

简介 (一)

赵晓菲

2023 年 7 月 31 日

量子计算具有潜力在各个领域产生革命性的影响，利用量子力学的独特性质。虽然量子计算机仍处于早期开发阶段，但它们在以下领域有着令人期待的应用：

- 密码学
- 优化
- 机器学习
- 药物发现
- 金融
- 气候建模
- 人工智能
- 量子模拟
- 供应链优化
- 材料科学

状态与叠加

在量子力学中，**状态**是指量子系统在特定时刻的条件或配置。它包含了描述系统性质和行为所需的所有信息。

状态可以用称为 **ket** 矢量表示，记作 $|\psi\rangle$ ，其中 ψ 表示量子系统的状态。

叠加是量子力学中的一个基本原理，允许量子状态以多个状态的组合或线性求和的方式存在。当量子系统处于叠加状态时，它同时处于不同的状态，并与每个状态相关联的概率是特定的。

叠加表示

数学上，量子态的叠加可以表示为：

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |v_i\rangle$$

其中 c_i 是复数系数， $|v_i\rangle$ 是构成正交归一基的基矢量。

系数 c_i 表示量子系统处于每个基态 $|v_i\rangle$ 的概率振幅。

测量时，量子系统将以概率 $|c_i|^2$ 坍缩到基态 $|v_i\rangle$ 中的一个，其中 c_i 为相应系数的幅值。

叠加的特性

- 叠加态 $|\psi\rangle$ 是归一化的状态，即系数的平方幅值之和等于 1：
$$\sum_i |c_i|^2 = 1。$$
- 系数 c_i 确定了测量特定结果的概率。测量结果是随机的，概率分布由量子状态在测量基底上的系数决定。
- 叠加是量子计算和量子算法的核心概念，它允许同时探索多个量子状态，为实现特定问题的高效求解提供了潜力，可能比传统计算机更快。

总结

叠加是量子力学的基本概念，也是量子计算的关键要素。它使得同时探索多个量子状态成为可能，并构成了各种量子算法和量子状态操作的基础。

谢谢！

状态与叠加

在量子力学中，**状态**是指量子系统在特定时刻的条件或配置。它包含了描述系统性质和行为所需的所有信息。

状态可以用称为 **ket** 矢量表示，记作 $|\psi\rangle$ ，其中 ψ 表示量子系统的状态。

叠加是量子力学中的一个基本原理，允许量子状态以多个状态的组合或线性求和的方式存在。当量子系统处于叠加状态时，它同时处于不同的状态，并与每个状态相关联的概率是特定的。

叠加表示

数学上，量子态的叠加可以表示为：

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |v_i\rangle$$

其中 c_i 是复数系数， $|v_i\rangle$ 是构成正交归一基的基矢量。

系数 c_i 表示量子系统处于每个基态 $|v_i\rangle$ 的概率振幅。

测量时，量子系统将以概率 $|c_i|^2$ 坍缩到基态 $|v_i\rangle$ 中的一个，其中 c_i 为相应系数的幅值。

叠加的特性

- 叠加态 $|\psi\rangle$ 是归一化的状态，即系数的平方幅值之和等于 1：
$$\sum_i |c_i|^2 = 1。$$
- 系数 c_i 确定了测量特定结果的概率。测量结果是随机的，概率分布由量子状态在测量基底上的系数决定。
- 叠加是量子计算和量子算法的核心概念，它允许同时探索多个量子状态，为实现特定问题的高效求解提供了潜力，可能比传统计算机更快。

总结

叠加是量子力学的基本概念，也是量子计算的关键要素。它使得同时探索多个量子状态成为可能，并构成了各种量子算法和量子状态操作的基础。

谢谢！

量子比特：量子寄存器中的每个量子比特可以处于 0、1 状态，或者 0 和 1 的叠加态。与经典比特只能表示 0 或 1 不同，量子比特由于叠加性质可以同时表示多个状态。

叠加态：量子寄存器可以处于叠加态，其中每个量子比特以特定的概率振幅对整体量子态做出贡献。这使得量子计算机能够在许多可能状态下同时进行并行计算。

纠缠态：量子寄存器中的量子比特还可以纠缠，意味着它们的状态是相关的，测量其中一个量子比特会立即确定另一个量子比特的状态，而不管它们之间的距离。纠缠是量子计算机能够比经典计算机更快地执行某些任务的关键特性。

