作业一

第一问

1.问题假设

1.假设所有物体表面形状、材料和表面细节分布均一致

2.海面无风浪波动

3.风力对浮标无起伏不会出现倾斜

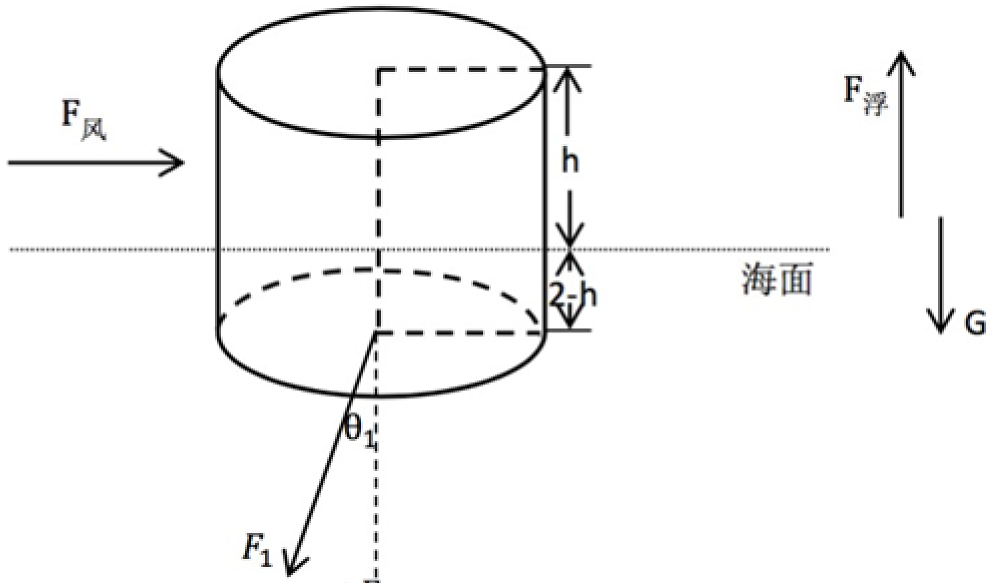
4.风流速均匀

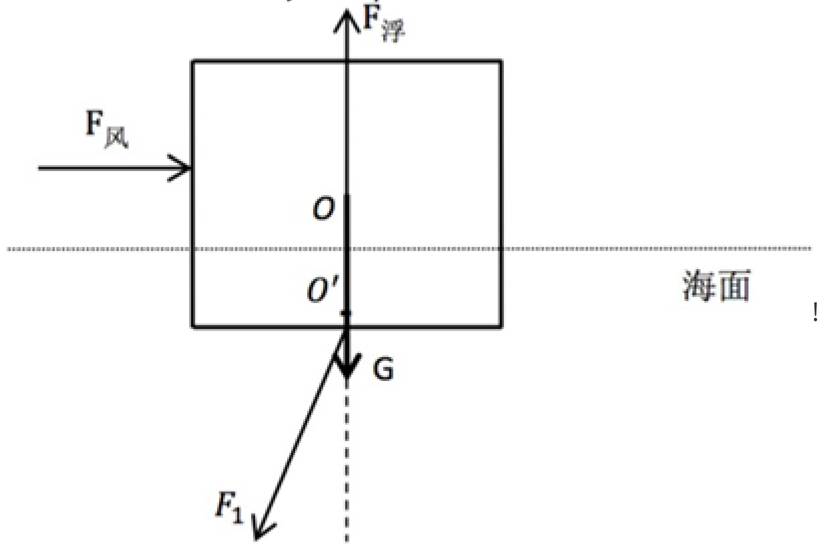
2.问题分析

受力分析

1.浮标

使用隔离法对浮标进行受力分析





O、 *O′*分别是重力、浮力的作用点

风阻系数为Cd。

风阻力：

圆柱的风阻力由风阻系数Cd和实质比面积Ae确定，风阻力的计算公式如下：

$$F_{风} = Cd * Ae * 1/2 * \rho * V^2$$

假设风速为 v 米/秒，空气密度为 1.225 kg/m³，圆柱体直径为 2 米，风阻系数为 C_d为0.82，实质比面积 A_e 实际上就是迎风面积 A。
首先，迎风面积 A：

