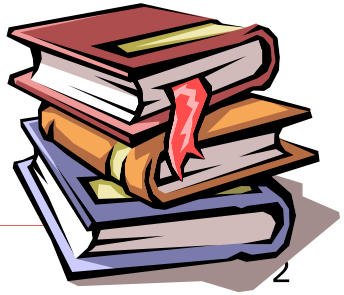
# 离 散 数 学

北京理工大学 计算机学院
刘琼昕

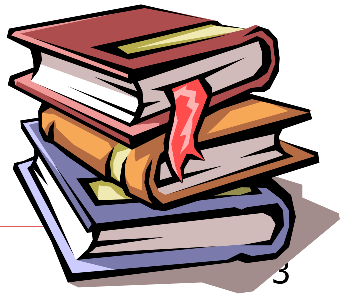
# 绪 论

- 离散数学是研究离散量的结构及相互关系的学科，其研究对象一般是有限个或可数个元素。它充分描述了计算机科学离散性的特点，在计算机理论研究及软、硬件开发的各个领域有着广泛的应用。
- 离散数学形成于二十世纪七十年代初期，是现代数学的重要分支。



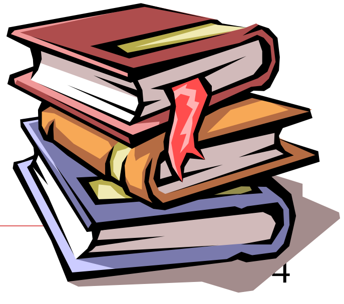
# 绪 论

- 离散数学在计算机科学中起着工具性的作用。
- 离散数学与计算机科学中的数据结构、算法分析与设计、数据库原理与设计、人工智能、操作系统、编译原理、计算机网络等课程联系紧密。
- 先修课为高等数学、线性代数和计算机导论。



# 教学目的

- 为计算机专业理论讲授作好必要的知识准备;
- 培养抽象思维和推理能力;
- 培养解决实际问题的能力.



# 教材及参考书

- 《离散数学》
  - 屈婉玲等编著 高等教育出版社出版
- 《离散数学》
  - 左孝凌  上海科学技术文献出版社
- 《离散数学及其应用》（中、英文版）
  - **Kenneth H.Rosen  机械工业出版社**
  - **http://www.mhhe.com/rosen**

# 考核与成绩评定

- 考核方式：闭卷考试
- 成绩构成：
  - 平时考查：30分
    （作业、上机、考勤、研究性报告）
  - 期末考试：70分

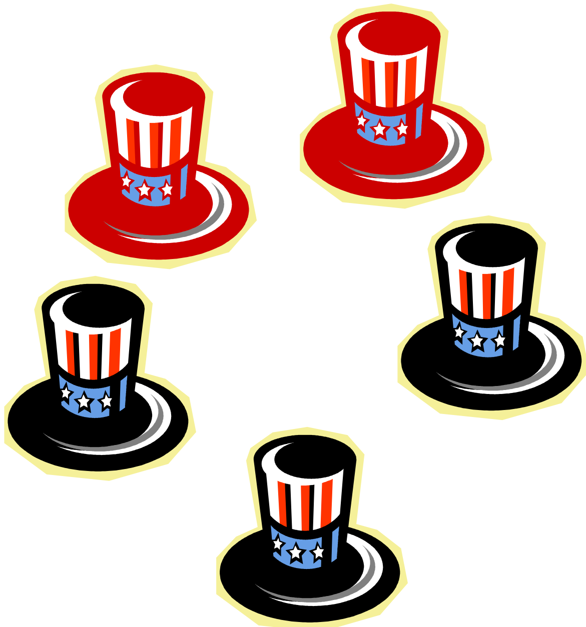
# 本书的主要内容

- 数理逻辑
- 集合论
- 代数结构
- 组合数学
- 图论
- 初等数论

# 第一部分 数理逻辑

北京理工大学 计算机学院
刘琼昕

# 土耳其商人和帽子



- 三个人：一个商人，两个应试者A和B。
- 五顶帽子，两顶是红色的，三顶是黑色的。
- 两个应试者看到商人头上戴的是一顶红帽子。
- 过了一会儿，A喊道："我知道我戴的帽子的颜色了"，请问他的帽子是什么颜色的？

