牛顿第三定律在这里不成立吗

靳　　毅

牛顿第三定律指出："两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等，方向相反，作用在同一条直线上"。第三定律，尤其是在其基础上推出的动量守恒定律具有普遍的意义，它适用范围大到天体等宏观系统，小到原子、基本粒子等微观系统。但是，在研究磁场对电流的作用时，好象发生了违反牛顿第三定律的问题，请看下面的例题。

例1：以电流元$I_1\vec{dl}_1$所在处为圆心作一半径为R的圆，（如图1所字。）将圆八等分。把另一电流元$I_2\vec{dl}_2$沿切向依次摆放到图中1，2……8等场点上，求：

（1）电流元$I_2\vec{dl}_2$在各场点所受的力；

（2）电流元$I_2\vec{dl}_2$在圆心O产生的磁感应强度；

（3）电流元$I_2\vec{dl}_2$对电流元$I_1\vec{dl}_1$的作用力。

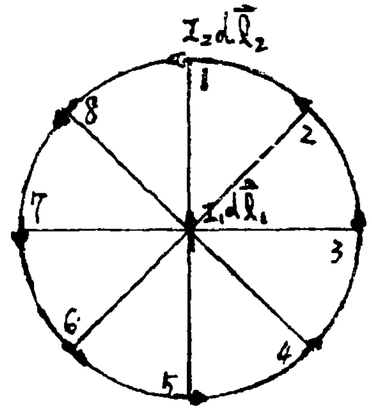

图 1

解：（1）根据毕—萨定律电流元产生的磁场

$$\vec{dB}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\hat{r}}{r^2}$$

可知，以1、5场点连线为界，右方$I_1\vec{dl}_1$产生的磁场方向垂直纸面向里，左方$I_1\vec{dl}_1$产生的磁场方向垂直低面向外。

```
20  FOR  M=2  TO  INT(SQR(N+0.5))
30  IF  INT(N/M)=N/M  THEN  60
40  NEXT  M
50  PRINT  N; " "; : I=I+1
60  NEXT  N
70  PRINT: PRINT  "I="; I: END
```

根据安培力公式 $d\vec{F}=I\vec{dl}\times\vec{B}$ 可知将电流元 $I_2\vec{dl_2}$ 分别放置于2、3、4 各场点时，力 $d\vec{F}$ 的方向指向圆心。将 $I_2\vec{dl_2}$ 分别放置于6、7、8各场点时，受力方向背离圆心向外。

场点3、7的磁感应强度最大，（$I_1\vec{dl_1}\perp\hat{r}$）所以当到电流元 $I_2\vec{dl_2}$ 置于这两个场点时受力最大，用 dF_0 表示，则

$$dF_0=dF_3=dF_7=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1dl_1}{R^2}I_2dl_2$$

场点2、4、6、8的磁感应强度的大小是3、7场点处的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍，（$I_1\vec{dl_1}$ 与 $\hat{r}$ 的夹角为45° 或135°）所以 $I_2\vec{dl_2}$ 在这四个位置时受力大小相等，即：$dF_2=dF_4=dF_6=dF_8=\frac{\sqrt{2}}{2}dF_0$。

由于1、5两场点的磁感应强度为零（$I_1\vec{dl_1}//\hat{r}$）所以电流元 $I_2\vec{dl_2}$ 在这两位置受力为零，即：　$dF_1=dF_5=0$

（2）根据毕—萨定律，$I_2\vec{dl_2}$ 处于不同位置时在圆心0产生的磁感应强度的方向都垂直于低面向外，大小都是

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2dl_2}{R^2}$$

（3）根据安培力公式 $d\vec{F}=I\vec{dl}\times\vec{B}$，不论电流元 $I_2\vec{dl_2}$ 放在什么位置，电流元 $I_1\vec{dl_1}$ 始终受到一个水平向右，大小为

$$dF=\frac{M_0}{4\pi}\frac{I_2dl_2}{R^2}I_1dl_1=dF_0$$

的力。

由上面分析可知：

（1）当电流元 $I_2\vec{dl_2}$ 在位置3时，两电流元有相互作用的引力。当 $I_2\vec{dl_2}$ 在位置7时，它们有相互作用的斥力。如仍以1、5连线为界，当 $I_2\vec{dl_2}$ 处于连线右方时，两电流元取向基本相同，它们之间有相互吸引的趋势；当电流元 $I_2\vec{dl_2}$ 处于连线左方时，两电流元取向基本相反，它们之间存在相互排斥的趋势。

（2）除位置3、7两电流元之间相互作用力满足牛顿第三定律外，在其他各点它们之间的相互作用力都不满足牛顿第三定律。

问题出在什么地方呢？

关键在于，实际上不存在孤立的稳恒电流元，它们总是闭合回路的一部分。可以证明，若将安培力公式沿闭合回路积分，得到的合作用力总是与反作用力大小相等，方向相反，作用在同一条直线上。

请看下面的例题。

例 2：任意两闭合载流回路L_1和L_2，电流分别为I_1和I_2，（如图 2 ）证明：L_1作用在L_2上的力等于L_2作用在L_1上的力。即两闭合电流之间的相互作用力遵守牛顿第三定律。

