第 28 卷　第 4 期　　　　西 南 师 范 大 学 学 报 (自然科学版)　　　　2003 年 8 月
Vol. 28　No. 4　　Journal of Southwest China Normal University (Natural Science)　　Aug. 2003

文章编号: 1000　5471(2003)04　0662　03

牛顿第三定律的佯谬与解释①

姜志进[1]，　杜梅芳[1]，谭兴文[2]

1. 上海理工大学 理学院，上海 200093；2. 西南师范大学 物理系，重庆 400715

摘要：讨论了牛顿第三定律在电磁作用中的一种佯谬现象，分析了该详谬现象产生的原因，并对其作了合理的解释，由此引发出对电磁作用中的作用与反作用力的一些新认识.

关　键　词：牛顿第三定律；佯谬；载流体

中图分类号：O442　　　　**文献标识码**：A

1　佯谬的提出

牛顿第三定律是物理学中的一个基本实验定律，从宏观领域到微观领域，从机械运动到电磁运动，该定律都是普遍成立的，但在电磁作用中，却出现了一种佯谬现象，考虑下面这样一个问题.

如图 1 所示，假设真空中有两载流闭合线圈 L 与 L'，二者分别载有电流 I 与 I'. 在两线圈上分别取线元 $\mathrm{d}\mathbf{l}$ 与 $\mathrm{d}\mathbf{l}'$，两者之间的相对位矢设为 $\mathbf{R}$，则由安培定律知，电流元 $I\mathrm{d}\mathbf{l}$ 受到电流元 $I'\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 的磁场力为

$$\mathrm{d}\mathbf{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} I\mathrm{d}\mathbf{l} \times \frac{I'\mathrm{d}\mathbf{l}' \times \mathbf{R}}{R^3} \tag{1a}$$

或

$$\mathrm{d}\mathbf{F} = \frac{\mu_0 II'}{4\pi R^3}\left[(\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l})\mathrm{d}\mathbf{l}' - (\mathrm{d}\mathbf{l}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}')\mathbf{R}\right] \tag{1b}$$

将上式中的 $\mathrm{d}\mathbf{l}$ 与 $\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 互换，且将 $\mathbf{R}$ 换成 $-\mathbf{R}$，可得电流元 $I'\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 受到 $I\mathrm{d}\mathbf{l}$ 的作用力为

$$\mathrm{d}\mathbf{F}' = -\frac{\mu_0 II'}{4\pi R^3}\left[(\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}')\mathrm{d}\mathbf{l} - (\mathrm{d}\mathbf{l}'\cdot\mathrm{d}\mathbf{l})\mathbf{R}\right] \tag{2}$$

一般来说

$$(\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l})\mathrm{d}\mathbf{l}' \neq (\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}')\mathrm{d}\mathbf{l}$$

所以

$$\mathrm{d}\mathbf{F} \neq -\mathrm{d}\mathbf{F}' \tag{3}$$

这样就出现了一种佯谬现象：两电流元间的相互作用力与牛顿第三定律"相悖". 但可以证明，对于两个闭合载流线圈之间的作用力，牛顿第三定律仍然"成立". 为此将(2) 式对两个载流线圈作回路积分得

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_0 II'}{4\pi}\left[\oint_L\oint_{L'}\frac{\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}}{R^3}\mathrm{d}\mathbf{l}' - \oint_L\oint_{L'}\frac{\mathrm{d}\mathbf{l}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}'}{R^3}\mathbf{R}\right] \tag{4}$$

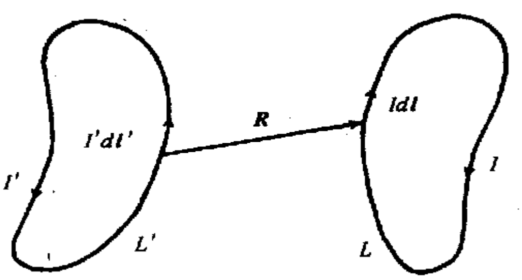

图 1　两载流线圈间的相互作用示意图

Fig. 1　The Scheme of Interaction of Two Current Circles

由图 1 知：$\mathrm{d}\mathbf{l} = \mathrm{d}\mathbf{R}$，故

$$\oint_L \frac{\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}}{R^3} = \oint_L \frac{\mathbf{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{R}}{R^3} = -\oint_L \nabla\frac{1}{R}\cdot\mathrm{d}\mathbf{R} = 0$$

① 收稿日期：2002　09　28
基金项目：上海市高等学校科学技术发展基金资助(5840).
作者简介：姜志进(1960 -)，男，山东人，理学博士，教授，主要从事高能理论与实验物理研究.

