课后作业 - 2022 年 10 月 10 日

1. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度函数, $f_2(x)$ 为 [-1,3] 上均匀分布的概率密度函数, 若

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot f_1(x), & x \leq 0 \\ b \cdot f_2(x), & x > 0 \end{cases}, \quad (a > 0, b > 0),$$

为概率密度函数,则 a, b 应满足什么条件?

- 2. 已知随机变量 X 与 -X 具有相同的概率密度, 记 X 的分布函数为 F(x), 求 F(x)+F(-x).
- 3. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 P(2 < X < 4) = 0.3, 求 P(X < 0) 的值.
- 4. 设随机变量 X 在区间 [0,1] 上服从均匀分布, 求随机变量 $Y = -2 \cdot \ln X$ 的概率密度函数.
- 5. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 则随机变量 $Y = \max(X,1)$ 的分布函数 $F_Y(y)$ 的间断点个数为多少.
- 6. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 求:
 - (1) $Y = 2X^2 + 1$ 的概率密度函数;
 - (2) Y = |X| 的概率密度函数.
- 7. 设随机变量 X 的概率密度为 f(x), $-\infty < x < +\infty$, 求 $Y = X^3$ 的概率密度.