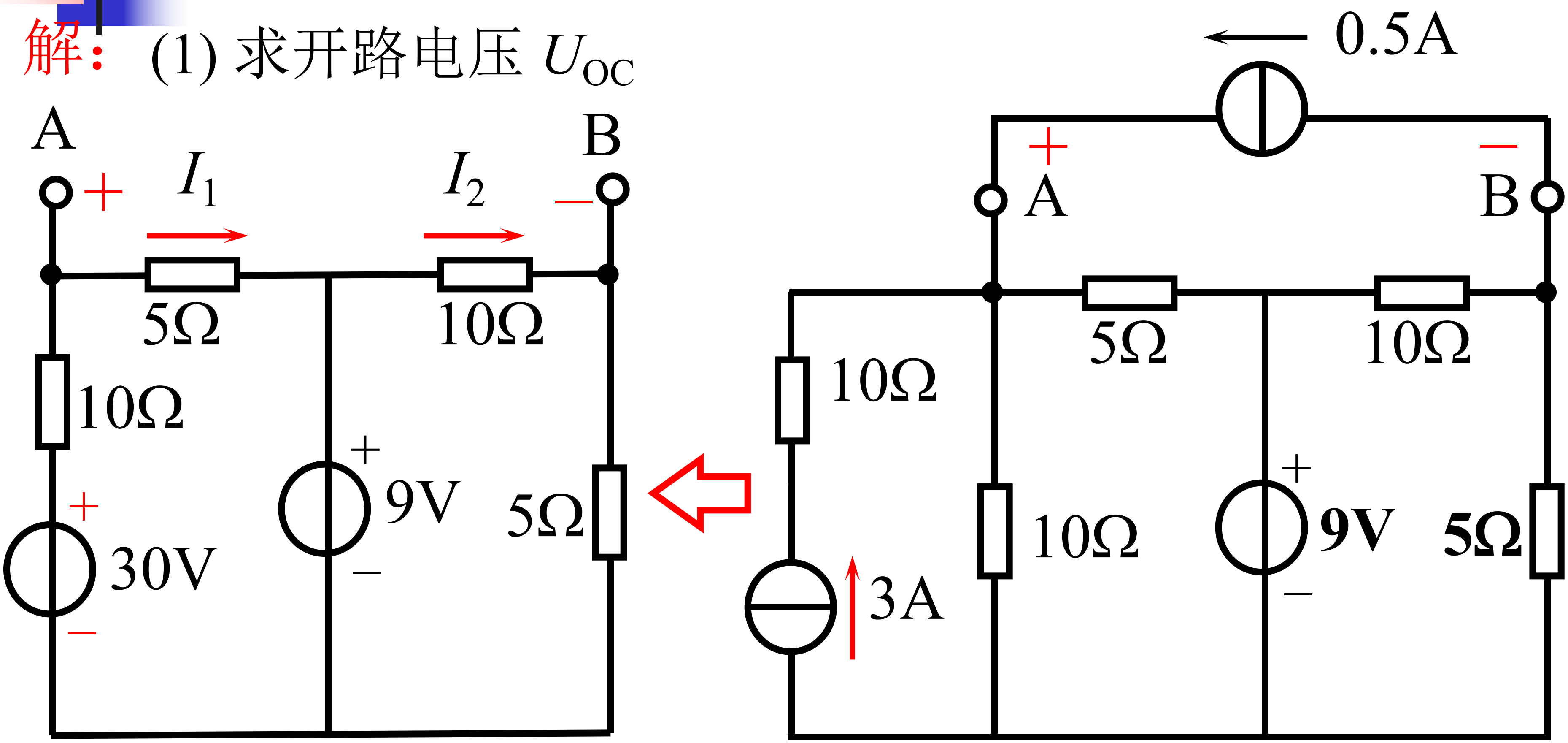


§ 4-6 戴维南定理(补充例题)

例6：用戴维南定理求图中 A、B 两点的电压 U_{AB}。



解：(1) 求开路电压 U_{OC}

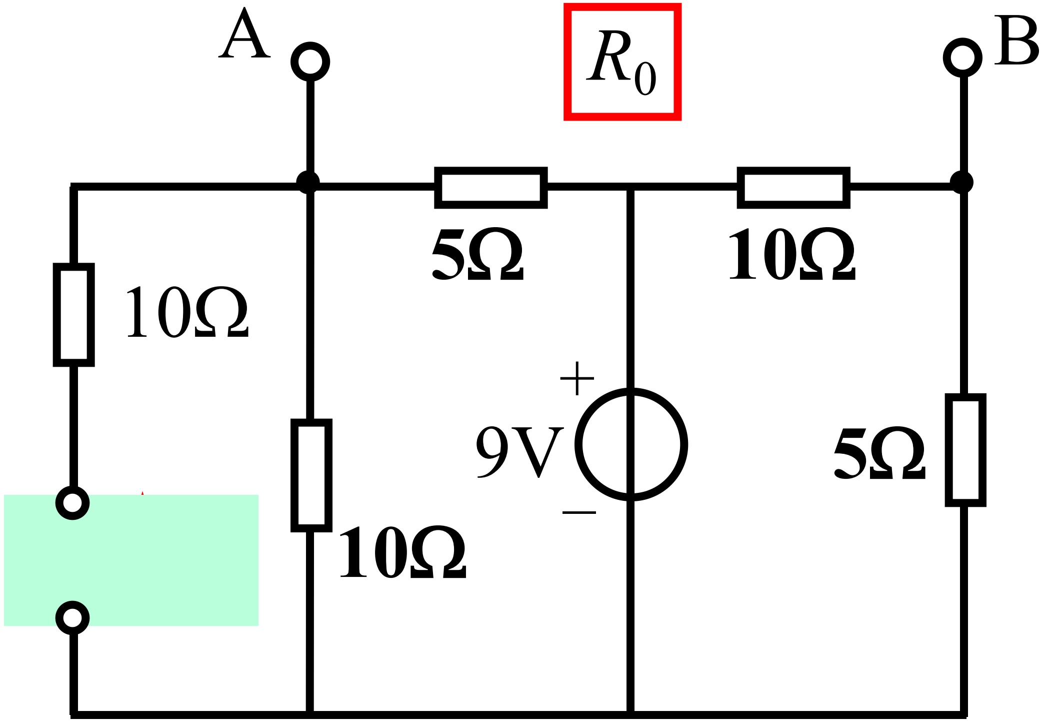


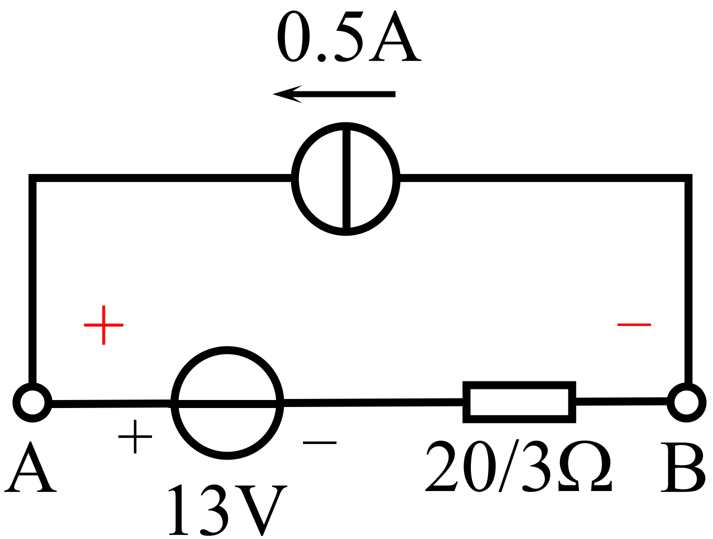
$$15I_1 + 9 - 30 = 0 \qquad I_1 = 1.4\text{A}$$

$$15I_2 - 9 = 0 \qquad I_2 = 0.6\text{A}$$

$$U_{OC} = U_{AB} = 5I_1 + 10I_2$$
$$= 1.4 \times 5 + 10 \times 0.6$$
$$= 13\text{V}$$

