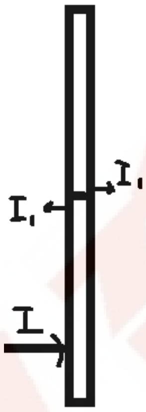
培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（十六）

考试时间：150 分钟　总分 320 分

（参考答案）



1、对 B 分析$\begin{cases} I - I1 = mv \\ I\left(\frac{l2}{2} - h\right) + I1 \times \frac{l2}{2} = \frac{m(l2)^2 w2}{12} \end{cases}$（4）

对 A 分析$I1 \times l1 = \frac{m(l1)^2 w1}{3}$（2）

速度关联$w1 \times l1 = v - w2 \times \frac{l2}{2}$;（2）

$$解得\begin{cases} w1 = \frac{3\left(6\frac{h}{l2} - 2\right)}{7m\,l1} I \\ v = \frac{9 - 6\frac{h}{l2}}{7m} I \\ I1 = \frac{\left(6\frac{h}{l2} - 2\right)}{7} I \\ w2 = \frac{2\left(15 - 24\frac{h}{l2}\right)}{7m\,l2} I \end{cases} \quad （2）$$

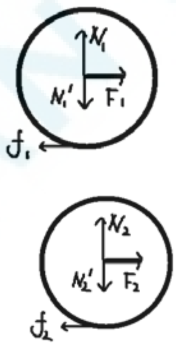
(1) 使 A 不动，w1=0;即$6\frac{h}{l2} - 2 = 0$；$h = \frac{l2}{3}$（4）

(2) 其动能为

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} ml_1^2 w_1^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} ml_2^2 w_2^2 = \frac{6I^2}{7m}\left(4\left(\frac{h}{l_2} - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{7}{16}\right);$$

所以$\frac{h}{l_2} = \frac{5}{8}$时，总动能最小为$\frac{3I^2}{8m}$;（6）

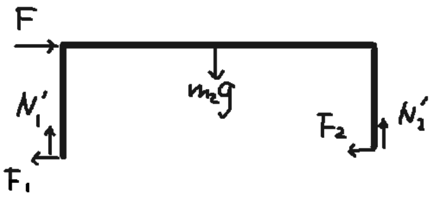
2、开始时两轮都不转动，对轮分析



$$\begin{cases} N1 = m1 \times g + N1' \\ F1 - f1 = m1 \times a \\ f1 \times R = \frac{m1 \times R^2 \times \beta 1}{2} \\ N2 = m1 \times g + N2' \\ F2 - f2 = m1 \times a \\ f2 \times R = \frac{m1 \times R^2 \times \beta 2}{2} \\ f1 = \mu N1 \\ f2 = \mu N2 \end{cases} \quad （8）$$

对 ABCD 分析有

$\begin{cases} F - F1 - F2 = m2 \times a \\ N1' + N2' = m2 \times g \end{cases}$;（2）



（2）

力矩平衡

$$\begin{cases} (F - m2 \times a)L1 + m2 \times g \times \frac{l2}{2} = N2'L2 \\ (F - m2 \times a)L1 + N1'L2 = m2 \times g \times \frac{l2}{2} \end{cases}$$

$$解得\begin{cases} a = 0 \\ N1 = m1g + \frac{m2g}{2} + F\frac{L2}{L1} = 19.2N \\ N1 = m1g + \frac{m2g}{2} - F\frac{L2}{L1} = 20.8N \end{cases};（2）$$

此时有$\beta1=\frac{2\mu N_1}{m_R}=38.4rad/s^2$

$\beta2=\frac{2\mu N_2}{m_R}=41.6rad/s^2(1)$

2 轮先于小车同步此时

V=$\beta2\times t1\times R; t1=\frac{75}{26}s$

W1=$\frac{1440}{13}rad/s$;

W1=$120rad/s$;(2)

此后 2 轮将与车同步加速 f2 变化;

于是方程组有变化;

把$f2=\mu N2$ 改成 $\beta2\times R=a$;

解得 a=$\frac{104}{227}m/s$;

$\beta1$=$\frac{8800}{227}rad/s^2$;

$\beta1$=$\frac{81040}{227}rad/s^2$;(6)

两轮转速相同用的时间

$t2=\frac{w_2-w_1}{\beta_1-\beta_2}=\frac{681}{2522}s$;

总时间 t=t1+t2=3.15s;

V=(w2+$\beta_2 t2$)R=12.12m/s(2);