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right) h$$

然后，使用计算作用力 $F_{风}$：

$$F_{风} = 0.5 \times \rho \times v^2 \times A \times C_d$$

$$F_{风} = 0.6125 \times v^2 \times A \times C_d$$

所以，风对直径为 2 米的圆柱体的作用力 F 可以表示为：

$$F_{风} = 1.9346 \times v^2 \times C_d\,\mathrm{N}$$

那么对于浮标就有水平和竖直方向:

$$
\begin{gathered}
F_{风}-F_1\sin\theta_1=0 \\
F_{浮}-G-F_1\cos\theta_1=0
\end{gathered}
$$

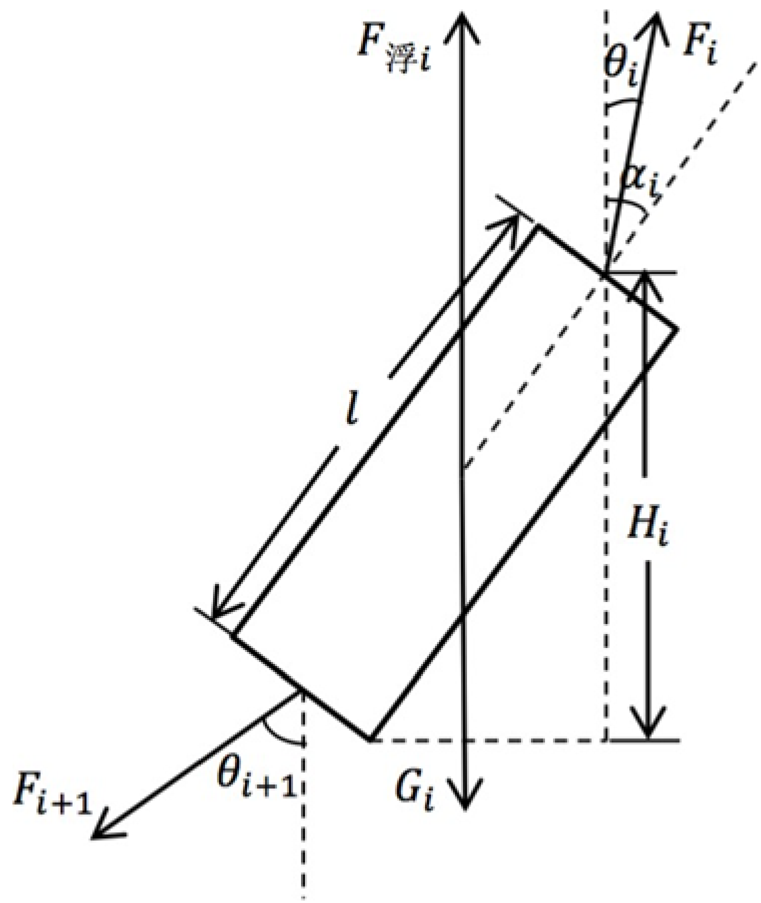
$$F_{浮}=4\rho g\pi\times(2-h)$$

带入得:

$$F_1\sin\theta_1=0.50225\times v^2\times\pi$$

$$47.8455\times\pi\times h_1-G-F_1\cos\theta_1=0$$

2.钢管



因为海水静止,在某一时刻,每一节钢管均收到浮力、重力，以及相邻钢管或相邻浮标、锚链在其几何形状两端中心施加的拉力。四力在竖直平面使得钢管处于静力平衡状态。对四段钢管中的任意一个分析如图

同样对于任意一个钢管受力平衡有

$$
\begin{gathered}
F_{2i}\sin\theta_{2i}-F_{2i+1}\sin\theta_{2i+1}=0 \\
F_{i+1}\cos\theta_{2i+1}-F_{2i}\cos\theta_{2i}-F_{浮2i}-G_{2i}=0
\end{gathered}
$$

其中这个H_i为:

$$H_{2i}=l\cos\alpha_{2i}$$

那么有F_i与F_{i+1}在沿着钢管中心轴线方向上:

$$F_{2i}\times\frac{1}{2}l\times\sin(\alpha_{2i}-\theta_{2i})-F_{2i+1}\times\frac{1}{2}l\times\sin(\theta_{2i+1}-\alpha_{2i})=0$$