# 数理逻辑

- 逻辑学是一门研究思维形式及思维规律的科学。
- 数理逻辑是用数学方法来研究推理的规律科学，就是引进一套符号体系的方法，所以又称为符号逻辑。
- 数理逻辑是现代计算机技术的基础 。

# 与计算机科学的联系

- 布尔电路：命题逻辑
- 计算理论：可计算性与计算复杂性
- 程序语义与验证技术
- SQL：本质上等价于一阶逻辑
- Prolog语言：以逻辑演算为基础
- 人工智能：非单调逻辑、模糊逻辑等非经典逻辑，语义网络，知识图谱……

# 第一部分 数理逻辑

爱德斯格·维伯·迪克斯特拉（**Edsger Wybe Dijkstra**）

**1930-2002**

- “我现在年纪大了,搞了这么多年软件,错误不知犯了多少,现在觉悟了。我想假如我早年在数理逻辑上好好下点功夫的话,我就不会犯这么多的错误。不少东西逻辑学家早就说了,可我不知道。要是我能年轻20岁,我要回去学逻辑。”

# 数理逻辑

莫绍揆
中国数理逻辑学家
（1917－2011）

- “事实上，它们（程序设计）或者就是数理逻辑，或者是用计算机语言书写的数理逻辑，或者是数理逻辑在计算机上的应用。”

# 说谎者悖论

一个人说:“我正在说谎。”

如果这个人说的是真话，那么根据他的话可以推知他说的是假话，矛盾。

如果这个人说的是假话，既“我没有说谎”，既他说的是真话，矛盾。

# 数理逻辑创始人

1eibniz
1646—1716

- 德国哲学家和数学家莱布尼茨是德国最重要的自然科学家、数学家、物理学家和哲学家，一个举世罕见的科学天才，和牛顿同为微积分的创建人。
- 莱布尼茨是现在公认的数理逻辑创始人，他的目的是建立一种“表意的符号语言”，其中把一切思维推理都化归为计算。实际上这正是数理逻辑的总纲领。

# 第一部分 数理逻辑

- 主要内容
  - 命题逻辑基本概念
  - 命题逻辑等值演算
  - 命题逻辑推理理论
  - 一阶逻辑基本概念
  - 一阶逻辑等值演算与推理

# 第一章 命题逻辑的基本概念

- 1.1 命题与联结词
  - 命题及其分类
  - 联结词与复合命题
- 1.2 命题公式及其赋值

# 1.1 命题与联结词

- 命题与真值
  - 命题：判断结果惟一的陈述句
  - 命题的真值：判断的结果
  - 真值的取值：真与假
  - 真命题与假命题
- 注意：

  感叹句、祈使句、疑问句都不是命题

  陈述句中的悖论不是命题

# 命题概念

例1 下列句子中那些是命题？

| | |
|---|---|
| (1) $\pi$ 是有理数. | 假命题 |
| (2) $2 + 5 = 7$. | 真命题 |
| (3) $x + 5 > 3$. | 不是命题 |
| (4) 你去教室吗？ | 不是命题 |
| (5) 这个苹果真大呀！ | 不是命题 |
| (6) 请不要讲话！ | 不是命题 |
| (7) 2050年元旦下大雪. | 命题(真值现在未知) |
| (8) 本命题是假的。 | 不是命题（悖论） |

# 命题分类

- 命题分类：简单命题（也称原子命题）与复合命题。
- 简单命题符号化
  - 用小写英文字母 $p, q, r, \ldots, p_i, q_i, r_i\ (i\geq 1)$ 表示简单命题。
- 用“1”表示真，用“0”表示假。例如，令
  - $p$：$\pi$是有理数，则 $p$ 的真值为0，
  - $q$：$2 + 5 = 7$，则 $q$ 的真值为1。

# 实例

- 将下面各命题中的出现原子命题符号化.
  - π是有理数是不对的。 $p$: π是有理数
  - 2是偶素数。 $p$: 2是偶数， $q$: 2是素数
  - 小张或小王是参赛选手。
    $p$:小张是参赛选手
    $q$:小王是参赛选手
  - 如果今天天气好，我就去打球。
    $p$: 今天天气好
    $q$: 我去打球
  - 我去打球当且仅当今天天气好。

