

基础

赵晓菲

2023 年 7 月 31 日

- 介绍纠缠态的概念
- 纠缠态的数学表示
- EPR 纠缠态
- 应用：量子隐形传态

纠缠态的概念

纠缠态是指多个量子系统之间相互关联的量子态。在纠缠态中，多个量子比特之间存在非常特殊的相互依赖关系，无论这些比特之间的距离有多远，测量其中一个比特的状态都会立即影响其他比特的状态。

纠缠态的数学表示

纠缠态可以用数学上的张量积表示。对于两个量子比特 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$ ，它们的纠缠态可以表示为 $|\Psi\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$ 。在纠缠态中，无法将系统分解为独立的部分，必须考虑整个系统的状态。

EPR 纠缠态是著名的纠缠态，由爱因斯坦、波尔和罗森提出，用于探讨量子力学的奇特性。EPR 纠缠态可以用如下形式表示：

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

其中 $|00\rangle$ 和 $|11\rangle$ 分别表示两个量子比特同时处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的态。

应用：量子隐形传态

纠缠态有着许多重要应用，其中之一是量子隐形传态。在量子隐形传态中，两个纠缠态的量子比特之间通过测量和通信来传递信息，从而实现量子信息的传输，而不需要直接传递量子比特本身。这种现象被称为“量子隐形传态”，是量子通信中的一项重要技术。

量子纠缠 - 神秘的作用

- 介绍量子纠缠的概念
- 纠缠态的数学表示
- EPR 纠缠态
- 纠缠的非局域性
- 量子纠缠的应用

量子纠缠的概念

量子纠缠是量子力学中一个神秘而奇特的现象。在纠缠态中，多个量子比特之间形成一种特殊的相互关联，测量其中一个量子比特的状态会瞬间影响其他量子比特的状态，无论它们之间的距离有多远。这种非局域的联系被爱因斯坦称为“鬼魅般的作用”。

纠缠态的数学表示

纠缠态可以用数学上的张量积表示。对于两个量子比特 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$ ，它们的纠缠态可以表示为 $|\Psi\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$ 。在纠缠态中，无法将系统分解为独立的部分，必须考虑整个系统的状态。

EPR 纠缠态是著名的纠缠态，由爱因斯坦、波尔和罗森提出，用于探讨量子力学的奇特性。EPR 纠缠态可以用如下形式表示：

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

其中 $|00\rangle$ 和 $|11\rangle$ 分别表示两个量子比特同时处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的态。

纠缠的非局域性

量子纠缠展示了一种非局域的联系，即量子比特之间的相互影响是瞬时的，不受它们之间的距离限制。这种奇特的非局域性是传统物理学所不具备的，而量子力学中的纠缠现象挑战了我们对现实世界的直观认知。

尽管量子纠缠的特性令人费解，但它在量子通信、量子计算和量子加密等领域有着重要的应用。

- 量子通信：利用量子纠缠，可以实现量子隐形传态和量子远程通信，从而实现安全和高效的信息传输。
- 量子计算：纠缠态使得量子计算机在某些问题上具有指数级的加速，如 Shor 算法的应用于整数分解。
- 量子加密：利用纠缠态进行量子密钥分发，实现绝对安全的加密通信。

量子门与量子旋转

- 量子门是什么？
- 量子旋转与量子门的关系
- 具有经典对应的量子门
- 没有经典对应的量子门

量子门是什么？

量子门是用于在量子计算中执行操作的基本单元。它们用于旋转量子态的向量，将量子比特在超空间中移动和变换。

很多时候，一个量子门只是一个激光或微波脉冲，通过调整它们的时序和幅度，我们可以实现不同的量子操作。

通过组合不同的量子门，我们可以构建复杂的量子算法，实现比经典计算机更强大和高效的计算任务。

量子旋转与量子门的关系

在量子力学中，向量表示量子系统的状态。量子门实际上就是对这个向量进行旋转的操作。

当一个量子门作用于一个量子态时，它将该量子态在超空间中进行旋转和变换，从而改变了量子比特的状态。

具有经典对应的量子门

有些量子门在经典计算中也存在对应的操作。

- NOT 门 (1 量子比特): 将量子比特的 0 态变为 1 态, 1 态变为 0 态, 类似于经典的逻辑非门。
- CNOT 门 (2 量子比特): 对于第一个量子比特为 1 的情况, 将第二个量子比特取反, 类似于经典的控制非门。

没有经典对应的量子门

有些量子门没有经典计算的对应，它们利用量子叠加和纠缠的特性来实现一些独特的操作。

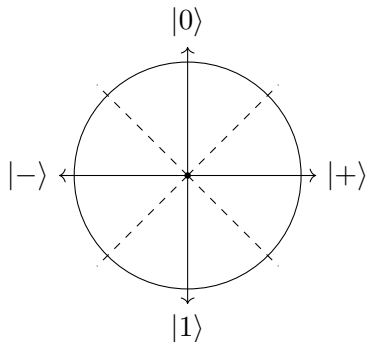
- Hadamard 门：将量子比特从经典态转化为叠加态的门，没有经典的对应。
- ... （其他没有经典对应的量子门）

- 什么是 Bloch 球?
- Bloch 球的几何表示
- Bloch 球上的量子态
- Bloch 球与量子比特之间的关系

什么是 Bloch 球？

Bloch 球是描述单个量子比特状态的几何表示。它是一个单位球，其表面代表所有可能的量子态。

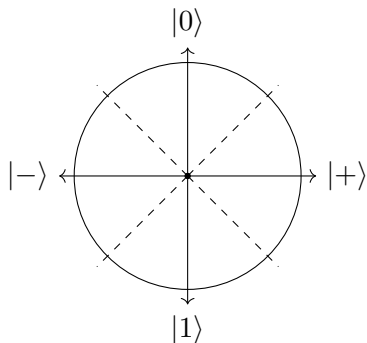
通过在 Bloch 球上的点表示量子比特的状态，我们可以直观地理解量子态之间的关系和变换。