3.重物球

重物球的质量为1200kg,这里假设为铁球

$$
\begin{gathered}
F_{浮}=\rho_{海水} g V \\
G=m g \\
m=\rho \cdot V \\
V=\frac{4}{3} \pi R^{2}
\end{gathered}
$$

就有

$$
F_{浮}=\frac{\rho_{海水}}{\rho} \cdot G
$$

4.钢桶

已知钢桶内含水声通讯设备，其长为 1m、外径为 30cm，总质量为 100kg。

$$
\begin{aligned}
& F_{管} \sin \theta_{4}-F_{链} \sin \theta_{4}=0 \\
& F_{管} \cos \theta_{4}+F_{浮桶}+F_{浮球}-G_{桶}-G_{球}-F_{链} \cos \theta_{4}=0
\end{aligned}
$$

假设倾斜角度为$\alpha_{桶}$

对于偏移后轴线方向有:

$$
F_{管} \times \frac{1}{2} \times \sin \left(\alpha_{4}-\theta_{4}\right)-F_{链} \times \frac{1}{2} \times \sin \left(\theta_{4}-\alpha_{4}\right)=0
$$

5.锚链

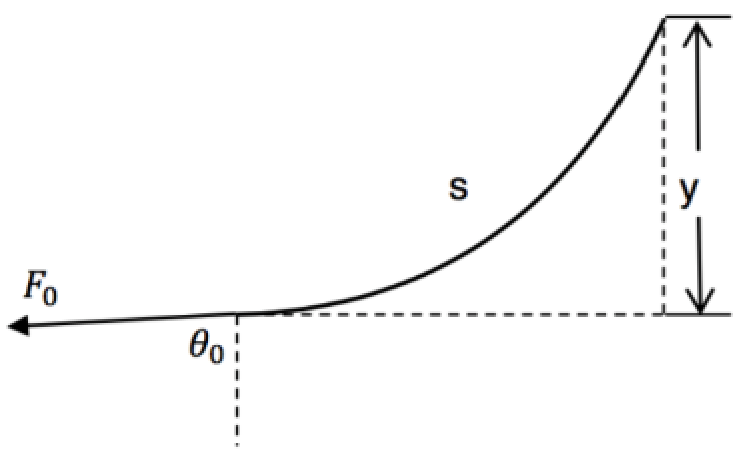
锚链中每个链环处于静止状态，水平方向和竖直方向上受力平衡，即

$$
\begin{gathered}
F_{浮 i}+F_{锚 i-1} \cos \theta_{i}=G_{锚(i+1)}+F_{锚(i+1)} \cos \theta_{(i+1)} \\
F_{i-1} \sin \theta_{i}=F_{5(i+1)} \sin \theta_{(i+1)}
\end{gathered}
$$

中心轴线力矩

$$
\frac{1}{2} F_{5 i} h \sin \left[\alpha_{(5 i+1)}-\theta_{i}\right]=\frac{1}{2} F_{(5 i+1)} h \sin \left[\theta_{(5 i+1)}-\alpha_{(5 i+1)}\right]
$$

那么对于锚链整体:



6.锚体

$$F_6 + F_5 cos\theta 6 = G_6$$
$$f = F_5 \sin\theta_6$$

传递关系

设系泊系统的垂直高度为H，浮标的垂直高度为H_1,钢管的垂直高度为H_2,钢桶的垂直高度为H_3,锚链的垂直高度为H_5,H_0为18
浮标的垂直高度H_1即为浮标的吃水深度h_1;
钢管总数为 4,其垂直高度与自身的倾斜角度和长度h_2有关，且每个钢管的倾斜角度不同，钢桶的总垂直高度计算公式为$H_2 = \sum_{i=1}^{4} h_2 \cos\alpha_{2i}$
钢桶的垂直高度与倾斜角度和长度h_3有关，计算公式为$H_3 = h_3 \cos\alpha_{31}$

锚链由多个链环构成，单个链环的垂直高度与自身的倾斜角度和长度h_5有关，且每个链环的倾斜角度不同，锚链的总垂直高度计算公式为
$H_5 = \sum_{i=1}^{m} h_5 \cos\alpha_{5i}, m \leq \frac{L}{h_5}$

