

带电体间的相互作用力是否符合牛顿第三定律

杨 津 华

内容提要 在稳恒电流情况下,当两个载流导体在真空中无相对运动时,其相互作用力符合牛顿第三定律。但在非稳恒电流情况下,其相互作用力明显不符合牛顿第三定律,其力矢量之差体现在电磁场动量的变化上。

关键词 洛伦兹力 安培力 动量

1. 问题的提出

一般载流直导线与运动电荷之间的相互作用力不符合牛顿第三定律:

设一段长为 L 的直导线通有稳恒电流 I ,在与导线距离为 a 处,有一电量为 q 的点电荷以恒定速率 v 平行于导线运动(v 与导线 L 共面)。现在讨论运动电荷通过任意点 P 时,与导线之间的相互作用力。

1.1 运动电荷受到的洛伦兹力。

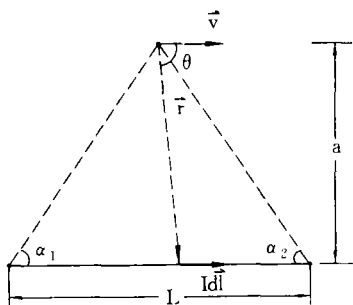


图 1

由毕—沙—拉定律:

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times r}{r^3} \quad (1)$$

$$\text{得到: } B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) \quad (\odot)$$

用右手定则判定方向垂直纸面向外。

$$\text{由洛伦兹力公式: } F_{\#} = qv \times B \quad (2)$$

得到:

$$F_{\#} = qv \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) \quad (\downarrow)$$

1.2 一段载流导线受到的安培力。

由毕—沙—拉定律:

$$B = \frac{qv \times r}{4\pi r^3} \quad (3)$$

$$\text{得到: } B = \frac{\mu_0 qv \sin\theta}{4\pi r^2} \quad (\otimes)$$

$$\text{由安培定律: } dF = Idl \times B \quad (4)$$

$$\text{得到: } dF = \frac{I\mu_0 qv \sin\theta}{4\pi r^2} dl$$

$$\begin{aligned} F_{\#} &= \int dF \\ &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 Ia}{4\pi} \frac{qv \sin\theta}{a^2} \left(-\frac{1}{\sin^2\theta} \right) d\theta \\ &= \frac{\mu_0 qvI}{4\pi a} (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) \quad (\uparrow) \end{aligned}$$

运动电荷受到的洛伦兹力与一段载流导线受到的安培力大小相等、方向相反。

现在来确定载流导线受到的安培力合力的作用点。

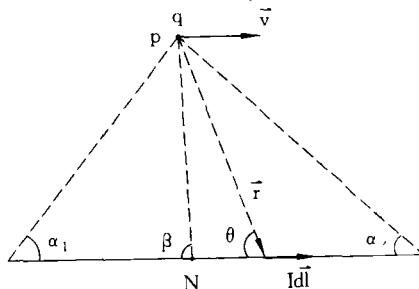


图 2

设任意点 N 为合力的作用点,在该点导线所受的合力矩为零,求 N 点的位置:

$$\begin{aligned}
 dM &= (\text{actg}\theta - \text{actg}\beta) \cdot dF \\
 &= (\text{actg}\theta - \text{actg}\beta) \\
 &\quad \left(-\frac{qv\mu_0 I}{4\pi a} \sin\theta d\theta \right) \\
 M &= \int_{\pi-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 q \cdot v I}{4\pi a} (\text{ctg}\beta \sin\theta - \cos\theta) d\theta \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{得到: } \beta = \text{tg}^{-1} \frac{\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2}{\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2}$$

上式表明,一段载流直导线受到的安培力合力的作用点位置与 α_1, α_2 有关,即: $\beta = f(\alpha_1, \alpha_2)$ 。只有在 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 的特殊情况下,洛伦兹力与安培力的作用线在一条直线上,符合牛顿第三定律。而一般情况下,洛伦兹力与安培力的作用线不在一条直线上,不符合牛顿第三定律。

上例中,不符合牛顿第三定律的原因是:孤立的恒定的电流元在实际中是不存在的。因为恒定的电流必须是闭合的。

2. 在稳恒电流的情况下,两个静止的闭合载流线圈的相互作用力符合牛顿第三定律

图3所示两个任意形状的闭合线圈,分别通有稳恒电流 I_1, I_2 。

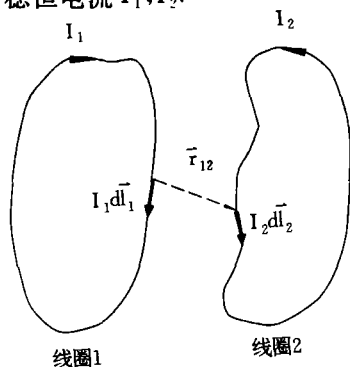


图3

在两个线圈上分别任取电流元 $I_1 dl_1$ 和 $I_2 dl_2$,

2.1 线圈2受到线圈1的作用力
由公式(1)和(4)得到:

$$dF_{12} = \frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{4\pi} \cdot \frac{dl_2 \times (dl_1 \times r_{12})}{r_{12}^3}$$

