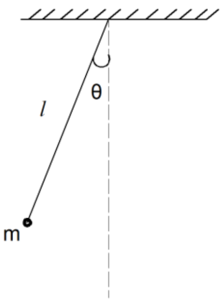
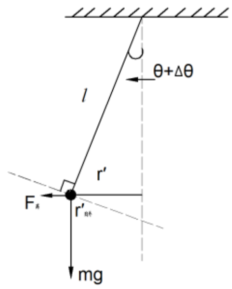
1.（40 分）



（1）mgtanθ=$\frac{mv_0^2}{Lsin\theta}$　　　①3 分

v0=$\sqrt{gltan\theta sin\theta}$　　　②2 分

（2）如右图，设任意时刻到水平面速度为 v′ ，此时绳子的角为 θ+△θ，角动量为 L。



L=mv₀lsinθ　　　③2 分

r′=$l$sin（θ+△θ）=$l$sinθ+$l$cosθ△θ　　④ 2 分

L=m′v′r′→v′=$\frac{lsin\theta}{r'}$$v_0$　　　⑤2 分

定义 θ 变小的方向的力为正，变力为 F′。

F′=mg sin（θ+△θ）-F$_{离}$cos（θ+△θ）　　⑥8 分

=$\frac{3cos^2\theta+1}{cos\theta}$mg△ θ　　　⑦8 分

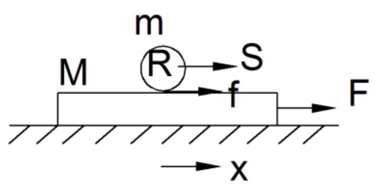
质点偏移原来稳定轨道的位移△x=l△θ

F′=$\frac{3cos^2\theta+1}{cos\theta}\frac{mg}{l}l\Delta\theta$　　　⑧4 分

故 k=$\frac{3cos^2\theta+1}{cos\theta}\frac{mg}{l}$　　　⑨4 分

T=$\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{lcos\theta}{g(3cos^2\theta+1)}}$　　⑩ 5 分

2.（40 分）



设板的位移为 x，向右为正，求新位移为 S，向右为正。球转角为 θ，球摩擦力为 f。

对板：F-f=m$\ddot{x}$　　　①3 分

对球 fR=0.4mR$^2\ddot{\theta}$　　　②3 分

f=m$\ddot{S}$　　　③3 分

由于不滑，θR=x-S。　　　④3 分

对两边求两次导数得：$\ddot{\theta}R=\ddot{x}-\ddot{S}$　　⑤ 3 分

有② ③ 得 2.5$\ddot{S}=\ddot{\theta}R$　　　⑥2 分

⑥带入③ 得$\ddot{x}=3.5\ddot{S}$ ⑦2 分

③ ⑦带入① F=（M+$\frac{2}{7}$m）$\ddot{x}$ ⑧

或者 F0cosωt= M+$\frac{2}{7}$m）$\ddot{x}$

积分得：x=$\frac{F_0}{(\frac{2}{7}m+M)\omega^2}$（1-cosωt） ⑨4 分

⑨带入⑦ 得 S=$\frac{2}{7}\frac{F_0}{(\frac{2}{7}m+M)\omega^2}$（1-cosωt） ⑩4 分

θ=$\frac{5}{7R}x$=$\frac{5}{7R}\frac{F_0}{(\frac{2}{7}m+M)\omega^2}$（1-cosωt） ⑪4 分

Ω_m=$(\frac{d\theta}{dt})_{max}$=$\frac{5}{7}\frac{F_0}{(\frac{2}{7}m+M)\omega R}$ ⑫3 分

（2）不掉下去的条件 0.5L≥（x-S）max ⑬3 分

（x-S）max=2 · $\frac{5}{7}\frac{F_0}{(\frac{2}{7}m+M)\omega^2}$ ⑭2 分

故 L≥ $\frac{20}{7}\frac{F_0}{(\frac{2}{7}m+M)\omega^2}$ ⑮1 分

3.（40 分）

（1）此小问若答案为 L=$\frac{\frac{1}{2}(M+m)u^2}{\mu mg}$则得分为零

分析：从第一次碰撞后到下一次碰撞前一定达到共速（L 很小除外）

若在下一次撞墙前，两者共速了，此时 m 正好在板的右端，那么两者将一起撞墙，则 m 永远不会掉下来 10 分

第一次共速时，共速速度为 u_1，m 加速度 a_1=μg，M 加速度 a_2=μmg/M。

所以 u_1=$\frac{m-M}{m+M}u$

m 的位移 s_1=$\frac{u^2-u_1^2}{2a_1}$=$\frac{1}{2a_1}[1-(\frac{m-M}{m+M})^2]u^2$ ②3 分

