

# 大物期末复习

## Chapter 22 干涉

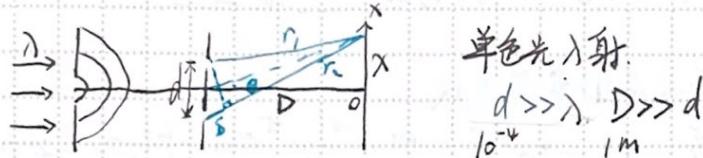
干涉的必要条件：频率相同，存在相互平行的振动分量，相位差稳定

$$\text{相干干涉 } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \Delta\phi = \pm 2k\pi$$

$$\text{相消干涉 } I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \Delta\phi = \pm (2k+1)\pi$$

对比度  $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$  振幅比、光源单色性、光源亮度...空间相干性问题

双缝干涉



单色光入射

$$d \gg \lambda, D \gg d \\ 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{光程差 } \delta \approx d \sin \theta \approx d \frac{x}{D}$$

$$\text{相位差 } \Delta\phi = \frac{\delta}{\lambda} \cdot 2\pi$$

$$\text{明纹: } x = \pm k \frac{D}{\lambda} \lambda \quad (\Delta\phi = \pm 2k\pi)$$

$$\text{暗纹: } x = \pm (2k+1) \frac{D}{\lambda} \lambda \quad \text{条纹间距: } \Delta x = \frac{D}{\lambda} \lambda$$

$$\text{光强: } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi \quad (\text{设 } I_1 = I_2 = I_0)$$

$$= 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

半波损失

反射光:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{(正入射, 入射角为0): 光疏 \rightarrow \text{光密有半波损失} \rightarrow \text{光疏无} \\ \text{(掠入射, 接近90°): 均有半波损失} \end{array} \right.$

透射光: 无

劳埃德镜 利用虚拟光源对称性, 注意半波损失

光的非单色性对干涉条纹的影响  $Km = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, Sm = \lambda K = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

Def. 相干时间:

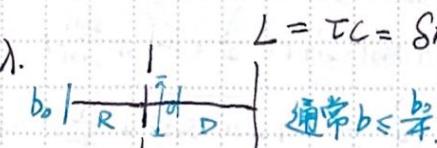
$$\text{光通过相干长度所需时间 } T = \frac{Sm}{c}$$

Def.  $\downarrow$   
相干长度: ~~最长距离~~

两列波能发生干涉的最大光程差

Def. 光源的极限宽度  $b_0 = \frac{R}{d} \lambda$ .

( $R$  为光源距双缝)



$$L = Tc = Sm$$

波列长度 = 相干...

Def. 相干间隔  $d_0 = \frac{R}{b} \lambda$ . ( $d < d_0$  才能干涉)

$d_0, \theta_0 \uparrow$ , 空间相干性  $\uparrow$

Def. 相干孔径角  $\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b}$ . ( $d_0$  对光源中心的张角)

利用空间相干性测星体角直径  $\psi = \frac{\lambda}{b}$ . P41 (22B)

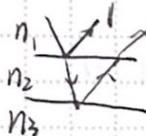
## · 迈克尔孙干涉仪

点光源 :  $\rightarrow b_0 = \frac{R\lambda}{2d}$  线光源  $| \rightarrow b_0 = \frac{R\lambda}{d}$

## · 薄膜干涉

光在折射率为1的介质中:  $\perp$  不变,  $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ .

光程差  $nr \Rightarrow$  相差 =  $\frac{\lambda}{n}$  光程差 透镜不附加光程差.



当  $n_2$  比两边小或大时, 有相位突变  $\pi$  (1, 2间)

$n_1 < n_2 < n_3 / n_3 > n_2 > n_1$  时, 无相位突变  $\pi$ .

## Δ 不均匀薄膜表面的等厚条纹

1. 等倾干涉,  $\theta: 10^{-4} \sim 10^{-5} \text{ rad}$ , 平行光垂直入射.

- 圆条纹  
 $\Leftrightarrow \frac{\lambda}{2}$  误差

$$\Rightarrow \delta(e) \approx 2ne + \frac{\lambda}{2} \text{ 明纹: } \delta(e) = k\lambda$$

条纹间距  $L \propto \frac{\Delta e}{\theta}, \Delta e = \lambda$

$$\Rightarrow L \approx \frac{\lambda}{2n\theta} \quad \theta \downarrow, L \uparrow$$

## 2. 牛顿环

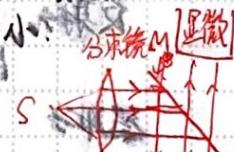


$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 \approx 2Re \Rightarrow e = \frac{r^2}{2R}, \delta = 2e + \frac{\lambda}{2}.$$

暗环:  $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} = 2e + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_k = \sqrt{KRA\lambda} \propto \sqrt{K}, \quad K=0, 1, 2, \dots$

内圈  $K$  小, 间距大  $\Rightarrow$ ; 外圈  $K$  (级次) 大, 间距小:

$$\text{明环 } r_k = \sqrt{\frac{(2k+1)RA\lambda}{2}}, \quad K=1, 2, 3, \dots$$



注意检测工件曲率半径的不能想法 220P32-53

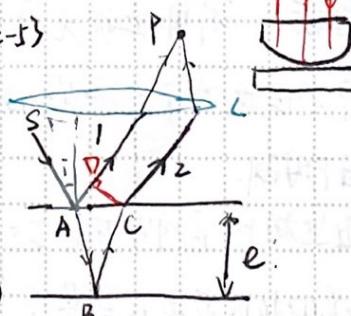
## 3. 增反射膜, 增透膜

## Δ 等倾条纹

$$\delta = n(AB+BC) - AD + \frac{\lambda}{2}.$$

$$= n \cdot 2 \cdot \frac{h}{\cos i} - 2htanr \cdot \sin i + \frac{\lambda}{2} \quad (\text{其中 } n = \frac{\sin i}{\sin r})$$

$$= 2nh \cos r + \frac{\lambda}{2} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}. \quad (h \text{ 其实是图中的 } e)$$



条纹: 内疏外密, 级次内高外低.

