Actividad 1 (Velocidades Lineales y angulares) Robot Planar 3GDL

Ximena Ortiz Gómez A01735100

16 de febrero del 2026

Fundamentación de Robótica

Profesor Alfredo García Suárez

Actividad 1 (Velocidades Lineales y angulares) Robot Planar 3GDL

Durante esta actividad se obtuvo el vector de velocidades lineales y angulares de un robot planar con 3 grados de libertad. En esta actividad se nos dió el caso de un robot que estaba formado por 3 articulaciones rotacionales y analizando ampliamente dicho robot podemos darnos cuenta que todo el movimiento ocurre en los ejes X y Y y cada una de las articulaciones rota alrededor del eje z. Es por ello que el objetivo de la actividad fue comprender cómo se modela la cinemática de un robot, partiendo de matrices de transformación homogénea hasta la obtención del Jacobiano y posteriormente obteniendo las velocidades angulares y lineales.

Como se mencionó con anterioridad, se trabajó con un robot planar de tres grados de libertad, por lo que se definieron los ángulos articulares como funciones del tiempo, ya que el robot se encuentra en movimiento. Esto permite derivarlos respecto al tiempo para obtener las velocidades angulares y lineales. Para poder obtener ambas velocidades primeramente se definieron las coordenadas como funciones del tiempo que representan los ángulos articulares de cada robot, en nuestro caso los definimos como q_1, q_2, q_3. Posteriormente se construyeron las matrices de transformación homogénea para cada grado de libertad, considerando que su matriz de rotación siempre será la misma porque el robot gira en torno a Z. Luego obtuvimos la matriz de traslación y para obtenerla se ocuparon relaciones trigonométricas para poder obtener x y y. Posteriormente se realizaron las transformaciones globales multiplicando las matrices homogéneas, y después se calculó el jacobiano mediante derivadas parciales del vector de posición.

Luego, obtuvimos el jacobiano angular considerando el eje de rotación de cada uno de los grados de libertad y finalmente se multiplicaron los jacobianos por las velocidades articulares para obtener velocidad angular y velocidad lineal. Para ejemplificar lo anterior, a continuación se muestran los apuntes realizados en clase, donde se realizó parte de este procedimiento matemáticamente para encontrar la matriz de traslación de un robot con solo 1 grado de libertad.

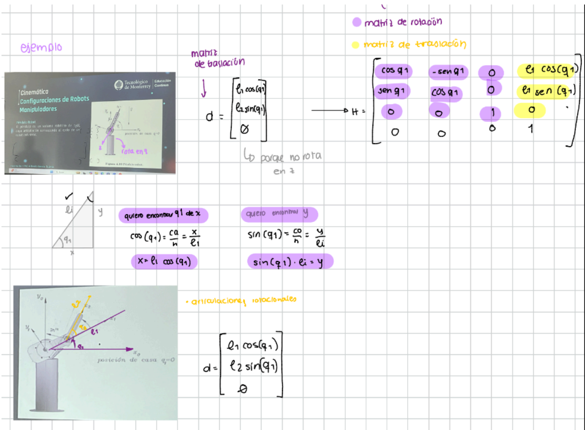

Imagen 1. Procedimientos de cálculos de matrices de rotación y traslación de un robot tipo péndulo

Dado que en esta actividad nuestro robot contaba con 3 grados de libertad, se tuvieron que realizar los cálculos y el procedimiento en Matlab para poder sacar la velocidad lineal y angular. A continuación se interpretan los resultados dados por Matlab en esta actividad.

```
Coordenadas generalizadas
(th1(t), th2(t), th3(t))

Velocidades generalizadas
/  d          d          d        \
| -- th1(t), -- th2(t), -- th3(t) |
\ dt         dt         dt        /
```

Imagen 2 coordenadas generalizadas y velocidades generalizadas

Primeramente analizando estos primeros resultados podemos decir que el modelo se construyó usando las coordenadas $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ y $\theta_3(t)$, los cuales representan los ángulos articulares del robot en función del tiempo. Esto implica que el sistema es dinámico y permite obtener velocidades al derivar estos ángulos. Consecutivamente, las velocidades corresponden a $\frac{d}{dt}\theta_1(t)$, $\frac{d}{dt}\theta_2(t)$, $\frac{d}{dt}\theta_3(t)$. Estas velocidades representan la velocidad angular de cada articulación, es decir que tan rápido gira cada eslabón.