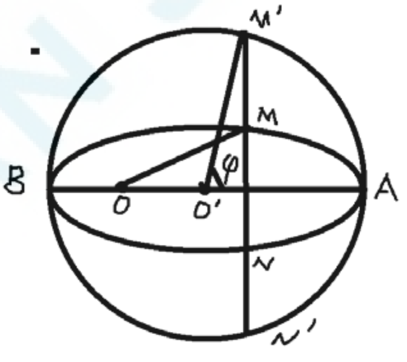
3、设火箭远地点的速度为 VA;

则有$mvR\sin\theta_0=m(a+c)v_A$;

$\frac{1}{2}mv^2-\frac{GMm}{R}=\frac{1}{2}mV_A^2-\frac{GMm}{a+c}$;

且 GM=gR^2;(4)

得 a+c=$\frac{gR^2+\sqrt{g^2R^4-v^2R^2\sin^2\theta_0(2gR-v^2)}}{2gR-v^2}$;



同理由近地点得

$a-c=\frac{gR^2-\sqrt{g^2R^4-v^2R^2\sin^2\theta_0(2gR-v^2)}}{2gR-v^2}$;

故 $a=\frac{gR^2}{2gR-v^2}$,$c=\frac{\sqrt{g^2R^4-v^2R^2\sin^2\theta_0(2gR-v^2)}}{2gR-v^2}$;

$b=\sqrt{a^2-c^2}=\frac{vR\sin\theta_0}{\sqrt{2gR-v^2}}$;(6)

如图，设火箭的发射点和落地点分别为 M,N,以 AB 为直径做圆，延长 MN 交于 M‘N’则有 $S_{OMAN}/S_{OM'AN'}$=b/a;

因为 $a=\frac{nR}{2}<R$, 所以 $\varphi<\frac{\pi}{2}$

图中$\varphi=\arccos\left|\frac{x_M}{a}\right|$;

$a+ex_M=R$;

$x_M=\dfrac{(R-a)a}{c}$;

$\varphi=\arccos\dfrac{gR^2-v^2R}{\sqrt{g^2R^4-v^2R^2\sin^2\theta_0(2gR-v^2)}}$;（6）

$2a=nR$;得$v^2=\dfrac{2n-2}{n}gR$;（2）

所以 $S_{OMAN}=\frac{b}{a}\ S_{OM'AN'}$

$=\frac{b}{a}\left(c\cdot\frac{a}{b}y_M+\varphi a^2\right)=\frac{1}{2}(n-1)R^2\sin2\theta_0+\frac{1}{2}n\sqrt{n-1}R^2\sin\theta_0\arccos\dfrac{2-n}{\sqrt{n^2-4(n-1)\sin^2\theta_0}}$（4）

面积速度 $V_S=\frac{1}{2}vR\sin\theta_0=R\sqrt{\frac{n-1}{2n}gR}\sin\theta_0$;（2）

$t=S_{OMAN}/V_S=\sqrt{\frac{n-1}{g}}\times2nR\cos\theta_0+\sqrt{\frac{n^3R}{2g}}\ \arccos\dfrac{2-n}{\sqrt{n^2-4(n-1)\sin^2\theta_0}}$;（1）

4、（1）流量不变，S1*v1=S2*v2;（2）

一体积为Δv的水通过后磁场做功 $E=F*a=BJ\Delta va=\frac{BI\Delta v}{b}$;（4）

能量守恒$\frac{1}{2}\rho v_1^2\Delta v+p_1\Delta v+E=\frac{1}{2}\rho v_2^2\Delta v+p_2\Delta v$（3）

解得 $v2=\sqrt{\dfrac{2(p_1-p_2+BI/b)}{\rho}}\dfrac{s_1}{\sqrt{s_1^2-s_2^2}}$;

$V1=\sqrt{\dfrac{2(p_1-p_2+BI/b)}{\rho}}\dfrac{s_2}{\sqrt{s_1^2-s_2^2}}$;（3）

单位时间内直流电提供的能量为

$P=BIv1*b*c/b+I^2\frac{\rho_m c}{ab}=\frac{BI}{b}\sqrt{\dfrac{2(p_1-p_2+BI/b)}{\rho}}\dfrac{s_1s_2}{\sqrt{s_1^2-s_2^2}}++I^2\frac{\rho_m c}{ab}$（3）；

5、AY 有$\tilde{I_1}(1+j)R=\left(\tilde{I}-\tilde{I_1}\right)(-jR)+\tilde{I_2}R$;（2）

XB 有（$\tilde{I}-\tilde{I_1}-\tilde{I_2}$）$(1+j)R=\left(\tilde{I_2}+\tilde{I_1}\right)(-jR)+\tilde{I_2}R$;（2）

