



第3章 文法和语言

——课后作业

1

习题

1) 设文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ ，其中：

$$V_N = \{S, B, E\}, V_T = \{a, b, e\}$$

- P 产生式为：
- (1) $S \rightarrow aSBE$ (2) $S \rightarrow aBE$ (3) $EB \rightarrow BE$
- (4) $aB \rightarrow ab$ (5) $bB \rightarrow bb$ (6) $bE \rightarrow be$
- (7) $eE \rightarrow ee$
- $L(G)$ 表示的语言是什么？

2



- $L(G) = \{a^n b^n e^n \mid n \geq 1\}$
- 解： $S \Rightarrow aSBE \Rightarrow aaSBEBE \Rightarrow aaaSBEBEBE \Rightarrow \dots \Rightarrow$
- $aaaSBEBEBE \Rightarrow aaaSBBBEEE \Rightarrow aaa aBEBBEEEE \Rightarrow$
- $aaaaBBEBBEEEE \Rightarrow aaaaBBBBEEEE \Rightarrow aaaaBBBBBEEEE$
- $\Rightarrow aaaaabBBBBEEEE \Rightarrow aaaaabBBBBBEEEE \Rightarrow aaaaabBBBBBBEEEE$
- $\Rightarrow aaaaabbbbBBBBEEEE \Rightarrow aaaaabbbbBEBEEEE \Rightarrow aaaaabbbbBEEEEE$
- $aaaaabbbbBEEEEE \Rightarrow aaaaabbbbBEEEEE \Rightarrow aaaaabbbbBEEEEE$
- $aaaaabbbbBEEEEE \Rightarrow aaaaabbbbBEEEEE \Rightarrow a^4 b^4 e^4$
- 同理： $S \Rightarrow a^n b^n e^n$

3

习题

2) 已知文法 $G[A]$ ，写出它定义的语言描述

如： $G[A]: A \rightarrow 0B|1C$

$B \rightarrow 1|1A|0BB$

$C \rightarrow 0|0A|1CC$

$L\{G[A]\} = \{\text{由0、1符号串组成，串中0和1的个数相同}\}$

4

习题

- 3) 构造一文法,其定义的语言是由算符 $+$, $*$, $(,)$ 和运算对象 a 构成的算术表达式的集合.

$A \rightarrow a \mid a * a \mid (a) \mid a * (a + a) \mid a + a * a \dots$

解: 构造文法: $G = (V_n, V_t, P, S)$, 其中 $V_n = \{E\}$,
 $V_t = \{a, *, (, +,)\}$,
 $P: E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid a$

5

习题

- 4) $G[N]: N \rightarrow D \mid ND \quad D \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$ $G[N]$ 的语言是什么?
- 【解】:
- $G[N]$ 的语言是 V^+ . $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $N \Rightarrow ND \Rightarrow NDD \dots \Rightarrow NDDDD \dots D \Rightarrow D \dots D$
- 或者: 允许 0 开头的非负整数。

6 6

习题

- 5) 写一文法, 使其语言是偶正整数的集合。
- (1) 允许 0 打头
- (2) 不允许 0 打头
- 【1答案】: 允许 0 开头的偶正整数集合的文法
- $E \rightarrow NT \mid D \quad T \rightarrow NT \mid D \quad N \rightarrow D \mid 1 \mid 3 \mid 5 \mid 7 \mid 9 \quad D \rightarrow 0 \mid 2 \mid 4 \mid 6 \mid 8$

- 【答案】: 不允许 0 开头的偶正整数集合的文法
- $E \rightarrow NT \mid D \quad T \rightarrow FT \mid G \quad N \rightarrow D \mid 1 \mid 3 \mid 5 \mid 7 \mid 9$
- $D \rightarrow 2 \mid 4 \mid 6 \mid 8 \quad F \rightarrow N \mid 0 \quad G \rightarrow D \mid 0$

7 7

习题

- 6) 给出生成下述语言的上下文无关文法
- 考虑以下的两个语言, 给出其文法, 并证明它们都是上下文无关的。
- $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- $L_2 = \{a^m b^n \mid n, m \geq 0, n \geq m\}$

$G[Z]$:
 $Z \rightarrow aZb \mid ab$
 $Z \Rightarrow aZb \Rightarrow aaZbb \Rightarrow aaa \dots$
 $Z \dots bbb \Rightarrow aaa \dots ab \dots bbb$
 $L(G[Z]) = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

8 8



- 2. 考虑以下的两个语言，给出其文法，并证明它们都是上下文无关的。
- $L3 = \{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \geq 0\}$
- $L4 = \{a^n b^m c^{2m} \mid n, m \geq 0\}$