假定$2 - H$为h_1,寻找系泊系统垂直高度H 与水深H_0最小差值的绝对值，建立模型，$\min|H - H_0|$

浮标在这段时间内以锚为圆心近趋于圆形游动。将浮标的游动区域转化为游动半径进行研究，游动半径为浮标与锚的水平距离。系统的水平距离由钢管、钢桶和锚链的水平距离构成。探究浮标的游动半径大小，设游动半径为R,钢管的水平距离为X_2,钢桶的水平距离为X_3,锚链的水平距离为X_5,
钢管的数量为 4,钢管的水平距离与自身的倾斜角度和长度h_2有关，且每个钢管的倾斜角度不同，钢管的水平总距离为每个钢管的水平距离累计和，计算公式为$X_2 = \sum_{i=1}^{4} h_2 \sin\alpha_{2i}$
钢桶的水平距离与倾斜角度和长度h_3有关，计算公式为$X_3 = h_3 \sin\alpha_{31}$
多个链环组成锚链，单个链环的水平距离与自身的倾斜角度和长度h_5有关，且每个链环的倾斜角度不同，考虑锚链可能会存在一部分沉在水底，一部分浮在
水中，则计算公式为
$X_5 = \sum_{i=1}^{p} h_5 + \sum_{i=p+1}^{q} h_5 \sin\alpha_{5i}, p + q \leq \frac{L}{h_5}$得到系泊系统的游动半径$R$为
$R = X_2 + X_3 + X_5$

力的传递

利用浮标求解得到的张力$F_{浮}$与第 1 个钢管上端所受张力F_{21}大小相同，角度θ_1与θ_{21}相同，代入钢管的受力平衡方程组式和力矩平衡方程式，根据第 1 个钢管的受力分析表达式

$$F_2 + F_{21}\cos\theta_{21} = G_2 + F_{22}\cos\theta_{22}$$
$$F_{21}\sin\theta_{21} = F_{22}\sin\theta_{22}$$
$$\frac{1}{2}F_{21}h_2\sin[\alpha_{22} - \theta_{21}] = \frac{1}{2}F_{22}h_2\sin[\theta_{22} - \alpha_{22}]$$

同理传递至第二个钢管直至第四个

第 4 个钢管下端与钢桶上端相连，根据力的平衡条件，第 4 个钢管下端所受张力F_{24}和角度θ_{24}与钢桶上端所受张力F_3和角度θ_3大小相等，将其代入钢桶的受力分析式，得到钢桶下端张力F_3、角度θ_3和钢桶自身角度α_3

锚链的第 1 个链环上端与钢桶下端相连，根据力的平衡条件，钢桶下端张力T_{32}、角度θ_{32}与第 1 个链环上端张力$T_{\varsigma 1}$、角度θ_{51}大小相同，代入钢管的受力平衡方程组(26)式和力矩平衡方程式(27)式，根据第1个链环的受力分析表达式

$$F_5 + F_{51}\cos\theta_{51} = G_5 + T_{52}\cos\theta_{52}$$
$$F_{51}\sin\theta_{51} = F_{52}\sin\theta_{52}$$
$$\frac{1}{2}F_{51}h_5\sin[\alpha_{52} - \theta_{51}] = \frac{1}{2}F_{52}h_5\sin[\theta_{52} - \alpha_{52}]$$