解： (2) 求 R_0 (3) 求 U_{AB}

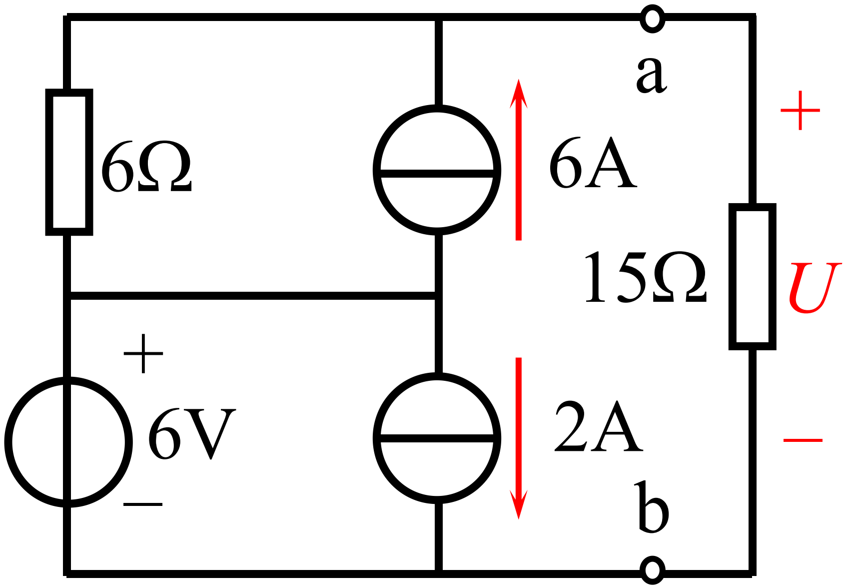


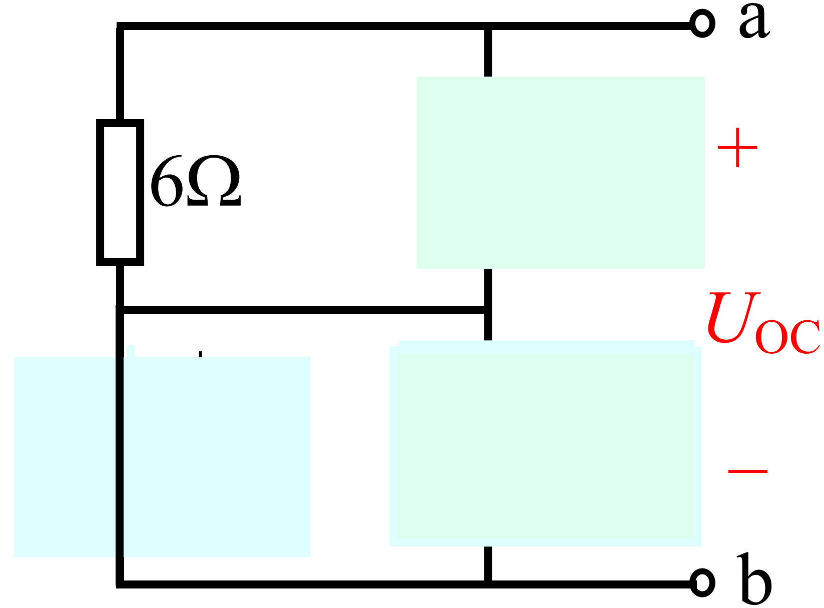


$$R_0 = R_{AB}$$
$$= 10//5 + 10//5$$
$$= 20/3\ \Omega$$

$$U_{AB} = 13 + 0.5 \times 20/3$$
$$= 16.33\text{V}$$

例7 用戴维南定理计算图示电路中电流I和电压U。





解：(1)将待求支路提出，并求U_{OC}

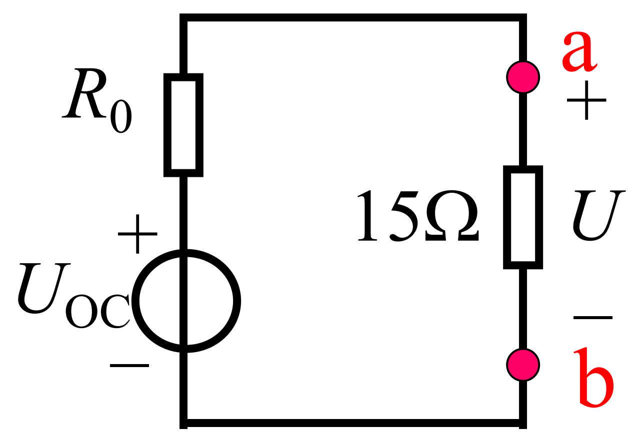
$$U_{OC}=6\times6+6=42V$$

(2)求无源二端网络的等效电阻R_0

