

287. 寻找重复数

```
func findDuplicate(nums []int) int {
    slow, fast := 0, 0
    for slow, fast = nums[slow], nums[nums[fast]]; slow != fast; { // 首次
        相遇
        slow, fast = nums[slow], nums[nums[fast]]
    }
    fast = 0
    for fast != slow {
        slow, fast = nums[slow], nums[fast]
    }
    return slow // 环入口再次相遇
}
```

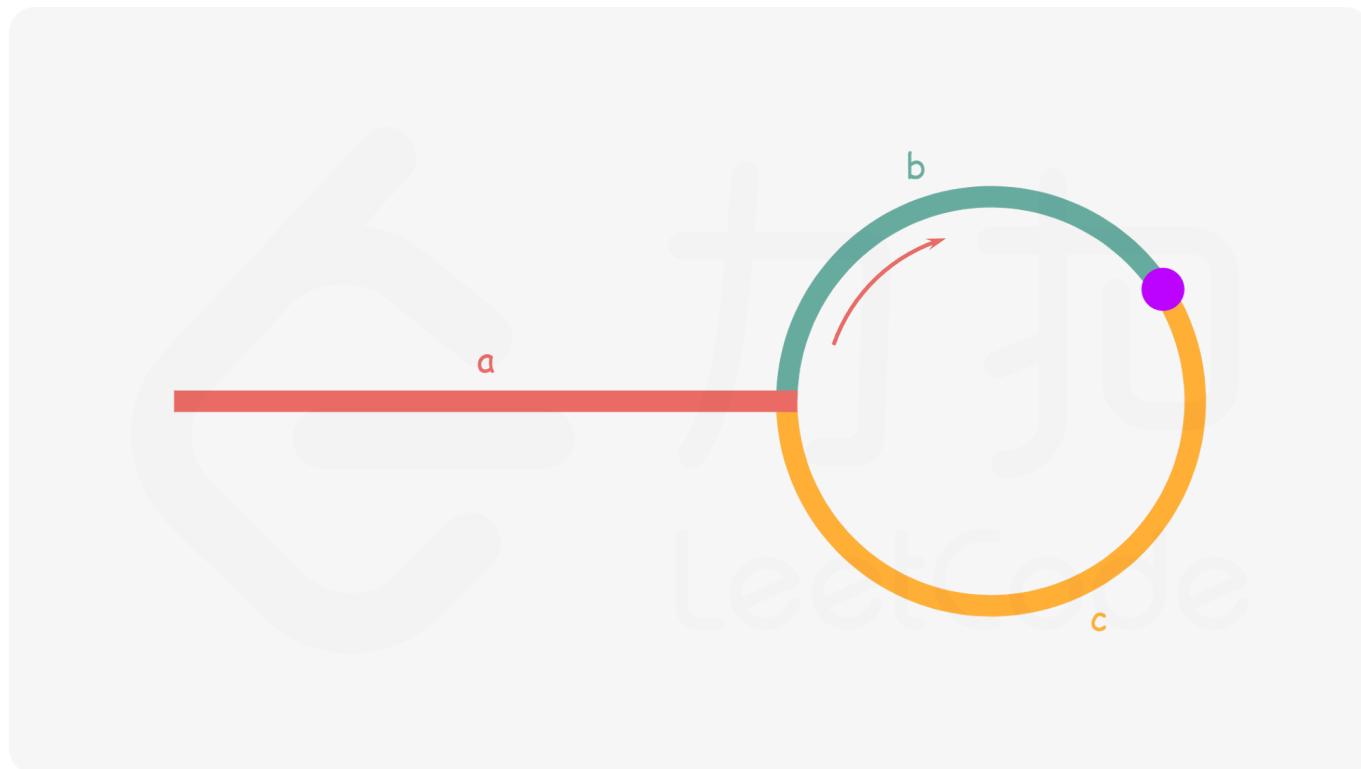
```
func findDuplicate(nums []int) int {
    slow, fast := 0, 0
    for {
        slow, fast = nums[slow], nums[nums[fast]] // slow 跳1步, fast 跳2步
        if slow == fast { // 指针在环中首次相遇
            fast = 0 // 让快指针回到起点
            for {
                if slow == fast { // 指针在入口处再次相遇
                    return slow // 返回入口, 即重复数
                }
                slow, fast = nums[slow], nums[fast] // 两个指针每次都跳1步
            }
        }
    }
}
```