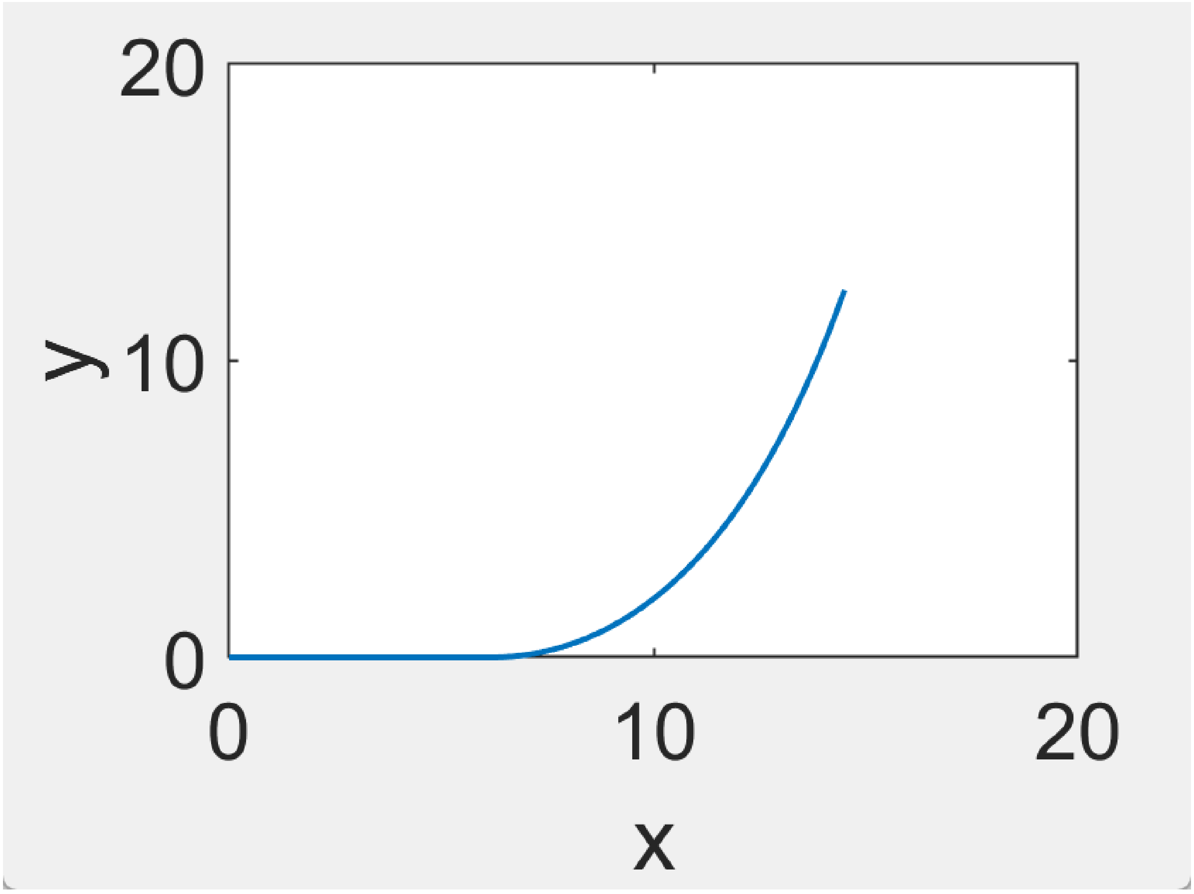
同理经过传递得到第210个链环,最后一个也传递至锚体

3.模型求解

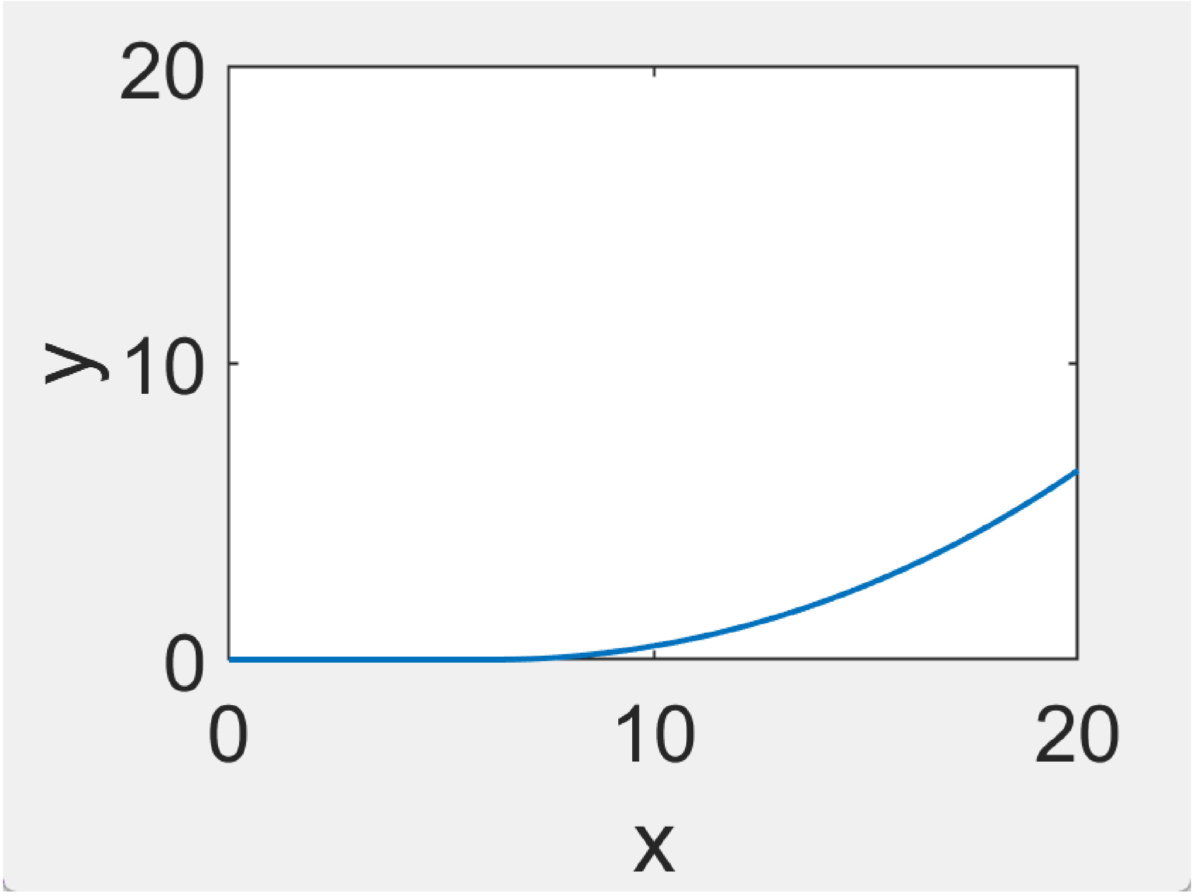
首先按步长0.1对浮标的吃水深度h_i进行划分，利用程序循环遍历。根据建立的系统垂直高度模型，求解出系统中浮标、钢管、钢桶和锚链的垂直高度，寻找水深为18m时，系泊系统的高度H与水深H_0最小差值绝对值。结果得到浮标的出水深度在 0.6~0.7m 内，符合纵向约束条件。接着按步长 0.01 进行划分，结果得到浮标的吃水深度范围在 0.68~0.69m 之间。最后按步长 0.001 划分，结果得到浮标的吃水深度为 0.683m 时，系泊系统的高度与水深差值的绝对值最小。

v=12

钢管角度	钢桶角度	浮标吃水深度	浮标游动半径	锚链末端夹角	链结漂浮个数	系统总高度
1.1585	1.2004	0.6830	14.6036	0	152	18.0628
1.1663						
1.1742						
1.1822						



