中国纺织大学学报 第十三卷第六期（1987年）
JOURNAL OF CHINA TEXTILE UNIVERSITY Vol. 13 No.6 (1987)

牛顿第三定律在相对论条件下一般不成立

张 佩 礼
（基础部物理教研室）

提 要

在一般的大学物理、电动力学或狭义相对论等教科书中，只是简单地指出：当物体运动速度可与真空中光速相比拟时，牛顿定律不再成立。或进一步指出：牛顿第二定律 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ 需要用新的动力学方程 $\boldsymbol{F}=d\boldsymbol{P}/dt$ 来取代。至于牛顿第三定律在相对论条件下是否成立，一般都不加阐述[1-4]。

本文从相对论的时空观出发，进行定量分析，得出牛顿第三定律在相对论条件下一般不成立。只有当相互作用的两物体相互接触，而且相对速度为零时，牛顿第三定律才严格成立。当然，这并不排斥牛顿定律的重要性。它仍然是经典力学的基本定律，而且是在低速情况下相对论力学的一种极好近似。对于工程技术上存在的大量力学问题，牛顿力学还是足够精确的。

关键词：牛顿第三定律，作用与反作用，相对论，洛仑兹变换，相对论质量，动量，动量守恒定律。

牛顿第三定律是反映物体之间相互作用规律的一条重要力学定律。它指出：当 A 物体以 $\boldsymbol{F}_2$ 力作用于 B 物体时，B 物体也一定以 $\boldsymbol{F}_1$ 力作用于 A 物体，$\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 同时出现、同时消失，而且大小相等、方向相反，作用在一条直线上。即

$$\boldsymbol{F}_1=-\boldsymbol{F}_2 \tag{1}$$

然而，当物体运动速度可与光速相比拟时，经典力学的时空观需要用狭义相对论的时空观来代替。要分析牛顿第三定律在相对论条件下是否成立，就必须从反映狭义相对论时空观的洛仑兹变换出发，根据定律本身所表述的内容，从以下两个方面加以分析论证：

一、作用力与反作用力是否仍然同时产生、同时消失？

根据相对论的观点，在一个参照系看来“同时”发生的两件事，在另一个参照系看来未必“同时”。这可从洛仑兹变换式中得到证明。若两个坐标系 $K(OXYZ)$ 和 $K'(O'X'Y'Z')$，它们的相应坐标轴互相平行，K' 系相对于 K 系以速度 $\boldsymbol{v}$ 沿 X 轴作匀速直线运动，如图1所示。取两坐标系原点重合时刻作为计算时间的起始时刻，则时间的洛仑兹变换式为[2]：

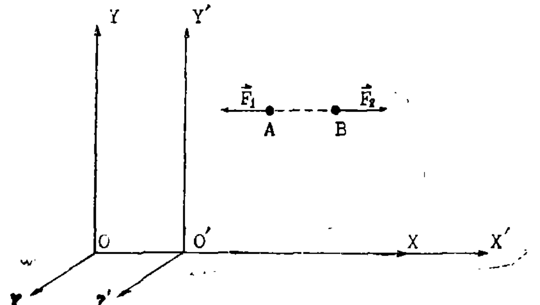

图1 坐标变换
Fig.1 Coordinate transform

$$t'=\frac{t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2}$$

本文于1987年5月20日收到。

假定在K系的x_1和x_2处分别有A和B两个物体，在t时刻它们同时受到对方一个力的作用。它们大小相等、方向相反、作用在同一直线上。在K'系测得A物体受到B物体作用的时刻为t_1'；B物体受到A物体作用的时刻为t_2'，由式(2)可得

$$t_1' = \frac{t - \frac{x_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \qquad t_2' = \frac{t - \frac{x_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

则

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{\frac{v}{c^2}(x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{3}$$

由于$x_1 \neq x_2$，所以$\Delta t' \neq 0$。可见，按照相对论的观点，作用力与反作用力同时产生、同时消失的结论一般不能成立。只有当作用力与反作用力这一对力的作用点之间的距离可以忽略不计，或这一对力是接触力时，作用力与反作用力才是同时产生、同时消失的。

二、作用力与反作用力是否仍然大小相等、方向相反、作用在一直线上？

相对论中的许多基本公式都可由洛仑兹变换直接导出，力的变换式也不例外。为了避免繁冗的数学推导，我们可用一般教科书中[3]已由洛仑兹变换导出的相对论基本公式来加以推导。