这样，闭合载流线圈 L 受到 L' 的磁场力为

$$\mathbf{F} = -\frac{\mu_0}{4\pi} II' \oint_L \oint_{L'} \frac{\mathrm{d}\mathbf{l} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}'}{R^3}\mathbf{R} \tag{5}$$

将上式中的 $\mathrm{d}\mathbf{l}$ 与 $\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 互换，且 $\mathbf{R}$ 换成 $-\mathbf{R}$，可得闭合载流线圈 L' 受到 L 的作用力为

$$\mathbf{F}' = \frac{\mu_0}{4\pi} II' \oint_L \oint_{L'} \frac{\mathrm{d}\mathbf{l}' \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}}{R^3}\mathbf{R} \tag{6}$$

因此

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}' \tag{7}$$

“满足”牛顿第三定律.

2　佯谬的解释

(3) 式中佯谬现象的出现给人们提出了这样的一个问题：两电流元间相互作用中的牛顿第三定律是否成立？如果成立，(3) 式如何解释？又如何理解 (7) 式呢？

首先，如前所述，牛顿第三定律是不容质疑的，它的正确性已广为实验所证实，更重要的是，它是动量守恒定律的基础，而后者又是自然界中最基本的守恒定律之一，适用于包括电磁作用在内的一切物理现象. 因此，在两电流元的相互作用中，牛顿第三定律仍应成立，而 (3) 式中的佯谬现象应另有它因.

有的教科书认为，由于孤立的电流元不存在，所以与牛顿第三定律“相悖”的 (3) 式是没有意义的；而对于 (7) 式，则看成是作用力与反作用力大小相等方向相反，是牛顿第三定律的体现. 这种看法，人为地消除了牛顿第三定律与 (3) 式的矛盾，但稍加分析会发现，这种解释有问题. 由于 (3) 式是由安培定律 (1a) 直接得到的，所以若认为该式没意义，这实际上是否认了安培定律的合理性，这显然是错误的，因此 (3) 式应是有意义的，那么它的意义何在？(7) 式的真实含义又是什么呢？

(3) 式中的佯谬出自于对力 $\mathrm{d}\mathbf{F}$ 与 $\mathrm{d}\mathbf{F}'$ 意义的理解上，二者不是一对作用力与反作用力.

由场的作用观点知，电流元是通过其周围的磁场对处于其中的其它电流元产生作用. 由比奥-萨伐尔定律知，电流元 $I'\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 在其周围空间产生的磁场强度为

$$\mathrm{d}\mathbf{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I'\mathrm{d}\mathbf{l}' \times \mathbf{R}}{R^3} \tag{8}$$

则安培定律 (1a) 变为

$$\mathrm{d}\mathbf{F} = I\mathrm{d}\mathbf{l} \times \mathrm{d}\mathbf{B}' \tag{9}$$

所以 $\mathrm{d}\mathbf{F}$ 是电流元 $I\mathrm{d}\mathbf{l}$ 受到电流元 $I'\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 的磁场 $\mathrm{d}\mathbf{B}'$ 的作用力，而不是受到 $I'\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 的直接作用力 (这其实是一种瞬时的超距作用观点)，同样，(3) 式中的 $\mathrm{d}\mathbf{F}'$ 是电流元 $I'\mathrm{d}\mathbf{l}'$ 受到电流元 $I\mathrm{d}\mathbf{l}$ 磁场的作用力，而不是 $I\mathrm{d}\mathbf{l}$ 对它的直接作用力. 因此，这里的 $\mathrm{d}\mathbf{F}$ 与 $\mathrm{d}\mathbf{F}'$ 并不是一对作用力与反作用力，没有理由要求它们大小相等方向相反，所以它们不满足牛顿第三定律是一种自然而合理的结果，也就是说 (3) 式是有意义的；相反，(7) 式中的 $\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$，不是牛顿第三定律所要求的关系，因为这里的 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{F}'$ 并不是一对作用力与反作用力. 进而可联想到，静电场中两点电荷 q_1 与 q_2 间的库仑作用力以及两物体 m_1 与 m_2 间的吸引力，它们在形式上都有 $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$，即与牛顿第三定律相符合，但由于同样的理由，这里的 $\mathbf{F}_{12}$ 与 $\mathbf{F}_{21}$ 亦不是一对作用力与反作用力，所以这种符合亦仅仅是形式上的，而其实质与牛顿第三定律并没有什么联系.