# 否定联结词

- 定义1.1 设 $p$为命题，复合命题“非$p$”(或“$p$的否定”)称为$p$的否定式，记作$\neg p$，符号$\neg$称作否定联结词. 规定$\neg p$ 为真当且仅当$p$为假.

| $p$ | $\neg p$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

# 否定联结词实例

$p$：北京是一个大城市。

则有

$\neg p$：北京不是一个大城市。

$\neg p$：北京是一个大城市是不对的。

# 否定联结词实例

$q$：每个自然数都是偶数。

则有

$\neg q$：并非每个自然数都是偶数。

$\neg q$：每个自然数都是偶数是不对的。

$\neg q$：每个自然数不都是偶数。

# 合取联结词

- 定义1.2 设$p,q$为两个命题，复合命题“$p$并且$q$”(或“$p$与$q$”)称为$p$与$q$的合取式，记作$p \wedge q$，$\wedge$称作合取联结词. 规定$p \wedge q$为真当且仅当$p$与$q$同时为真.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

同真则真

# 合取联结词的实例

□例2　将下列命题符号化.

(1) 吴颖既用功又聪明.

(2) 吴颖不仅用功而且聪明.

(3) 吴颖虽然聪明，但是不用功.

(4)吴颖不是不聪明，而是不用功.

# 合取联结词的实例

- 解 令$p$:吴颖用功, $q$:吴颖聪明

(1)吴颖既用功又聪明. $p \wedge q$

(2)吴颖不仅用功而且聪明. $p \wedge q$

(3)吴颖虽然聪明，但不用功. $\neg p \wedge q$

(4) 吴颖不是不聪明，而是不用功. $\neg(\neg q) \wedge \neg p$

或$\neg p \wedge q$

# 合取联结词的实例

- $p$： 今天下雨 $q$： 明天下雨

  $p \wedge q$： 今天下

  今

  这两

- $p$： 我们唱歌

  $p \wedge q$： 我们一

**表示合取关系的常用词：**

- 一边…一边…
- 不仅…而且…
- 既…又…
- 虽然…但是…
- 不是…而是…
- 与、和、并且、都

# 合取联结词的实例

- 张辉与王丽都是三好生.
  - 设$p$:张辉是三好生, $q$:王丽是三好生　$p \wedge q$
- 注意：不要一看到与、和等联结词就用∧。
  - 张辉与王丽是同学。
  - $p$:张辉与王丽是同学（简单命题）
- 注意：在数理逻辑中可以把两个没有内在联系的命题用联结词连接起来。
  - $p$：我去看电影
  - $q$：房间里有十张桌子
  - $p \wedge q$ 在逻辑学中允许

# 析取联结词

- 定义1.3 设$p, q$为两个命题，复合命题“$p$或$q$”称作$p$与$q$的析取式，记作$p \vee q$， $\vee$称作析取联结词. 规定$p \vee q$为假当且仅当$p$与$q$同时为假（相容或）.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

同假则假

# 析取联结词实例

- 他可能是100米或400米赛跑的冠军.

$$p \vee q$$

- 用餐满100元可以赠送免费汤或果盘.

（排斥或）

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

•析取表示相容或.

•汉语中的“或”既可以表示“相容或”也可表示“排斥或”.

# 析取联结词的实例

- **例3** 将下列命题符号化

(1) 2 或 4 是素数.

(2) 2 或 3 是素数.

(3) 4 或 6 是素数.

(4) 小元元只能拿一个苹果或一个梨.

(5) 小李生于 2002 年或 2003 年.

# 析取联结词的实例

- 例3 将下列命题符号化

(1) 2 或 4 是素数.

令$p$:2是素数, $q$:4是素数, $p \vee q$

(2) 2 或 3 是素数.

令$p$:2是素数, $q$:3是素数, $p \vee q$

(3) 4 或 6 是素数.

