

电磁学中 Newton 第三定律成立的条件

韩运侠, 王备战

(洛阳师范学院物理系, 河南洛阳 471022)

摘 要: 通过对点电荷及电流的相互作用进行分析, 根据 Newton 第三定律的推导过程, 得出 Newton 第三定律在电磁学中成立的条件.

关键词: Newton 第三定律; 点电荷; 电流元; 动量守恒

中图分类号: 0441; 0311

文献标识码: A

文章编号: 1009 - 4970(2004)02 - 0031 - 02

众所周知, Newton 第三定律在力学范围内是精确的. 根据 Newton 第三定律的推导过程, 得出 Newton 第三定律在电磁学中成立的条件.

1 两个点电荷之间的相互作用力

Coulomb 定律^[1]告诉我们: 真空中的两个点电荷之间的相互作用力与它们所带电荷乘积成正比, 与它们之间的距离的平方成反比. 该定律成立的条件是: 两个点电荷相对静止. 静止条件的实质是什么呢? 为揭示其实质, 我们放宽静止条件, 推广到静止源电荷对运动电荷的作用. 设点电荷 q_1 以速度 \vec{v} 运动, 点电荷 q_2 静止不动, 则 q_2 对 q_1 的作用力为

$$\vec{f}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad (1)$$

根据电动力学^[2], 运动电荷 q_1 对静止电荷 q_2 的作用力为

$$\vec{f}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} + \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}_{12}}{cr_{12}}\right) \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \right] \quad (2)$$

式中 c 为光在真空中的速度, 比较 (1) 式与 (2) 式可以看出, 仅当 $\vec{v} = 0$ 时, 才有 $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$. 这表明: 两静止点电荷之间的相互作用之遵循 Newton 第三定律, 而运动点电荷与静止点电荷之间的相互作用力则违背 Newton 第三定律.

2 电流之间的相互作用力

2.1 电流元之间的相互作用力

如图 1 两电流元 $I_1 d\vec{l}_1$ 与 $I_2 d\vec{l}_2$, 电流元 $I_1 d\vec{l}_1$ 对电流元 $I_2 d\vec{l}_2$ 的作用力, 可看作 $I_1 d\vec{l}_1$ 激发的磁场对 $I_2 d\vec{l}_2$ 的 Ampere 力. 由 Biot-Savart 定律得, $I_1 d\vec{l}_1$

在 $I_2 d\vec{l}_2$ 处激发的磁场磁感应强度为

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3} \quad (3)$$

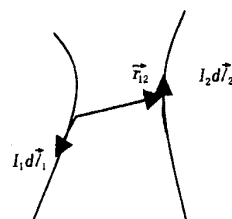


图 1 两电流元之间的作用力

由 Ampere 定律得, $d\vec{B}_{12}$ 对 $I_2 d\vec{l}_2$ 的作用力为

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 d\vec{l}_2 \times (\vec{r}_{12} \times d\vec{l}_1)}{4\pi r_{12}^3} \quad (4)$$

同理得 $I_2 d\vec{l}_2$ 对 $I_1 d\vec{l}_1$ 的作用力为

$$d\vec{F}_{21} = I_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 d\vec{l}_1 \times (\vec{r}_{21} \times d\vec{l}_2)}{4\pi r_{21}^3} \quad (5)$$

利用矢量公式

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$$

$$\text{得 } d\vec{l}_2 \times (\vec{r}_{12} \times d\vec{l}_1) = (\vec{r}_{12} \cdot d\vec{l}_1) d\vec{l}_2 - (\vec{r}_{12} \cdot d\vec{l}_2) d\vec{l}_1$$

$$- (\vec{r}_{12} \cdot d\vec{l}_1) d\vec{l}_2 \quad (6)$$

$$d\vec{l}_1 \times (\vec{r}_{21} \times d\vec{l}_2) = (\vec{r}_{21} \cdot d\vec{l}_2) d\vec{l}_1 - (\vec{r}_{21} \cdot d\vec{l}_1) d\vec{l}_2$$

$$\text{由于 } \vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$$

$$\text{故 } d\vec{l}_1 \times (\vec{r}_{21} \times d\vec{l}_2) = - [(\vec{r}_{21} \cdot d\vec{l}_2) d\vec{l}_1 - (\vec{r}_{21} \cdot d\vec{l}_1) d\vec{l}_2]$$

$$= (\vec{r}_{12} \cdot d\vec{l}_2) d\vec{l}_1 - (\vec{r}_{12} \cdot d\vec{l}_1) d\vec{l}_2 \quad (7)$$

因为 $d\vec{l}_1$ 与 $d\vec{l}_2$ 方向任意, 且无关系, 所以

$$d\vec{F}_{12} = -d\vec{F}_{21}$$

对于任意两个电流元之间的相互作用, Newton 第三定律不成立.

