2.4 (1) 为假. 反例:

$A=\{1\}$, $B=\emptyset$, $C=\{2\}$.

(2). 为真.

$$\begin{aligned}\langle x,y\rangle \in A\times(B\cap C) &\Leftrightarrow x\in A \wedge y\in B\cap C\\ &\Leftrightarrow x\in A \wedge y\in B \wedge y\in C\\ &\Leftrightarrow (x\in A \wedge y\in B)\wedge(x\in A\wedge y\in C)\\ &\Leftrightarrow \langle x,y\rangle \in A\times B \wedge \langle x,y\rangle\in A\times C\\ &\Leftrightarrow \langle x,y\rangle \in (A\times B)\cap(A\times C).\end{aligned}$$

(3). 为真, 令 $A=\emptyset$ 即可.

(4) 为假. 反例: $A=\emptyset$

2.7 $A=\{2,3,4\}$.

$I_A=\{\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 4,4\rangle\}$

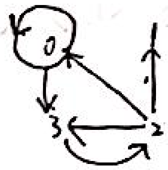
$E_A=\{\langle 2,3\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 3,4\rangle,\langle 4,2\rangle,\langle 4,3\rangle\}$.

$L_A=\{\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 3,4\rangle,\langle 4,4\rangle\}$

$D_A=\{\langle 2,2\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 4,4\rangle\}$

2.12. $R=\{\langle 0,0\rangle,\langle 0,3\rangle,\langle 2,0\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle\}$.

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\1&1&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$$



2.14. $R=\{\langle 0,1\rangle,\langle 0,2\rangle,\langle 0,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 2,3\rangle\}$.

$R\circ R=\{\langle 0,2\rangle,\langle 0,3\rangle,\langle 1,3\rangle\}$.

$R^{-1}=\{\langle 1,0\rangle,\langle 2,0\rangle,\langle 3,0\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 3,2\rangle\}$.

$R\restriction\{0,1\}=\{\langle 0,1\rangle,\langle 0,2\rangle,\langle 0,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 1,3\rangle\}$.

$R[\{1,2\}]=\{2,3\}$.

2.20. (1). 取 $\langle x,y\rangle$. $\langle x,y\rangle\in(R_1\cup R_2)^{-1}\Leftrightarrow\langle y,x\rangle\in R_1\cup R_2$ (2) 类似可证

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \langle y,x\rangle\in R_1 \vee \langle y,x\rangle\in R_2\\ &\Leftrightarrow \langle x,y\rangle\in R_1^{-1}\vee\langle x,y\rangle\in R_2^{-1}\\ &\Leftrightarrow \langle x,y\rangle\in R_1^{-1}\cup R_2^{-1}\end{aligned}$$

2.21 $A=\{1,2,\cdots,10\}$

$R=\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in A, x+y=10\}$

$1+1\neq 10$, R不是自反的.

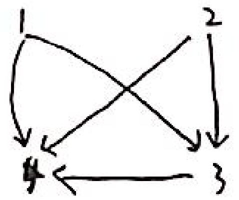
$5+5=10$, R不是反自反的.

$x+y=10 \Leftrightarrow y+x=10$. R是对称的.

R不是传递的.

2.22.

(1).



(2). 反自反, 反对称, 传递.

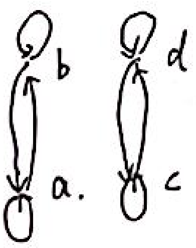
2.26. (1). $R^2=\{\langle 1,3\rangle,\langle 3,3\rangle\}$. $R^3=\{\langle 1,3\rangle,\langle 3,3\rangle\}$.

(2). $r(R)=\{\langle 1,1\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 1,5\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,5\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 4,5\rangle,\langle 5,5\rangle,\langle 6,6\rangle\}$

$s(R)=\{\langle 1,5\rangle,\langle 5,1\rangle,\langle 2,5\rangle,\langle 5,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 4,5\rangle,\langle 5,4\rangle\}$.

$t(R)=\{\langle 1,3\rangle,\langle 1,5\rangle,\langle 2,5\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 4,5\rangle\}$.

2.33. $[a]=[b]=\{a,b\}$, $[c]=[d]=\{c,d\}$.



2.35. 当 $|A|=1$ 时, $P(A)-\{\varnothing\}$ 构成 A 的划分;

如果 $|A|>1$, 那么不构成划分

2.36.