$k$  不变,  $e \uparrow \rightarrow \delta$  不变时  $i \uparrow \rightarrow r_k \uparrow$ ;  $k, e$  不变,  $\lambda \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \uparrow$  ??

· 面光源  $\rightarrow$  汇聚到同一点  $\rightarrow$  无光源亮与条纹衍射强度的矛盾

可计算中心级别, 倒推从中心数第  $k$  个圆环级别

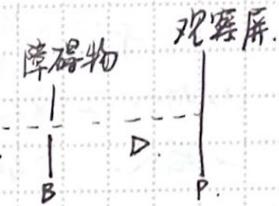
220P6例题解

12.27

· 迈克尔孙干涉仪 CP9

### Chapter 23 衍射

分类 { 非涅耳衍射(近场)  $L, D$  至少一有限  
夫琅禾费衍射(远场)  $L, D$  均无限大



· 单缝的夫琅禾费衍射

$$\delta = a \sin \theta = 0 - \text{中央明纹中心} \quad \text{注意不是顺序排列!}$$

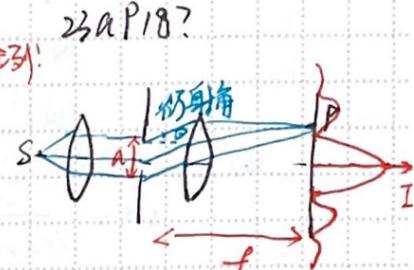
$$a \sin \theta = \pm k\lambda, k=1, 2, 3, \dots \text{ 暗纹 (准确)}$$

$$a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}, k=1, 2, 3, \dots \text{ 明纹中心 (近似)}$$

$$\cdot \text{光强公式 } I = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \text{ 其中 } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{主极大 (中央明纹中心): } I = I_0 = I_{\max} \quad (\beta \rightarrow 0, \frac{\sin \beta}{\beta} = 1) \\ \text{极小 (暗纹): } I = 0. \Rightarrow a \sin \theta = \pm k\lambda \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{次极大: } \frac{dI}{d\beta} = 0 \Rightarrow \tan \beta = \beta \quad a \sin \theta = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda \dots \\ I = 0.047 I_0 \quad 0.017 I_0 \quad 0.008 I_0 \end{array} \right.$$



· 条纹宽度.

$$\text{中央明纹宽度: 即两第一级暗纹间距. } \left\{ \begin{array}{l} \text{角度 } \Delta \theta_0 = 2 \frac{\lambda}{a} \\ \text{宽度 } \Delta x_0 = 2 f \frac{\lambda}{a} \end{array} \right.$$

$$\Delta x_0 \propto \frac{\lambda}{a} \quad \text{衍射反比律} \quad \text{明显}$$

当  $a > \lambda$  且  $\frac{\lambda}{a} \sim 1$  时,  $\Delta \theta_0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$  只有中央明纹, 屏全亮

当  $a \gg \lambda$ ,  $\frac{\lambda}{a} \rightarrow 0$  时,  $\Delta \theta_0 \rightarrow 0$ ,  $\theta_k \rightarrow 0$ . 只有单一明条纹 (几何光学)

实例 23A P40. 课 P252. 例

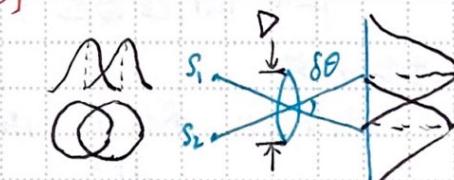
· 光学仪器的分辨本领.

瑞利判据: 一个中心落在另一边缘

$$\text{Def. 最小分辨角: } \Delta \theta = \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\text{Def. 分辨本领: } R = \frac{1}{\Delta \theta} = \frac{D}{1.22 \lambda}$$

P256 例 23.2



望远镜:  $\lambda$  不可选择, 可  $\uparrow D \rightarrow \uparrow R$

显微镜:  $D$  不会很大, 可  $\downarrow \lambda \rightarrow \uparrow R$

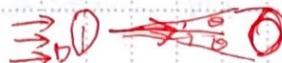
(电子  $\lambda: 0.1 \text{ \AA} \sim 1 \text{ \AA}$ , 分辨率高)

· 巴比涅原理 互补屏除光源的几何光学像点外,  $E_1 + E_2 = E_0 = 0 \Rightarrow E_1 = -E_2 \Rightarrow I_1 = I_2$

故衍射图样相同。(除了中心点, 一个较亮外)

· 圆孔衍射

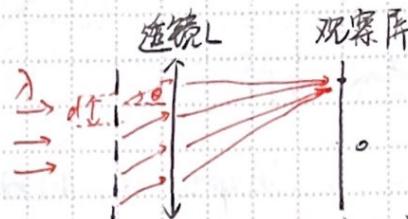
$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (\text{中央亮斑角半径为 } \theta, D \text{ 为圆孔直径})$$



## 光栅衍射

振幅矢量的叠加思想.

