牛顿第三定律与动量守恒定律

肖 绍 祥

（广西南宁师范学院）

关于牛顿运动三定律的内容及有关概念的论述，人们已阐述了很多，本文仅对第三定律及与之有关联的动量守恒定律作粗浅的讨论．

一、牛顿第三定律是一条近似定律

牛顿第三定律，反映了物体间的相互联系，它指明了力来源于物体间的相互作用，而这种相互作用是完全对称的，即作用力和反作用力是沿着同一条直线上同时出现、同时变化、同时消失且同时属于同一种性质的力．近代物理学的研究表明，宇宙中只存在着万有引力、电磁力、弱力和强力这四种基本的作用力，而其余各种力都可以看作这些基本的作用力的复合表现．其中弱力和强力只在原子核的尺度 10^{-15} 米范围内起作用的，这二种力对我们研究宏观物体的运动没有什么影响．万有引力和电磁力都是长程力，它们是由场来传递的．

从施力和受力的过程来说，物体间的相互作用总是需要中间物质——场实行传递的．近代物理告诉我们没有一个物体（或携有能量的实体）的运动之速度能快于真空中光的传播速度．因此，作用力和反作用力是不能同时出现、同时变化、同时消失的．例如，远离我们很远的地方有一颗爆炸的星球，由于爆炸而发射出强烈的光射到地球上，这时，我们认为爆炸的星球施一个力于地球上，但这时我们不能说，地球也同时施一个力于星球上．因光的传播需要一定的时间，当我们接收到星球爆炸而发射出的光时，这个星球也因爆炸而早已消失了．

在力学中还常碰到接触力，如弹力和摩擦力等．追根究底的分析，其主要来源于物质内微观粒子间的电磁相互作用．因而，它们也是场力，要由场来传递的．但这种场力随着微观粒子（分子、原子）间的距离增大而迅速地减弱．实际上，当分子间距离在 10^{-7}cm 数量级时，分子间相互作用已可认为不存在了．可见这种场力可视为物体间直接接触时才能明显地表现出来，它是接触物体间以短程的微观粒子电磁相互作用而传递的力，是短程力．因此，在讨论宏观物体运动时，可认为接触力是“瞬时”

在排水孔边沿处 $x\approx 0$，得到：

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2\omega d}{v_0}\sin\varphi=-2\omega\sin\varphi t \qquad (9)$$

其中 $t=d/v_0$，可近似认为是水流到达排水孔的时间．

上述的理论解释虽然作了许多简化，甚至根本没有考虑到流体力学方面的因素，但它的基本结论还是与主要的实验观测相一致的．至于它在定量上的准确程度，还有待于进一步的实验检验。这里不敢作过高的企求．

注 ① 应该申明，这个观察已落于他人之后．作者最近看到英国人 M. 派克一篇报导的摘要（«漩涡的方向»，载«读者文摘»1983年第 4 期）．据他报导，早在1962年，美国麻省理工学院的谢皮洛教授就已发现这一现象，随后，澳大利亚悉尼大学的实验室进行的实验证明，与北半球的情形相反，在南半球，水流漩涡是顺时针方向转动的．在肯尼亚一个处于赤道线上的小城镇纳纽基进行的实验表明：在赤道上，水流向竖直的排水孔流去时，不形成漩涡．所有这些现象，都可以从我们简化的理论解释中推出．

② 实际上，在水流的运动中经常可以观察到 $\dot{z}\neq 0$ 的情形．这是由于流量变化和多种复杂因素造成的．这里不去考虑．

传播的．这时牛顿第三定律是正确的．对于两个物体间距离不甚大时，定律也可看作是正确的．

由上面分析的结论是，牛顿第三定律在物理学上并非是普遍的定律，它是一条近似的定律．若相互作用是随时间而变的，且要通过一定的距离发生作用时，就必须认真考虑这个问题．

二、动量守恒定律是物理学绝对守恒定律

在很多教材中，动量守恒定律是从牛顿第三定律出发而推导出来的，也有一些是根据质量及能量守恒和伽利略不变原理来推导动量守恒定律的．对于这两种推导方法，牛顿第三定律是成立的．

正如前面指出的，在物理学中牛顿第三定律并非是普遍的定律．但在物理学中却存在着普遍正确的动量、角动量及能量守恒定律．它们是与真空空间的基本性质相联系的，即分别与空间的均匀性、空间各向同性及时间的均匀性为根据的．时空的这些均匀性在物理学中起着非常重要的作用，若没有这些均匀性，自然定律也就不存在了．人类的经验已使自己完全相信，当仪器从一地点搬到另一地点进行相同的实验时，其实验结果是相同的(不计实验的误差)，自然定律在空间所有点上都是一样的．我们称空间的这种性质为空间的均匀性．下面根据空间的均匀性来推导动量守恒定律．

设有一个由 n 个质点组成的孤立系统．当系统整体在空间向任意方向平行移动时，根据空间均匀性它的力学性质不变．故在速度不变的情况下，质点组整体移动任意的无穷小位移 $\delta\boldsymbol{r}$ 时，应要求拉格朗日函数值不变，即

$$L(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\cdots\boldsymbol{r}_n,\boldsymbol{v}_1,\cdots,\boldsymbol{v}_n)$$
$$=L(\boldsymbol{r}_1+\delta\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_2+\delta\boldsymbol{r},\cdots,\boldsymbol{r}_n+\delta\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}_1,\cdots,\boldsymbol{v}_n).$$

或者

$$\delta L=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta\boldsymbol{r}=0 \qquad (1)$$

由于 $\delta\boldsymbol{r}$ 是任意的微元位移，故(1)式成立条件为

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}=0 \qquad (2)$$

又由拉格朗日方程有

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}=0 \qquad (3)$$

由(2)和(3)立即得

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}=0 \qquad (4)$$

显然应有

$$\boldsymbol{P}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}=\text{常矢量}, \qquad (5)$$

