

# 电磁学：第一次作业

## (本次作业满分 30 分)

檀时钠

平时作业成绩占本课程 30% 的比重。(同学惟有热烈地学习和讨论，才可深入领会物理。)

你可以和你的同学、我、助教、或任何其他人讨论任何作业题，包括探讨解答的策略，但是你们每人要独立完成和书写自己的解答。

通过提交作业，你宣布你没有抄你的同学的作业，也没有从其它渠道抄作业。

请展示你的计算的中间步骤，有时可画图说明。计算中引入的任何符号，如果题目里、课本、我的讲义里没有定义过，你要在解答里定义。

**请在你的作业、期中考试、期末考试里明确区分标量和矢量。如果不明确区分标量和矢量，可能会被扣点分。**

在排版打印的文本里，我们常常用斜体非黑体字表示标量（例如  $v$ ），用正体黑体字表示矢量（例如  $\mathbf{v}$ ）。如果你排版打印你的解答，你也应该这样做。但你不必排版打印你的解答。手写一般更省时间。

在你的手写解答里，我建议把标量写为  $v$  这种样子，把矢量写为  $\vec{v}$  这种样子。

有的人（例如许多英国人）在矢量的下方划一条横线，例如  $\underline{v}$ ，而把标量写为  $v$  的样子。任何对于标量和矢量的清晰的符号区分都是好的。

第 1 题 (10 分)：如果不考虑地球、太阳被强烈电离后还是否稳定，假设太阳里面的全部电子有  $\eta$  的比例被移除，地球里面的全部电子也有  $\eta$  的比例被移除，粗略估算地球和太阳之间的库仑排斥力的大小和万有引力的大小的比值。当  $\eta$  大约是多小时，库仑排斥力恰好可以抗衡万有引力，从而使得地球可以匀速直线地离开太阳系（忽略其它行星、卫星、彗星的影响）？为了粗略估算，你可以假设太阳的质量全部来自氢原子（实际上太阳也有一定的氦、少量的更重元素），假设地球的质子数与中子数大约相等。我建议同学在英文的 [wikipedia.org](https://en.wikipedia.org) 或者比它更好的数据渠道查找数据，例如

<https://en.wikipedia.org/wiki/Earth>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Sun>

(直到 2021 年 3 月 9 号百度百科的许多科技词条的质量还不够好。一个小例子：百度百科关于“电荷”的词条所给的基本电荷是 1986 年参考值，已过时，如图 1 所示。如果同学本科或博士毕业后仍发现我国有科普短板，可设法补上。)

第 2 题 (10 分)：在氢原子中，电子的位置具有不确定度  $r$ ，所以根据海森堡不确定原理它的动量的不确定度的数量级至少是  $\hbar/r$  其中  $\hbar = h/(2\pi)$  是约化普朗克常数， $h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{kg m}^2/\text{s}$  是普朗克常数。所以电子的动能的数量级是  $\frac{p^2}{2m} \sim \frac{\hbar^2}{2mr^2}$ ，其中  $m$  是电子质量。把这个动能对距离求导数并乘以  $(-1)$ ，得到由于

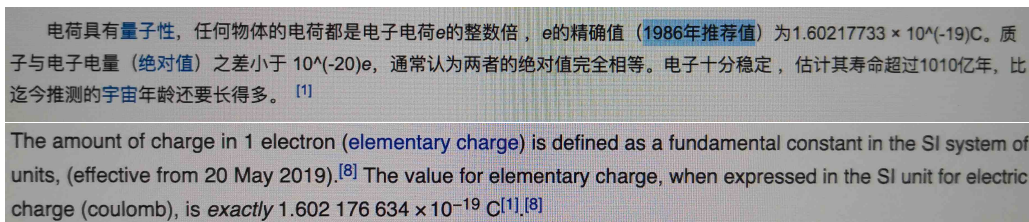


Figure 1: 上图：百度百科 2021 年 3 月 9 号对基本电荷的介绍（见词条“电荷”）。  
下图：wikipedia.org 同一天对基本电荷的介绍（见词条“electric charge”）。

海森堡不确定原理而产生的排斥“力”的数量级是  $\frac{\hbar^2}{mr^3}$ 。电子和原子核的吸引力服从库仑定律。如果  $r$  太大，吸引力占主导。如果  $r$  太小，海森堡排斥“力”占主导。计算一个“平衡距离” $r_0$ ，使得两个力恰好可以抗衡。你的结果大约是几乘以十的负几次方米？它和实验上所知的氢原子半径大致一样吗？

第 3 题 (10 分)：

- 在惯性坐标系里，点电荷  $+q$  和  $+q$  距离为  $l$ ，在真空中保持静止状态。在经过两者的连线的中点、并且与连线垂直的平面上，计算每一点处的电场矢量  $\mathbf{E}$  的大小；你会发现  $\mathbf{E}$  与该平面平行。假设电场线之间相互排斥，局部的侧向排斥压强为  $P_{\text{斥}} = j'E^2$ （其中  $j'$  是未知常数），计算平面一侧的电场对另一侧电场的总的压力是多少。你要在整个平面上把压强对面积做积分，即计算  $\int P dS$ 。因为问题有轴对称性，这里用平面极坐标计算总压力比较方便。 $j'$  应该取什么值，才能使这个压力恰好等于两个点电荷之间的库仑排斥力？
- 在惯性坐标系里，点电荷  $+q$  和  $-q$  距离为  $l$ ，在真空中保持静止状态。在经过两者的连线的中点、并且与连线垂直的平面上，计算每一点处的电场矢量  $\mathbf{E}$  的大小；你会发现  $\mathbf{E}$  与该平面垂直。假设沿着电场线的方向存在着拉力，局部的拉力强度为  $P_{\text{吸}} = jE^2$ （其中  $j$  是未知常数），计算平面一侧的电场对另一侧电场的总的拉力是多少。你要在整个平面上把拉力强度对面积做积分。 $j$  应该取什么值，才能使这个拉力恰好等于两个点电荷之间的库仑吸引力？