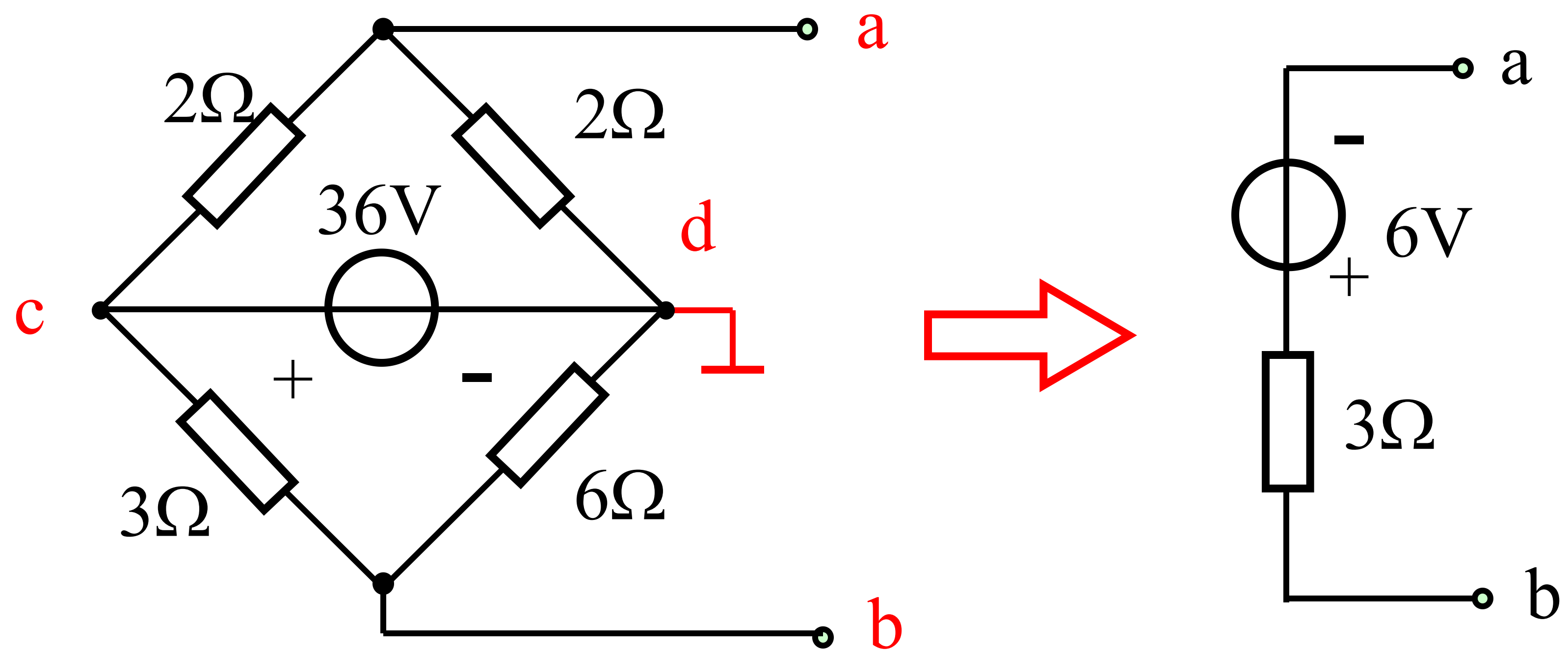
$$R_0=6\Omega$$

(3)由简化的电路求出I，U

$$I=2A\ ,\quad U=30V$$



例8 求下列电路的戴维南等效电路。



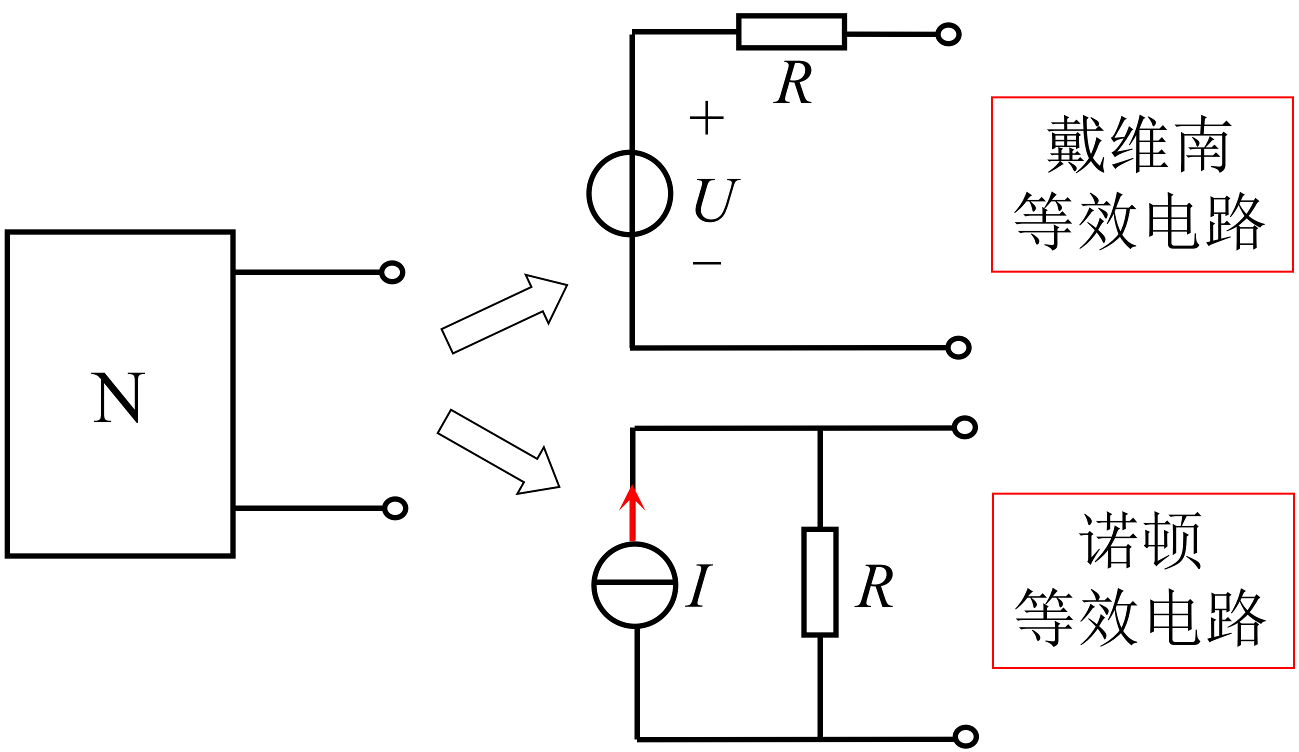
$$U_{oc}=U_{ab}=V_a-V_b=\frac{1}{2}\times 36-\frac{6}{9}\times 36=-6V$$

$$R_0=2//2+3//6=3\Omega$$

§4-7 诺顿定理

等效电源定理（戴维南定理和诺顿定理）

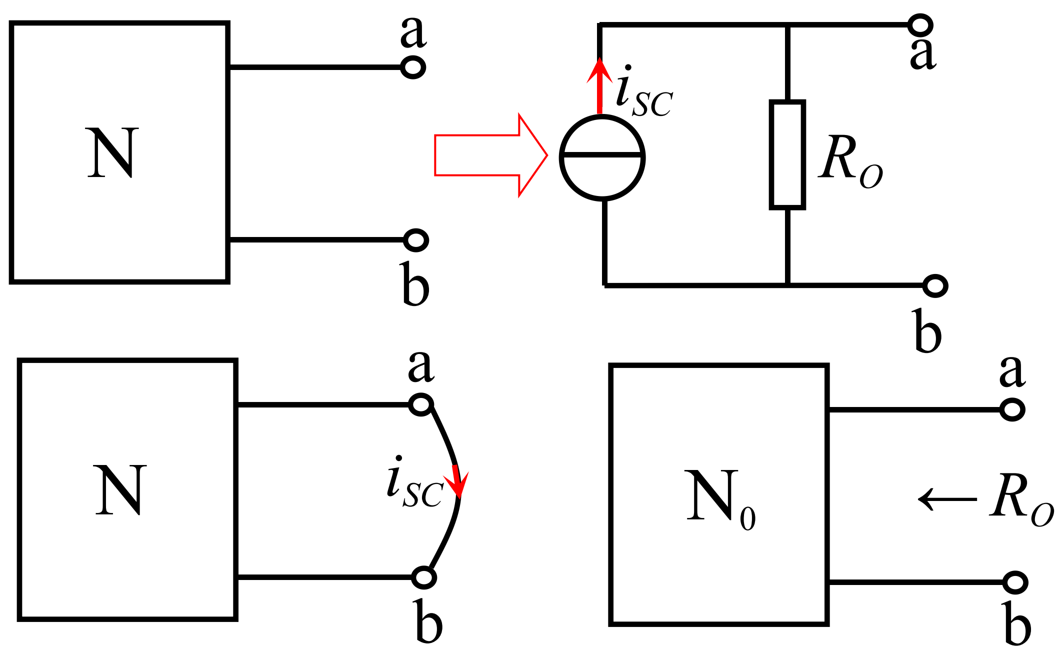
含独立源和线性电阻、线性受控源的单口网络，就其端口来说，总可以化简为一个电压源与电阻串联的组合或者是一个电流源与电阻并联的组合。（对偶量）



