

课 程 设 计

|  |  |
| --- | --- |
| 课程名称： | 研究生《数值计算》 |
| 任课教师： |  |
| 学 号： | S322517398 |
| 姓 名： | 张桂溪 |
| 完成时间： | 2022/9/21 |

**哈尔滨工程大学研究生院**

# 摘要

**题目1：插值**

美国的人口普查每10年举行一次，下表列出了从1960年到2020年的人口(按千人计)。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年 | 1960年 | 1970年 | 1980年 | 1990年 | 2000年 | 2010年 | 2020年 |
| 人口(千) | 180 671 | 205 052 | 227 225 | 249 623 | 282 162 | 309 327 | 329 484 |

（1）用适当插值法分别求在1950年、2005年和2030年人口的近似值。

（2）1950年的人口大约是151326（千人），你认为你得到的2005年和2030年的人口数字精确度如何?

（3）用适当插值法重做（1）和（2）。

（4）使用适当自由三次样条插值法重做（1）和（2）。

**题目2：拟合**

生物学家在研究天蛾幼虫的生长时采用了下面的数据确定(活幼虫的重量，以克计算)和(幼虫消耗的氧气，以毫升/小时计算)之间的关系。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

（1）利用对数最小二乘方程拟合，确定参数。

（2）计算（1）中的平方误差。

（3）修改（1）中的对数最小二乘方程，确定参数。

（4）计算（3）中的平方误差

数学原理

题目一

对于所给的7组数据分别记为：

设插值多项式为：



其中，，……是待定的多项式。

要满足插值条件，其中……是的零点于是有：



最终的多项式：



以上是拉格朗日插值法的运算过程

称为函数关于点的一阶均差，类似的称为的k阶均差。

实际上根据均差定义，将看成上一点，可得



只要把后一项一词代入前一项，就得到



称为牛顿均差插值多项式。

题目二

对于所给对数方程令,，则原方程变为

下面的过程类似用直线拟合根据最小二乘法的原理，建立相应法方程并求解，再回代即可得到未知参数的值

令拟合的方程为则平方误差

对于所给对数方程仍令，，原方程变为，依照二次多项式最小二乘法原理进行计算，建立法方程并求解，回代求出参数a，b，c

令拟合函数则平方误差

程序设计

题目一

（1）

输入量**x0**是年份x0 = [1960,1970,1980,1990,2000,2010,2020];

**y0**是当年人口数y0=[180671,205052,227225,249623,282162,309327,329484];

调用函数进行计算得到1950年人口数y =264272

2005年人口数y = 297798.130859

2030年人口数y=466418

（2）1950年人口实际结果与编程预测结果相差较大，可能是因为高次多项式插值的龙格现象，据此推测2030年人口计算结果也可能与实际结果相比有较大的误差，故采用降低多项式次数的方式重新进行插值计算，得到1950年的结果为151649，2030年结果为340999

（3）输入量**x0**是年份x0 = [1960,1970,1980,1990,2000,2010,2020];

**y0**是当年人口数y0=[180671,205052,227225,249623,282162,309327,329484];

调用函数计算得1950年人口数y =264272

2005年人口数y=297798.1309

2030年人口数y=466418.0000

（4）输入量**x0**是年份x0 = [1960,1970,1980,1990,2000,2010,2020];

**y0**是当年人口数y0=[180671,205052,227225,249623,282162,309327,329484];

调用函数计算得1950年人口数y=155717.750000

2005年人口数y=296872.640625

2030年人口数y=346667.250000

题目二

（1）输入相应的R，w的矩阵，并计算记作向量，记作向量，调用polyfit函数进行一次拟合，得到斜率和截距，回代得a=0.597，b=1.2815.

（2）经过对平方误差表达式进行迭代计算可得

（3）输入相应的R，w向量，计算记作向量，记作向量，调用polyfit函数进行多项式拟合，得到a=0.7056，b=1.0460，c=0.0663.