Bloch 球的几何表示

Bloch 球的北极点代表量子比特的状态 $|0\rangle$ ，而南极点代表量子比特的状态 $|1\rangle$ 。

量子比特的其他状态则表示为 Bloch 球上的点，它们位于赤道面上。赤道面上的点对应于量子比特的叠加态，即同时处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 状态。

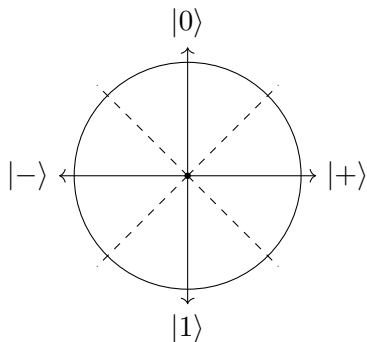


Bloch 球上的量子态

在 Bloch 球上，量子态可以表示为以下形式：

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle$$

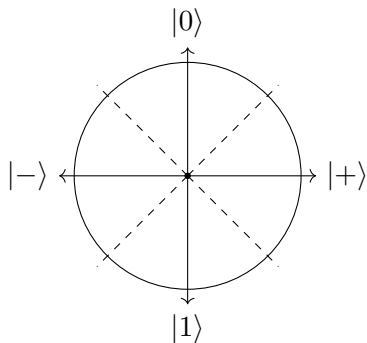
其中 θ 是从北极点到量子态所在点的极角， ϕ 是该点在赤道面上的方位角。



Bloch 球与量子比特之间的关系

在量子计算中，量子比特的状态可以通过在 Bloch 球上的点表示。

量子门的操作可以通过在 Bloch 球上的旋转来实现，比如 NOT 门将量子比特在赤道面上旋转 180 度。



- 量子门是什么？
- 量子门的基本操作
- 量子电路的构建
- 量子门的分类

量子门是什么？

量子门是用于操作量子比特的基本单元。类似于经典计算机中的逻辑门，量子门用于改变量子比特的状态，从而实现量子计算。

量子门通常是幺正的，这意味着它们是可逆的，可以在任意时间撤销其操作。

量子门的基本操作

量子门对量子比特进行旋转或变换。以下是一些常见的量子门操作：

- NOT 门 (X 门)：对单个量子比特进行反转操作。

$$| [innersep = 4pt, minimumwidth = 1.5pt, minimumheight = 1.5pt] |$$

- Hadamard 门：对单个量子比特进行叠加操作。

$$| [innersep = 4pt, minimumwidth = 1.5pt, minimumheight = 1.5pt] |$$

- 相位门 (Z 门)：引入相位差来改变量子比特的相对相位。

$$| [innersep = 4pt, minimumwidth = 1.5pt, minimumheight = 1.5pt] |$$

- CNOT 门：对两个量子比特进行控制翻转操作。

$$| [phase =] | \\ | [circlewc =] |$$

量子电路的构建

量子电路是一系列量子门的组合。通过将不同的量子门连接在一起，我们可以构建出复杂的量子算法。

量子电路的构建遵循一定的顺序和逻辑。量子门的作用是在量子比特上进行旋转和变换，而量子电路的设计则决定了这些操作的顺序和连接方式。

量子门的分类

量子门可以根据其作用对象和效果进行分类：

- 单量子比特门：作用于单个量子比特的门，如 NOT 门和 Hadamard 门。
- 多量子比特门：作用于多个量子比特的门，如 CNOT 门和 TOFFOLI 门。
- 相位门：引入相位差的门，如 Z 门。
- 旋转门：在 Bloch 球上进行旋转的门，如 RX 门和 RY 门。

在量子力学中，**纠缠态**是一种特殊的量子态，它是由多个量子系统共同构成的复合系统，且各个子系统之间存在着特殊的相互关系。

非纠缠态是指多个量子系统之间是独立的，各个子系统的状态是相互独立的，没有任何相互关联。

纠缠态与非纠缠态之间的区别在于它们的**量子态表示**。

非纠缠态（分离态）

非纠缠态（或分离态）由各个子系统的态矢量的张量积构成。

例如，对于两个电子系统，如果它们的态分别是 $|1\rangle$ 和 $|1\rangle$ ，那么它们的非纠缠态为：

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = |1\rangle \cdot |1\rangle = |1\rangle$$

纠缠态是一种特殊的量子态，它不可以被分解成各个子系统的态矢量的张量积。

纠缠态用贝尔态表示，例如：

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

这个贝尔态表示两个电子的纠缠态，其中 $|00\rangle$ 表示两个电子都处于基态 $|0\rangle$ ，而 $|11\rangle$ 表示两个电子都处于激发态 $|1\rangle$ 。

纠缠态在量子计算和量子通信算法中具有重要应用。

纠缠态的例子

例子 1：电子纠缠态

考虑两个电子系统，其量子态表示为：

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

其中 $|00\rangle$ 表示两个电子都处于基态 $|0\rangle$ ，而 $|11\rangle$ 表示两个电子都处于激发态 $|1\rangle$ 。

例子 2：量子比特纠缠态

在量子计算中，两个量子比特的纠缠态可以表示为：

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

其中 $|00\rangle$ 表示两个量子比特都处于基态 $|0\rangle$ ，而 $|11\rangle$ 表示两个量子比特都处于激发态 $|1\rangle$ 。