根据三重矢积公式得到:

$$dF_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \cdot \frac{dl_1 (dl_2 \cdot r_{12}) - r_{12} (dl_2 \cdot dl_1)}{r_{12}^3}$$

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= \oint_{L_1} \oint_{L_2} dF_{12} \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{dl_1 (dl_2 \cdot r_{12})}{r_{12}^3} \\
 &\quad - \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{r_{12} (dl_1 \cdot dl_2)}{r_{12}^3}
 \end{aligned}$$

其中第一项:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{dl_1 (dl_2 \cdot r_{12})}{r_{12}^3} \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} dl_1 \oint_{L_2} dl_2 \nabla \frac{1}{r_{12}} \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} dl_1 \oint_{L_2} d \frac{1}{r_{12}} = 0
 \end{aligned}$$

则:

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{r_{12} (dl_1 \cdot dl_2)}{r_{12}^3} \\
 &= -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{r_{12}}{r_{12}^3} dl_1 \cdot dl_2 \cdot \cos\theta \\
 &\quad [\theta = \theta(dl_1, dl_2)]
 \end{aligned}$$

2.2 线圈1受到线圈2的作用力。

同理可得:

$$F_{21} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{r_{21}}{r_{21}^3} dl_1 \cdot dl_2 \cdot \cos\theta$$

因为: $r_{12} = r_{21}$ 、 $r_{12} = -r_{21}$

所以: $F_{12} = -F_{21}$

可见:两个载有稳恒电流的闭合线圈的相互作用力符合牛顿第三定律。

3. 在非稳恒电流的情况下,带电体之间的相互作用力不符合牛顿第三定律,其力矢量之差体现在电磁场动量的变化上

在非稳恒电流的情况下,由于带电体的电流变化引起带电体周围空间的电场和磁场发生了变化。此时,只看带电体之间的相互作用力明显不符合牛顿第三定律,必须将电磁场动量的变化考虑在内,下面对此作一简单的讨论:

21 世纪需要现代化的物理教师

李 敬 林

20 世纪即将过去,它可以说是物理的世纪,是出成果、对社会影响最深远的世纪,在这个世纪中出现了一系列高新技术,以它们为基础制造出了一系列新产品、新设备,如半导体、计算机、彩色电视、核能发电站、加速器 and 人造卫星等,它们不仅改变着人们的生产和生活,而且还扩展和完善了人类对大自然和社会探索的手段,这是 20 世纪初一系列物理新发现和相对论、量子理论建立的结果。20 世纪的技术革命蔚为大观,它令人振奋地刷新了世界的面貌,使得 20 世纪成为物理学史上最富有创造的年代。目前这种技术革命还在向更深入更广阔的方面发展,高新技术的不断开发,新材料新技术的不断涌现,以这些

高新技术和新材料为基础,高技术产业群形成并发展,逐步改善传统产业的面貌,成倍地提高资金使用和劳动力的效率。

在这种形势下我们即将跨入 21 世纪,在这个新的世纪中,我们要适应科技的迅猛发展和社会的不断进步,就必须有一大批跨世纪的优秀人才,这是大势所趋。培养这些人才是一个艰巨的任务,这个艰巨的任务自然而然就落到了广大教师的肩上。这也就要求我们当今的广大教师和即将走上岗位的教师必须首先自身现代化,必须首先进入 21 世纪。

纵观我国当今的现状,有喜有忧。喜的是我国的高新技术在不断地发展和提高,已逐步赶上或超过了世界先进水平,人民的生活

由洛伦兹力公式: $f = \rho E + J \times B$

式中: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot E$

$$J = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B - \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

由麦克斯韦方程式: $\nabla \cdot B = 0$

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\text{得到: } \int_V f dV + \frac{d}{dt} \int G \cdot dV = 0 \quad (*)$$

式中:

G 是电磁场的动量矢量 $G = \epsilon_0 E \times B$

上式中力密度 f 等于电荷系统的动量密

度的变化率,即: $f = \frac{dP}{dt}$, 代入(*)式:

$$\text{得到: } \frac{d}{dt} \int P dV + \frac{d}{dt} \int G dV = 0$$

此式就是我们所研究的带电体及其周围空间的电磁场总动量守恒方程式。

上式中第一项表示带电体的总动量变化

率。第二项表示电磁场动量的变化率。当带电体相对静止且载有稳恒电流时,由于

$$\frac{d}{dt} \int G dV = 0 \quad \text{电磁场动量的变化率为零,得}$$

$$\text{到: } \frac{d}{dt} \int P dV = 0$$

系统内各带电体的总动量的变化率为零,即所受合力为零。此时,带电体之间的相互作用力符合牛顿第三定律。

当带电体间有相对运动或载有非稳恒电

流时,由于 $\frac{d}{dt} \int G dV \neq 0$ 电磁场动量随时间

而变化,得到: $\frac{d}{dt} \int P dV \neq 0$

系统内各带电体的总动量的变化率不为零,即所受合力不为零。此时,带电体之间的相互作用力不符合牛顿第三定律,其力矢量之差体现在电磁场动量的变化之上。