多光束干涉  $\rightarrow$  假设每个角度振幅都相同



(1) 明纹(主极大)  $ds \sin \theta = \pm k\lambda$   $k=0, 1, 2, \dots$  与缝个数无关

(2) 暗纹. 各振幅矢量构成闭合多边形  $\rightarrow$  主极大的几条缝

$$\Delta \phi = \frac{d \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi = \pm \frac{2k\pi}{N} \quad (k=1, 2, \dots + NK \text{ 不是 } N \text{ 的倍数})$$

相邻主极大的间距:  $\Delta |ds \sin \theta| = \lambda$ . 相邻暗纹间距:  $\Delta |ds \sin \theta| = \frac{\lambda}{N}$

相邻主极大的间有  $N-1$  个暗纹,  $N-2$  个次级大.

(3) 主极大的半角宽度

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k} \quad (\because \sin(\theta_k + \Delta \theta) - \sin \theta_k = \frac{\lambda}{Nd} = \cos \theta_k \cdot \Delta \theta)$$

## 光栅衍射

逐单缝衍射的调制  $\rightarrow$  沿每个角度发出的振幅与单缝衍射同.

图形 P261

干涉明纹  $ds \sin \theta = \pm k\lambda$   $\Rightarrow k = \pm \frac{d}{\lambda} k'$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$

缺级现象: 衍射暗纹  $ds \sin \theta = \pm k'\lambda$ .

光强公式  $I_p = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left( \frac{\sin N\gamma}{\gamma} \right)^2$

单缝衍射因子

多光束干涉因子

$$\beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad \gamma = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

看 23b P38. 看几缝衍射 (看两顶到顶的峰间有几个极大+1)

看  $d/\lambda$  (看衍射的暗纹对应几个干涉明纹)

$$\Delta |ds \sin \theta| = \frac{\lambda}{d}$$

斜入射光栅方程  $d |\sin \theta - \sin i| = \pm k\lambda$ . 可获更高级次条纹

应用: 相阵控雷达? 23b P41

## 光栅光谱

色散本领: 波长  $\lambda$  衍射角  $\theta$  位置  $x$

$$\lambda + \delta\lambda \quad \theta + \delta\theta \quad x + \delta x.$$

光栅后的透镜焦距

$$\text{角度散本领 } D_\theta = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}, \quad \text{线色散本领 } D_x = \frac{\delta x}{\delta\lambda} \Rightarrow D_x = f \cdot D_\theta$$

$$\sin \theta - \sin i = k \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \cos \theta \cdot \delta\theta = k \frac{\delta\lambda}{d}$$

$$D_\theta = \frac{k}{d \cos \theta}, \quad D_x = \frac{k \cdot f}{d \cos \theta} \quad \text{与 } N \text{ 无关}$$

$\theta$  不大时  $D_\theta, D_x \text{ const.}$   
匀排光谱.

增大色散本领: 减小  $d$ , 级次更高, 增大  $f$  (钱...)

色分辨本领 Def.  $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ . (波入射波长为  $\lambda$  和  $\lambda + \delta\lambda$  时, 两谱线刚能分辨).

$$R = KN \quad \text{与级数, 光栅总缝数成正比.}$$

23b P56

&lt; 0.1 nm 硬 X 射线

X 射线衍射  $\lambda \sim 0.001 - 1 \text{ nm}$ 

软

X 射线在晶体上的衍射 布拉格公式

掠射角  $\theta$  布拉格公式晶面间距 / 晶格常数 散射光干涉加强:  $2d \sin \theta = k\lambda$ ,  $k=1, 2, \dots$ 23CP16. 劳厄法 连续入射晶轴 柯末法 确定  $\lambda \rightarrow$  德拜法 定  $d$  晶格常数

总结 23CP8!

12.28

## Chapter 24 偏振

1. 光的偏振状态

完全偏振光	线偏振光	$\rightarrow$	+++	好像看的是反的
	椭圆偏振光	面对光来的方向	C 左旋	

自然光 可分为不相干、互相垂直 等幅线偏振光

部分偏振光  $I_{\text{总}} = I_{\text{P}} + I_{\text{N}}$ 

$$\Delta\psi = \psi_y - \psi_x, r = \frac{A_y}{A_x}, \begin{cases} 0 < \Delta\psi < \pi & \text{右旋} \\ -\pi < \Delta\psi < 0 & \text{左旋} \end{cases} \quad 24AP8.$$

• 定义 偏振度  $P = \frac{I_P}{I_{\text{总}}} = \frac{I_P}{I_P + I_N}$   $I_{\text{总}}$  总  $I_N$  自然光  $P$ : 完全偏振光.

2. 偏振光的获得和检验

马吕斯定律  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ .

3. 反射和折射时光的偏振.

偏振分解: P 分量 (平行于入射面). S 分量.

P 光 振幅反射率  $r_p = \frac{E'_1}{E_1} = \frac{\frac{n_2}{\cos i_2} - \frac{n_1}{\cos i_1}}{\frac{n_1}{\cos i_1} + \frac{n_2}{\cos i_2}} = \frac{\eta_{2P} - \eta_{1P}}{\eta_{1P} + \eta_{2P}}$

$$\eta_p = \frac{n}{\cos i}$$

等效折射率.

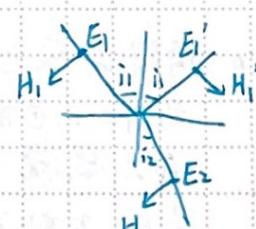
S 光  $\eta_s = n \cos i$  等效折射率.