证明：设 L_1 上电流元 $I_1\vec{dl}_1$在 L_2 上电流元 $I_2\vec{dl}_2$处产生的元磁场为$d\vec{B}_1$，则

$$d\vec{B}_1=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 d\vec{e}_1\times\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}$$

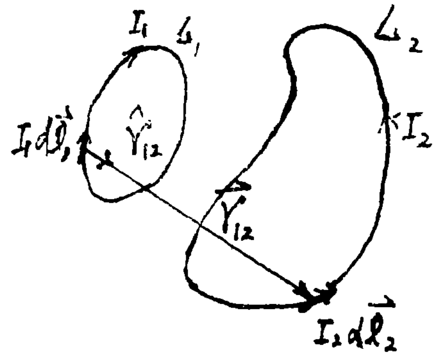

图 2

闭合载流回路L_1在该处产生的磁场为

$$\vec{B}_1=\oint_{L_1}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 \vec{dl}_1\times\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}$$

因此，$I_2\vec{dl}_2$受到的磁场力为

$$d\vec{F}_{12}=I_2\,\vec{dl}_2\times\vec{B}_1$$

闭合载流回路L_2受到的合力为

$$\vec{F}_{12}=\oint_{L_2}d\vec{F}_{12}=\oint_{L_1}\oint_{L_2}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\frac{\vec{dl}_2\times(\vec{dl}_1\times\hat{r}_{12})}{r_{12}^2}\quad\cdots\cdots(1)$$

同理可得，L_1 受到L_2 的作用力为

$$\vec{F}_{21}=\oint_{L_1}d\vec{F}_{12}=\oint_{L_1}\oint_{L_2}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\frac{\vec{dl}_1\times(\vec{dl}_2\times\hat{r}_{21})}{r_{21}^2}\quad\cdots\cdots(2)$$

由矢量分析可知双重矢积公式

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$$

（ 1 ）式可写成：

$$\vec{F}_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint_{L_1}\oint_{L_2}\frac{(\vec{dl}_2\cdot\hat{r}_{12})\vec{dl}_1-(\vec{dl}_2\cdot\vec{dl}_1)\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}$$

因为$\oint_{L_2}\frac{\vec{dl}_2\cdot\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}=\oint_{L_2}\frac{dr_{12}}{r_{12}^2}=\oint_{L_2}d\left(\frac{-1}{r_{12}}\right)=0$

$$\therefore \vec{F}_{21} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint_{L_1}\oint_{2}\frac{(\vec{dl_2}\cdot\vec{dl_1})\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}$$

理同（2）式可写成：

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint_{L_1}\oint_{L_2}\frac{(\vec{dl_1}\cdot\hat{r}_{21})\vec{dl_2}-(\vec{dl_1}\cdot\vec{dl_2})\hat{r}_{21}}{r_{21}^2}$$

且$\oint_{L_1}\frac{\vec{dl_1}\cdot\hat{r}_{21}}{r_{21}^2}=\oint_{L_1}\frac{dr_{21}}{r_{21}^2}=\oint_{L_1}d\left(\frac{-1}{r_{21}}\right)=0$

$$\therefore \vec{F} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint_{L_1}\oint_{L_2}\frac{(\vec{dl_1}\cdot\vec{dl_2})\hat{r}_{21}}{r_{21}^2}$$

因为由电流元 $I_1\vec{dl_1}$ 指向 $I_2\vec{dl_2}$ 的矢径$\vec{r}_{12}$和由电流元$I_2\vec{dl_2}$指向 $I_1\vec{dl_1}$ 的矢径$\vec{r}_{12}$大小相等，方向相反，即 $\vec{r}_{12}=-\vec{r}_{21}$

所以它们的单位矢 $\hat{r}_{12}=-\hat{r}_{21}$

它们的平方 $r_{12}^2=r_{21}^2$

$\therefore \vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$

证毕。

结论：牛顿第三定律即动量守恒定律，它是任何封闭的物体系普遍遵守的定律。电磁场本身也是物质，它也具有一定的动量，在稳恒条件下电磁场的动量是不变的，即牛顿第三定律是成立的。

（上接81页）带有开拓性的工作，不是朝夕间就可一蹴而就的。而这一点必须明确：审美鉴赏教育属于语文教学的范畴，审美鉴赏教育是语文教学体系中有机的一部分。运用了它，所学的知识就更巩固，更扎实，更有深度。进行审美鉴赏教育，是每个中学语文工作者义不容辞的职责。不断探索新路，总结出规律性的东西更好地指导语文教学，是我们努力的方向。我们满怀信心地看到：审美鉴赏是从思想上、情感上、道德上、知识上对学生进行教育的有力手段，而且这种教育手段特点在于寓教育于美的享受中，不带一般教育的强制性，因而学生能心悦诚服地接受它。作为一个全面发展的、九十年代的中学生，美育教育关乎着他们的学识修养、思想情操、精神文明乃至终生的做人行事。所以，审美鉴赏教育天高地阔，大有可为。这里，我献上“审美鉴赏性阅读初探”这只并不饱满的花蕾，以期和姹紫嫣红的千万朵花共同装扮我们的中学语文教坛。