

培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（五）

考试时间：150 分钟 总分 320 分

（请在答题卷上作答）

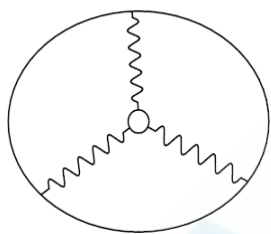
1（20 分）一个质量为 $2m$ 的圆环，内有三个原长为 0，劲度系数为 k 的弹簧，一端连接圆环，一端连接中央质量为 m 的小球，三弹簧两两夹角为 120° ，整个系统放置于无重力的宇宙空间中

（1）当小球受到垂直于环面的扰动时，求小球的振动频率

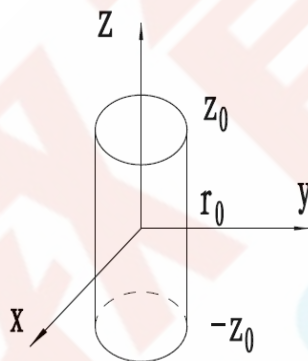
（2）当小球受到平行于环面的扰动时，求小球的振动频率

（3）现固定住圆环，将小球的运动限定在半径为 R ，垂直于环面上 $-Z_0$ 至 Z_0 的圆柱形空间内，假定小球水平运动与垂直环面的运动相互独立，求小球的分布函数 $f(r, z)$ 。

提示： $f(r, z) 2\pi r dr dz$ 表示小球在 r, z 处一个高为 dz 的环形空间中的概率。



题 2-1



题 2-2

2（25 分）介绍一种代替简正模计算 ω 的方法：

① 先判断系统自由度，有几个自由度就有几个简正频率②如有平动自由度（与弹簧无关的那种）则对应 $\omega_1=0$ ③创造几种存在简单的振动模式，使每个只包含一个振动频率，一个个算出简正频率

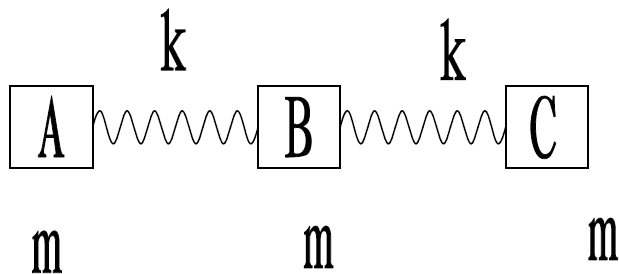
例如图一：①共有三个自由度，有一个与弹簧无关的平动自由度，对应 $\omega_1=0$ ②创造运动：

B 不动 A、C 对称振动对应 $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ③创造运动：突然给 B 一个向右的初速度，A、C 初速度为 0，

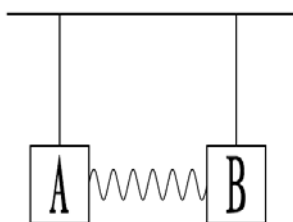
此运动可等效为 C 放置于与 A 同位置处系统的运动， $\omega_3 = \sqrt{\frac{2k}{\mu}} = \sqrt{\frac{3k}{m}}$ （此等效前后每一时刻对应三物块加速度、速度均相同）④综上 $\omega_1 \omega_2 \omega_3$ 三个简正模即为所求。

试计算：（1）图二的系统的简正频率（A、B 被限制在纸平面内运动，A、B 质量均为 m ，劲度系数为 K ，两绳长均为 l ）

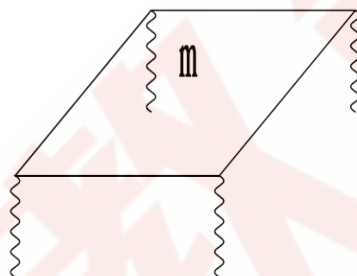
（2）图三系统的简正频率（长为 a 宽为 b 的长方形木板，质量为 m ，连四个劲度系数为 k 的弹簧，弹簧仅会微小压缩和伸屈，不会弯曲）



