培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（五）

考试时间：150 分钟　总分 320 分

（参考答案）

学校：________ 姓名：________ 学号：________

装　订　线

1　（20 分）$(1)\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}$

$\vec{F_1}=-k\vec{r_1}$，$\vec{F_2}=-k\vec{r_2}$，$\vec{F_3}=-k\vec{r_3}$

设偏移为 x，

$\vec{F}=-k(\vec{r_1}+\vec{r_2}+\vec{r_3})$

=-k • 3$\vec{x}$（1 分）

对小球，相对质心偏移量，$x_1=\frac{2m\cdot x}{2m+m}=\frac{2}{3}x$（1 分）

$F=-\frac{9}{2}kx_1=ma_1$（1 分）

$\omega_1=\sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{k}{m}}$（2 分）

(2) $\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}$

$\vec{F_1}=-k\vec{r_1}$，$\vec{F_2}=-k\vec{r_2}$，$\vec{F_3}=-k\vec{r_3}$

$\vec{F}=-k(\vec{r_1}+\vec{r_2}+\vec{r_3})$

$\vec{r_1}=\vec{r_{10}}+\vec{x}$

$\vec{r_2}=\vec{r_{20}}+\vec{x}$

$\vec{r_3}=\vec{r_{30}}+\vec{x}$

$\vec{r_{10}}+\vec{r_{20}}+\vec{r_{30}}=0$（1 分）

$\vec{F}=-k(\vec{r_1}+\vec{r_2}+\vec{r_3})$

=-k • 3$\vec{x}$（2 分）

与（1）同理$\omega_2=\sqrt{\frac{9k}{2m}}$（2 分）

（3）同理有$\vec{F}$=$-3k\vec{x}=m\ddot{\vec{x}}$

$w_1'=w_2'=\sqrt{\frac{3k}{m}}$ =w

$r=r_0|sin(wt+\varphi_1)|$　（1 分）

$z=z_0 sin(wt+\varphi_2)$　（1 分）

$\frac{dz}{dt}=wz_0 cos(wt+\varphi_2)$　（1 分）

$dt=\frac{dz}{w\sqrt{-z^2+z_0^2}}$　（1 分）

$T=\frac{2\pi}{w}$　（1 分）

$dp_{(z)}=\frac{dt}{T}=\frac{dz}{2\pi\sqrt{z_0^2-z^2}}$（1 分）

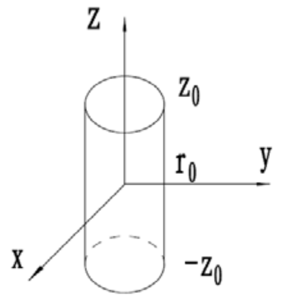
同理$d_{P(r)}=\frac{dr}{2\pi\sqrt{r_0^2-r^2}}\times 2$（1 分）

f(r,z)2π rdrdz=$dP(r)\ \ dP(z)$（1 分）

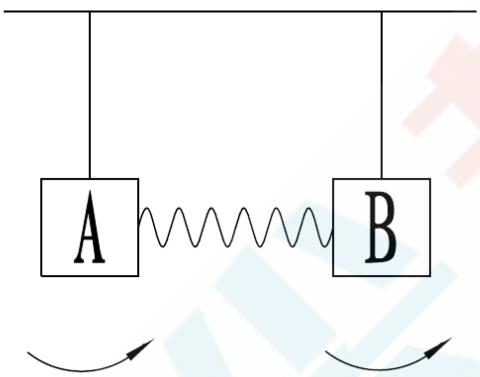
f(r,z)=$\frac{1}{4\pi^3 r\sqrt{z_0^2-z^2}\cdot\sqrt{r_0^2-r^2}}$（2 分）

2（25 分）(1)①有两个自由度，无平动自由度

②创造运动：像单摆一样，A、B 向同方向共速运动$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$，$w1=\sqrt{\frac{g}{L}}$（3 分）

