

布尔函数: $f: \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$

- 判断一个函数是平衡函数还是恒定函数?
- 如果对于所有输入, 函数满足 $f_a(0) = 0$ 和 $f_a(1) = 0$, 则该函数为恒定函数。
- 如果对于所有输入, 函数满足 $f_e(0) = 0$ 和 $f_e(1) = 1$, 或者 $f_c(0) = 1$ 和 $f_c(1) = 0$, 则该函数为平衡函数。
- 如果对于所有输入, 函数满足 $f_D(0) = 1$ 和 $f_D(1) = 1$, 则该函数为恒定函数。
- 经典计算需要进行两次计算来判断一个函数是平衡函数还是恒定函数, 而量子计算可以在一次计算中完成。这展示了量子计算的优势和并行性。

Deutsch's Algorithm (概述)

Step 0: 创建一个量子 Oracle (编码问题)

$$|x\rangle |y\rangle \longrightarrow \boxed{U_f} \longrightarrow |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

Step 1: 创建一个叠加态输入

$$|x\rangle \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

Deutsch's Algorithm (概述) - 续

Step 2: 应用量子 Oracle

$$|x\rangle |y\rangle \longrightarrow \boxed{U_f} \longrightarrow |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

Step 3: 应用 Hadamard 门

$$|x\rangle |y \oplus f(x)\rangle \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle |y \oplus f(x)\rangle + |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle)$$

Deutsch's Algorithm (概述)

1) 实现幺正门 (量子 Oracle) U_f :

$$|x\rangle |y\rangle \longrightarrow \boxed{U_f} \longrightarrow |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

2) 准备输入: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle |0\rangle + |1\rangle |0\rangle)$

$$|x\rangle \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

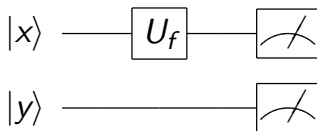
3) 应用量子 Oracle:

$$|x\rangle |y\rangle \longrightarrow \boxed{U_f} \longrightarrow |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

4) 应用 Hadamard 门:

$$|x\rangle |y \oplus f(x)\rangle \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \frac{1}{2} \sum_x |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

5) 进行测量并获取结果。



- 步骤 0: 创建量子 Oracle (编码问题)

$$U_f |x\rangle |y\rangle = |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

- 步骤 1: 创建叠加态输入

$$|+\rangle |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle |1\rangle - |1\rangle |0\rangle)$$

- 步骤 2: 应用 Hadamard 门

$$H|+\rangle|-\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle) = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$$

- 步骤 3: 应用量子 Oracle U_f

$$U_f|x\rangle|y\rangle = |x\rangle|y \oplus f(x)\rangle$$

- 步骤 4: 对第一个量子比特应用 Hadamard 门

$$H|x\rangle|y \oplus f(x)\rangle = \frac{1}{2}((-1)^{x_0}|0\rangle + (-1)^{x_1}|1\rangle)(|y \oplus f(x)\rangle)$$

- 步骤 5: 测量第一个量子比特