在相对论中，为了使动力学方程对洛仑兹变换保持形式不变，力的定义式不再用$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$，而重新定义为

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{u}) \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{u}$为K系中测得的物体运动速度，$\boldsymbol{P}$和m分别为同一坐标系中测得的物体动量和相对论质量。若物体的静止质量为m_0，其相对论质量就定义为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \tag{5}$$

若K'系与K系的关系如前面所述，仍用带"撇"的量表示K'系中所测得的量，用不带"撇"的量表示K系中所测得的量，则相对论的速度变换公式为

$$\left.\begin{aligned} u_X' &= \frac{u_X - v}{1 - \frac{u_X v}{c^2}} \\ u_Y' &= \frac{u_Y}{\gamma\left(1 - \frac{u_X v}{c^2}\right)} \\ u_Z' &= \frac{u_Z}{\gamma\left(1 - \frac{u_X v}{c^2}\right)} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

其中

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

由质量定义式(5)及式(6)作适当代数运算，可得质量的变换式

$$m' = \gamma\left(1 - \frac{u_X v}{c^2}\right)m \tag{7}$$

于是得到动量的变换式如下：

$$\left.\begin{aligned} P'_X &= m'u'_X = \gamma(P_X - mv) \\ P'_Y &= m'u'_Y = P_Y \\ P'_Z &= m'u'_Z = P_Z \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

根据力的定义式(4)可得

$$\left.\begin{aligned} F'_X &= \frac{dP'_X}{dt'} = \frac{\dfrac{dP'_X}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}} \\ F'_Y &= \frac{dP'_Y}{dt'} = \frac{\dfrac{dP'_Y}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}} \\ F'_Z &= \frac{dP'_Z}{dt'} = \frac{\dfrac{dP'_Z}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

以 $m = \dfrac{E}{c^2}$ [3] 及 $\dfrac{dE}{dt} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u} = F_X u_X + F_Y u_Y + F_Z u_Z$ [4] 代入上式，可得相对论中力的变换式：

$$\left.\begin{aligned} F'_X &= F_X - \frac{v}{c^2 - u_X v}(u_Y F_Y + u_Z F_Z) \\ F'_Y &= \frac{F_Y}{\gamma\left(1 - \dfrac{u_X v}{c^2}\right)} \\ F'_Z &= \frac{F_Z}{\gamma\left(1 - \dfrac{u_Z v}{c^2}\right)} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

从上述力的变换式中可以得出一个有趣的结论：一个物体所受力的大小不仅与坐标系有关，还与物体运动速度有关。如果在某一坐标系中(如K系)所测得的力仅与物体位置有关，即 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$，那末在另一坐标系 K' 中所测得的作用在同一物体上的力不仅与物体位置有关，还与该物体的速度有关。这在经典力学中是不可思议的，它是相对论时空观的必然结果。根据这一结论，我们对作用力和反作用力的大小和方向问题还可作进一步讨论：

如果有A和B两个物体，它们之间有着相互作用，某一时刻在K系中测得它们的速度分别为 $\boldsymbol{u}_1$ 和 $\boldsymbol{u}_2$，相互作用力分别为 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$，而且此刻恰好满足 $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$。由式(10)很容易看出：在一般情况下，它们在 K' 系中所测得的各分力是不相等的，即 $F'_{1X} \neq -F'_{2X}$；$F'_{1Y} \neq -F'_{2Y}$；$F'_{1Z} \neq -F'_{2Z}$，也就是说 $\boldsymbol{F}'_1$ 与 $\boldsymbol{F}'_2$ 这对作用与反作用力不仅大小不等，而且一般将不在同一直线上：$\boldsymbol{F}'_1 \neq -\boldsymbol{F}'_2$，因此牛顿第三定律不满足。

要使牛顿第三定律在相对论条件下继续有效，必须使 $\boldsymbol{F}'_1 = -\boldsymbol{F}'_2$，即

$$\left.\begin{aligned} F'_{1X} + F'_{2X} &= 0 \\ F'_{1Y} + F'_{2Y} &= 0 \\ F'_{1Z} + F'_{2Z} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

把式(10)代入上式可得

$$F'_{1X}+F'_{2X}=F_{1X}-\frac{v}{c^2-u_{1X}v}(u_{1Y}F_{1Y}+u_{1Z}F_{1Z})$$
$$+F_{2X}-\frac{v}{c^2-u_{2X}v}(u_{2Y}F_{2Y}+u_{2Z}F_{2Z})=0$$

