

课后作业 - 2022 年 11 月 16 日

1. 设随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.20

求 ρ_{XY} , $\text{Cov}(X^2, Y^2)$.

2. 设 (X, Y) 在三角形区域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}$ 上服从均匀分布. 求 $\text{Cov}(X, Y)$ 和 ρ_{XY} .

3. 设 $X \sim N(0, 1)$, 而 $Y = X^n$ (n 为正整数), 求 ρ_{XY} .

4. 设随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(1, 3^2)$ 和 $N(0, 4^2)$, 且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$. 设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$. 求:

(1) $E(Z)$, $D(Z)$.

(2) X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ} .

5. 设 $X_1 \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_2 \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 X_1 与 X_2 相互独立, 求 $Y_1 = aX_1 + bX_2$, $Y_2 = aX_1 - bX_2$ 的相关系数 (其中 a, b 为不为零的常数).

6. 已知三个随机变量 X, Y, Z 中, $E(X) = E(Y) = 1$, $E(Z) = -1$, $D(X) = D(Y) = D(Z) = 1$, $\rho_{XY} = 0$, $\rho_{XZ} = \frac{1}{2}$, $\rho_{YZ} = -\frac{1}{2}$. 求 $E(X + Y + Z)$, $D(X + Y + Z)$.