§4-7 诺顿定理

1. 诺顿定理的内容

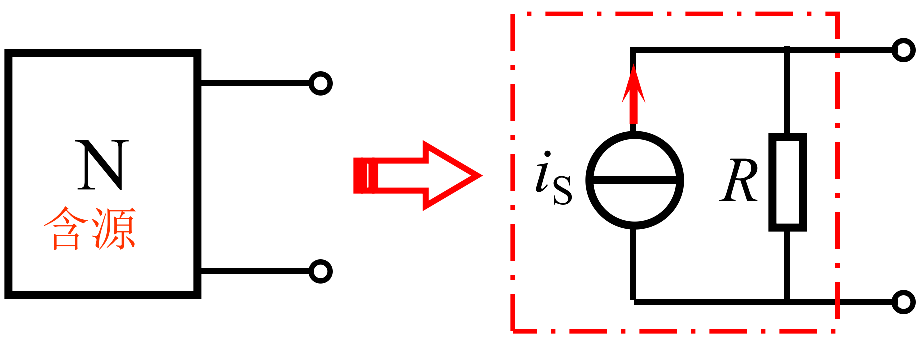
由线性电阻、线性受控源和独立源组成的线性单口网络 N，就其端口来看，可以等效为一个电流源与电阻并联的组合。电流源的电流等于网络N的短路电流 i_{SC}；电阻等于网络中所有独立源为零值时的入端等效电阻。



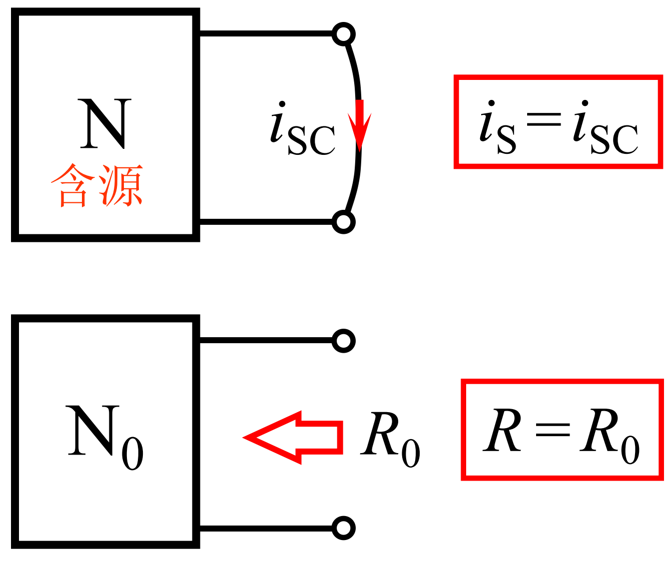
§ 4-7 诺顿定理

1. 诺顿定理的内容

由线性电阻、线性受控源和独立源组成的线性单口网络 N，就其端口来看，可以等效为一个电流源与电阻并联的组合。电流源的电流等于网络N的短路电流 i_{SC}；电阻等于网络中所有独立源为零值时的入端等效电阻。