M 光向左位移 x_1' =$\frac{u^2}{2a_2}$ ③2 分

M 由静止也向右位移x_1''=$\frac{u_1^2}{2a_2}$ ④2 分

M 左总位移 x_1=$\frac{1}{2a_2}[1-(\frac{m-M}{m+M})^2]u^2$ ⑤2 分

故 M 与 m 的相对位移 L_1=（$\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2a_2}$）$[1-(\frac{m-M}{m+M})^2]u^2$ ⑥5 分

第二次撞墙到共速，m 与 M 的相对位移为 L_2

由⑥ 可知 $L_2=L_1(u)|_{u=u1}$=（$\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2a_2}$）$[1-(\frac{m-M}{m+M})^2](\frac{m-M}{m+M})^2u^2$ ⑦4 分

同理 L_3=（$\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2a_2}$）$[1-(\frac{m-M}{m+M})^2](\frac{m-M}{m+M})^4u^2$ ⑧2 分

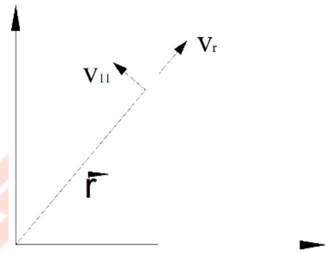
L_i=（$\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2a_2}$）$[1-(\frac{m-M}{m+M})^2](\frac{m-M}{m+M})^{2(i-1)}u^2$ ⑨4 分

所以可以得出：

$$L=\sum_{i=1}^{n}L_i \qquad n=1,2,3,\dots\dots$$ ⑩4 分

若 n→0，L=$\dfrac{\frac{1}{2}(\mathrm{M+m})u^2}{\mu mg}$

4.（40 分）



设切向速度为 v_{11}，径向速度为 v_r，粒子受力$\vec{F}=-q\vec{v}\times\vec{B}$ ⑤2 分

角动量为$\vec{L}$，力矩为$\vec{M}$，$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{r}\times\vec{F}=-q\vec{r}\times(\vec{v}\times\vec{B})$ ②5 分

所以，$\frac{d\vec{L}}{dt}=-q[(\vec{r}\cdot\vec{B})\vec{v}-\vec{r}\cdot\vec{v})\vec{B}]$ ③2 分

右边第一项为零，$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$,$\vec{r}\frac{d\vec{r}}{dt}=r\frac{dr}{dt}$

故$\frac{d\vec{L}}{dt}$=q$\vec{B}\,r\frac{dr}{dt}$ ④5 分

故，$d\vec{L}=\mathrm{q}\vec{B}\,rdr$

两边积分得：L-$\frac{1}{3}qB_or^3=C$ ⑤5 分

由初始条件 C= mv_or_o-$\frac{1}{3}qB_or_o$ ⑥3 分

L=mv_{11}r 带入⑤ ，m v_{11}r-$\frac{1}{3}qB_or^3$= mv_or_o-$\frac{1}{3}qB_or$ ⑦4 分

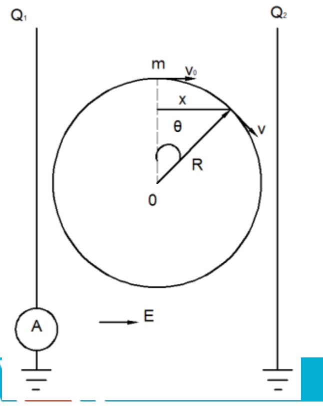
解出 v_{11}: v_{11}=$\frac{1}{mr}\left[\mathrm{m}v_or_o+\frac{1}{3}qB_o(r^3-r_0^3)\right]$ ⑧5 分

带入 r=2r_o, v_{11}=0.5v_o+$\frac{7}{6}\frac{qB_or_0^2}{m}$ ⑨3 分

整个过程洛伦兹力不做功，$v_{11}^2+v_r^2=v_0^2$ ⑩3 分

所以$v_r=\sqrt{r_0^2-(\frac{1}{2}v_0+\frac{7}{6}\frac{qB_or_0^2}{m})}$ ⑪3 分

5.（40 分）



设转过 θ 角度是速度为 v，水平位移为 x，

x=Rsinθ ①2 分

设左右板电荷分别为 Q1,Q2

$$\begin{cases}Q_1=-\dfrac{L-x}{2L}q & ③7\text{ 分}\\ Q_2=-\dfrac{L+x}{2L}q & ④7\text{ 分}\end{cases}$$

粒子在两板上产生多个电荷而受到指向中心的力，

所以，$F=\frac{kq^3}{L^3}\left(1+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{5^3}+\cdots\right)x$ ⑤7 分

$=\frac{1.052kq^3}{L^3}x$ ⑥2 分

从初始到 θ 角度时，电场力做的功为 W。

$W=\frac{1}{2}\frac{1.052kq^2}{L^3}x^2=\frac{0.526kq^2}{L^3}(R\sin\theta)^2$ ⑦4 分