2.2 闭合电流之间的相互作用

如图 2 两个闭合回路, 回路 L_1 对回路 L_2 的作

收稿日期: 2003 - 11 - 12

作者简介: 韩运侠(1961 -), 男, 河南伊川人, 副教授.

用力

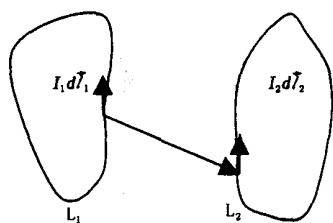


图 2 闭合电流之间的相互作用

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{12} &= \int_{L_2} d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4} \int_{L_2} \int_{L_1} \frac{d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4} \left[\int_{L_2} \int_{L_1} \frac{(d\vec{l}_2 \cdot \vec{r}_{12}) d\vec{l}_1}{r_{12}^3} - \int_{L_2} \int_{L_1} \frac{(d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1) \vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \right] \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4} \left[\int_{L_1} d\vec{l}_1 \int_{L_2} \frac{d\vec{l}_2 \cdot \vec{r}_{12}}{r_{12}^3} - \int_{L_2} \int_{L_1} \frac{(d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1) \vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \right]
 \end{aligned}$$

同理可得, 回路 L_2 对回路 L_1 的作用力

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{21} &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4} \left[\int_{L_2} \int_{L_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{21}}{r_{21}^3} \right. \\
 &\quad \left. - \int_{L_1} \int_{L_2} \frac{(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \vec{r}_{21}}{r_{21}^3} \right]
 \end{aligned}$$

因 $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$ 所以 $\int_{L_1} \int_{L_2} \frac{(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \vec{r}_{12}}{r_{12}^3} = 0$

$$+ \int_{L_2} \int_{L_1} \frac{(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \vec{r}_{21}}{r_{21}^3} = 0$$

又因, 对任意闭合回路 $\int_L \frac{d\vec{l} \cdot \vec{r}}{r^3} = \int_L \frac{dr}{r^2} = 0$

$$\text{故有 } \int_{L_1} \int_{L_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{21}}{r_{21}^3} = 0, \quad \int_{L_2} \int_{L_1} \frac{d\vec{l}_2 \cdot \vec{r}_{12}}{r_{12}^3} = 0$$

所以 $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$

可见, 两个任意闭合恒定电流回路之间的相互

作用力遵循 Newton 第三定律.

3 Newton 第三定律成立的条件

为什么相互作用力有时遵循 Newton 第三定律, 有时则违背 Newton 第三定律呢? 为弄清此问题, 我们先回顾一下 Newton 第三定律的推导过程^[3], 孤立系统的动量守恒是普遍规律, 若孤立系统只包括两个物体其间的相互作用, 则 $(m_1 \vec{v}_1) = - (m_2 \vec{v}_2)$

在 $t = 0$ 的情况下

$$\frac{d(m_1 \vec{v}_1)}{dt} = - \frac{d(m_2 \vec{v}_2)}{dt}$$

由此得 $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

此式即为 Newton 第三定律的数学表达式. 若孤立系统中除两个物体外, 还有第三者“插足”, 且在两个物体相互作用的过程中, 第三者的动量也有所变化, 此时

$$(m_1 \vec{v}_1) \neq - (m_2 \vec{v}_2)$$

于是两者不遵守 Newton 第三定律. 对于接触物体之间的相互作用, 如摩擦力、弹力等, 由于不存在第三者, 故 Newton 第三定律总是成立的. 以场为媒介物传递的近距离作用, 则场就是第三者, 其动量可能发生变化, 只有当场的动量不变时, 两物体的相互作用才遵守 Newton 第三定律, 如两个静止的点电荷之间的电场力, 两个恒定闭合回路电流之间的磁场力. 当场的动量变化时, 两物体之间的作用则违背 Newton 第三定律, 如静止电荷与运动电荷之间的相互作用力, 两个电流元之间的相互作用力等.

参考文献

- [1] 陈秉乾, 舒幼生, 胡望雨. 电磁学专题研究[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [2] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [3] 漆安镇, 杜蝉英. 力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.

Preconditions of Newton's Third Law in Electromagnetism

HAN Yun-xia, WANG Bei-zhan

(Department of Physics, Luoyang Teachers College, Luoyang 471022, China)

Abstract: By analyzing interaction of point electric charge and electric current, in the deduction process of Newton's third law, the paper discusses the preconditions of Newton's third law in electromagnetism.

Key words: Newton's third law; point electric charge; electric current element; momentum conservation law

word版下载: <http://www.ixueshu.com>