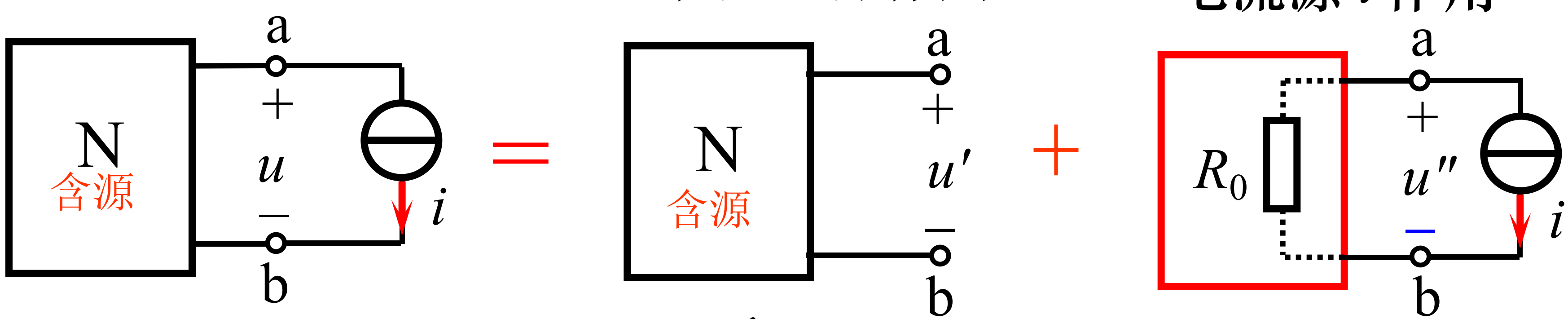
诺顿等效电路



参照戴维南定理的证明方法证明诺顿定理

3. 戴维南定理的证明

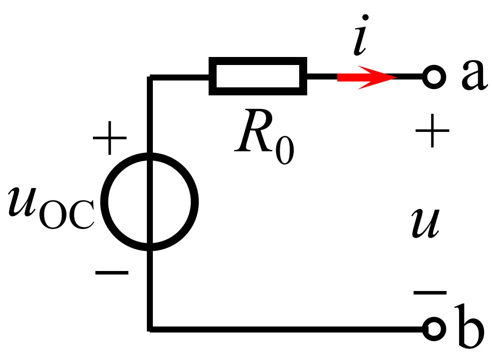
N中独立源作用　　　　电流源 i 作用

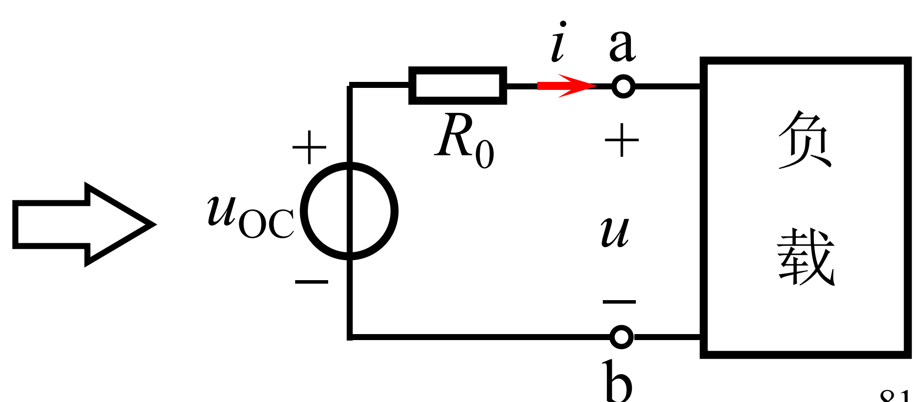


$u' = u_{OC}$　　　　$u'' = -iR_0$

(2) 应用叠加原理

$u = u' + u'' = u_{OC} - iR_0$　　— 与电压源的伏安关系相同

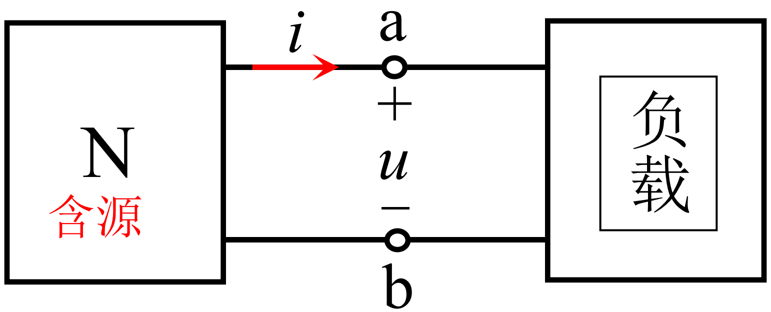




$u = u_{OC} - iR_0$

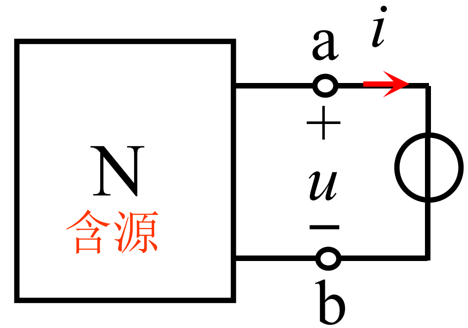
§ 4-7 诺顿定理

2. 诺顿定理的证明



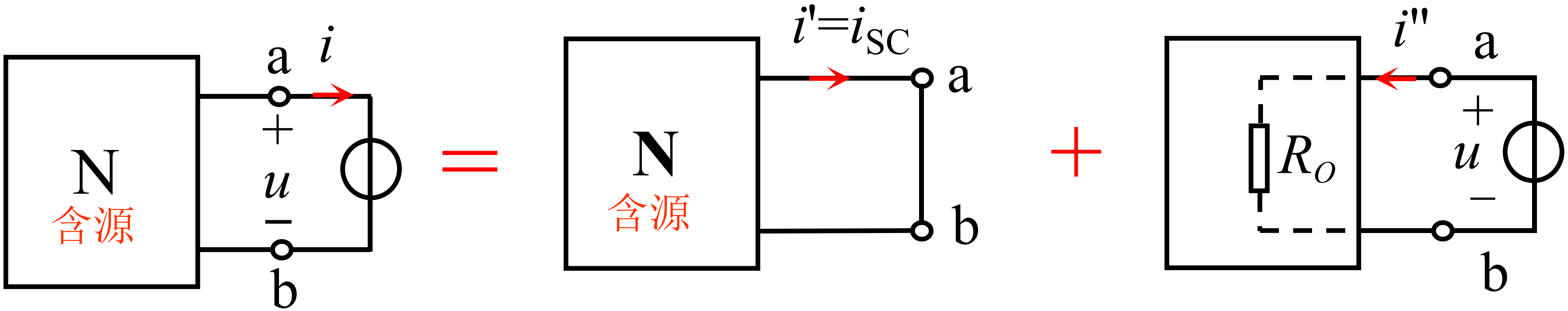
线性含源网络　　线性或非线性

置换定理



负载用电压源置换

对置换后的电路实施叠加原理



N中独立源单独作用

$i' = i_{SC}$

u单独作用

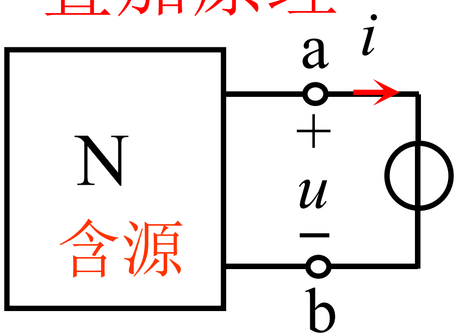
$i'' = u / R_O$

§4-7 诺顿定理

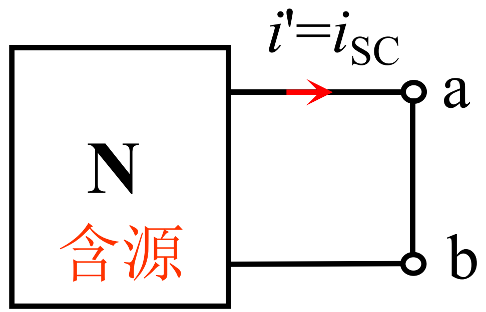
2. 诺顿定理的证明

对置换后的电路实施叠加原理

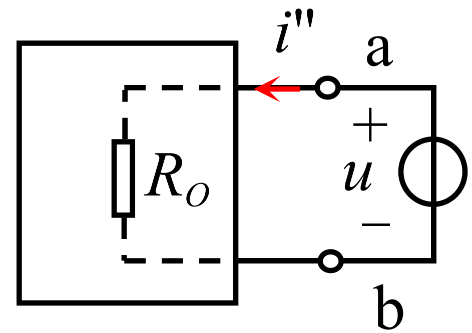
叠加原理



=



+

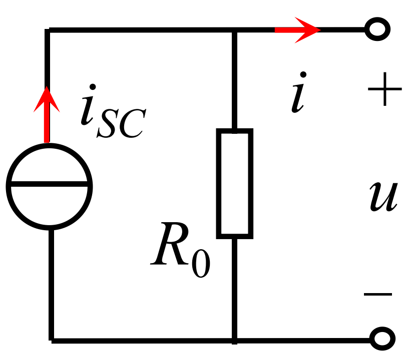