得$\tilde{I_1}=\frac{1}{3}(1-j)\tilde{I}$; $\tilde{I_2}=\frac{1}{3}(1+2j)\tilde{I}$;（2）

设 AB 总阻抗为$\widetilde{z_{AB}}$;

有$\widetilde{u_{AB}}=\tilde{I}*\widetilde{z_{AB}}=\tilde{I_1}(1+j)R+\left(\tilde{I_2}+\tilde{I_1}\right)(-jR)=\frac{1}{3}(3-2j)\tilde{I}R$;（3）

所以$\widetilde{z_{AB}}=\frac{1}{3}(3-2j)R=|\widetilde{z_{AB}}|e^{j\theta}$； $|\widetilde{z_{AB}}|=\frac{\sqrt{13}}{3}R$;$\tan\theta=-\frac{2}{3}$;（3）

总电流$\tilde{I}=\dfrac{\widetilde{u_{AB}}}{\widetilde{z_{AB}}}=\dfrac{Uoe^{jwt}}{|\widetilde{z_{AB}}|e^{j\theta}}$； (2)

$\tilde{I_2}=\frac{1}{3}(1+2j)\tilde{I}=\dfrac{(-1+8j)Uoe^{jwt}}{13R}$;(3)

所以$\tilde{I_2}$的有效值为$\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{1^2+8^2}}{13}\frac{u_0}{R}=0.44\frac{u_0}{R}$(3)

6、开始左边绝热过程

$$p_0V_0^r = p_1V_1^r; \quad V_1 = \frac{V_0}{2}; r = \frac{\frac{5}{2}+1}{\frac{5}{2}} = \frac{7}{5};$$

此时 p1=$2^{\frac{7}{5}}p_0$;(5)

之后，左边满足

nCvdT+pdv=Pdv;

解得（$\frac{7p}{2} - P$）$V^r = C$;

$$\left(\frac{7p2}{2} - P\right)V2^r = \left(\frac{7p1}{2} - P\right)V1^r;$$

P2=$p_0 + \frac{2}{7}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{5}}\right)P$;(10)

右侧气体压强为 P3=P2-P;

净放热为

Q=nCv$\left(T_{右} + T_{左} - 2T0\right) = \frac{5}{2}(P_2 + P_3 - 2P_0)V_0 = \frac{5}{2}\left(\frac{4}{7}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{5}}\right) - 1\right)PV_0$(5)

7、由于 n 次全反射之后回到出发点，所以$\theta = \frac{2\pi}{2n} = \frac{\pi}{n}$；(2)

因为是全反射，所以 cosθ>1.33/1.48,

即$\theta < 26.0°$ ，所以 n≥ 4;(3)

由于相位恰好差 2π*l;

光程 1.48*2 n r sinθ=lλ;(3)

解得$\lambda = 1.48 * 2\,n\,r \sin(\frac{\pi}{n})/l$;(3)

解得$\lambda = 546.7nm$ 或 $548.8nm$;(4)

8、在 A 系中，B 沿 x 方向的速度$v_{xB} = \frac{-v_{Ax}+v_{Bx}}{1+\frac{-v_{Ax}v_{Bx}}{c^2}} = -v_{Ax} = -0.8c$；(2)

在 A 系中，B 沿 y 方向的速度$v_{yB} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{v_A}{c}\right)^2}\,v_{By}}{1+\frac{-v_{Ax}v_{Bx}}{c^2}} = 0.36c$;(2)

所以 VB 相=$\sqrt{(v_{xB})^2 + \left(v_{yB}\right)^2}$;

开始到相碰时间 tA=$\sqrt{1 - \left(\frac{v_A}{c}\right)^2}$t=6s;(2)

所以 S=VB 相*tA=5.26(c*s)(1)

(2)

能量守恒

$$\frac{MC^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{M_0C^2}{\sqrt{1-\frac{v_A{}^2}{c^2}}} + \frac{M_0C^2}{\sqrt{1-\frac{v_B{}^2}{c^2}}};\quad (2)$$

动量守恒；

$$\frac{Mv_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{M_0v_A}{\sqrt{1-\frac{v_A{}^2}{c^2}}};(2)$$

$\frac{Mv_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{M_0v_B}{\sqrt{1-\frac{v_B{}^2}{c^2}}}$ (2)

$v^2=v_x2+v_y2;$

解得$v_x=\frac{16}{35}c$

$v_y=\frac{9}{35}c;$

M=2.48m0;(3)