上式表明：孤立系统的总动量 $\boldsymbol{P}$ 不随时间而变．即为动量守恒定律．

上面这种推导方法，它完全不援引牛顿第三定律，而只根据空间的均匀性就可以找到动量守恒定律．然而上面所述及的空间均匀性，仍然是局限于经典力学的范畴，这因拉氏函数所反映的质点组内质点间相互作用是以“瞬时”传递和遵守伽利略相对性原理为前提的，故牛顿定律仍是成立的．因此下面我们进一步从量子力学中的空间均匀性来推出动量守恒定律．

在量子力学中，系统所处的状态是由遵守薛定谔方程的波函数 $\Psi(x,t)$ 来描述的．此时某力学量 $\hat{F}$ 的平均值 $\bar{F}$ 是由下式决定

$$\bar{F}=\int\Psi^*(x,t)\hat{F}\Psi(x,t)dx. \qquad (6)$$

由量子力学理论知道，若某力学量 $\hat{F}$ 不明显地含有时间，那么 $\hat{F}$ 是动态积分(即 $\bar{F}$ 为守恒量)的条件是下面的泊松括号等于零

$$\frac{d\hat{F}}{dt}=[\hat{F},\hat{H}]=0, \qquad (7)$$

其中 $\hat{H}$ 是哈密顿算符．依此和空间均匀性我们来推导动量守恒定律．为了方便起见，仅论证沿 X 方向动量守恒 $[\hat{P}_x,\hat{H}]=0$．

当系统沿 X 方向移动任意的无穷小位移 δx，由于空间的均匀性，所以 $\bar{H}$ 是不变的，即有

$$\bar{H}=\int\Psi^*(x)\hat{H}\Psi(x)dx$$
$$=\int\Psi^*(x+\delta x)\hat{H}\Psi(x+\delta x)dx, \qquad (8)$$

将 $\Psi(x+\delta x)$ 在x处泰勒展开，且略去二阶无穷小得

$$\Psi(x+\delta x)=\Psi(x)+\frac{\partial\Psi(x)}{\partial x}\delta x$$

$$=\left(1+\delta x\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi(x), \qquad (9)$$

又因为 $\hat{P}_x=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$，故上式变为

$$\Psi(x+\delta x)=\left(1+\frac{i}{\hbar}\delta x\cdot\hat{P}_x\right)\Psi(x) \quad (10)$$

于是(8)式可成为

$$\int\Psi^*(x)\hat{H}\Psi(x)dx=\int\Psi^*(x)$$

$$\times\left(1-\frac{i}{\hbar}\delta x\hat{P}_x\right)\hat{H}\left(1+\frac{i}{\hbar}\delta x\hat{P}_x\right)\Psi(x)dx$$

所以在略去高阶无穷小量时，有

$$\hat{H}=\left(1-\frac{i}{\hbar}\delta x\hat{P}_x\right)\hat{H}\left(1+\frac{i}{\hbar}\delta x\hat{P}_x\right)$$

$$=\hat{H}-\frac{i}{\hbar}\delta x\cdot[\hat{P}_x,\hat{H}]$$

由此显而易见得

$$[\hat{P}_x,\hat{H}]=0.$$

这样我们就从量子力学中的空间均匀性导出了动量守恒定律.

当然，在特定条件下，可从动量守恒定律导出牛顿第三定律. 从这角度来看，第三定律是动量守恒定律的特殊情况的结果.

值得注意，以上我们都是依据某些假设、定义或定律来导出动量守恒定律的. 而一条物理定律是从大量的实验或观测归纳而得的，它不能用数学的逻辑演绎方法，从其它定律导出来的. 自然界中是否确有一条真正的动量守恒定律呢?回答是肯定的. 大量事实，无论是经典的或近代物理的实验，都证明了这一点. 直至目前还没有发现违背动量守恒定律的现象. 动量守恒定律不仅适用于牛顿力学，甚至牛顿力学失效的地方仍然适用，且和空间均匀性紧密相联. 因此，动量守恒定律是一条最基本最普遍的绝对守恒定律.

参 考 文 献

[1] 周衍柏《理论力学教程》.

[2] 中山大学数学力学系《力学教程》.

[3] [英]Lewis Ryder《基本粒子与对称性》、重庆大学基本粒子研究室译.

无限长密绕螺线管的磁场

姜 培 复

(兰州大学)

在普通物理教材中讲到无限长密绕螺线管的磁场时，多采用安培环路定理，首先认为管外场为0，而后得出管内场均匀且为 μ_0nI (n 为单位长匝数). 但对管外场为什么为0多缺乏分析，大学物理83年第一期所载赵凯华同志的文章认为：类似于螺绕环，可利用安培环路定理证明无限长螺线管外部场 $B=0$，但具体如何证明并未给出. 我认为，在讲述无限长密绕螺线管的磁场时，可采用下述方案.

一、根据一般教材的安排，无限长螺线管轴线上的磁场 $B=\mu_0nI$ 的结论，已由毕奥—沙伐尔定律及迭加原理的运用而得到.

二、说明管内外的场分别为均匀场，这是由于：

1. 根据对称性的分析，管内外的磁感应线均为平行于管轴的平行线，这可以用赵凯华同志在上述文章中所提出的方法或更直观的用作图的方法(空间任一点的场为：对通过此点与管轴垂直的平面对称的一对对圆形线圈场的迭加)而得到.

2. 因管内外磁感应线均为平行于管轴的平行线，故管内外的场分别为均匀场.

三、管内场为均匀，且轴线上 $B=\mu_0nI$，故管内处处为 μ_0nI.