（4）经过对平方误差表达式进行迭代计算可得。

结果分析

题目一

对于问题一用经过计算发现利用拉格朗日插值法和牛顿插值法得到的结果预测效果不理想，可能出现龙格现象，降低插值多项式次数可以减小误差，而利用三次样条插值的结果较为理想。

题目二

对于问题二，经过变形分别用一次和多项式函数进行拟合，同过对平方误差的计算对比可以发现，用多项式进行拟合的效果更好，误差更小。

体会与收获

经过对两道题目的分析与计算，对所学到的数值计算的原理理解更为深刻，通过matlab的编程求解也锻炼我的编程能力，加深了对插值和拟合算法的理解。

附录

相关问题matlab代码如下

Lagrange.m

**function y = lagrange(x0,y0,x)**

**n = length(x0);**

**l = ones(1,n);**

**for i = 1:n**

**for j = 1:n**

**if j~=i**

**l(i)=l(i).\*(x-x0(j))./(x0(i)-x0(j));**

**end**

**end**

**end**

**y = sum(y0.\*l);**

**end**

Newton.m

**function y = Newton(x0,y0,x)**

**n = length(x0);**

**A = zeros(n);**

**A (:,1) =y0';**

**for j =2:n**

**for i = j:n**

**A(i,j) = (A(i,j-1)-A(i-1,j-1))/(x0(i)-x0(i-j+1)); end**

**end**

**y = 0;**

**for j = 2:n**

**T=1;**

**for i = 1:j-1**

**T=T.\*(x-x0(i));**

**end**

**y = y+A(j,j).\*T;**

**end**

**y = A(1,1)+y;**

**end**

Spling.m

**x0 = [1960 1970 1980 1990 2000 2010 2020];**

**y0 = [180671 205052 227225 249623 282162 309327 329484];**

**y = spline (x0,y0,2030);**

**fprintf('y=%12.6f\n',y)**

fitting.m

**w =[0.017 0.020 0.025 0.085 0.087 0.119 0.171 0.174 0.210 0.211 0.233 0.783 0.999 1.11 1.29 1.32 1.35 1.69 1.74 2.75 3.02 3.04 3.34 4.09 4.28 4.29 4.58 4.68 4.83 5.30 5.45 5.48 5.53 5.96];**

**R =[0.154 0.181 0.234 0.260 0.296 0.299 0.334 0.363 0.428 0.366 0.537 1.47 0.771 0.531 0.87 1.15 2.48 1.44 2.23 1.84 2.01 3.59 2.83 3.58 3.28 3.40 2.96 5.10 4.66 3.88 3.52 4.15 6.94 2.40] ;**

**y = log(R);**

**z= log(w);**

**p = polyfit(z,y,1);**

**%a = p(1);**

**b = exp(p(2));**

**Y = p(1)\*z+p(2);**

**scatter(z,y);**

**hold on;**

**plot(z,Y);**

**n = length(z);**

**delt = 0;**

**for i=1:n**

**e = (Y(i)-y(i))\*(Y(i)-y(i));**

**delt = delt+e;**

**end**

fitting2.m

**w =[0.017 0.020 0.025 0.085 0.087 0.119 0.171 0.174 0.210 0.211 0.233 0.783 0.999 1.11 1.29 1.32 1.35 1.69 1.74 2.75 3.02 3.04 3.34 4.09 4.28 4.29 4.58 4.68 4.83 5.30 5.45 5.48 5.53 5.96];**

**R =[0.154 0.181 0.234 0.260 0.296 0.299 0.334 0.363 0.428 0.366 0.537 1.47 0.771 0.531 0.87 1.15 2.48 1.44 2.23 1.84 2.01 3.59 2.83 3.58 3.28 3.40 2.96 5.10 4.66 3.88 3.52 4.15 6.94 2.40] ;**

**y = log(R);**

**x= log(w);**

**f = polyfit(x,y,2);**

**c = f(1);**

**a = f(2);**

**b = exp(f(3));**

**Y = c\*x.^2+a\*x+log(b);**

**%plot(x,Y);**

**%hold on;**

**%scatter(x,y);**

**n = length(x);**

**delt = 0;**

**for i=1:n**

**e = (Y(i)-y(i))\*(Y(i)-y(i));**

**delt = delt+e;**

**end**