

## 培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（十八）

考试时间：150 分钟 总分 320 分

（请在答题卷上作答）

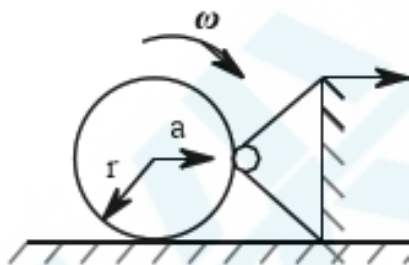
题一. (40 分)

考虑狭义相对论。一个均匀带电  $Q$ 、半径为  $R$  的薄球壳的球心静止于参考系  $S$  的坐标原点，绕  $z$  轴以恒定角速度  $\omega$  缓慢旋转。参考系  $S$  中存在范围足够大的匀强磁场  $\vec{B} = (0, B, 0)$ 。已知真空中的光速  $c$ ，再设  $\frac{\omega R}{c}$  远小于 1，取最低阶近似，在相对参考系  $S$  沿  $x$  轴正方向以速度  $v$  平动的参考系  $S'$  中薄球壳的受力为\_\_\_\_\_ (填空题)。

题二. (40 分)

足够粗糙的水平地面上立放一质量为  $m$ 、半径为  $r$  的刚性圆盘，在圆盘边缘固连一个几何尺寸可以忽略的轻质小滑轮，某时刻滑轮恰好处于水平位置。在滑轮右边距离滑轮为  $\sqrt{3}r$  处有一高度为  $2r$  的墙，一根不可伸长的轻细绳一端固定在墙底，绕过滑轮，另一端由人从墙顶拉出。此时人以速度  $v_0$ 、加速度  $a_0$  拉动绳子。求此时：

- (1) 圆盘的转动角速度大小；
- (2) 圆盘与地面之间的摩擦力大小；
- (3) 绳子上的张力大小。

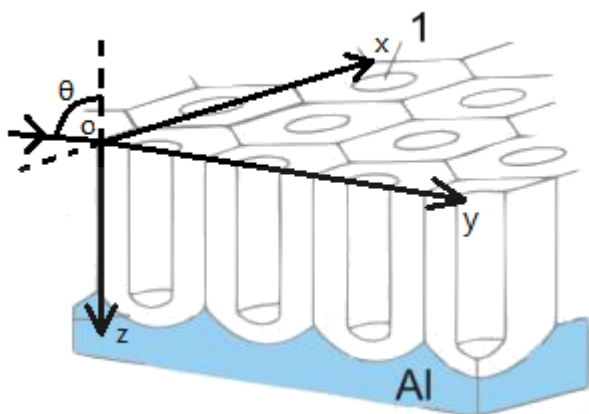


题三. (40 分)

在光滑水平面上，有一个球  $A$  向墙运动，速度垂直于墙面， $A$  和墙面的连线上停着一个小球  $B$ 。所有碰撞均为完全弹性的。设  $\frac{m_A}{m_B} = \lambda$ 。当  $\lambda$  很大时，求发生碰撞的总次数与  $\lambda$  的关系

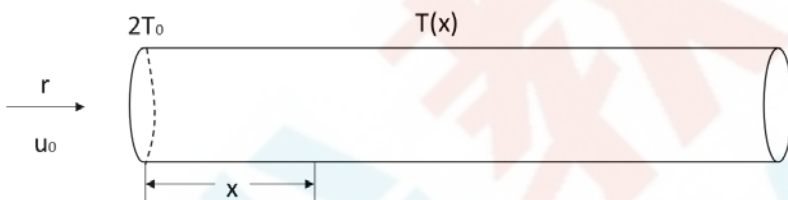
题四. (40 分)

自然界中有一些奇特的物质，光从不同方向入射时，它表现出不同的折射率，这样的各向异性物质称为双折射晶体。麦克斯韦方程组指出，介质的折射率  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ ， $\epsilon_r$  为介质的相对介电常数， $\mu_r$  为介质的相对磁导率，通常近似为 1。因此，研究介质的介电特性就可以求得它的折射率。如图 5.1 所示，一块介质中有沿  $z$  方向的小孔，小孔内为水，孔的半径为  $a$ 。介质折射率为  $n_A$ ，水的折射率为  $n_o$ ，孔隙率(空洞体积的比率)为  $p$  ( $p \ll 1$ )。试求介质沿  $x, y, z$  轴的相对介电常数  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  及偏振沿三个方向的光的折射率  $n_x, n_y, n_z$ 。注意：虽然孔隙率很小，但不要对结果进行小量近似。



题五. (40 分)