欲使此式恒等,必须使

$$u_{1X}=u_{2X};\quad u_{1Y}=u_{2Y};\quad u_{1Z}=u_{2Z}$$

因此,要使作用力与反作用力在任何坐标系中都能大小相等、方向相反、作用在一直线上,两物体的相对速度必须等于零。

结　论

1．在相对论情况下,一般而言牛顿第三定律无效。只有当两物体相互接触,而且相对速度为零时,牛顿第三定律才有效;

2．当运动速度远小于光速时,即 v, $u\ll c$ 时,由式(3)可得 $\Delta t'=0$, 此时作用力与反作用力同时产生、同时消失;又由式(10)可得 $F'_X=F_X$; $F'_Y=F_Y$; $F'_Z=F_Z$, 即 $\boldsymbol{F}'_1=\boldsymbol{F}_1$; $\boldsymbol{F}'_2=\boldsymbol{F}_2$, 而 $\boldsymbol{F}_1=-\boldsymbol{F}_2$, 故有 $\boldsymbol{F}'_1=-\boldsymbol{F}'_2$。这就是说,作用力与反作用力仍然是大小相等、方向相反、作用在一条直线上。可见牛顿第三定律在此情况下成立,经典力学是相对论力学在 $v\ll c$ 时的极好近似。在日常生活和工程技术领域中,物体运动速度都落在这一范围内,因此牛顿第三定律还是精确有效的;

3．值得指出的是:在一般的力学教科书中都用牛顿第三定律引出动量守恒定律。但这并不意味着牛顿第三定律不成立,动量守恒定律也就一定不成立。动量守恒定律除了可用牛顿第三定律导出外,还可以直接从空间的对称性和均匀性或其他方法直接导出[1,5],因此动量守恒定律是独立于牛顿第三定律的一条定律。进一步的分析还可得出这样的结论:在相对论条件下,相互作用的两物体的动量一般不守恒,但若把它们所产生的场的动量也包括在内,其总动量是守恒的。例如两运动电荷之间的相互作用一般不满足牛顿第三定律,它们的动量一般也不守恒。但是如果把两电荷所产生的电磁动量也包括进去,则其总动量是守恒的。到目前为止,还没有发现违背动量守恒定律的现象,它不仅适用于牛顿力学,在牛顿力学失效的高速领域及微观领域中仍然适用。因此动量守恒定律仍是自然界的一条最基本最普遍的定律。

参 考 文 献

[1] C·基特尔等:伯克利物理教程,陈秉乾等译,1979年版,科学出版社,第1卷,§3.1, §3.2, 第76, 160页。
[2] C·Э·福利斯等:普通物理学,梁宝洪译,1957年版,高等教育出版社,第1卷,第102页;第3卷,第1分册,第25章。
[3] 程守洙、江之永主编:普通物理学,1979年版,人民教育出版社,第1册,第5章。
[4] 郭硕鸿:电动力学,1979年版,人民教育出版社,第260页。
[5] 卓崇培,刘文杰:时空对称性与守恒定律,1982年版,高等教育出版社,第55—56页。

NEWTON'S THIRD LAW IS COMMONLY NOT VALID IN RELATIVITY THEORY

Zhang Peili
(Basic Sciences Department)

— Abstract —

In almost all the textbooks of university physics, electro-dynamics and special relativity, it is only pointed out that Newton's laws are not valid when the speed of a body can be compared with that of light. Sometimes, it is also pointed out that the equation of Newton's second law $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$, must be replaced by a new dynamic equation $\boldsymbol{F}=d\boldsymbol{P}/dt$. Generally, the effectiveness of Newton's third law in the case of relativity is not illustrated.

In this paper the quantitative analysis is carried out in terms of time-space viewpoint of relativity, and it follows that Newton's third law is commonly not valid in the case of relativity. Only when two acting bodies contact each other, and the relative velocity is equal to zero, Newton's third law is exact. But Newton's laws are still very important, and they are the fundamental laws in classical mechanics and perfect approximate of relativistic mechanics under the condition of low speed. Newton's mechanics is exact enough for almost all the problems in engineering and technology domains.

Keywords: Newton's third law, action and reaction, relativity theory, Lorentz transformation, relativistic mass, momentum, law of conservation of momentum.