

8.5. 边界为简单回路 $abcefegecdcba$.

$$\deg(R_i) = 12$$

8.7 根据两个图的平面嵌入, 每个面的次数均为3,
所以都是极大平面图.

8.14. (1). 设 G 是连通的.

根据欧拉公式: $n - m + r = 2$.

$$\because \delta(G) \geq 3 \Rightarrow 2m \geq 3n = 3(n - r + 2).$$

$$\Rightarrow m \leq 3r - 6.$$

假设每个面的次数至少为5.

$$\Rightarrow 2m \geq 5r.$$

$$\Rightarrow 3r - 6 \geq m \geq \frac{5}{2}r.$$

得 $r \geq 12$, 当 $r < 12$ 时必存在次数小于或等于4的面

(2). 当 $r = 12$ 时, (1) 中结论不真.

8.24. 由 $G \cong G^*$ 及 G^* 的连通性可知, G 是连通平面图, 且 $n^* = n$

$$m^* = m, \quad r^* = r.$$

$$n - m + r = 2.$$

$$\Rightarrow m = n + r - 2.$$

$$r = r^* = n. \text{ 从而有 } m = 2n - 2$$