题 1-1

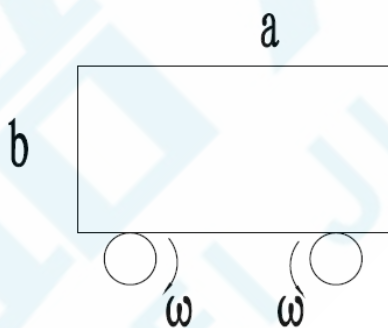


题 1-2



题 1-3

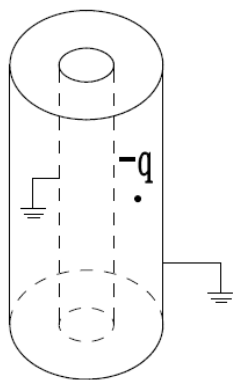
3 (20 分) 质量为 m 的匀质长方体木块，长为 a 高为 b ，放在两个相距为 l ，匀速反向旋转的转轮上，转动方向如图所示，转动速度极大，轮与木块间的摩擦因数 μ 已知，放木块时中心偏移平衡位置 x_0 (小于 $0.5L$)，求简谐运动的条件和简谐运动频率。



题 3-1

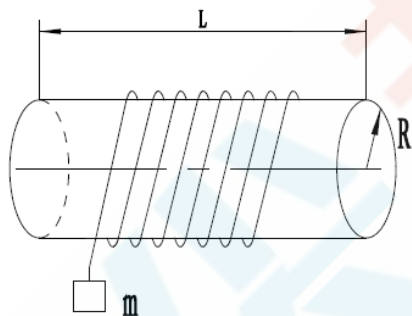
4 (20 分) (1) 空间中有 n 个点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n ，所处位置电势为 U_1, U_2, \dots, U_n (计算电势时不考虑自己在已处造成电势)，将该 n 个点电荷换为 q'_1, q'_2, \dots, q'_n ，所处位置电势为 U'_1, U'_2, \dots, U'_n ，试证明 $\sum_{i=1}^n U_i q'_i = \sum_{i=1}^n U'_i q_i$

(2) 外径为 b 内径为 a 的无限长双层圆柱形金属圆筒，内外壳均接地，在半径为 r 处 ($a < r < b$) 放置一个电量为 $-q$ 的电荷求内外壳电荷量 q_1 和 q_2



题 4-1

5 (25 分) 长为 l 半径为 r 的圆筒, 质量为 M , 有均匀分布的电荷 Q ($l \gg r$), 质量为 m 的小物体由轻绳连接, 绳另一端固定在圆筒上, 圆筒可以绕中轴自由转动, 从静止释放, 绳与圆柱间无摩擦 (1) 求圆筒的角加速度 β (2) 求空间电场的分布 (3) 求空间磁场的分布



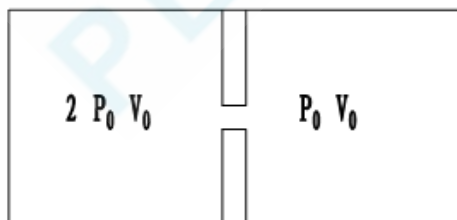
题 5-1

6(20 分) 如图两个体积为 V_0 的绝热容器, 用一个小孔连接, 初态左右均有理想气体, $C_v = 1.5R$, 温度均为 T_0 , 左边气体压强为 $2P_0$, 右边气体压强为 P_0 , 左边气体通过小孔慢慢漏向右边, 已知理想气体绝热方程为 $pV^\gamma = \text{常数}$, 其中 γ 为绝热常数。

(1) 当左边气体压强变为 P 时, 用左边气体的温度 T 以及 T_0, P_0, V_0 , 通过理想气体状态方程, 得到左右容器中的摩尔数各为多少

(2) 当左边气体压强变为 P 时, 利用绝热方程计算出此时左边气体温度 T

(3) 当左右气体压强平衡时, 左右气体摩尔数各为多少



7 (15 分) 在 α 粒子撞击金箔的实验中, 我们不断加大 α 粒子的能量, 发现 α 粒子的总能量为 E_0 的时候 (考虑狭义相对论), 散射粒子的分布开始偏离平方反比的预言, 即此时 α 粒子和金原子核最近距离已经达到原子核半径已知 α 粒子和金原子的静质量分别为 m_1 和 m_2 , 电量分别为 q_1 和 q_2 , 静电常数为 k 由此估算, 在金原子核的参照系中, α 粒子和金原子核的最小距离 d (忽略电子质量)

8 (15 分) 在地球轨道上有一个与地球以相同速度运动的铁板, 体积为 V , 质量为 m , 受到太阳光压, 已知太阳质量 M , 日地距离 R , 太阳辐射总功率 P , 板可以自动调节正对位置使得自己正对太阳, 问至少多大面积才能使板飞出太阳系。(万有引力常量为 G , 地球引力不考虑, 光子碰到板后都反弹, 不考虑多普勒效应)。