振幅反射率  $r_s = \frac{E'_1}{E_1} = \frac{\eta_{1S} - \eta_{2S}}{\eta_{1S} + \eta_{2S}}$

振幅透射率  $t_s = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2}$

24b P7 三角公式.

反射光 S 大, 折射光 P 大.

 $I \propto n |E|^2$  正入射时公式 24b P10.光强  $R$  能流  $R = R_0 = |r|^2$ . 24b P11 定义.

6

布儒斯特定律.  $r_p = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} = 0$ . (当  $i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2}$  时)

布儒斯特角. (全偏振角. 远偏角)  $i_B$ .

$$n_1 \sin i_B = n_2 \sin(\frac{\pi}{2} - i_B) = n_2 \cos i_B \text{ 即 } \tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$$

从自然光入射时 光强反射率  $R$  随入射角  $i$  而减小, 透射率  $T \downarrow$  (实际测量)

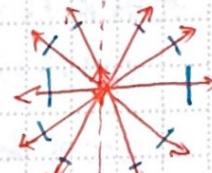
#### 4. 由散射引起的光的偏振.

瑞利散射. 散射光强  $\propto \lambda^{-4}$ . (日落: 短波长光被散射得更多)  
(天空: 蓝光散射得更厉害)

**小结:**

电子振动发出光 与传播方向垂直 与电子振动方向同平面.

米-德拜散射理论: 大颗粒散射, 与波长关系不明显.



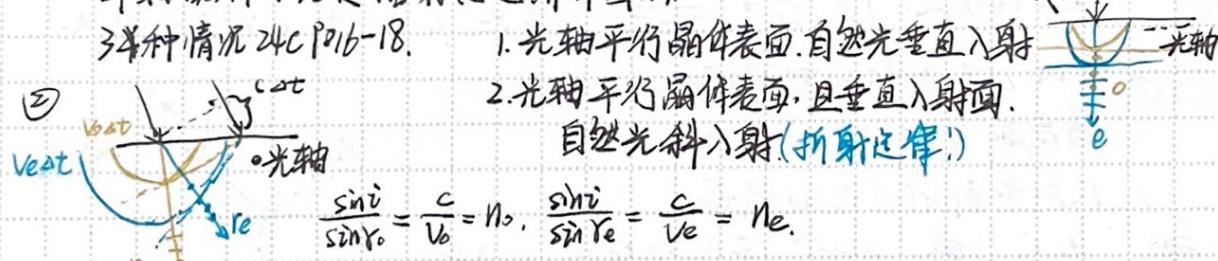
#### 5. 双折射现象

O光. E光. 线偏振光. 互相垂直

光轴  $V_o$ . 垂直于光轴的E光速度  $v_e \Rightarrow n_o, n_e$  晶体主折射率.

$v_e < v_o$  (石英) 正晶体.  $v_e > v_o$  (方解石) 负晶体.

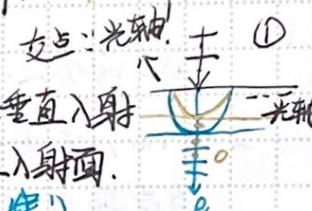
• 单轴晶体中光传播的惠更斯作图法.



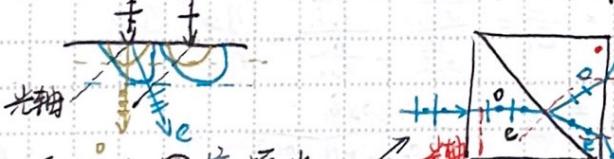
$$\frac{\sin i}{\sin r_o} = \frac{c}{v_o} = n_o, \quad \frac{\sin i}{\sin r_e} = \frac{c}{v_e} = n_e.$$

3种情况 24CP21b-18. 1. 光轴平行晶体表面, 自然光垂直入射

2. 光轴平行晶体表面, 且垂直入射面.  
自然光斜入射 (折射定律)



3. 光轴与晶体表面斜交, 自然光垂直入射



对应情形1和2.

注意角度变化.

方解石  $n_e < n_o$ .

6. 椭圆偏振光和圆偏振光.

晶体二向色性(对O. E光吸收有很大差异)  $\Rightarrow$  产生偏振光.

偏光棱镜. 偏光分束棱镜.

晶片: 光轴平行于表面的晶体薄片. 24CP22-23

$$|\Delta\psi| = |n_e - n_o| \cdot d \cdot \frac{2\pi}{\lambda}.$$

$$A_o'' = \frac{4n_o}{(1+n_o)^2} A \sin \alpha$$

$$A_e'' = \frac{4n_e}{(1+n_e)^2} A \cos \alpha$$

① 四分之一波(晶)片.  $|n_e - n_o| \cdot d = m\lambda + \frac{\lambda}{4}$ .  $|\Delta\psi| = \frac{\pi}{2}$ .

可从线偏  $\Leftrightarrow$  (椭)圆偏.

$$\text{圆. } A_o'' = A_e'' \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{n_e(1+n_o)^2}{n_o(1+n_e)^2}$$

$n_o, n_e$  与介质. 波长有关!

$\alpha = \alpha_0$  成→圆.  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$  线→线.  $\alpha \neq \alpha_0, 0, \frac{\pi}{2}$  线→椭.

② 二分之一波(晶)片.  $|n_e - n_o| \cdot d = m\lambda + \frac{1}{2}$ .  $|\Delta\phi| = \pi$ .

线偏振光振动面转 $2\alpha$ 角度.

③ 全波片.  $|n_e - n_o| \cdot d = m\lambda$ .  $|\Delta\phi| = 2\pi$ .