令$p$:4是素数, $q$:6是素数, $p \vee q$

# 析取联结词的实例

**(4) 小元元只能拿一个苹果或一个梨.**

令$p$:小元元拿一个苹果, $q$:小元元拿一个梨

$$(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$$

**(5) 小李生于 2001 年或 2002年.**

$$(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q) \quad \text{或} \quad p\vee q$$

# 蕴涵联结词

- **定义1.4** 设$p, q$为两个命题，复合命题“如果$p$，则$q$”称作$p$与$q$的**蕴涵式**，记作$p \to q$，并称$p$是蕴涵式的**前件**，$q$为蕴涵式的**后件**，$\to$称作**蕴涵联结词**. 规定：$p \to q$为假当且仅当$p$为真$q$为假.

| $p$ | $q$ | $p \to q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

**前真后假则假**

# 蕴涵联结词

- $p \to q$ 的逻辑关系：$p$为 $q$ 的充分条件，
  或者：$q$为 $p$ 的必要条件。
- 注意：当 $p$ 为假时，$p \to q$恒为真。
  - 如果天气好，我就去游玩。

    $p \quad \to \quad q$
  - 如果我得到这本小说，我将读完它。

    $p \quad \to \quad q$
  - 如果雪是黑的，那么太阳从西方升起。

    $p \quad \to \quad q$

# 蕴涵联结词的实例

- 我将去旅游，<u>*仅当*</u>我有时间。

  $p$: 我去旅游　$q$: 我有时间

  $p \to q$

- $p$: 不下雨　$q$: 我骑自行车上班
  - <u>只要</u>不下雨，我<u>就</u>骑自行车上班

    $p \to q$
  - <u>只有</u>不下雨，我<u>才</u>骑自行车上班。

    $q \to p$

# 蕴涵联结词的实例

- *除非*你努力，*否则*……

  $p$: 你努力 $q$: 你成……

  $\neg p \to \neg q$ 或 $q \to$ ……

- *除非*你努力，你*不*……

  你*不*能成功，*除非*……

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg$… |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | |

**表示$p \to q$的常用词：**

- $p$是$q$的充分条件
- $q$是$p$的必要条件
- 如果（若，当）$p$，则$q$
- $p$仅当$q$
- 只要$p$，就$q$
- 只有$q$，才$p$
- 因为$p$，所以$q$
- 除非$q$, 才$p$
- 除非$q$，否则非$p$
- 非$p$,除非$q$.

# 蕴涵联结词的实例

- 例4 设 $p$：天冷，$q$：小王穿羽绒服，将下列命题符号化

(1) 只要天冷，小王就穿羽绒服. $p \to q$

(2) 因为天冷，所以小王穿羽绒服. $p \to q$

(3) 若小王不穿羽绒服，则天不冷. $\neg q \to \neg p$ 或 $p \to q$

(4) 只有天冷，小王才穿羽绒服. $q \to p$

(5) 除非天冷，小王才穿羽绒服. $\neg p \to \neg q$ 或 $q \to p$

(6) 除非小王穿羽绒服，否则天不冷. $\neg q \to \neg p$ 或 $p \to q$

(7) 如果天不冷，则小王不穿羽绒服. $\neg p \to \neg q$ 或 $q \to p$

(8) 小王穿羽绒服仅当天冷的时候. $q \to p$

# 蕴涵联结词的实例

- 如果今天是星期天，那么2+3=5.
  (永为真)
- 如果今天是星期天，那么2+3=6.
  (除星期天外，天天真）

•在汉语中，“如果...，则...”是有因果关系的，但在命题逻辑中$p \rightarrow q$总是有意义的.

# 等价联结词

- 定义1.5 设 $p, q$为两个命题，复合命题“$p$当且仅当$q$”称作$p$与$q$的等价式，记作$p\leftrightarrow q$，$\leftrightarrow$称作等价联结词. 规定$p\leftrightarrow q$为真当且仅当$p$与$q$同时为真或同时为假.

$p\leftrightarrow q$ 的逻辑关系：$p$与$q$互为充分必要条件

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

同则真
不同则假

# 等价联结词

- 例5 求下列复合命题的真值

(1) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 $3 + 3 = 6$. 1

(2) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 3 是偶数. 0

(3) $2 + 2 = 4$ 当且仅当太阳从东方升起. 1

(4) $2 + 2 = 4$ 当且仅当美国位于非洲. 0

(5) 函数 $f(x)$ 在 $x_0$ 可导的充要条件是它在 $x_0$ 连续. 0

# 等价联结词实例

- 如果两个三角形全等,则它们的三组对应边相等；反之亦然.
- 当王晓红心情愉快时，她就唱歌；反之，当她唱歌时，一定心情愉快.