方法一：快慢指针

预备知识：「Floyd 判圈算法」（又称龟兔赛跑算法）

我们使用两个指针，fast与 slow。它们起始都位于链表的头部。随后，slow 指针每次向后移动一个位置，而 fast 指针向后移动两个位置。如果链表中存在环，则 fast 指针最终将再次与 slow 指针在环中相遇。

如下图所示，设链表中环外部分的长度为 a。slow 指针进入环后，又走了 b 的距离与 fast 相遇。此时，fast 指针已经走完了环的 n 圈，因此它走过的总距离为 $a+n(b+c)+b=a+(n+1)b+nc$ 。



根据题意，任意时刻，**fast** 指针走过的距离都为 **slow** 指针的 2 倍。因此，我们有 $a + (n+1)b + nc = 2(a+b) \Rightarrow a = c + (n-1)(b+c)$ 有了 $a = c + (n-1)(b+c)$ 的等量关系，我们会发现：从相遇点到入环点的距离加上 $n-1$ 圈的环长，恰好等于从链表头部到入环点的距离。

因此，当发现 **slow** 与 **fast** 相遇时，我们再额外使用一个指针 **ptr**。起始，它指向链表头部；随后，它和 **slow** 每次向后移动一个位置。最终，它们会在入环点相遇。

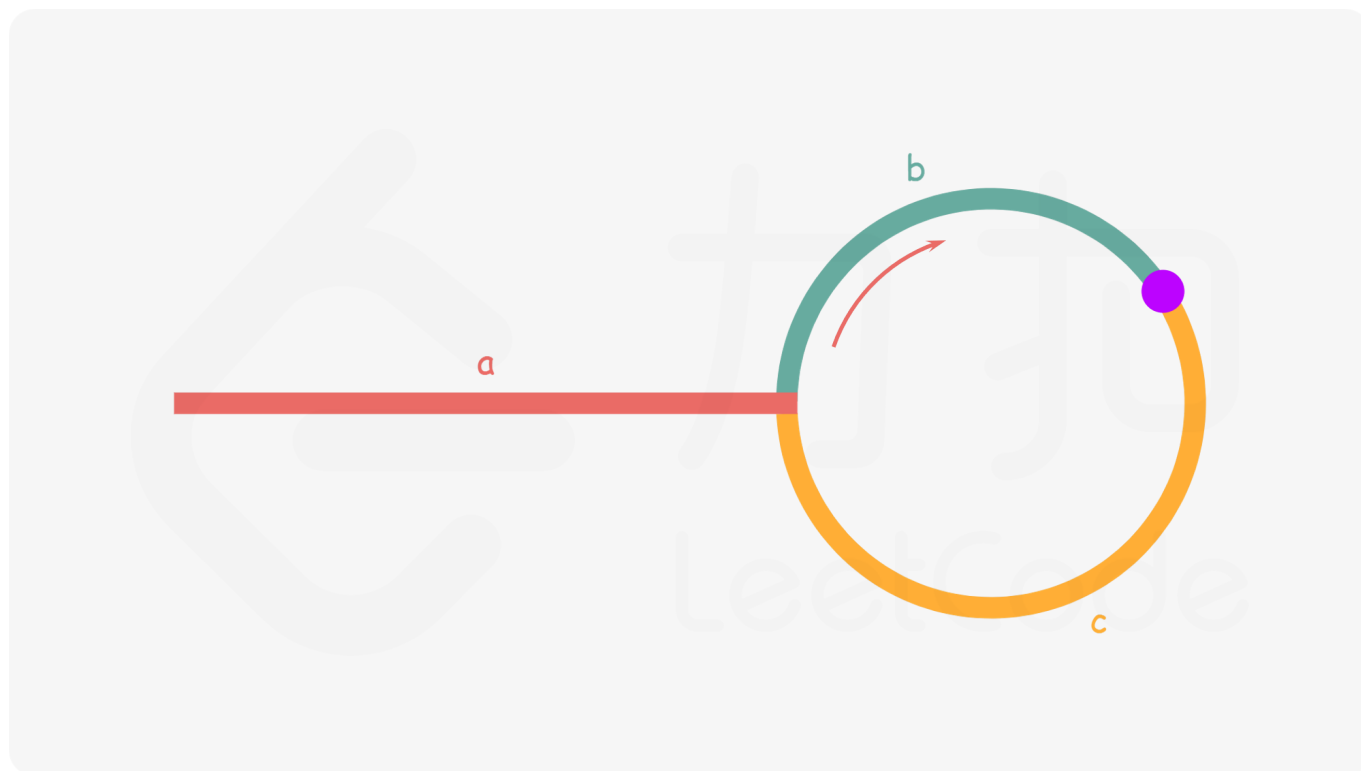
题目条件

- 数组只读——不能去移动数组，不能排序
- 常量空间——不能使用哈希表，不能新建数组再排序
- 时间复杂度小于 $O(N^2)$ ——不能用暴力法
- 只有一个数字重复，但可能重复多次