•L3:

• $S \rightarrow AB$
• $A \rightarrow \epsilon \mid aAbb$
• $B \rightarrow \epsilon \mid cB$

•L4:

• $S \rightarrow AB$
• $A \rightarrow \epsilon \mid aA$
• $B \rightarrow \epsilon \mid bBcc$

9

习题

7) 已知文法 $G = (V_n, V_t, P, S)$ ，其中 $V_n = \{S, A\}$ ， $V_t = \{a, c\}$ ， P 为：

$S \rightarrow aAS \mid a$

$A \rightarrow ScA \mid SS \mid ca$

aaccaaa 是否可由该文法推导出来？如果可以，请构造 aaccaaa 的语法树。如果不可以，请说明理由。

10

习题

8) 已知文法 $G = (\{E\}, \{+, \times, i, (,)\}, P, E)$ ，其中 P 为：

$E \rightarrow i$
 $E \rightarrow E + E$
 $E \rightarrow E \times E$
 $E \rightarrow (E)$

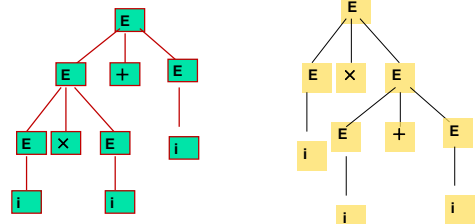
给出句子 $i \times i + i$ 的推导过程，并判断该文法是否有二义性。

11

推导1: $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E \times E + E \Rightarrow i \times E + E \Rightarrow i \times i + E \Rightarrow i \times i + i$

推导2: $E \Rightarrow E \times E \Rightarrow i \times E \Rightarrow i \times E + E \Rightarrow i \times i + E \Rightarrow i \times i + i$

产生两个不同的语法树：（最左推导）



该文法为二义性

12

习题

- 9) 证明文法 $G = (\{E, O\}, \{(\cdot), +, *, v, d\}, P, E)$ 是二义的
- $E \rightarrow EO E \mid (E) \mid v \mid d$
- $O \rightarrow + \mid *$
- 提示: 只要存在一个句型, 其语法树不只一棵, 则可证明文法的二义性
- 例如: $v * v + v$

13

习题

10) 已知文法 $G[E]$:

$$\begin{aligned} E &\rightarrow T \mid E + T \\ T &\rightarrow F \mid T \times F \\ F &\rightarrow (E) \mid i \end{aligned}$$

求句型 $i \times i + i$ 的所有短语, 直接短语和句柄。

14

记 $i \times i + i$ 为 $i_1 \times i_2 + i_3$

根据短语定义, $\alpha \beta \delta$ 是句型, $S \Rightarrow \alpha A \delta$, $A \Rightarrow \beta$, 则 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对 A 的短语。

推导如下:

① $E \Rightarrow F \times i_2 + i_3$ 且 $F \Rightarrow i_1$, 则称 i_1 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 的相对非终结符 F 的短语, 是相对规则 $F \rightarrow i$ 的直接短语。

$$\begin{aligned} \alpha \beta \delta &= i_1 \times i_2 + i_3 & (\alpha = \varepsilon, \beta = i_1, \delta = \times i_2 + i_3) \\ \alpha A \delta &= F \times i_2 + i_3 & (\alpha = \varepsilon, A = F, \delta = \times i_2 + i_3) \\ A \Rightarrow \beta &= F \Rightarrow i_1 \end{aligned}$$

② $E \Rightarrow i_1 \times F + i_3$ 且 $F \Rightarrow i_2$, 则称 i_2 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 的相对非终结符 F 的短语, 是相对规则 $F \rightarrow i$ 的直接短语。

15

根据短语定义, $\alpha \beta \delta$ 是句型, $S \Rightarrow \alpha A \delta$, $A \Rightarrow \beta$, 则 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对 A 的短语。

③ $E \Rightarrow i_1 \times i_2 + F$ 且 $F \Rightarrow i_3$, 则称 i_3 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 的相对非终结符 F 的短语, 是相对规则 $F \rightarrow i$ 的直接短语。

④ $E \Rightarrow T \times i_2 + i_3$ 且 $T \Rightarrow i_1$, 则 i_1 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 的相对于 T 的短语。