对某确定波长而言,

看24C最后问题

## Chapter 26 波粒二象性.

### 1. 黑体辐射

$W/(m^2 \cdot Hz)$

Def. 热辐射平衡: 光谱辐射度  $M_\nu$  — 单位时间物体单位表面积辐射

$$M_\nu = \frac{dE_\nu(T)}{d\nu} \quad \text{在 } \nu \text{ 附近单位频率的电磁波能量} \\ \text{取决于 } T, \text{ 材料, } \nu, \text{ 表面...}$$

Def. 总辐射度  $M(T) = \int_0^{+\infty} M_\nu(T) d\nu$  单位:  $W/m^2$

Def. 单色吸收系数  $\alpha_\nu(T) = \frac{dE_\nu(\text{吸收})}{dE_\nu(\text{入射})}$

Def. 黑体: 完全吸收各波长电磁波.  $\alpha_\nu = 1$ .

$W(T) = \int W(\nu, T) d\nu$  热辐射能谱密度  $\rightarrow$  热辐射能量密度

Def.  $\nu_m = C_0 T$  或  $\lambda_m = \frac{b}{T}$ .  $\nu_m, \lambda_m \neq C!$

$$M(T) = \sigma T^4 \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$$

维恩公式(高频)  $M_\nu(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu/T}$  ( $\alpha, \beta = \text{const}$ )

瑞利-金斯公式(低频)  $M_\nu(T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT$ .

普朗克.  $M_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\nu/kT} - 1} \quad h = 6.626 \times 10^{-34} J \cdot s$

谐振子能量  $E = nh\nu$ .  $n = 0, 1, 2, \dots$   $= 4.136 \times 10^{-15} eV \cdot s$

### 2. 光电效应.

①  $\nu$ 一定时, 饱和电流  $i_m \propto I$ .  $\rightarrow$  光强

② 截止电压. 光电子的  $E_{k, \max}$  与光强无关

$$U_C = KV - U_0. \quad \text{红限频率 } \nu_0 = \frac{U_0}{K} = \frac{A}{h}$$

$$\pm m V_m^2 = h\nu - A (逸出功)$$

$$eU_C = eKV - eU_0 \Rightarrow h = ek.$$

光的波粒二象性:  $E = h\nu$ ,  $m = \frac{h\nu}{c^2}$ ,  $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ .

$$\frac{h}{m_0 c}$$

### 3. 康普顿散射.

$\lambda > \lambda_0$ .  $\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos\psi) = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\psi}{2}$  只与散射角有关.  $\lambda_C = 2.41 \times 10^{-3} nm$

$$\text{电子反冲角 } \tan\theta = 1 / \left[ (1 + \frac{\lambda_0}{\lambda}) \tan\frac{\psi}{2} \right].$$

电子的康普顿波长

## 实物粒子的波动性

$$\left. \begin{array}{l} E = h\nu \\ P = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \nu = \frac{E}{h}, \lambda = \frac{h}{P}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

验证：电子在晶体上的衍射，加速电压为U

$$\text{电子 } \lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU}} = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU}} \uparrow (\text{单位 } \text{V})$$

$$\text{波函数 } |\psi(\vec{r}, t)|^2 = \psi(\vec{r}, t) \psi^*(\vec{r}, t) \text{ "概率密度"} \approx \frac{1.225}{\pi \hbar} (\text{nm})$$

$$\text{自由粒子波函数 } \psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

$\psi_1, \psi_2$  为物理量 A 的本征函数 本征值为  $A_1, A_2$

$\Rightarrow$  当粒子处于  $\psi = C_1 \psi_1 + C_2 \psi_2$  态，测 A 时有时得  $A_1$  有时  $A_2$ ，比例  $\frac{|C_1|^2}{|C_2|^2}$

$$\text{海森伯: } \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta x = \sqrt{(x - \bar{x})^2} \quad \Delta p_x = \sqrt{(p_x - \bar{p}_x)^2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

## Chapter 27薛定谔方程

$$\psi(x, t) = A \cos(\omega t - \frac{p}{\hbar}x) = A e^{-i(\omega t - \frac{p}{\hbar}x)} \quad \omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{E}{\hbar}$$

$$= A e^{-i(2\pi E t / \hbar - 2\pi p x / \hbar)} \frac{2\pi p}{\hbar} x \quad \lambda = \frac{h}{p}.$$

$$= A e^{-i(E/\hbar \cdot t - p/\hbar \cdot x)} = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

$$\text{一维 } \psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow E.$$

$$\text{自由粒子波函数} \quad -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow p_x. \quad \hat{\psi}(x, t) = x \psi(x, t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rightarrow p_x^2 \quad \text{用 } x \text{ 乘波函数}$$

$$E = \frac{p_x^2}{2m} \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\text{自由薛: } i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t)$$

$$\text{在势场 } U(x, t) \text{ 中: } E = \frac{p^2}{2m} + U(x, t).$$

$$\text{薛: } i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x, t) \right) \psi(x, t).$$

$$\downarrow \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = \nabla^2.$$

$$\Rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r, t) \right] \psi$$

$$\text{哈密顿量 } \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r, t).$$

$$U \text{ 不含时间时: } i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H} \psi$$

Def. 本征方程  $\hat{H}\psi = E\psi \Rightarrow$  本征态(波函数).  $\hat{H}$  的本征方程.  
若粒子处于  $\psi$ , 则粒子的与  $\hat{H}$  对应的力学量取值为  $E$ .