Posteriormente se obtuvieron las matrices A1, A2 y A3, las cuales representan las transformaciones entre eslabones. Cada una de las matrices contiene su matriz de rotación, la cual siempre es la misma porque el robot gira alrededor del eje z, y su matriz de traslación la cual se calcula como en la imagen 1.

```
Matriz de Transformación local A1
/ cos(th1(t)), -sin(th1(t)), 0, l1 cos(th1(t)) \
|                                               |
| sin(th1(t)),  cos(th1(t)), 0, l1 sin(th1(t)) |
|                                               |
|      0,           0,       1,       0         |
|                                               |
\      0,           0,       0,       1         /
Matriz de Transformación local A2
/ cos(th2(t)), -sin(th2(t)), 0, l2 cos(th2(t)) \
|                                               |
| sin(th2(t)),  cos(th2(t)), 0, l2 sin(th2(t)) |
|                                               |
|      0,           0,       1,       0         |
|                                               |
\      0,           0,       0,       1         /
Matriz de Transformación local A3
/ cos(th3(t)), -sin(th3(t)), 0, l3 cos(th3(t)) \
|                                               |
| sin(th3(t)),  cos(th3(t)), 0, l3 sin(th3(t)) |
|                                               |
|      0,           0,       1,       0         |
|                                               |
\      0,           0,       0,       1         /
```

Imagen 3. Matrices de traslación local

Posteriormente con nuestro programa de Matlab obtuvimos las transformaciones globales las cuales representan la posición de cada grado de libertad respecto al sistema de coordenadas. Con estas matrices de transformación local podemos decir que el tercer grado de libertad no solo depende de su propio ángulo, sino de todos los grados de libertad anteriores. Por eso las orientaciones aparecen como sumas de ángulos.

```
Matriz de Transformación global T3
/ #2, -#1, 0, l1 cos(th1(t)) + l3 #2 + l2 cos(th1(t) + th2(t)) \
|                                                               |
| #1,  #2, 0, l1 sin(th1(t)) + l3 #1 + l2 sin(th1(t) + th2(t)) |
|                                                               |
|  0,  0,  1,                    0                              |
|                                                               |
\  0,  0,  0,                    1                              /
```

Imagen 4. Matriz de transformación global T3

Posteriormente, obtuvimos el jacobiano lineal. En nuestros resultado podemos observar que el jacobiano lineal cuenta con senos en la primera fila, cosenos en la segunda y ceros en la tercera, como podemos observar en la siguiente imagen. Con esto podemos decir que el movimiento del robot solo ocurre en los ejes X y Y.

```
Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial
/ - l1 sin(th1(t)) - #1 - l2 sin(th1(t) + th2(t)), - #1 - l2 sin(th1(t) + th2(t)), -#1 \
|                                                                                       |
|  l1 cos(th1(t)) + #2 + l2 cos(th1(t) + th2(t)),   #2 + l2 cos(th1(t) + th2(t)),   #2 |
|                                                                                       |
\                        0,                                      0,                 0  /

where

   #1 == l3 sin(th1(t) + th2(t) + th3(t))

   #2 == l3 cos(th1(t) + th2(t) + th3(t))


Jacobiano lineal obtenido de forma analítica
/ - l1 sin(th1(t)) - #1 - l2 sin(th1(t) + th2(t)), - #1 - l2 sin(th1(t) + th2(t)), -#1 \
|                                                                                       |
|  l1 cos(th1(t)) + #2 + l2 cos(th1(t) + th2(t)),   #2 + l2 cos(th1(t) + th2(t)),   #2 |
|                                                                                       |
\                        0,                                      0,                 0  /
```

Imagen 5. Jacobianos obtenidos en este robot

Consecutivamente, con nuestro programa de Matlab obtuvimos el jacobiano angular, en el cual podemos observar en la imagen 6 que toda la velocidad angular está concentrada en el eje Z. Esto es muy coherente con nuestro robot analizado porque todas las articulaciones de este robot giran alrededor del eje Z. Además es por ello que también podemos observar que en la velocidad lineal en el eje z es cero, porque en ese plano no hay movimiento. La matriz de velocidad lineal nos indica que la velocidad lineal depende de la geometría y longitud del grado de libertad, los ángulos y las velocidades articulares.

```
Jacobiano ángular obtenido de forma analítica
/ 0, 0, 0 \
|         |
| 0, 0, 0 |
|         |
\ 1, 1, 1 /

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal
/ - #4 (l3 sin(#1) + l2 sin(#2)) - #5 (l1 sin(th1(t)) + l3 sin(#1) + l2 sin(#2)) - l3 #3 sin(#1) \
|                                                                                                |
|  #4 (l3 cos(#1) + l2 cos(#2)) + #5 (l1 cos(th1(t)) + l3 cos(#1) + l2 cos(#2)) + l3 #3 cos(#1)  |
|                                                                                                |
\                                               0                                                /
```

Imagen 6. Jacobiano angular y velocidad lineal

Finalmente obtuvimos la matriz de velocidad angular, en la cual podemos observar que toda esta velocidad angular se concentra en el eje Z, lo cual representa que la rotación del robot se está realizando en dicho eje.

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular
/                 0                 \
|                                   |
|                 0                 |
|                                   |
| _________     _________     _________ |
|  d             d             d        |
| -- th1(t) + -- th2(t) + -- th3(t) |
\ dt            dt            dt        /
```

Imagen 7. Velocidad angular

Al observar los resultados obtenidos por nuestro programa de Matlab podemos concluir que los resultados son coherentes con lo visto en clase con un robot de 1 grado de libertad. Además podemos percatarnos de que la velocidad angular se concentra en el eje Z y que el que no exista componente en Z en la velocidad lineal confirma que el robot está restringido en dicho plano, por lo tanto representa el eje de rotación de los grados de libertad de nuestro robot