v=24



钢管角度	钢桶角度	浮标吃水深度	浮标游动半径	锚链末端夹角	链结漂浮个数	系统总高度
4.6245	4.7910	0.6830	20.5818	0	152	12.2297
4.6555						
4.6868						
4.7187						

```
%% 浮标1
g=9.807;%重力加速度
p=1025;%海水密度
m1=1000;%浮标质量
v=12;%海面风速

h1=0.683;%吃水深度

V1=pi*h1;%浮标吃水体积
syms fT1;%拉力T（下同）
syms fsi1;%角度SITA（下同）

G1=m1*g;
B1=p*g*V1;
Ffeng=0.625*((2-h1)*2)*v^2;
eq11=B1-G1-fT1*cosd(fsi1);
```

```
eq12=Ffeng-fT1*sind(fsi1);
[fT1,fsi1]=solve(eq11,eq12,fT1,fsi1);
index1=find(fT1>0);
T1=double(fT1(index1));
si1=double(fsi1(index1));
r1=0;%横坐标长度

%% 钢管2
m2=10;%每节钢管质量
V2=pi*0.025^2*1;%钢管体积
L2=1;
G2=m2*g;
B2=p*g*V2;

T2=zeros(5,1);
si2=zeros(5,1);
a2=zeros(4,1);
T2(1)=T1(1);si2(1)=si1(1);
for n=1:4
    si2(n+1)=atand((T2(n)*sind(si2(n)))/(T2(n)*cosd(si2(n))+B2-G2));
    T2(n+1)=(T2(n)*sind(si2(n)))/(sind(si2(n+1)));

 a2(n)=atand((T2(n+1)*sind(si2(n+1))+T2(n)*sind(si2(n)))/(T2(n)*cosd(si2(n))+T2(
n+1)*cosd(si2(n+1))));
end

h2=L2*cosd(a2);%高度
r2=abs(L2*sind(a2));%横坐标长度

%% 重物球4
m4=1200;%重物球质量
p4=7850;%钢的密度
V4=m4/p4;%重物球体积
G4=m4*g;
B4=p*g*V4;
T41=G4-B4;

%% 钢桶3
m3=100;%钢桶质量
V3=pi*0.15^2*1;%钢桶体积
L3=1;
G3=m3*g;
B3=p*g*V3;

T31=T2(5);%取第2段的值
si31=si2(5);
T32=sqrt((T31*cosd(si31)+B3-G3-T41)^2+(T31*sind(si31))^2);
si32=atand((T31*sind(si31))/(T31*cosd(si31)+B3-G3-T41));
syms fa3
eq3=0.5*T32*L3*sind(si32-fa3)-0.5*T41*L3*sind(fa3)-0.5*T31*L3*sind(fa3-si31);%力
矩平衡
[fa3]=solve(eq3,fa3);%解方程
a3=double(fa3);
index3=find(a3>0);
a3=double(a3(index3));
```

```
h3=L3*cosd(a3);%高度
r3=abs(L3*sind(a3));%横坐标长度

%% 各锚链节5
L5=0.105;%单个锚链长度
m5=7*L5;%单个锚链质量
p5=7850;%钢的密度
V5=m5/p5;%单个锚链体积
G5=m5*g;
B5=p*g*V5;

T5=zeros(211,1);
si5=zeros(211,1);
a5=zeros(211,1);
h5=zeros(211,1);
T5(1)=T32;si5(1)=si32;%取第3段的值
a5(1)=si32;
for i=1:210
    si5(i+1)=atand((T5(i)*sind(si5(i)))/(T5(i)*cosd(si5(i))+B5-G5));
    T5(i+1)=sqrt((T5(i)*cosd(si5(i))+B5-G5)^2+(T5(i)*sind(si5(i)))^2);

 a5(i+1)=atand((T5(i+1)*sind(si5(i+1))+T5(i)*sind(si5(i)))/(T5(i)*cosd(si5(i))+T
5(i+1)*cosd(si5(i+1))));
    if si5(i+1)<0
        abs(si5(i+1));
    end
    if abs(a5(i+1))<1
       a5(i+1)=90;
    end
end
%% 绘图6
x=zeros(211,1);
y=zeros(211,1);
x(1)=0;
y(1)=0;
count=211;
count00=0;%链接漂浮个数
for ii=1:210
    if a5(count)==0
       a5(count)=90;
    end
    x(ii+1)=x(ii)+L5*sind(a5(count));
    y(ii+1)=y(ii)+L5*cosd(a5(count));
    count=count-1;
    if a5(ii)~=90
        count00=count00+1;
    end
end
H=h1+sum(h2)+h3+y(211,1);%总高度
r0=r1+sum(r2)+r3+x(211,1);%游动半径
plot(x,y,'linewidth',2)
axis([0 20 0 20])
xlabel('x','FontSize',28);
ylabel('y','FontSize',28);
```

```
set(gca,'FontSize',28,'linewidth',1);

%% 导出数据7
filterName=["钢管角度","钢桶角度","浮标吃水深度","浮标游动半径","锚链末端夹角","链结漂浮个数","系统总高度"];
xlswrite('problem1.xlsx',filterName,'v=12','A1');
xlswrite('problem1.xlsx',a2,'v=12','A2');
xlswrite('problem1.xlsx',a3,'v=12','B2');
xlswrite('problem1.xlsx',h1,'v=12','C2');
xlswrite('problem1.xlsx',r0,'v=12','D2');
xlswrite('problem1.xlsx',90-a5(210),'v=12','E2');
xlswrite('problem1.xlsx',count00,'v=12','F2');
xlswrite('problem1.xlsx',H,'v=12','G2');
```