⑤ $E \Rightarrow i_1 \times i_2 + T$ 且 $T \Rightarrow i_3$, 则 i_3 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 的相对于 T 的短语。

$$\begin{aligned} \alpha \beta \delta &= i_1 \times i_2 + i_3 & (\alpha = \varepsilon, \beta = i_1, \delta = \times i_2 + i_3) \\ \alpha A \delta &= T \times i_2 + i_3 & (\alpha = \varepsilon, A = T, \delta = \times i_2 + i_3) \\ A \Rightarrow \beta &= T \Rightarrow i_1 \end{aligned}$$

⑥ $E \Rightarrow T+i_3$ 且 $T \Rightarrow i_1 \times i_2$, 则 $i_1 \times i_2$ 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 相对于 T 的短语。

⑦ $E \Rightarrow E+i_3$ 且 $E \Rightarrow i_1 \times i_2$, 则 $i_1 \times i_2$ 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 相对于 E 的短语。

根据短语定义, $\alpha \beta \delta$ 是句型,
 $S \Rightarrow \alpha A \delta$, $A \Rightarrow \beta$,
 则 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对 A 的短语。

$\alpha \beta \delta = i_1 \times i_2 + i_3$ ($\alpha = \epsilon$, $\beta = i_1 \times i_2$, $\delta = +i_3$)
 $\alpha A \delta = T + i_3$ ($\alpha = \epsilon$, $A = T$, $\delta = +i_3$)
 $A \Rightarrow \beta = T \Rightarrow i_1 \times i_2$

17

⑧ $E \Rightarrow E$ 且 $E \Rightarrow i_1 \times i_2 + i_3$, 则 $i_1 \times i_2 + i_3$ 是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 相对于 E 的短语。

根据短语定义, $\alpha \beta \delta$ 是句型,

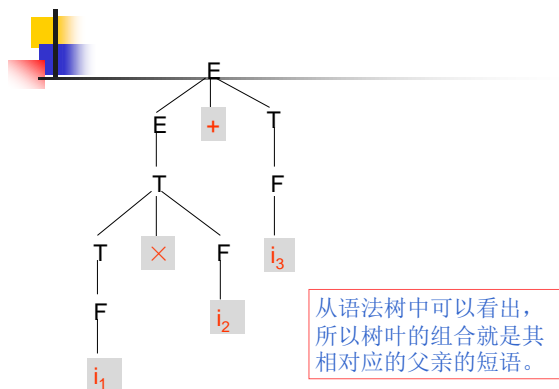
$S \Rightarrow \alpha A \delta$, $A \Rightarrow \beta$,
 则 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对 A 的短语。

$i_1, i_2, i_3, i_1 \times i_2$ 和 $i_1 \times i_2 + i_3$ 都是句型 $i_1 \times i_2 + i_3$ 的短语, 且 i_1, i_2, i_3 均为直接短语, 其中 i_1 是最左直接短语 (句柄)

$\alpha \beta \delta = (i_1 \times i_2 + i_3)$ ($\alpha = \epsilon, \beta = i_1 \times i_2 + i_3, \delta = \epsilon$)
 $\alpha A \delta = (E)$ ($\alpha = \epsilon, A = E, \delta = \epsilon$)
 $A \Rightarrow \beta = E \Rightarrow i_1 \times i_2 + i_3$

$E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E)$ 同理可以推出 $(i_1 \times i_2 + i_3)$ 是一个句型, 也可以推出 $E \Rightarrow i_1 \times i_2 + i_3$

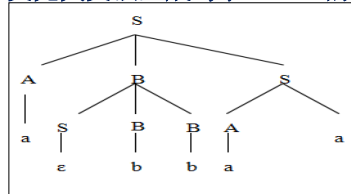
18



19

习题

- 11) 一个上下文无关文法生成句子 $abbba$ 的推导树如下:



- 1) 给出句子 $abbba$ 最右推导和最左推导
- 2) 该文法产生式 P 可能有哪些?
- 3) 找出该句子所有的短语、简单短语、句柄。

20

最右推导:

$S \Rightarrow ABS \Rightarrow ABAa \Rightarrow ABaa \Rightarrow ASBBaa \Rightarrow ASBbaa \Rightarrow ASbbaa \Rightarrow Abbaa \Rightarrow abbaa$

• 最左推导:

$S \rightarrow ABS \rightarrow aBS \rightarrow aSBBs \rightarrow aBBS \rightarrow abBS \rightarrow abbS \rightarrow abbA$
 $a \rightarrow abbaa$

• ②产生式P可能有:

• $S \rightarrow ABS|Aa|_3$

• $B \rightarrow SBB|b$

• $A \rightarrow a$

• ③短语: $a1, b1, b2, a2, a3, b1b2, a2a3, a1b1b2a2a3$

• 简单短语: $a1, b1, b2, a2, a3$

• 句柄: $a1$