

培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（十四）

考试时间：150 分钟 总分 320 分

T1

（请在答题卷上作答）

作三维直角坐标系 (x, y, z) ,重力加速度为 $\vec{g} = -g\vec{e}_z$, $x-y$ 平面为地面.于 $(0, 0, h)$ 处释放三半径 $R < h$ 的刚性球,初速为 $(v_0, 0, 0)$,初角速度为 $(\omega_0, 0, 0)$,摩擦系数 μ ,恢复系数 e .求球第三、二次落地间的位移(大小和方向).

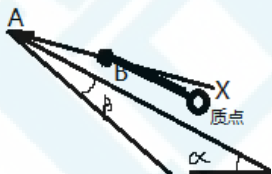
T2

一个均匀带电半径 R 的匀质球壳,质量 m ,电荷面密度 σ .考虑这个球壳在竖直面内的运动. $y = 0$ 为光滑的地面,重力加速度为 $\vec{g} = -g\vec{e}_y$,在 $x > 0$ 处有磁场 $\vec{B} = -B\vec{e}_z$.球壳从 $x = -\infty$ 处以速度 v_0 沿地面向正 x 处无滑滚动.问最终球壳的角速度是多少?假定 g 足够大球壳始终不离开地面.

T3

一个光滑圆锥,半顶角 β ,轴线与水平面夹角为 α ,顶点 A .在圆锥最上方的那条母线 AX 上还有一点 B , AB 相距 d .

一根轻绳长 l 拴住一个质点和图中点 B .初始时质点静止于 AX 上.后受一小扰动滑下.问质点于何处离开锥面?用质点相对轴线转过的角度 θ 满足的方程表达.



T4

当凸透镜材料的反射率较高时，可能在光轴上形成多个清晰的实像，且这些实像之间可能发生明显的干涉现象。一块薄凸透镜的两个曲面曲率半径均为 ρ ，折射率为 n ，正入射/出射的振幅反射率均为 r ，忽略透镜材料对光的吸收。一束频率为 ν 的单色平行光沿光轴射向透镜，将在 x 轴上形成一系列实像。设光轴为 x 轴，光心为原点 O ，入射方向为正方向，把形成于 x 正半轴，被位于负半轴的表面反射了 k 次($k = 0, 1, 2, \dots$)所形成的像定义为第 k 级像。

(1). 求第 k 级像的坐标

(2). 仅考虑第0, 1级像，在这两个像正中间的位置垂直于光轴放置一块光屏，求屏上光轴附近干涉条纹的衬比度。

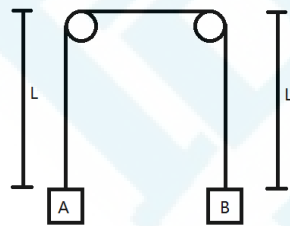
(定义：干涉条纹的衬比度为 $\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$)

T5

一个小球从 P 点无初速释放，自由落体进入碗口朝正上方的半径为 R 的半球形碗内，碰撞的恢复系数为 $e < 1$ 。问 P 点的位置范围，使小球经一次碰撞即可弹至碗外？以碗中心为坐标原点建立柱坐标 $O\rho\phi z$ ，并将区域的边界方程化为 $z = z(\rho)$ 的形式来表达你的结果。

T6

如图， A, B 两个质量为 m 的质点通过绳挂在滑轮上，初始时露出的绳长均为 L ，现将 A 往垂直于绳的方向拉开一个小距离 δ ，然后释放。求 B 击中滑轮时的速度。

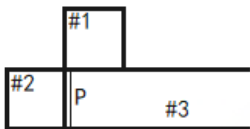


T7

如图所示,1,3为二个绝热汽缸,3右侧与压强为 P_0 的大气连通,1体积为 V_1 ,2体积为 V_2 ,并与一个温度为 T_0 的热库相连. P 为绝热活塞,可在3内滑动.1至3有一个单向阀 K_1 ,若1内压力 $P_1 > P_3$ 则开启.3至2也有一个类似的单向阀 K_2 .初始时 P 紧贴3左侧,使得这一区域几乎没有空气,导致 K_1 被顶住没有打开.初始时 $P_2 > P_1 > P_3 = P_0$,所有温度均为 T_0 .下文中的3指活塞左侧与气缸壁之间的区域.

(1).将 P 向右轻拉,则 K_1 打开.由于活塞受到的微小摩擦力,最终活塞将停在某个位置.假定此过程中 K_2 始终不打开.设摩擦力消耗的能量变为热全部被3中气体吸收.随后1,3气体充分混合.系统达到稳定后 K_1 不再打开.向左推动 P ,直至某时刻 K_2 打开,求此时3中气体的 P_3, V_3, T_3 .

(2).缓慢推进活塞,由于 K_2 很小,气体的扩散导致的热量传递可以不计,也不会混合.而是3中气体随着活塞的推动非常缓慢地进入2中,二者每时每刻保持压强相等,唯一的热量传递为3中进入2中的气体.求当3中气体的体积变为 $0.5V_1$ 时,3中气体的温度 T_4 (假定 P_1 足够大).



T8

卫星在高空地磁场中会由于某些导体部位切割磁感线,产生电流引起焦耳热,从而损失机械能.本题即研究一例:

(1).实验室中有一哑铃状卫星的模型,由两个半径为 a 的导体球与一根长 l ,直径 d 的金属杆($d \ll a \ll l$)连接而成,呈哑铃状,其整体质量 m 均匀分布在金属杆上.已知实验室中存在垂直于杆及其速度方向的匀强磁场 B ,初始时刻,导体球不带电,模型以垂直于杆的速度 u 平动.求最终模型的平动速度及导体球带电量.

(2).实际上在真实的宇宙空间中,由于宇宙射线的存在,任何时候导体球上产生的所有电量都会立即被射线中的带电粒子所中和.若在制作卫星时,其质心仍位于杆上,但偏离杆中点 Δ ($\Delta < l$),金属杆电导率 σ ,转动惯量 J ,卫星的其余参量同上问.某卫星在高空中绕地球运动,质心速度 u ,且有旋转角速度 $\omega (\gg \frac{u}{l}, \frac{u}{\Delta})$,磁场大小在运动的范围中视为大小为 B 的均匀磁场,忽略径向运动,忽略射线粒子对卫星的直接冲击.

计此时为时间 $t = 0$,试在一段不是很长的时间 $\tau (\gg \frac{2\pi}{\omega})$ 内,直接计算:

(2.a).产生的焦耳热

(2.b). $t = \tau$ 时的角速度,并写出此时平动速度满足的方程