测量：当对量子寄存器进行测量时，叠加态会坍缩成一个基态，其概率由叠加态的系数决定。测量结果是随机的，而不像经典计算具有确定性。量子寄存器是在量子算法中表示和操作量子信息的基础。通过纠缠和叠加量子比特，量子寄存器使得量子计算机能够执行复杂的计算，这对于经典计算机来说是不可行的。理解和高效地管理量子寄存器对于发挥量子计算的威力，并为各种应用开发实用的量子算法至关重要。

量子并行性

量子计算机的另一个重要特性是**量子并行性**。在经典计算机中，每个计算步骤只能处理一个输入，而在量子计算机中，多个输入可以同时进行计算。

量子叠加态：量子并行性的关键在于量子叠加态。在叠加态中，量子比特可以同时处于多个状态的线性组合。通过叠加态，量子计算机可以在同一时间处理多个可能的计算路径。

量子并行算法：利用量子并行性，量子计算机可以在某些问题上实现指数级的加速。著名的 Shor 算法可以在多项式时间内分解大整数，这是经典计算机无法做到的。此外，量子并行性还被用于解决搜索、优化和模拟等问题。

量子并行性

例子：考虑一个搜索问题，在经典计算机中，搜索一个未排序列表中的特定元素需要逐个比较，最坏情况下需要 $O(n)$ 的时间。然而，在量子计算机中，可以利用量子并行性并在同一时间搜索多个可能的位置。假设我们有一个包含 N 个元素的列表，并且我们要搜索元素 x 。我们可以将列表表示为叠加态：

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N |i\rangle$$

其中 $|i\rangle$ 表示列表中的第 i 个元素。接下来，我们应用一个逆量子傅里叶变换 (QFT) 来找到目标元素 x 所在的位置。如果我们测量量子寄存器，它将坍缩到一个包含目标元素位置的叠加态，概率幅将增强：

$$|\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^M |i\rangle$$

其中 M 是目标元素出现的次数。这样，我们可以以 $O(\sqrt{N})$ 的时间找到目标元素 x ，极大地加快了搜索过程。

量子并行性是量子计算的一项重要特性，使得量子计算机在某些问题上比经典计算机更加高效和强大。

量子计算中的测量

- 介绍量子测量的概念
- 量子态和叠加态回顾
- 测量算符和测量过程
- 测量结果和概率
- 测量后状态和测量基
- 量子测量的应用
- 测量的技术实现
- 量子测量的未来发展
- 总结与展望

量子测量的概念

量子测量是指对量子系统进行观测，以获取有关系统状态的信息。与经典计算中确定性的测量不同，量子测量的结果是随机的，受到量子态的概率幅影响。量子测量在量子计算中具有重要作用，它是量子算法中不可或缺的一环。

量子态和叠加态回顾

量子态是描述量子系统状态的数学对象，用 ket 矢量表示，例如 $|\psi\rangle$ 。
量子叠加态是量子比特处于多个状态的线性叠加，例如
 $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 。

测量算符和测量过程

量子测量用测量算符表示，例如投影测量算符 $M = |m\rangle\langle m|$ 。测量过程涉及将量子系统与测量仪相互作用，导致量子态坍缩到测量算符的本征态。

测量结果和概率

量子测量的结果是随机的，由量子态的概率幅决定。测量结果是测量算符的本征值，其概率由 Born 规则给出， $P(m) = |\langle m|\psi\rangle|^2$ 。

测量后状态和测量基

测量后的量子系统坍缩到测量算符的本征态，例如 $|\psi\rangle = |m\rangle$ 。测量基的选择影响测量结果，不同测量基得到不同概率分布。

量子测量在量子通信、量子计算和量子模拟等领域有着重要应用。例如，量子密钥分发 (QKD) 利用量子测量保证通信安全。

实现量子测量需要高精度的实验技术。单比特测量和多比特测量是量子测量技术的两个重要方面。

量子测量的未来发展

随着量子计算技术的发展，量子测量技术将进一步提升，为量子计算和其他领域带来更多应用和突破。

量子测量是量子计算中的关键步骤，它使得量子算法能够实现指数级加速和更高效的计算。量子测量技术的发展将推动量子计算的进一步发展，为科学、技术和各个领域带来巨大的变革。