故$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_0^2-W$ ⑧3 分

所以，$v=\sqrt{v_0^2-\frac{1.052kq^2}{mL^3}(R\sin\theta)^2}$ ⑨2 分

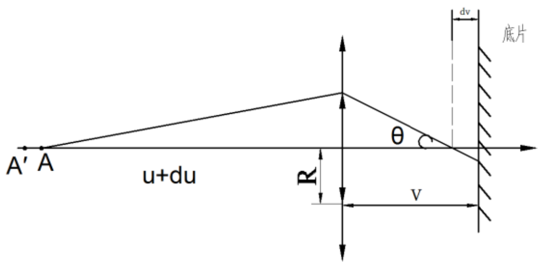
通过电表的电流为 I，$I=\frac{dQ}{dt}=\frac{dQ}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}=\frac{v}{R}\frac{dQ}{d\theta}$ ⑩3 分

则有：$\frac{dQ}{d\theta}=\frac{d}{d\theta}\left(-\frac{L-R\sin\theta}{2L}\right)=\frac{Rq\cos\theta}{2L}$ ⑪2 分

故 $I=\frac{q\cos\theta}{2L}\sqrt{v_0^2-\frac{1.052kq^2}{mL^3}(R\sin\theta)^2}$ ⑫1 分

6.（40 分）

（1）求 v



$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ ①3 分

得$v=\frac{uf}{u-f}$ ②3 分

（2）对①两边取微分

$-\frac{1}{v^2}dv-\frac{1}{u^2}du=0$ ③8 分

得 $dv=-\frac{v^2}{u^2}du$ ④5 分

$dv=-\frac{f^2}{(u-f)^2}du$ ⑤

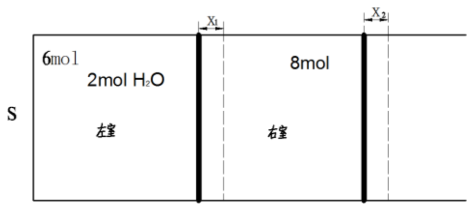
$\theta=\frac{R}{v}$ ⑥7 分

$2\theta v=1.22\lambda$ ⑦8 分

带入得：$du=\frac{0.61\lambda}{R}\cdot\frac{u(u-f)}{f}$ ⑧3 分

7.（40 分）

设左室压缩了 x_1，右室压缩了 x_2，(注意右板的位移为 x_1+x_2)，设任意时刻左室 H_2 的压强为 P_1，右室 O_2 压强为 P_2。故初始时左室有水蒸气 2mol。 ①2 分



$P_水 \equiv P_0$。

（1）$\begin{cases} P_水 xS=2RT & ③2 分 \\ P_右 xS=8RT & ④2 分 \end{cases}$

故 $P_{右}=4P_0$ ⑤

$F=3P_0S$ ⑥2 分

（2）

$$\begin{cases}P_1(x-x_1)S=3P_0xS & ⑦3\text{分}\\ P_2(x-x_2)S=4P_0xS & ⑧3\text{分}\\ P_1+P_0=P_2 & ⑨3\text{分}\end{cases}$$

最终，左板位移 x_1，右板位移 x_2，由⑦⑧⑨及 $x_1+x_2=1.5x$ ⑩2 分

得$\begin{cases}x_1=0.7769x & ⑪3\text{分}\\ x_2=0.7231x & ⑫3\text{分}\end{cases}$

总的功 $W=\int_0^{x_1}S(P_0+P_1)dx_1+\int_0^{x_2}SP_2dx_2$ ⑬5 分

$=SP_0\left[(x_1-3xlnx-x_1)|_0^{x_1}-(4xlnx-x_2)|_0^{x_2}\right]=1.213P_0x$ ⑭2 分

对大气做的功为 $\Delta W=P_0s1.5x$ ⑮3 分

由④：$4P_0Sx=8RT$ 得 $P_0Sx=2RT$ ⑯2 分

F 做功 $W'=W-\Delta W=9.71P_0Sx=6.02\times10^4J$ ⑱2 分

8.（40 分）

以 B 为系统来研究，设 $u/c=\beta$

A 发出信号时 B 的时间为

$t_1=\frac{t_A}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ①3 分

两者相距 $L_1=\frac{ut_A}{\sqrt{1-\beta^2}}$

光到达 B 的时间为 t_2，$t_2=L_1/c=\frac{\beta t_A}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ③2 分

此时 AB 相距为 L_2，$L_2=L_1+ut_2$， ④

$L_2=\frac{ut_A}{\sqrt{1-\beta^2}}+\frac{\beta ut_A}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ⑤3 分

B 发光至 A 收到，经历时间为 t_3，

$t_3=\frac{L_2}{c-u}$ ⑥5 分

一共经历的时间 $t_B=t_1+t_2+t_3$ ⑦7 分

$t_B=\frac{1}{c-u}\left(\frac{ut_A}{\sqrt{1-\beta^2}}+\frac{\beta ut_A}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)+\frac{\beta t_A}{\sqrt{1-\beta^2}}+\frac{t_A}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ⑧9 分

整理得 $4\beta^3-12\beta^2+13\beta-3=0$ ⑨6 分

解得 $\beta=0.31$ ⑩5 分