Def. 不含时薛定谔方程(能量本征方程).

$$\text{设 } \psi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) T(t).$$

$$\text{计 } \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \Rightarrow \text{计 } \phi(\vec{r}) \frac{dT}{dt} = \hat{H}\phi(\vec{r}) T(t).$$

$$\Rightarrow \text{计 } \frac{dT}{dt} \cdot \frac{1}{T} = \frac{1}{\hbar} \hat{H}\phi = E \text{ (const)}$$

$$\text{能量本征方程 } (-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r})) \phi(\vec{r}) = E \phi(\vec{r})$$

$$\text{定态: } \psi_E(\vec{r}, t) = \phi_E(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} Et}$$

$$\Rightarrow \phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \phi(x) = 0.$$

### A. 本征值问题.

$$\text{无限深方势阱. } U = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & x < 0, x > a \end{cases}$$

$$\text{阱外 } \phi = 0.$$

$$\text{阱内: } \phi'' + k^2 \phi(x) = 0, \text{ 其中 } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}.$$

$$\phi = A \sin kx + B \cos kx. \Rightarrow \text{代 } \phi(0) = 0, \phi(a) = 0. \Rightarrow$$

$$\phi(x) = A \sin kx \text{ 且 } \sin ka = 0. \Rightarrow E \text{ 取特定值}$$

$$k = \frac{n\pi}{a}, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$E_n = \frac{k^2 \hbar^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$|\psi|^2 = |\phi|^2!$$

$n$  量子数. = 1 基态.  $>$  激发态.

$$\phi_n(x) = A \sin \frac{n\pi x}{a}. \quad \int_0^a |\phi_n(x)|^2 = \frac{a}{2} |A|^2 = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}}.$$

$$\phi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} & (0 \leq x \leq a) \\ 0 & (x < 0, x > a), \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

$$-\frac{1}{\hbar} Ent.$$

$$\text{态: } \psi_n(n, t) = \phi_n(x) \underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar} Ent}}_{\text{对应 } \lambda_n = \frac{\hbar}{P} = \frac{2\pi}{n}}$$

例. 26a P35 中有  $k$  个零点  $\rightarrow k\hbar = n$  P360.

$$-\frac{2\pi}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)}$$

△ 势垒穿透 量子隧穿效应 - 扫描隧道显微镜 STM. 穿透系数  $T \propto e^{-\frac{2\pi}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)}}$

△ 谐振子  $U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega_x^2 x^2$ .  $m$  振子质量  $\omega_x = \sqrt{k/m}$  固有角频率.

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_x = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

概率在  $U(x)$  以外仍有分布 P367. 量子效应 基态在  $x=0$  概率最大

26b P29.

## Chapter 28 原子

28A P18. 能级  $E_n = -\frac{\mu z^2 e^4}{2\pi^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{n^2} \approx -13.6 \frac{z^2}{n^2}$  (eV)

本征波函数  $\psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$  球谐函数.

①  $n = 1, 2, 3, \dots$  主量子数.  $M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = Me?$

$$\text{决定能量 } E_n = -\frac{\mu z^2 e^4}{2\pi^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{e^2}{2(4\pi\epsilon_0)R_0} \frac{1}{n^2} \quad R_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Me e^2}$$

②  $l = 0, 1, \dots, n-1$  角量子数. 玻尔半径

$\vec{L}$  轨道角动量大小  $L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$

③  $M_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  磁量子数.

空间取向  $L_z = M_l \hbar$

电子的径向概率分布 基态:  $a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Me^2} \approx 0.0529 \text{ nm}$ . 玻尔半径.

$M$  到底是什么 ③ 托卡费尔质量  $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \approx Me!$  (弱)

• 电子的自旋和自旋轨道耦合.

电子自旋磁矩  $\vec{\mu}_s = -i \cdot \pi r^2 \cdot \vec{e}_L = \frac{-v}{2\pi r} \cdot e \cdot \pi r^2 \cdot \vec{e}_L = \frac{-ve}{2} \vec{e}_L = \frac{-e\hbar}{2me} \cdot MeV/r \vec{e}_L$

$$M_s = \frac{-e}{2me} L_z = \frac{-e}{2me} M \hbar = \frac{-e\hbar}{2me} M \downarrow = \frac{-e}{2me} L \downarrow$$

Def  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2me}$  为玻尔磁子.  $M_s = M \cdot M_s$ .  $M$  磁量子数  $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

• 磁矩在磁场中的能量

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad \text{受力 } F_z = -\frac{\partial E}{\partial z} = M_s \frac{\partial B}{\partial z} = -M_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}$$

• 电子的自旋角动量  $\vec{s}$ .  $S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$ .  $S_z = M_s \hbar$

自旋磁矩  $\mu_{Sz} = -2 \mu_B \cdot M_s = \mp \mu_B$

• 自旋轨道耦合.  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{s}$  总角动量 = 轨道  $\downarrow$  + 自旋  $\downarrow$

$$l=0 \text{ 时 } \vec{J} = \vec{s}, \quad j=s=\frac{1}{2}. \quad \vec{J} = \sqrt{j(j+1)} \hbar.$$

$$l \neq 0 \text{ 时 } j = l+s = l+\frac{1}{2} / j = l-s = l-\frac{1}{2} \quad (\vec{J}, \vec{s} \text{ 平行/反平行})$$

$n \boxed{j} \rightarrow l$  的代号 0, 1, 2, 3, 4  
 S.P. D.F.  $\left. \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \right\} \begin{cases} n=3 \\ l=1 \\ j=\frac{3}{2} \end{cases} \quad 3P_{\frac{3}{2}}$

主量子数

P 384-385.