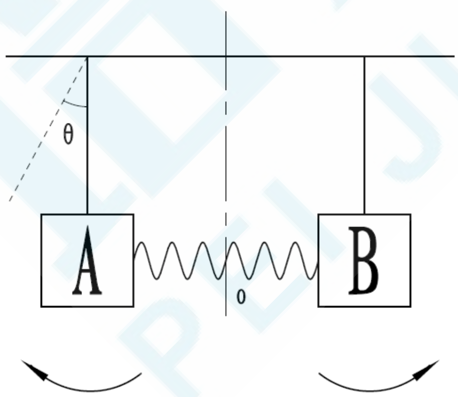


题 2-2



答 1-1

③创造运动：A、B 反向共速振动，则 A、B 中点静止不动$\Delta x=L\theta$（1 分）



答 1-2

$F=-(2k\Delta x+mg\theta)=-\left(2k\Delta x+mg\frac{\Delta x}{L}\right)$（2 分）

$F=m\Delta\ddot{x}$

故$2k\Delta x+mg\frac{\Delta x}{L}+m\Delta\ddot{x}=0$（2 分）

$w_2=\sqrt{\frac{2k}{m}+\frac{g}{L}}$ （2 分）

(2) ①三点确定一个平面，有三个自由度

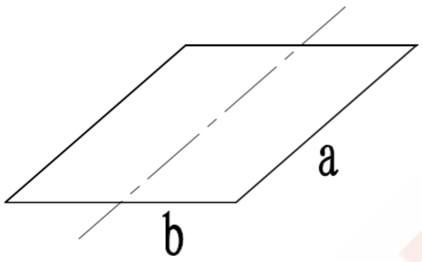
②创造运动：上下运动，k′=4k，$\omega_1=\sqrt{\frac{4k}{m}}$（3 分）

③创造运动：纵轴固定绕轴转动　　　　转动惯量 J=$\frac{1}{12}mb^2$（2 分）

力矩 M=-k・$\frac{1}{2}b\theta\cdot\frac{1}{2}b*4$=-k$b^2\theta$=-$\frac{12J}{m}k\theta$（3 分）

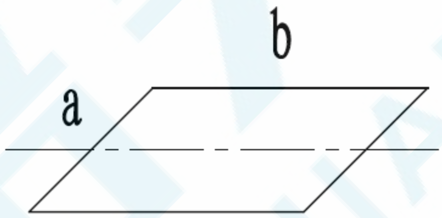
类比 F=m$\ddot{X}$=-kx，$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$（1 分）

M=J$\ddot{\theta}$=-$\frac{12Jk}{m}\theta$，$\omega_2=\sqrt{\frac{12k}{m}}$（3 分）



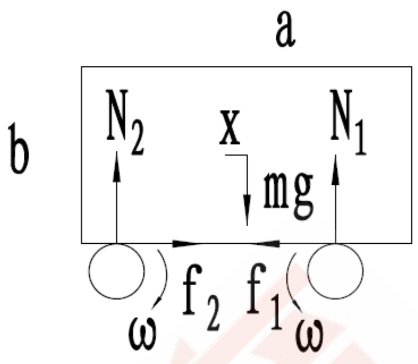
答 1-3

④创造运动：横轴固定绕轴转动



答 1-4

与ω_2同理，仍与a、b 无关，$\omega_3=\sqrt{\frac{12k}{m}}$（3 分）



题 3-2

3 解：偏移量为 x 时，N_1+N_2=mg（2 分）

角动量定理

对 A 点 $M_A = N_2 l - mg\left(\frac{1}{2}l - x\right)$=+ma•$\frac{1}{2}b$

对 B 点 $M_B = mg\left(\frac{1}{2}l + x\right) - N_1 l$=+ma•$\frac{1}{2}b$

(两式中任写一式)（3 分）

$f_1=\mu_1 N_1$，$f_2=\mu_2 N_2$（2 分）

牛顿第三定律$F_{合}=f_2-f_1$=ma（2 分）

∴$N_1 = mg\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{l}\right)$-ma•$\frac{1}{2}\frac{b}{l}$（2 分）

$N_2 = mg\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)$+ma•$\frac{1}{2}\frac{b}{l}$（2 分）

$F_{合}$=-$\mu\frac{2mgx}{l}+\frac{umab}{l}$=ma（1 分）

∴$2\mu mg\frac{x}{l}$+ma（l-$\mu\frac{b}{l}$）=0（2 分）

使 l-$\mu\frac{b}{l}$>0,L>μb 为简谐运动条件（2 分）

$\omega=\sqrt{\frac{2ug}{l-ub}}$（L>$\mu b$)(2 分)