公式推导解释

我们使用两个指针，**fast**与 **slow**。它们起始都位于链表的头部。随后，**slow** 指针每次向后移动一个位置，而 **fast** 指针向后移动两个位置。如果链表中存在环，则 **fast** 指针最终将再次与 **slow** 指针在环中相遇。因为 **slow** 还没走完1圈就会被 **fast** 追上。每走 1 轮，**fast** 与 **slow** 的间距 $+1$ ，**fast** 终会追上 **slow**；

如下图所示，设链表中环外部分的长度为 a 。**slow** 指针进入环后，又走了 b 的距离与 **fast** 相遇。此时，**fast** 指针已经走完了环的 n 圈，因此它走过的总距离为 $a + n(b+c) + b = a + (n+1)b + nc$ 。



- 相遇时，慢指针走的距离： $a+b$
- 假设相遇时快指针已经绕环 n 次，它走的距离： $a+n(b+c)+b = a+(n+1)b+nc$
- 为快指针的速度是 2 倍，所以相同时间走的距离也是 2 倍： $a+(n+1)b+nc=2(a+b) \Rightarrow a = c + (n-1)(b+c)$

我们不关心绕了几次环，取 $n = 1$ 这种特定情况，消掉圈数： $a=c$

怎么利用 $a=c$ 求入环点

- 在循环的过程中，快慢指针相遇，位置相同了，可以确定出相遇点
- 为了确定「入环点」，我们「人为制造」快慢指针在入环点相遇
- 让快指针从头节点出发，速度改为和慢指针一样，慢指针留在首次相遇点，同时出发
- 因为 $a=c$ ，二者速度相同，所以会同时到达入环点

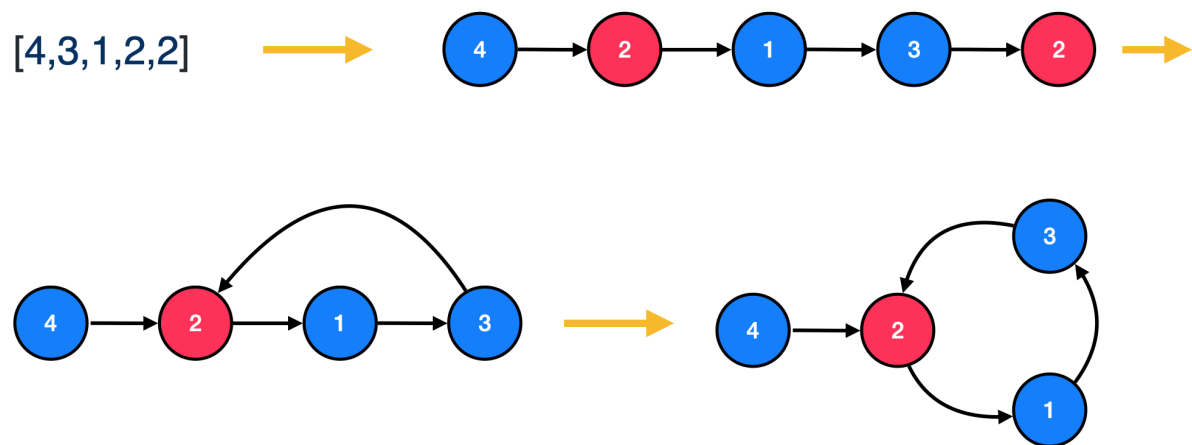
思路与算法

分析这个数组，索引从 $0 \sim n$ ，值域是 $1 \sim n$ 。值域，在索引的范围内，值可以当索引使。比如，nums 数组： $[4,3,1,2,2]$