碱金属?

H

费米子:  $s$  为半整数 e.g.  $o, p, n, {}^3He$  核  $\rightarrow$  波函数反对称  $\Psi(q_1, q_2) = -\Psi(q_2, q_1)$

$$\Psi(q_1, q_2) = C [\phi_A(q_1)\phi_B(q_2) - \phi_A(q_2)\phi_B(q_1)]$$

$A=B$  时  $\Psi(q_1, q_2) = 0 \Rightarrow$  泡利不相容, 不能两质子处于同一单粒子态

玻色子:  $s$  为自然数 e.g.  $\pi, K, {}^4He$ , 光子  $\rightarrow \dots$  对称  $= \Psi \dots$   
 $\pm \Rightarrow$  可容纳多个玻色子

△ 各种原子核外电子组态, 能量  $n+0.7L$

△ X 射线.

$$\text{截上波长 } \lambda_{cut} = \frac{c}{\nu_{max}} = \frac{ch}{\Delta E_k} = \frac{hc}{eU} E_k \text{ 射入靶电子的动能.}$$

$$\boxed{\text{连续谱}} I \propto a^2 \propto \frac{(ze^2)^2}{m^2} \approx \frac{1.24}{U(\text{eV})}$$

电子碰撞受阻  $E \downarrow \rightarrow$  辐射, 与靶元素无关

线状光谱: 原子的内层跃迁, 与  $U$  无关

$K \rightarrow$  到  $n=1$   $L \rightarrow$  到  $n=2$   $K_\alpha \rightarrow n=2 \rightarrow 1$   $K_\beta \rightarrow n=3 \rightarrow 1 \dots$

$$\text{莫塞莱定律: } \sqrt{\nu_{K\alpha}} = 4.97 \times 10^7 (Z - \sigma_K) \quad \sigma_K = 1$$

$\nu_{K\alpha}$ : 某元素发出的  $K_\alpha$  线频率  $Z$ : 该元素原子序数

### 12.31 激光.

1. 自发辐射:  $(\frac{dN_{21}}{dt})_{\text{自发}} = A_{21} N_2$ ,  $A_{21}$ : 自发辐射系数

$\frac{1}{A_{21}} \tau = \tau$  是原子在  $E_2$  能级的平均停留时间.

2. 吸收:  $(\frac{dN_{12}}{dt})_{\text{吸收}} = W_{12} N_1$ ,  $W_{12}$ : 单个原子在单位时间内发生吸收过程的频率.

$W_{12} = B_{12} P(v, T)$  温度  $T$ , 频率  $v = \frac{E_2 - E_1}{h}$  附近.

吸收系数  $\leftarrow$  单位频率间隔内外来辐射的能量密度.

3. 受激辐射  $h\nu = E_2 - E_1$ ,  $E_2$  有原子存在  $\rightarrow$  跃迁至低能级, 发出完全相同的光子

光放大作用  $(\frac{dN_{21}}{dt})_{\text{受激}} = W_{21} N_2$ .

$W_{21} = B_{21} \cdot P(v, T)$   $B_{21}$ : 受激辐射系数

$A_{21}, B_{21}, B_{12}$ : 爱因斯坦系数

$$B_{21} = B_{12}, \quad A_{21} = \frac{8\pi h v^3}{c^3} B_{12}$$

△ 产生激光的条件:

粒子数反转: 本来  $N_n \propto e^{-\frac{E_n}{kT}}$ . 但现须  $N_2 > N_1$  激活物质

光振荡: 沿某一方向反复放大

$He-Ne$  气体激光器 5:1 ~ 10:1

辅助物质 激活物质  $\frac{28 \times 10^9}{54}$

1.3

## 背记公式

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} + I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

$$\triangle \text{双缝干涉} \quad S = d \sin \theta = \frac{x}{D} d, \quad \Delta\varphi = \frac{s}{\lambda} 2\pi.$$

半波：正负情况，掠有透无。<>，<>，>>无。波列相干长度？

$$K_m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad S_m \text{ 相干长度 } \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad T \text{ 相干时间 } \frac{S_m}{c}.$$

$$\triangle \text{P8} \quad \frac{Sx}{D} = \frac{SS}{R} \quad Sx = \Delta x = \frac{D}{d}\lambda \text{ 时, } SS = b_0 = \frac{R}{d}\lambda, \text{ 极限宽度.}$$

$$\text{相干间隔 } d_0 = \frac{R}{b}\lambda, \quad \text{相干孔径角 } \theta_0 = \frac{1}{b}\lambda, \quad \text{点光源 } b_0 = \frac{R}{2d}\lambda.$$

$$V = |\frac{\sin n}{n}|, \quad U = \frac{\pi bd}{R\lambda}.$$

$$\triangle \text{劈尖干涉. } L \approx \frac{\lambda}{2n\theta}, \quad S = 2ne + \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta e = \frac{\lambda}{2n}.$$

$$\triangle \text{牛顿环. } \ell = \frac{r^2}{2R} \quad S = 2e + \frac{\lambda}{2} \quad \text{暗环} \propto \sqrt{jk}.$$

$$\triangle \text{等倾条纹} \quad S = 2e \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \quad r_{\text{环}} = f \tan i \quad \frac{n'}{n}$$

内疏外密，依次内高外低

$$\triangle \text{单缝夫琅禾费衍射. } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}, \quad I = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad \text{中央明纹角宽度 } \theta_0 = 2 \frac{\lambda}{a}.$$