(1). 任取 $\langle x,y\rangle$.

$$\langle x,y\rangle \in A\times B \Rightarrow x-y = x-y \Rightarrow \langle x,y\rangle R\langle x,y\rangle$$

$$\langle x,y\rangle R\langle u,v\rangle \Rightarrow x-y = u-v \Rightarrow u-v = x-y \Rightarrow \langle u,v\rangle R\langle x,y\rangle$$

$$\langle x,y\rangle R\langle u,v\rangle \wedge \langle u,v\rangle R\langle s,t\rangle \Rightarrow x-y=u-v \wedge u-v=s-t$$
$$\Rightarrow x-y=s-t$$
$$\Rightarrow \langle x,y\rangle R\langle s,t\rangle.$$

(2) $\{\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 4,4\rangle\}, \{\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,4\rangle\}, \{\langle 1,3\rangle,\langle 2,4\rangle\},$
$\{\langle 1,4\rangle\}, \{\langle 4,1\rangle\}, \{\langle 3,1\rangle,\langle 4,2\rangle\}, \{\langle 2,1\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 4,3\rangle\}\}.$

2.40.

(1). $\forall \langle a,b\rangle \in N\times N.\ b=b. \Rightarrow \langle a,b\rangle R\langle a,b\rangle$. R是自反的.

$\forall \langle a,b\rangle,\langle c,d\rangle \in N\times N,\ \langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle \Leftrightarrow b=d \Rightarrow d=b \Leftrightarrow \langle c,d\rangle R\langle a,b\rangle.$

R是对称的.

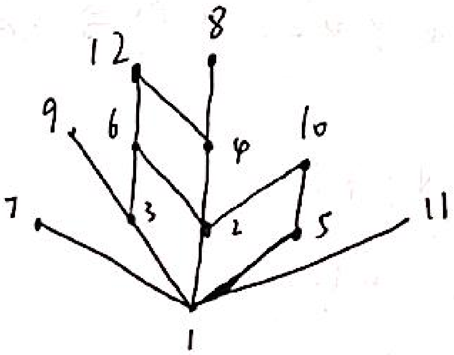
$\forall \langle a,b\rangle,\langle c,d\rangle,\langle e,f\rangle \in N\times N.$

$\langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle \wedge \langle c,d\rangle R\langle e,f\rangle \Leftrightarrow b=d \wedge d=f \Rightarrow b=f \Leftrightarrow \langle a,b\rangle R\langle e,f\rangle.$

R是传递的.

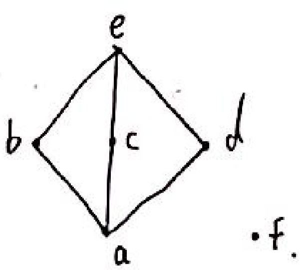
(2). $N\times N/R = \{N\times\{n\} \mid n\in N\}.$

2.43. (b).



2.46.

(1).



极大元: e.f.

极小元: a.f.

没有最大元和最小元.

2.47. B的上确界为12，最小上界也是12.

下界为1，最大下界也是1.

2.48 $\forall \langle a,b\rangle \in A\times B$，$aRa \wedge bSb \Rightarrow \langle a,b\rangle T\langle a,b\rangle$.

故T是自反的.

证反对称性：

$\langle a_1,b_1\rangle T\langle a_2,b_2\rangle \wedge \langle a_2,b_2\rangle T\langle a_1,b_1\rangle \Leftrightarrow (a_1Ra_2 \wedge b_1Sb_2)\wedge(a_2Ra_1 \wedge b_2Sb_1)$

$\Leftrightarrow (a_1Ra_2 \wedge a_2Ra_1)\wedge(b_1Sb_2 \wedge b_2Sb_1)$.

$\Rightarrow a_1=a_2 \wedge b_1=b_2$

$\Rightarrow \langle a_1,b_1\rangle=\langle a_2,b_2\rangle$.

证传递性：

$\langle a_1,b_1\rangle T\langle a_2,b_2\rangle \wedge \langle a_2,b_2\rangle T\langle a_3,b_3\rangle \Leftrightarrow (a_1Ra_2 \wedge b_1Sb_2)\wedge(a_2Ra_3 \wedge b_2Sb_3)$.

$\Rightarrow (a_1Ra_2 \wedge a_2Ra_3)\wedge(b_1Sb_2 \wedge b_2Sb_3)$.

$\Rightarrow a_1Ra_3 \wedge b_1Sb_3$

$\Rightarrow \langle a_1,b_1\rangle T\langle a_3,b_3\rangle$.

2.49.

(1). $\forall x\in A \Rightarrow xRx \Leftrightarrow xSx$. S是自反的.

$\forall x,y \in A$，$xSy \wedge ySx \Leftrightarrow ySx \wedge xRy \Rightarrow x=y$. S是反对称的.

$\forall x,y,z \in A$，$xSy \wedge ySz \Leftrightarrow yRx \wedge zRy \Rightarrow zRy \wedge yRx \Rightarrow zRx \Rightarrow xSz$.

(2). R：是整数集上的大于等于. S：小于等于.

R：是整数集上的整除关系，S：倍数关系

(3). $\langle A,R\rangle$中的极大元为$\langle A,S\rangle$中的极小元.

$\langle A,R\rangle$中的最大元为$\langle A,S\rangle$中的最小元.