N中独立源单独作用

u单独作用

$i'=i_{SC}$

$i''=u/R_o$



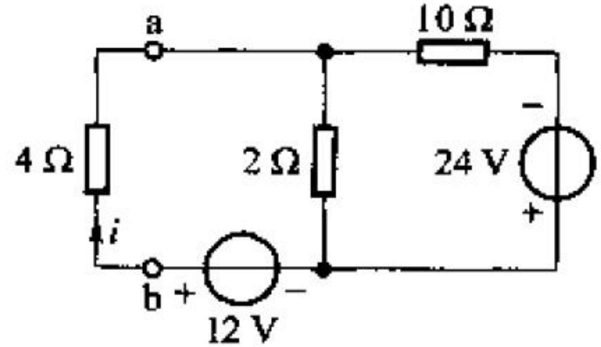
诺顿等效电路

叠加原理

$$i=i'-i''=i_{SC}-u/R_o$$

第4版P144:例4-17、第5版P164:例4-18

例 用诺顿定理求所示电路中流过 4 Ω 电阻的电流 i。



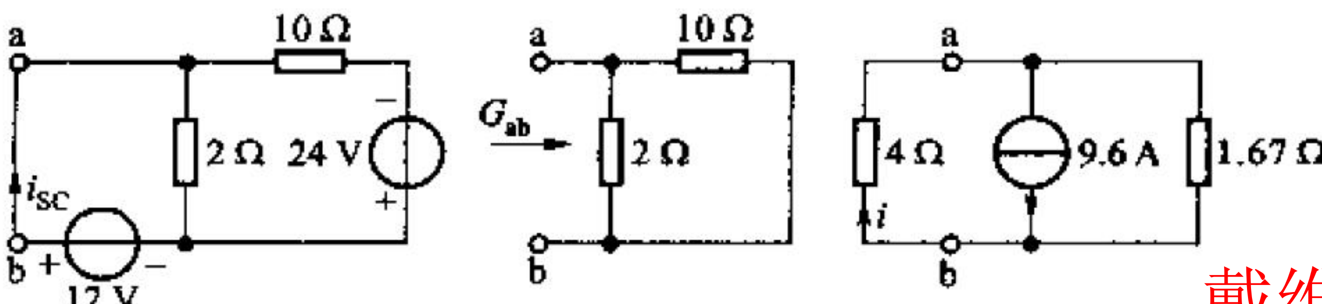
解 原电路除 4 Ω 电阻以外为拟化简的单口网络

为求诺顿等效电路单口网络络短路，求短路电流 i_{SC}

根据叠加原理，可得

$$i_{SC}=\left(\frac{24}{10}+\frac{12}{\frac{10\times 2}{10+2}}\right)\text{A}=(2.4+7.2)\text{ A}=9.6\text{ A}$$

再把拟化简的单口网络中的电压源用短路代替，



(a) 求 i_{SC}　　(b) 求 G_o　　(c) 求 i

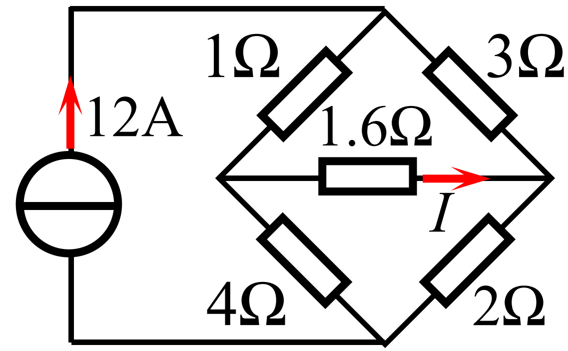
戴维南定理呢？

$G_o=G_{ab}=\frac{6}{10}\text{ S}$　诺顿等效电导 G_o 为戴维南等效电阻 R_o 的倒数 $R_o=1.67\ \Omega=\frac{1}{G_o}$

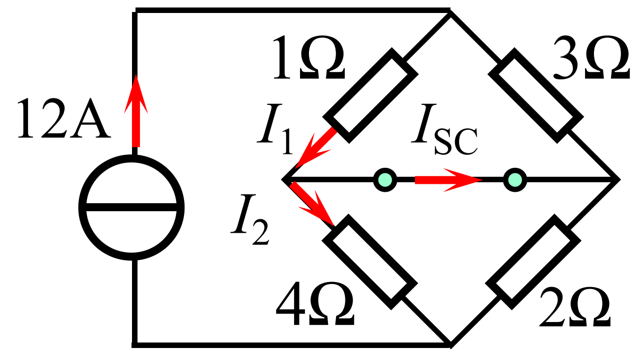
求得诺顿等效电路后，再把 4 Ω 电阻接上，得　$i=\left(9.6\times\frac{1.67}{4+1.67}\right)\text{ A}=2.83\text{ A}$