电流元的直接作用对象是其周围的电磁场，两者之间的相互作用力才构成一对作用力与反作用力，从而满足牛顿第三定律，下面对此作以证明.

由电动力学的讨论知道，处于电磁场 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{B}$ 中的载流体所受到的机械作用力为[1-3]

$$\mathbf{F}_M = -\varepsilon_0\mu_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \mathbf{S}\,\mathrm{d}\tau + \oint_\Sigma \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \cdot \mathrm{d}\mathbf{a} \tag{10}$$

其中，$\sum$ 为区域 V 的边界面

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E} \times \mathbf{B} \tag{11}$$

为坡印亭矢量

$$\overleftrightarrow{\mathbf{T}} = \varepsilon_0\left(\mathbf{E}\mathbf{E} - \frac{1}{2}\overleftrightarrow{\mathbf{I}}E^2\right) + \frac{1}{\mu_0}\left(\mathbf{B}\mathbf{B} - \frac{1}{2}\overleftrightarrow{\mathbf{I}}B^2\right) \tag{12}$$

为麦克斯韦应力张量, $\overleftrightarrow{I}$ 为单位张量.

变写(10) 式为

$$F_M = -\frac{d}{dt}\int g_{EB}\, d\tau - \oint_{\Sigma}(-\overleftrightarrow{T})\cdot da \tag{13}$$

其中

$$g_{EB} = \varepsilon_0\mu_0 S = \varepsilon_0 E\times B \tag{14}$$

为电磁场动量密度矢量, 则

$$P_{EB}^{V} = \int g_{EB}\, d\tau \tag{15}$$

应为区域 V 中电磁场的总动量, 这样由牛顿第二定律知, (13) 式由的第一项

$$F_{EB}^{V} = \frac{d\,p_{EB}^{V}}{dt} \tag{16}$$

应为区域 V 内的电磁场所受到的作用力, 而(13) 式中的第二项

$$F_{EB}^{\Sigma} = \oint_{\Sigma}(-\overleftrightarrow{T})\cdot da \tag{17}$$

应为边界面 Σ 上的电磁场所受到的作用力, 两者的施力者显然只能是载流体, 这样

$$F_{EB} = F_{EB}^{V} + F_{EB}^{\Sigma} \tag{18}$$

为载流体对其周围电磁场总的作用力, 而(13) 式变为

$$F_M = -F_{EB} \tag{19}$$

即电磁场施予载流体的作用力 F_M 与载流体对电磁场的反作用力 F_{EB} 大小相等方向相反, 满足牛顿第三定律.

3 结 论

电流元间相互作用的(3) 式并不违背牛顿第三定律, 因为该式中的 dF 与 dF' 并不是一对作用力与反作用力, 所以该式是有意义的; 而两闭合载流线圈间相互作用的(7) 式, 仅仅在形式上与牛顿第三定律相一致, 而实质上, 由于 F 与 F' 不是一对作用力与反作用力, 所以该式与牛顿第三定律无关; 载流体的直接作用对象是其周围的电磁场, 两者间的相互作用仍然满足牛顿第三定律.

参考文献:

[1] 张泽瑜, 赵 钧. 电动力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.

[2] 孙景李. 经典电动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1987.

[3] Griffiths D J. *Introduction to Electrodynamics* [M]. New Jersey: Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1989.

A Paradox and Explanation for Newton's Third Law

JIANG Zhi-jin[1], DU Mei-fang[1], TAN Xing-wen[2]

1. Science College, Shanghai Science and Technology University, Shanghai 200093, China;

2. Dept. of Physics, Southwest China Normal University, Chongqing 400715, China

Abstract: A paradox for Newton's third law in electromagnetic interaction is discussed. The cause of this paradox is analysed and also a rational explanation is given. Then some new understandings about the acting and acting forces in electromagnetic interaction are induced.

Key words: Newton's third law; paradox; electric current carrier

责任编辑 潘春燕