暗纹  $a \sin \theta = \pm k\lambda, \quad k=1, 2, \dots$

$$\triangle \text{圆孔衍射. } S\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}.$$

$$\triangle \text{光栅. } ds \sin \theta = \pm k\lambda, \quad d \sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{N \cos \theta}, \quad \Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

$$I_p = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left( \frac{\sin N\gamma}{\gamma} \right)^2, \quad \gamma = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \quad \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}.$$

$$\text{角色散本领 } D_\theta = \frac{S\theta}{S\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}, \quad \text{线 } D_\nu = \frac{S_\nu}{S\lambda} = \frac{k f}{d \cos \theta}.$$

$$\text{全分散本领 } R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = KN$$

$$\text{布格格. } 2d \sin \phi = k\lambda.$$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

~~$$P \text{ 光 偏振 } r_p = \frac{n_2 p - n_1 p}{n_2 p + n_1 p} = \pm \frac{n_2 \cos i_1}{n_1 \cos i_2}$$~~

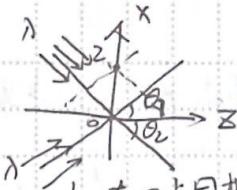
$$I \propto n |E|^2, \quad T = \frac{n_2}{n_1} |T|.$$

$$\text{正入射. } r_p = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -r_s, \quad t_p = t_s = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}$$

$$\text{斜入射. } R_p = R_s = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2, \quad T_p = T_s = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

$$\text{布儒斯特定角 } \tan i_B = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{瑞利散射 } \propto \lambda^{-4}.$$

$$\text{偏振 半波片. } |\Delta\varphi| = |n_e - n_d| d \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \quad \begin{cases} \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} & \text{消光} \\ \pi, 3\pi & \text{透光} \end{cases}$$



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} X (\sin \theta_1 + \sin \theta_2).$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}$$



辐射本领/吸收本领  $M_U/\alpha_U = I(U, T) = \frac{1}{c} C U(U, T)$  常数仅与  $U, T$  有关

$$J_m = C_U T, \quad \lambda_m = \frac{h}{T}$$

$$M(T) = \sigma T^4 \quad M_U(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{U^3}{e^{hU/kT} - 1}$$

$$\frac{1}{2} m V_m^2 = hU - A \quad \text{红限} \omega_b = \frac{A}{h} = \frac{U_0}{k} \quad U_0 = kT_0 - U_0$$

$$eU_0 = eKV_0 - eU_0 \quad \cancel{k=ek} \quad h=ek$$

$$\text{光} E = hU \quad m = \frac{hU}{c^2} \quad p = \frac{hU}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\text{康普顿} \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0(1 - \cos\varphi), \quad \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} \quad m_0 \text{电子静质量.}$$

$$\star \text{反冲角} \tan\psi = \frac{1}{1 + \frac{\gamma_e}{\gamma_p} \tan\frac{\theta}{2}}$$

$$\star U = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{P} \quad \text{实物粒子波动} \quad \text{电子} \lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{1.225}{\sqrt{U}}$$

$$\psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} \quad (t = \frac{h}{2m})$$

$$\phi(x) = A e^{\frac{i}{\hbar}px} \quad \text{空间因子}$$

$$\text{本征值概率} \frac{p(\lambda)}{p(\lambda_0)} = \frac{|C_1|^2}{|C_0|^2} \quad (|C_1|^2 + |C_0|^2 = 1)$$

$$\text{不确定关系} \quad \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\text{薛定谔方程} i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \underbrace{\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r, t) \right]}_{\hat{H}} \Psi = (-i\hbar \nabla)^2 = \frac{\hbar^2}{m} \nabla^2$$

$$\star \text{不含时/能量本征} \quad \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) \right) \psi(r) = E \psi(r)$$

$$\text{定态: } \psi_e(r, t) = \psi_e(r) T(t) \quad \text{其中} T(t) = \Phi e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

$$\star \text{-维: } \phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \phi(x) = 0.$$

$$\text{无限深方势阱: } \phi = A \sin kx. \quad (\sin ka = 0) \Rightarrow k = \frac{n\pi}{a}, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad + \text{相同.}$$

$$\text{能量本征值} E_n = \frac{k^2 \hbar^2}{2m} = \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2ma^2} \quad \boxed{K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\int_0^a \left( A \sin \frac{n\pi x}{a} \right)^2 dx = A^2 \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}}. \quad \psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

$$\star \lambda_n = \frac{2a}{n}. \quad \text{对应} p = \sqrt{2mE_n} = p_n = K\hbar = \frac{n\hbar}{2a}$$

$$\text{简谐振子} E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega = (n + \frac{1}{2}) \hbar U. \quad n=0, 1, 2, \dots \quad \lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{2a}{n}$$

$$\star E_n = -\frac{m^2 e^4}{2\hbar^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{玻尔半径} a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2}$$

$$\star \vec{M} = \frac{e}{2me} \vec{L}. \quad M_z = \frac{e\hbar}{2me} \cdot M = -\mu_B \cdot M \quad (M_B = \frac{e\hbar}{2me})$$

$$\text{磁矩在磁场中能量} E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad \text{受力} F_z = -\frac{\partial E}{\partial z} = M_z \frac{\partial B_z}{\partial z} = -M_z \mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$\text{自旋磁矩} \mu_S = -2\mu_B \cdot m_s = \mp \mu_B \quad \text{总角动量} \vec{J} = \vec{L} + \vec{s}$$

$$N_n \propto e^{-\frac{E}{kT}}$$