3. 诺顿定理的应用

例1：用诺顿定理求图示电路中电流 I。



解：(1) 求短路电流 I_{SC}

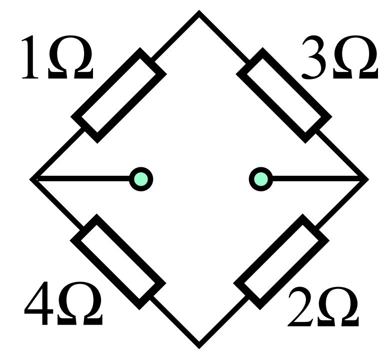


$$I_1=\frac{3}{1+3}\times 12=9\ \text{A}$$

$$I_2=\frac{2}{4+2}\times 12=4\ \text{A}$$

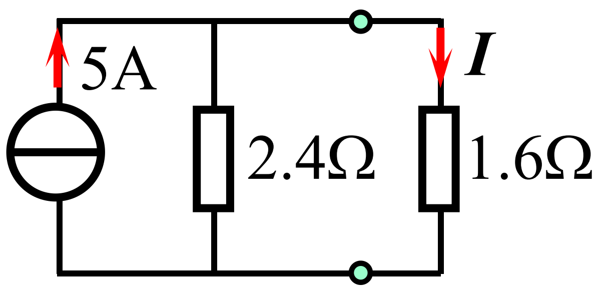
$$I_{SC}=I_1-I_2=9-4=5\ \text{A}$$

(2) 求 R_0 $\quad R_0=(1+3)//(4+2)=2.4\ \Omega$



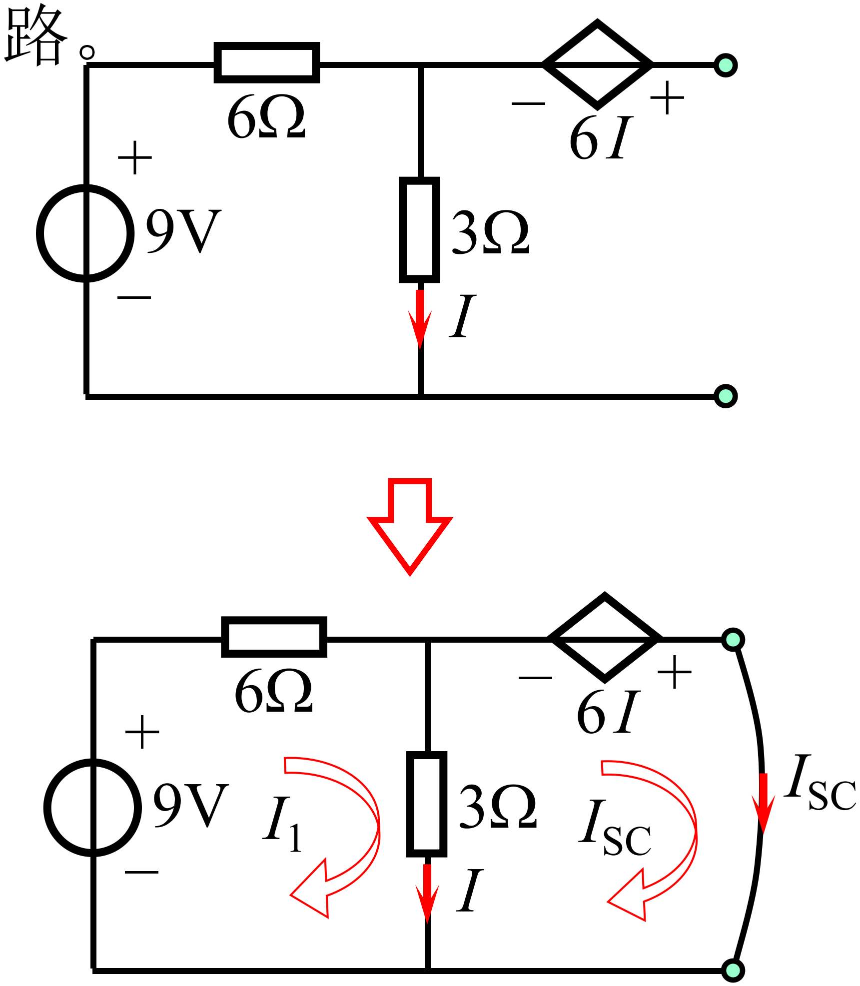
(3) 求电流 I

$$I=\frac{2.4}{2.4+1.6}\times 5=3\ \text{A}$$



3. 诺顿定理的应用

例2： 求图示电路的诺顿等效电路。



解：(1) 求短路电流 I_{SC}

列网孔KVL方程

$$(6+3)I_1-3I_{SC}=9$$

$$-3I_1+3I_{SC}=6I$$

代入 $I=I_1-I_{SC}$

有 $3I_1-3I_{SC}=0$

$$I_1=I_{SC}$$

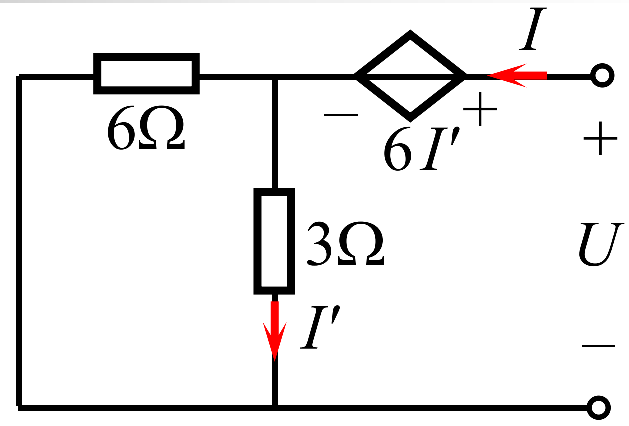
$$I_1=I_{SC}=1.5\text{ A}$$

$$I=0$$

3. 诺顿定理的应用

(2) 求 R_0

方法1：独立源为零值，外加电压源 U，求电流 I。

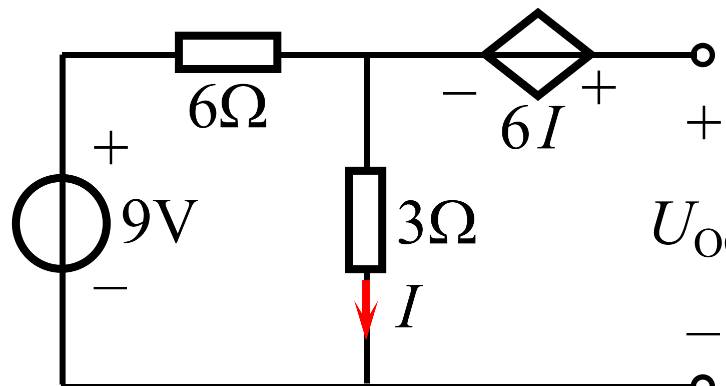


$$I' = \frac{6}{3+6} \cdot I = \frac{6}{9} I$$

$$U = 6I' + 3I' = 9I' = 6I$$

$$R_0 = \frac{U}{I} = 6\Omega$$

方法2：开路电压比短路电流

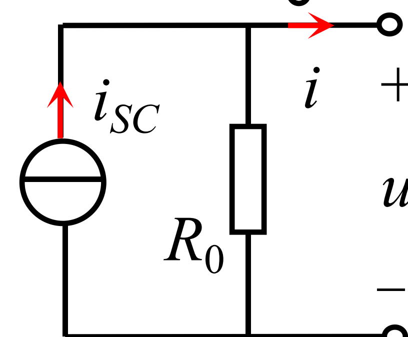


$$I = \frac{9}{3+6} = 1\text{A}$$

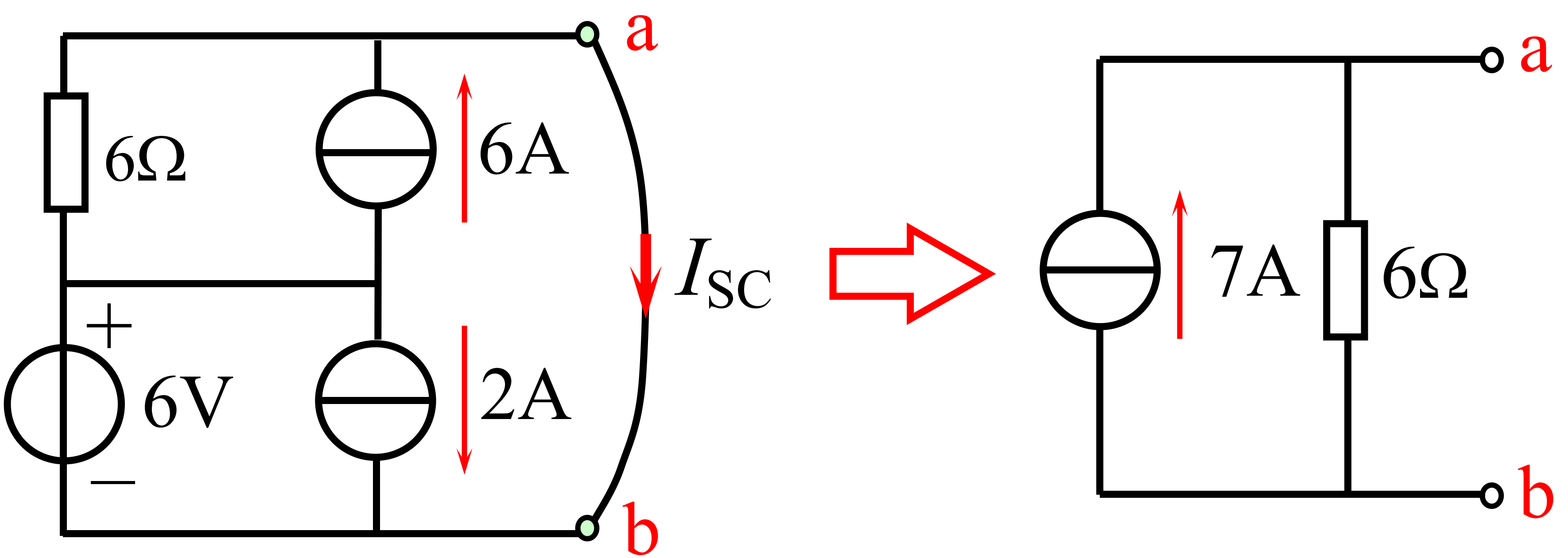
$$U_{OC} = 6I + 3I = 9I = 9\ \text{V}$$

$$I_{SC} = 1.5\ \text{A}$$

$$R_0 = \frac{U_{OC}}{I_{SC}} = \frac{9}{1.5} = 6\ \Omega$$



例2 求下列电路的诺顿等效电路。



基于叠加原理求 I_{SC}！

$I_{SC} = 6 + 6/6 = 7A$　　　　$R_0 = 6\Omega$