4.（20 分）解：①$U_i=\sum_{j=1\cdot j\neq i}^{n} k\frac{q_j}{r_{ij}}$

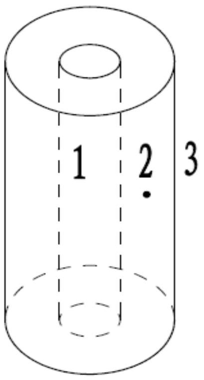
$$U_i'=\sum_{j=1\cdot j\neq i}^{n} k\frac{q_j'}{r_{ij}}.$$

$$\sum_{i=1}^{n} U_i q_i' = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1\cdot j\neq i}^{n} k\frac{q_j}{r_{ij}}q_i'\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i U_i' = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1\cdot j\neq i}^{n} k\frac{q_i}{r_{ij}}q_j'\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} U_i q_i' = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} k\frac{q_j q_i'}{r_{ij}} - \frac{k q_i q_i'}{r_{ii}}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i U_i' = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k \frac{q_i q_j'}{r_{ij}} - \frac{k q_i q_i'}{r_{ii}}$$



答 4-1

故$\sum_{i=1}^{n} U_i q_i' = \sum_{i=1}^{n} q_i U_i'$（5 分）

（2）r=a 处，电势$\Phi_1=0$，带电 q_1

r=R 处，电势Φ_2，带电 $q_2=-q$

r=b 处，电势$\phi_3=0$，带电 q_3

换一种电荷分布

r=a 处，电势$\phi_1'=0$，带电 q_1'

r=R 处，电势ϕ_2'，带电 q_2'

r=b 处，电势$\phi_3'=0$，带电 q_3'

使得$\sum_{i=1}^{3} \Phi_i q_i' = \sum_{i=1}^{3} q_i \Phi_i'$

Φ2 不易算，使 $q_2'=0$（1 分）

一种可行的方式 $q_1'=+\lambda L$（1 分）

$q_2'=-\lambda L$（1 分）

由高斯定理，电场 $E=0(r>b)$（1 分）

$E=\frac{2k\lambda}{r}(a<r<b)$（1 分）

则$\phi_3'=0$（1 分）

$\phi_1'=2k\lambda \ln\frac{b}{a}$（1 分）

$\phi_2'=2k\lambda \ln\frac{b}{R}$（1 分）

$\sum_{i=1}^{3} \Phi_i q_i'=0$（1 分）

$\sum_{i=1}^{3} q_i \Phi_i' = q_1 \cdot 2k\lambda \ln\frac{b}{a} - q_2 \cdot 2k\lambda \ln\frac{b}{R}$（1 分）

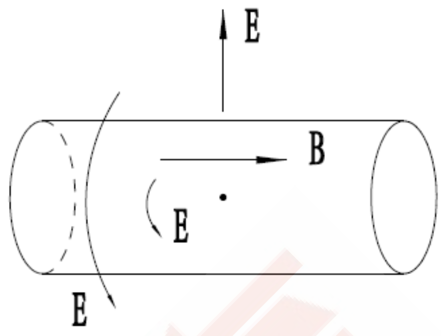
故$q_1=q\frac{\ln\frac{b}{R}}{\ln\frac{b}{a}}$（2 分）

由电场线与电荷一一对应原理和静电屏蔽原理$q=q_1+q_2$（2 分）

得$q_2=q-q\frac{\ln\frac{b}{R}}{\ln\frac{b}{a}}$（1 分）

5（25 分）（1）以 w 转动

$I=\frac{w}{2\pi}Q$（1 分）



答 5-1

螺线管造成的内部磁场 BL=$\mu_0 I$（1 分）

B=$\frac{\mu_0 wQ}{2\pi L}$（r<R）（2 分）

因无限长故不考虑外部磁场

外部辐射状电场E_1

由高斯定理E_1·2πrL=4πkQ(r>R)（1 分）

$E_1=\frac{2kQ}{rL}$ (r>R)（2 分）

$E_1=0$(r<R)（1 分）

涡旋电场为E_2

r<R 时 2πrE_2=π$r^2\dot{B}$（1 分）

E_2=$\frac{\mu_0 Q\beta r}{4\pi L}$(r<R)（1 分）

r>R 时 2πrE_2=π$R^2\dot{B}$（1 分）

E_2=$\frac{\mu_0 Q\beta R^2}{4\pi Lr}$（r>R）（1 分）

安培力垂直于圆筒侧面，不造成阻力矩，仅涡旋电场造成阻力矩

r=R 处E_2=$\frac{\mu_0 Q\beta R}{4\pi L}$（1 分）

$Mf=E_2QR$=$\frac{\mu_0 \beta Q^2R^2}{4\pi L}$（1 分）

mgR—$\frac{\mu_0 \beta Q^2R^2}{4\pi L}$=(M+m)$R^2\beta$（2 分）

故β=$\frac{4\pi Lmg}{4\pi L(m+M)R+\mu_0 Q^2R}$为常数（2 分）

ω=$\frac{4\pi Lmg}{4\pi L(m+M)R+\mu_0 Q^2R}t$（1 分）

B=$\frac{\mu_0 wQ}{2\pi L}$（r<R）（1 分）

B=0(r>R)（1 分）

辐射静电场（沿轴向）:

$E_1=\frac{2kQ}{rL}$ (r>R)（1 分）

$E_1=0$(r<R)（1 分）

涡旋电场（沿角向）:

E_2=$\frac{\mu_0 Q\beta r}{4\pi L}$(r<R)（1 分）

E_2=$\frac{\mu_0 Q\beta R^2}{4\pi Lr}$（r>R）（1 分）

（要将ω，β代入）

6（20 分）(1)状态方程 P$V_0=n_l RT$，$n_l=\frac{pV_0}{RT}$（1 分）

气体总数$n_总$=$\frac{p_0V_0}{RT_0}$+2$\frac{p_0V_0}{RT_0}$=3$\frac{p_0V_0}{RT_0}$（1 分）

n_R=3$\frac{p_0V_0}{RT_0}$-$\frac{pV_0}{RT}$（2 分）

（2）由 $PV^{\gamma}=$ 常量和PV=nRT，（1 分）左边剩余气体满足绝热方程

故$\frac{p^{\gamma-1}}{T^{\gamma}}=$ 常量（2 分）

$\therefore\frac{p^{\gamma-1}}{P_0{}^{\gamma-1}}=\frac{T^{\gamma}}{T_0{}^{\gamma}}$（1 分）

r=$\frac{5}{3}$，T=$T_0\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{5}}$（2 分）

(3)平衡后（不考虑左右热传递）

由 PV= nRT,和 U=nC_vT（1 分）

U=$\frac{c_v}{R}$(pv)，内能守恒（1 分）

$\therefore P_0V_0+2P_0V_0=P_lV_0+P_RV_0$（1 分）

且$P_l=P_R$（1 分）

故$P_l=P_R=1.5P_0$（1 分）

$T_l=T_0 1.5^{0.4}$（1 分）

$n_l=1.5^{0.6}\frac{P_0V_0}{RT_0}$（1 分）

$n_R=[3-1.5^{0.6}]\frac{P_0V_0}{RT_0}$（1 分）

$n_l:n_R=\frac{1.5^{0.6}}{3-1.5^{0.6}}$（2 分）

7（15 分）能量E_0时，质量 m=$\frac{E_0}{c^2}$（1 分）

动量 P 满足 P=$\sqrt{\frac{E_0^2-m_1^2c^4}{c^2}}$（2 分）

总能量 E=$E_0+m_2c^2$（1 分）

达最小距离 d 时，两核相对静止

静总质量 M=m_1+m_2（1 分）

总动量仍为 P

总能量（质能和动能）E’=$\sqrt{p^2c^2+M^2c^4}$（1 分）

E’=$\sqrt{E_0^2+(m_2^2+2m_1m_2)C^4}$（2 分）

ΔE=E-E’=$E_0+m_2c^2-\sqrt{E_0^2+(m_2^2+2m_1m_2)C^4}$（2 分）

转化为电势能ΔE=$\frac{kq_1q_2}{d}$（2 分）

故 d=$\frac{kq_1q_2}{E_0+m_2c^2-\sqrt{E_0^2+(m_2^2+2m_1m_2)c^4}}$（3 分）

8（15 分）相距太阳距离 r

万有引力$F_1=\frac{GMm}{r^2}$（1 分）

接收太阳辐射功率$P_s=\frac{ps}{4\pi r^2}$（2 分）

$P_s=\frac{dN}{dt}hv$（2 分）

$F_2=2\frac{dN}{dt}hv/c=\frac{2P_s}{c}$（2 分）

带入P_s得$F_2=\frac{PS}{2\pi r^2c}$（1 分）

F 合=$F_1-F_2=\frac{GMm}{r^2}-\frac{PS}{2\pi r^2c}$（1 分）

等效势能$Ep=\frac{-\left(GMm-\frac{Ps}{2\pi c}\right)}{r}$（2 分）

初始速度$v_0=\sqrt{\frac{GM}{R}}$（1 分）

$\frac{1}{2}mv_0^2+Ep\geq0$即可（1 分）

$S_{min}=\frac{\pi cGMm}{P}$（2 分）