•**表示 $p \leftrightarrow q$ 的常用词：**

•$p$当且仅当$q$.

•$p$是$q$的充要条件.

•如果$p$则$q$;反之亦然.

# 小 结

- 本小节中$p, q, r, \ldots$ 均表示命题.
- 联结词集为$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$，$\neg p, p\wedge q, p\vee q, p\rightarrow q, p\leftrightarrow q$为基本复合命题. 其中要特别注意理解$p\rightarrow q$的涵义. 反复使用$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$中的联结词组成更为复杂的复合命题.

# 联结词小结

- 否定¬
- 合取∧　同真则真
- 析取∨ 同假则假
- 蕴涵→　前真后假则假
- 等价↔　同则真，不同则假

# 联结词小结

| P | Q | $\neg P$ | $P\wedge Q$ | $P\vee Q$ | $P\rightarrow Q$ | $P\leftrightarrow Q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

# 1.2 命题公式及其赋值

- 命题变项与合式公式
  - 命题变项
  - 合式公式
  - 合式公式的层次
- 公式的赋值
  - 公式赋值
  - 公式类型
  - 真值表

# 命题变项

- 命题常项：一个命题标识符表示确定的命题，该标识符称为命题常项。
- 命题变项（命题变元）：命题标识符如仅是表示任意命题的位置标志，就称为命题变项。
- 常项与变项均用 $p, q, r, \ldots, p_i, q_i, r_i, \ldots,$ 等表示.

# 合式公式

- **定义1.6 合式公式**（简称公式）的递归定义：

  (1) 单个命题变项和命题常项是合式公式, 称作原子命题公式;

  (2) 若$A$是合式公式，则 $(\neg A)$也是;

  (3) 若$A$, $B$是合式公式，则$(A\wedge B)$, $(A\vee B)$, $(A\rightarrow B)$, $(A\leftrightarrow B)$也是;

  (4) 只有有限次地应用(1)—(3) 形成的符号串才是合式公式。

联结词的运算顺序：$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

外层括号可以省去

# 合式公式的层次

- 定义1.7

(1) 若公式$A$是单个命题变项，则称$A$为0层公式.

(2) 称 $A$ 是 $n$+1($n\geq 0$) 层公式是指下面情况之一：

(a) $A=\neg B$, $B$ 是 $n$ 层公式;

(b) $A=B\wedge C$, 其中$B,C$ 分别为 $i$ 层和 $j$ 层公式，且 $n=\max(i,j)$;

(c) $A=B\vee C$, 其中 $B,C$ 的层次及 $n$ 同($b$);

