algorithm 1 Generate Octree from Point cloud

```
Input: point Point cloud
Output: Octree Octree structure
1: function GENOCTREE(point)
       mcode, Lmax \leftarrow Morton(point)
                                                                  //Generate morton code and max level
3:
       proot.childPoint add {all pointID}
       Octree_1.node add proot
4:
       for l = \{1, 2, ..., Lmax\} do
5:
6:
          for node = \{Octree_L.node\}\ do
              for pointID = \{node.childPoint\}\ do
                                                                           //All pointIDs in a node voxel
 7:
                  idn \leftarrow mcode(pointID)
8:
9:
                 for i=0,1,...,7 do
                     node.childPoint(i) add pointID if idn = i
10:
                     node.occupancyCode \leftarrow ISMEMBER(8:-1:1,idn+1)
11:
12:
                     Octree_{L+1}.node add node
                  end for
13:
              end for
14:
          end for
15:
       end for
16:
       return Octree_{2:L+1}
17:
18: end function
```

八叉树几何编码/解码算法

4.1 几何坐标的莫顿码表示

通过莫顿(Morton)码构建几何八叉树。点云中点的几何位置用三维笛卡尔坐标(X,Y,Z)表示。用 N 比特来表示每个坐标值,k-th 点的坐标(X^k,Y^k,Z^k)可以表示成

$$X^{k} = (x_{N-1}^{k} x_{N-2}^{k} \dots x_{1}^{k} x_{0}^{k})$$
$$Y^{k} = (y_{N-1}^{k} y_{N-2}^{k} \dots y_{1}^{k} y_{0}^{k})$$

$$Z^k = (z_{N-1}^k z_{N-2}^k \dots z_1^k z_0^k)$$

k-th 点对应的莫顿码可以表示如下:

$$M^{k} = (x_{N-1}^{k} y_{N-1}^{k} z_{N-1}^{k}, x_{N-2}^{k} y_{N-2}^{k} z_{N-2}^{k}, \dots x_{1}^{k} y_{1}^{k} z_{1}^{k}, x_{0}^{k} y_{0}^{k} z_{0}^{k})$$

将每三个比特用八进制数表示 $m_n^k = (x_n^k y_n^k z_n^k)$, n = 0,1,...,N-1, 则 k-th 点对应的莫顿码可以表示成

$$M^k = (m_{N-1}^k m_{N-2}^k \dots m_1^k m_0^k)$$

4.2 依据莫顿码构建八叉树

依据莫顿码,按照广度优先从根节点 N_0^0 (第0 层)构建几何八叉树。

Step 1: 首先将所有的点根据莫顿码的第 0 个八进制数, m_{N-1}^k 分到八个子节点中:

- 所有 $m_{N-1}^k = 0$ 的点分到第 0 个子节点 N_0^1 中,
- 所有 $m_{N-1}^k = 1$ 的点分到第1个子节点 N_1^1 中
- …:
- 所有 $m_{N-1}^k = 7$ 的点分到第7个子节点 N_7^2 中

则,八叉树第一层的节点由此八个节点构成。

Step 2: 八比特 $B_0^0=(b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0)$ 表示根节点 N_0^0 的八个子节点是否被占用。如果 $N_k^1,k=0,1,...7$ 至少包含点云中的一个点,其对应的比特 $b_k=1$; 如果该子节点不包含任何点, $b_k=0$ 。

Step 3: 根据几何位置的莫顿码的第 1 个八进制数 m_{N-2}^k , 对第一层中被占用的

节点 $N_{l_n}^1$ 进一步划分成八个子节点,并用八个比特 $B_{l_n}^1$ 表示其子节点的占用信息 (l_n 是被占用节点的序号, $\mathbf{n}=0,...,N^1-1$, N^1 表示第一层被占用的节点数。)

Step 4: $N_{l_n}^t$ 再根据几何位置的莫顿码中的第t个八进制数 m_{N-1-t}^k ,对第t = 2,3,…,N - 2层中被占用的节点进一步划分成八个子节点;并用八个比特 $B_{l_n}^t$ 表示将其子节点的占用信息. (l_n 是被占用节点的序号,n = 0,…, N^t - 1, N^t 表示第t 层被占用的节点数。)

Step 5: 对第 t=N-1 层,所有的节点成为叶节点。如果编码器配置允许重复点,需要在码流中记录每个被占用的叶节点上的重复点数。