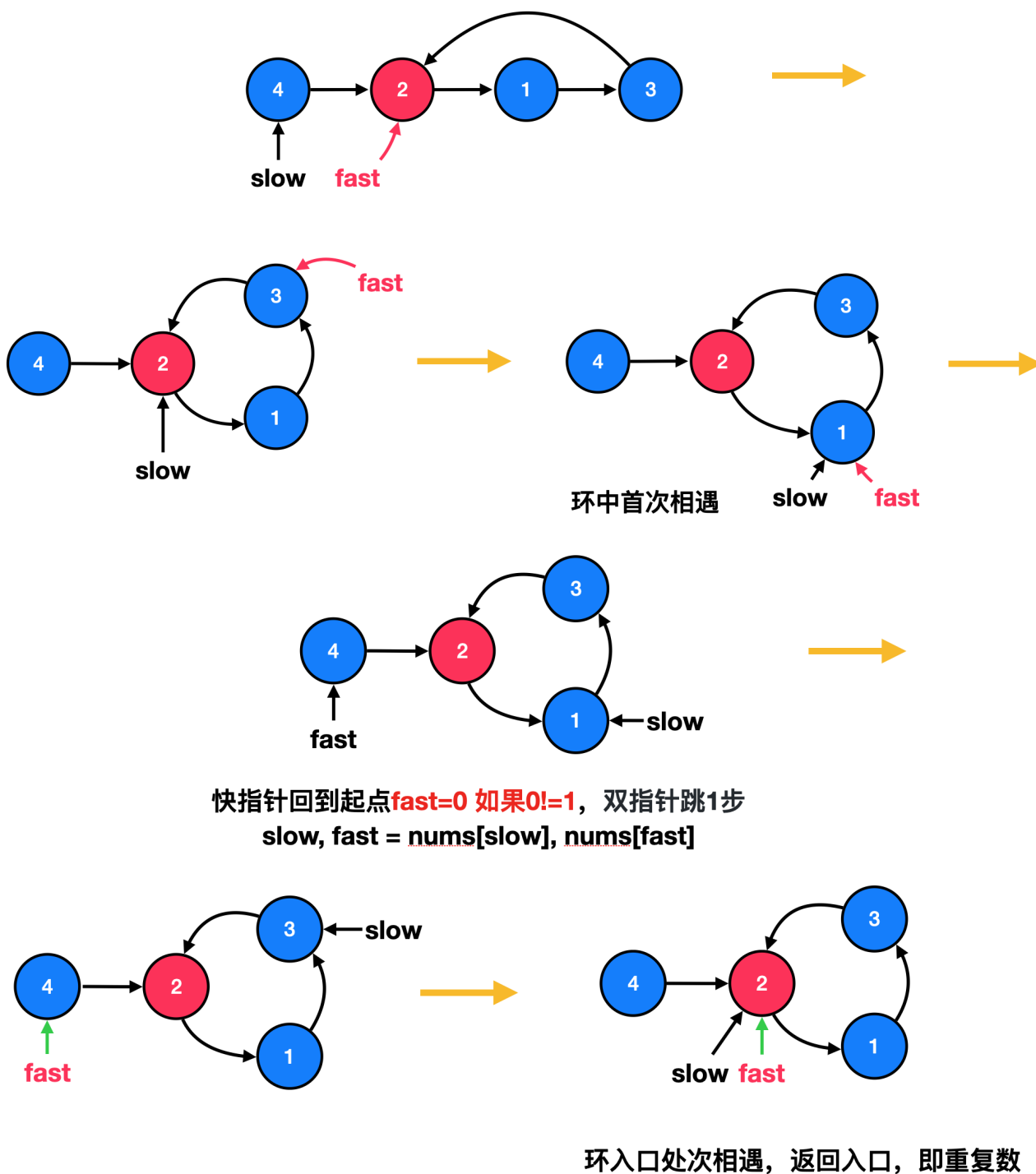
- 以 $\text{nums}[0]$ 的值 4 作为索引，去到 $\text{nums}[4]$
- 以 $\text{nums}[4]$ 的值 2 作为索引，去到 $\text{nums}[2]$
- 以 $\text{nums}[2]$ 的值 1 作为索引，去到 $\text{nums}[1]$
- 以 $\text{nums}[1]$ 的值 3 作为索引，去到 $\text{nums}[3]$
- 以 $\text{nums}[3]$ 的值 2 作为索引，去到 $\text{nums}[2]$

从一项指向另一项，将nums数组抽象为链表： $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ ，如下图，链表有环。

从一项指向另一项，将nums数组抽象为链表



slow, fast := 0, 0 slow 跳1步, fast 跳2步
 slow, fast = nums[slow], nums[nums[fast]]



有环链表, 重复数就是入环口

题目说数组必存在重复数, 所以 nums 数组肯定可以抽象为有环链表。题目转为: 求该有环链表的入环口。因为入环口的元素就是重复的链表节点值。

环形链表 II

参考题解

剑指 Offer 03. 数组中重复的数字

方法一：哈希表 / Set

算法流程：

- 初始化：新建 Map，记为 m；
- 遍历数组 nums 中的每个数字 num：
 1. 当 num 在 map 中，说明重复，直接返回 num；
 2. 将 num 添加至 m 中；
- 返回 -1。
-
- 本题中一定有重复数字，因此这里返回多少都可以。
-