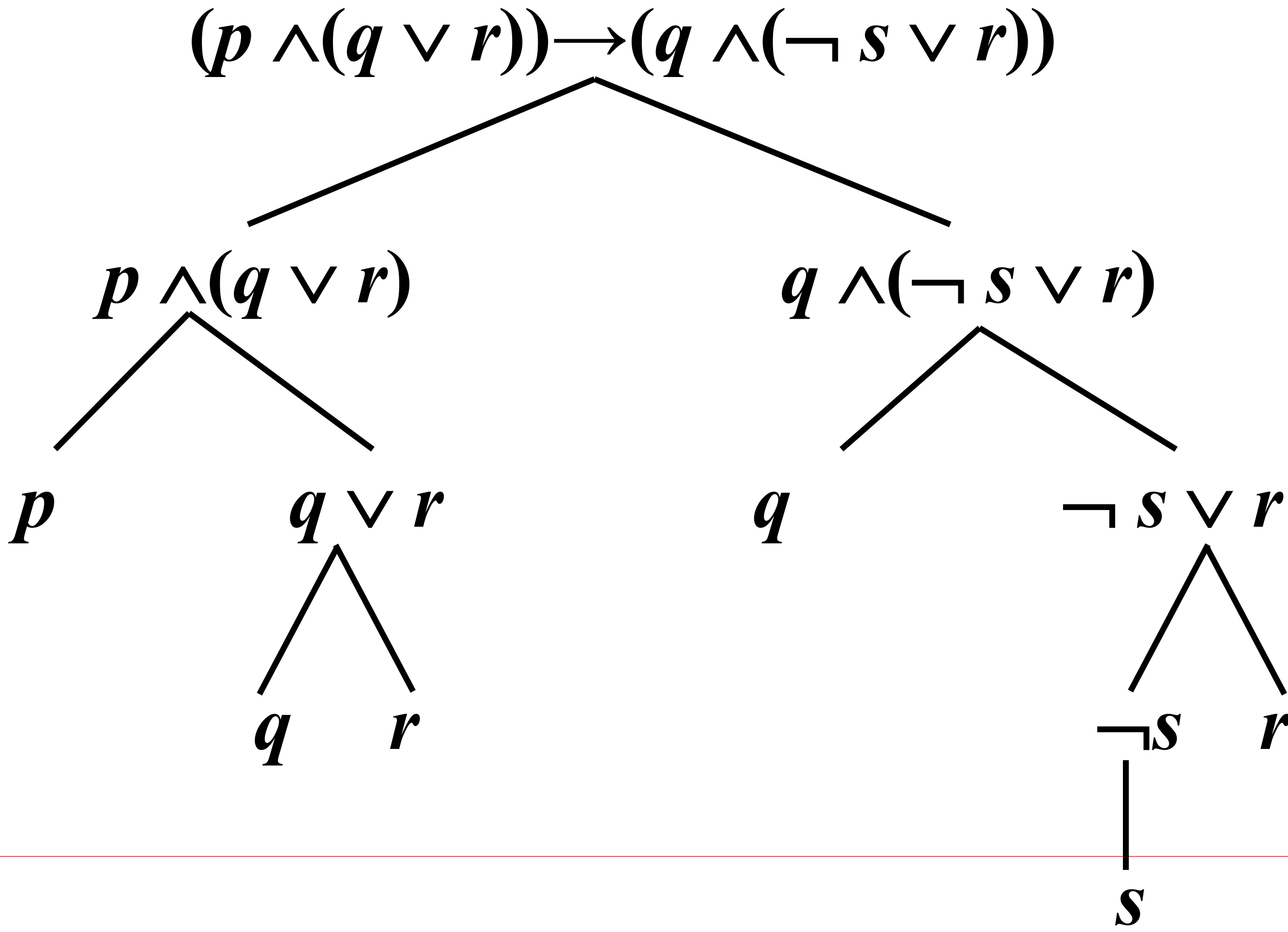
(d) $A=B\rightarrow C$, 其中$B,C$ 的层次及 $n$ 同($b$);

(e) $A=B\leftrightarrow C$, 其中$B,C$ 的层次及 $n$ 同($b$).

(3) 若公式$A$的层次为$k$, 则称$A$为$k$层公式.

# 合式公式的层次

公式$(p\wedge(q\vee r))\to(q\wedge(\neg s\vee r))$：4层公式



# 合式公式的层次

- 例如：公式
  - $A=p$ 0层
  - $B=\neg p$ 1层
  - $C=\neg p\rightarrow q$ 2层
  - $D=\neg(p\rightarrow q)\leftrightarrow r$ 3层
  - $E=((\neg p\wedge q)\rightarrow r)\leftrightarrow(\neg r\vee s)$ 4层

# 公式赋值

- **定义1.8** 设$p_1, p_2, \ldots, p_n$是出现在公式$A$中的全部命题变项, 给$p_1, p_2, \ldots, p_n$各指定一个真值, 称为对$A$的一个**赋值**或**解释**.
  - 若使$A$为1, 则称这组值为$A$的**成真赋值**;
  - 若使$A$为0, 则称这组值为$A$的**成假赋值**.