$I_S = 2A$ 对 I_{SC} 没有贡献！

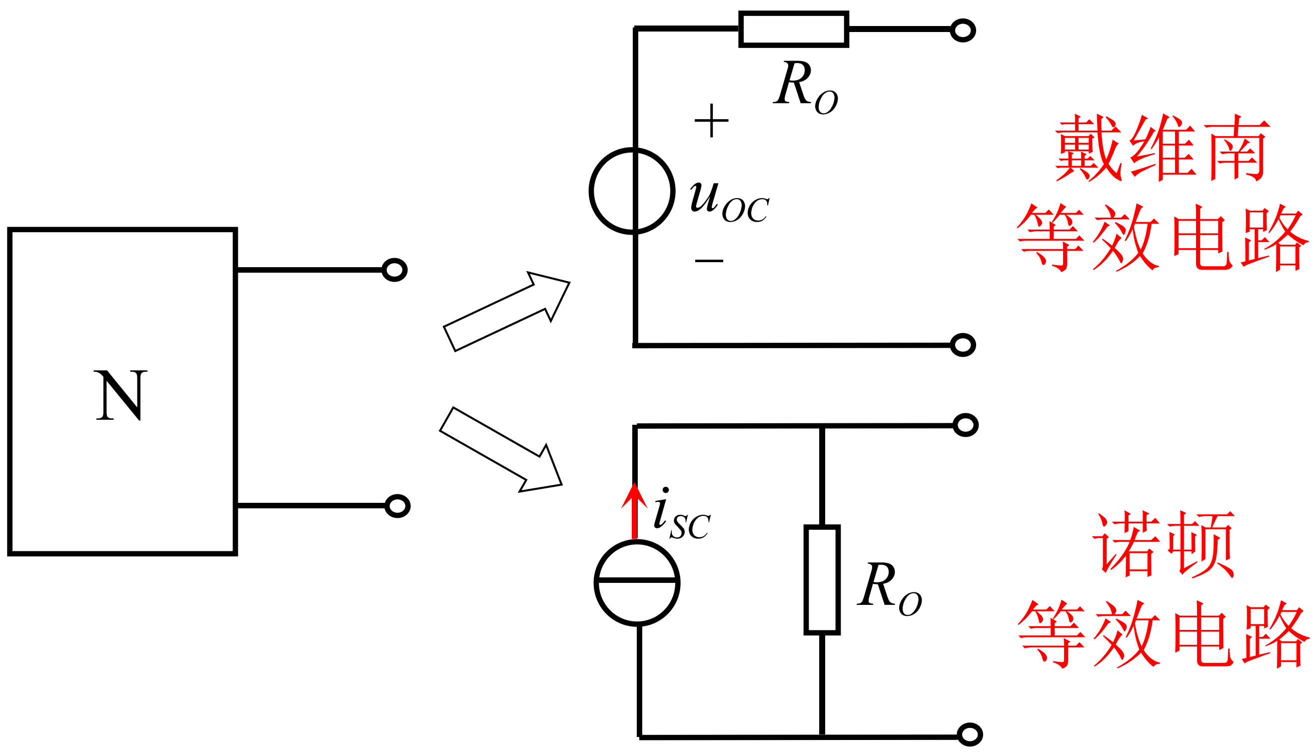
等效电源定理小结

1. 戴维南定理：

任意线性有源单口网络可以用恒压源E串电阻R来等效代替；

2. 诺顿定理：

任意线性有源单口网络可以用恒流源 I_S 并电阻R来等效代替。



等效电源定理小结

1. 戴维南定理：

任意线性有源单口网络可以用恒压源E串电阻R来等效代替;

诺顿定理：

任意线性有源单口网络可以用恒流源 I_S 并电阻R来等效代替。

2. 利用等效电源定理求解电路的步骤

(1) 将欲求支路的电路元件去掉, 其余部分作为有源单口网络N;

(2) 求有源单口网络N的开路电压 U_{OC} 或短路电流 I_{SC};

(3) 将 N 除源, 使其成为无源单口网络 N_0, 求等效电阻R_0;

(4) 将原支路接在戴维南(诺顿)等效电路上, 求电量 I (U) 。

3. 利用等效电源定理求解电路的方法

对于单口网络

(1) 求 u_{OC}、i_{SC} 可用所学过的所有方法：如节点分析法、网孔分析法、叠加原理、支路电流法、分压/分流公式等等。

(2) 求 R_0 的方法

★ 单口网络中所有独立源为零值，用串并联公式化简；

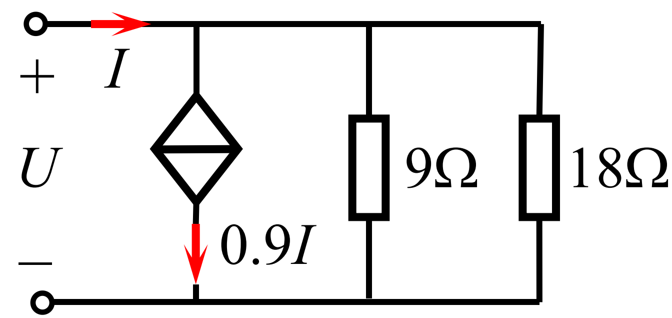
★ 单口网络中所有独立源为零值，端钮上加电压源 u (或电流源 i)，求入端电流 i (或端钮电压 u)；

$$R_0 = u / i$$

★ 开路电压比短路电流 $R_0 = u_{OC} / i_{SC}$ （此时所有电源均保留）

3. 利用等效电源定理求解电路的方法

(3) 含受控源电路的分析方法



★ 控制量和被控制量要在同一部分。

★ 求等效电阻R_0时要计入受控源的作用，独立源置零值时，受控源要保留。

★ 求 R_0 时只能用外加电源法和开路电压/短路电流法。

4. 等效电源定理说明

1. 戴维南定理和诺顿定理十分重要，可简化复杂电路，即将不需要进行研究的有源二端网络用戴维南或诺顿等效来代替，以利分析计算。

2. 如果外部电路为非线性电路，定理仍然适用。

3. 并非任何线性含源单口网络都有戴维南或诺顿等效电路。如只能等效为一个理想电压源或理想电流源，那么它就只具有其中一种等效电路。

4. 受控源电路：外电路不能含有控制量，在单口网络N_S之中的受控源，其控制量可以是单口网络的端口电压或端口电流。

4. 等效电源定理说明

端口加电压u，有电流i，列某个回路的KVL方程；或者是：流入电流i，部分大支路上所有元件电压降之和为u；或者是：流入总电流i，与所有并行支路上所有元件的电流之和关系；

$$R_0 = {}^{u}\!/_{i}$$