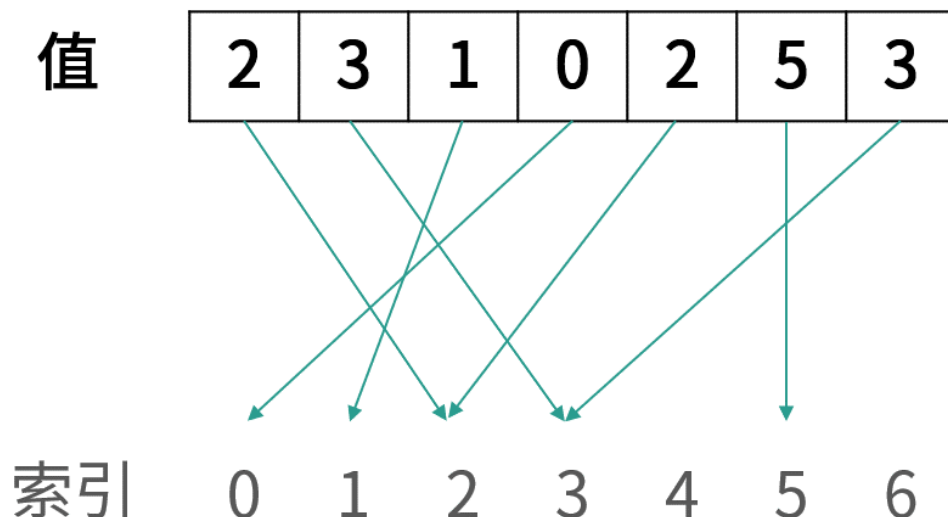
复杂度分析：

- 时间复杂度 $O(N)$ ：遍历数组使用 $O(N)$ ，HashSet 添加与查找元素皆为 $O(1)$ 。
- 空间复杂度 $O(N)$ ：HashSet 占用 $O(N)$ 大小的额外空间。

```
func findRepeatNumber(nums []int) int {  
    m := make(map[int]bool)  
    for _, num := range nums {  
        if _, ok := m[num]; ok {  
            return num  
        }  
        m[num] = true  
    }  
    return -1  
}
```

方法一：原地交换

题目说明尚未被充分使用，即 在一个长度为 n 的数组 nums 里的所有数字都在 $0 \sim n-1$ 的范围内。此说明含义：数组元素的 索引 和 值 是一对多的关系。因此，可遍历数组并通过交换操作，使元素的 索引 与 值 一一对应（即 $\text{nums}[i]=i$ ）。因而，就能通过索引映射对应的值，起到与字典等价的作用。



- ∴ 在一个长度为 n 的数组 `nums` 里的所有数字都在 $0 \sim n-1$ 的范围内
- ∴ 数组元素的索引和值是一对多的关系，因此可建立索引和值的映射

遍历中，第一次遇到数字 x 时，将其交换至索引 x 处；而当第二次遇到数字 x 时，一定有 `nums[x]=x`，此时即可得到一组重复数字。

算法流程：

遍历数组 `nums`，设索引初始值为 $i=0$ ：

- 若 `nums[i]=i`：说明此数字已在对应索引位置，无需交换，因此跳过；
- 若 `nums[nums[i]]=nums[i]`：代表索引 `nums[i]` 处和索引 i 处的元素值都为 `nums[i]`，即找到一组重复值，返回此值 `nums[i]`；
- 否则：交换索引为 i 和 `nums[i]` 的元素值，将此数字交换至对应索引位置。若遍历完毕尚未返回，则返回 -1 。

```
func findRepeatNumber(nums []int) int {
    for i := 0; i < len(nums); {
        if nums[i] == i { // nums[i] 已在对应索引位置，无需交换，因此跳过；
            i++
            continue // 跳过
        }
        if nums[nums[i]] == nums[i] { // 索引 nums[i] 处和索引 i 处的元素值都为
nums[i]，即找到一组重复值
            return nums[i]
        }
        nums[i], nums[nums[i]] = nums[nums[i]], nums[i] // 交换索引为 i 和
```

```
nums[i] 的元素值，将此数字交换至对应索引位置。  
    }  
    return -1  
}
```

复杂度分析：

- 时间复杂度 $O(N)$ ： 遍历数组使用 $O(N)$ ， 每轮遍历的判断和交换操作使用 $O(1)$ 。
- 空间复杂度 $O(1)$ ： 使用常数复杂度的额外空间。