# 公式赋值几点说明

- $A$中仅出现 $p_1, p_2, \ldots, p_n$， 给$A$赋值$\alpha=\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n$是指$p_1=\alpha_1, p_2=\alpha_2, \ldots, p_n=\alpha_n$, $\alpha_i$=0或1, $\alpha_i$之间不加标点符号.
- $A$中仅出现 $p, q, r, \ldots$, 给$A$赋值$\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots$是指
  - $p=\alpha_1, q=\alpha_2, r=\alpha_3 \ldots$
- 含$n$个命题变项的公式有$2^n$个赋值.
  - 如公式$\neg(p\to q)\leftrightarrow r$有$2^3=8$个赋值。
  - 000, 010, 101, 110是成真赋值.
  - 001, 011, 100, 111是成假赋值.

# 真值表

- **定义1.9** 将命题公式$A$在所有赋值下取值的情况列成表, 称作$A$的**真值表**.
- 构造真值表的步骤:
  - (1) 找出公式中所含的全部命题变项$p_1$, $p_2$, … , $p_n$(若无下角标则按字母顺序排列), 列出$2^n$个全部赋值, 从00…0开始, 按二进制加法, 每次加1, 直至11…1为止.
  - (2) 按从低到高的顺序写出公式的各个层次.
  - (3) 对每个赋值依次计算各层次的真值, 直到最后计算出公式的真值为止.

# 真值表

- 例6 写出下列公式的真值表, 并求它们的成真赋值和成假赋值:

(1) $(p \lor q) \to \neg r$

(2) $(q \to p) \land q \to p$

(3) $\neg(\neg p \lor q) \land q$

# (1)$A = (p\vee q) \to \neg r$的真值表

| $p$ $q$ $r$ | $p\vee q$ | $\neg r$ | $(p\vee q)\to\neg r$ |
|---|---|---|---|
| 0 0 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 0 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 1 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 1 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 0 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 0 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 1 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 1 1 | 1 | 0 | 0 |

成真赋值:000,001,010,100,110;

成假赋值:011,101,111

## (2) $B = (q \to p) \land q \to p$的真值表

| $p$ $q$ | $q \to p$ | $(q \to p) \land q$ | $(q \to p) \land q \to p$ |
|---|---|---|---|
| 0 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 1 | 1 | 1 | 1 |

**成真赋值:00,01,10,11; 无成假赋值**

## (3) $C = \neg(\neg p \vee q) \wedge q$ 的真值表

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg p \vee q$ | $\neg(\neg p \vee q)$ | $\neg(\neg p \vee q) \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

**成假赋值:00,01,10,11; 无成真赋值**

# 公式的类型

- 定义1.10

  (1) 若$A$在它的任何赋值下均为真, 则称$A$为重言式或永真式;

  (2) 若$A$在它的任何赋值下均为假, 则称$A$为矛盾式或永假式;

  (3) 若$A$不是矛盾式, 则称$A$是可满足式.

# 几点说明

- 重言式A的否定¬A是矛盾式；矛盾式A的否定¬A是重言式。
- 重言式一定是可满足式,可满足式不一定是重言式。
- 可满足式的否定不一定为不可满足式(即为矛盾式)。
- 通过真值表可以求出公式的全部成真赋值与成假赋值, 并判断公式的类型。

## (1)$A = (p \vee q) \to \neg r$的真值

可满足式

| $p$ | $q$ | $r$ | $p \vee q$ | $\neg r$ | $(p \vee q) \to \neg r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

成真赋值:000,001,010,100,110;

成假赋值:011,101,111

## (2) $B = (q \to p) \wedge q \to p$的真值表

重言式

| $p$ | $q$ | $q \to p$ | $(q \to p) \wedge q$ | $(q \to p) \wedge q \to p$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

成真赋值:00,01,10,11; 无成假赋值

## (3) $C = \neg(\neg p \lor q) \land q$ 的真值表

矛盾式

| $p$ $q$ | $\neg p$ | $\neg p \lor q$ | $\neg(\neg p \lor q)$ | $\neg(\neg p \lor q) \land q$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

**成假赋值:00,01,10,11; 无成真赋值**

# 判定问题

- 在逻辑研究和计算机推理以及决策判断中，人们对于所研究的命题，最关心的莫过于“真”、“假”问题，所以重言式在数理逻辑研究中占有特殊且重要的地位。
- 能否给出一个可行方法，对任意的公式，判定其是否是永真公式称为判定问题。