如图一根细长管，内部流理想不可压缩流体，速度  $u_0$ ，流体定压质量比热  $C_p$ ，密度为  $\rho$ ，管壁温度恒定  $T_0$ 。管壁单位面积交换热量速度为  $\frac{dQ}{dt} = k(T - T_0)$ ， $T$  为液体温度。管形状为半径为  $r$  的圆柱，入口水温  $2T$ ，求温度分布  $T(x)$



题六. (40 分)

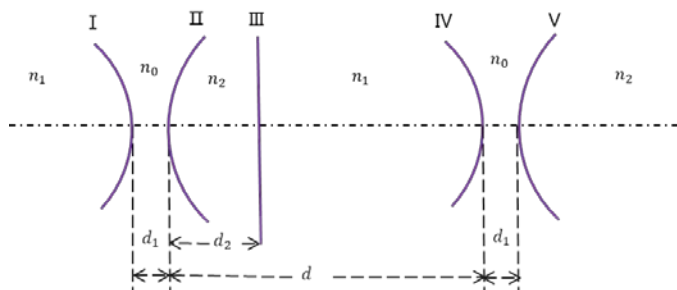
光学成像原理细究起来十分复杂，如果要确保物与像之间的所有光线精确无误等光程，那么成像元件需要设计成四次曲面，现实操作极为困难。所以我们采用近似的方法，利用共轴球面组傍轴成像系统进行成像。所谓“共轴”，就是透镜组的中心在一条直线上，所谓“傍轴”，就是物体所要成像的光线很靠近透镜组的轴，即光线与轴的距离远远小于物距、像距和透镜的尺度。

如图所示，5 个共轴球面标记为 I、II、III、IV、V。I 左边的介质折射率为  $n_1 = 1.5$ ，I 与 II、IV 与 V 球顶之间折射率为  $n_0 = 1$ ，II 与 III 间  $n_2 = 2$ ，III 与 IV 间  $n_1 = 1.5$ ，V 右侧介质折射率  $n_2 = 2$ ，I 和 IV 的半径是  $R_1 = 4\text{cm}$ ，II 和 V 的半径是  $R_2 = 5\text{cm}$ ，III 是一个平面  $R = \infty$ 。I 与 II 球顶距为  $d_1 = 2\text{cm}$ ，III 与 II 的球顶之间的距离为  $d_2 = 4\text{cm}$ ，II 与 IV 球顶之间的距离为  $d = 18\text{cm}$ ，IV 与 V 球顶距也为  $d_1 = 2\text{cm}$ 。初始时，点光源在球面 I 左边  $s = 1\text{cm}$ 。

(1) 以点光源为物，经过 I、II 球面组成像，像距（像到 II 的距离，像在 II 右侧为正）为 \_\_\_\_\_ cm。经过全部球面组成像，像距（像到 V 的距离，像在 V 右侧为正）为 \_\_\_\_\_ cm；

(2) 设经过全部球面组所成像的像距为  $s'$ ，如果物距  $s$  发生了一个小变动  $\Delta s$  ( $\Delta s \ll s$ )，那么像距  $s'$  也会有一个很小的变动  $\Delta s'$ ，利用所给数据，精确到三位有效数字  $|\Delta s'| = \underline{\hspace{2cm}} |\Delta s|$ ；

(3) 设 II 和 IV 球面间的距离  $d$  是一个未知量，若  $\Delta s$  不发生变化，试求出当  $d = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$  时， $|\Delta s'|$  达到最大值。



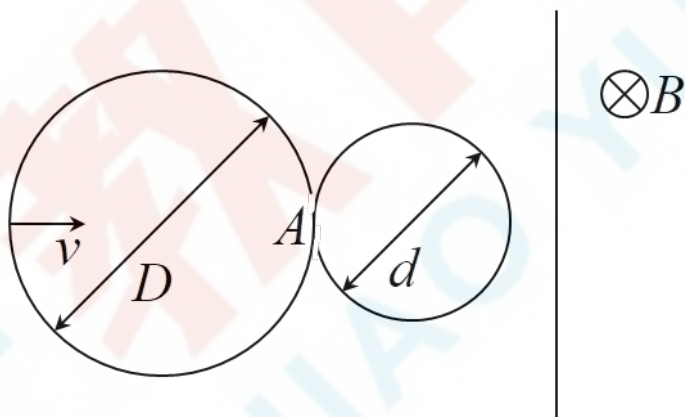
题七. (40 分)

如图是由质量为  $m$  的硬质电阻丝制作的  $\infty$  状图形，左右都是圆形，直径分别为  $D, d$ ，且  $D > d$ ，接触点处做绝缘处理，回路总电阻为  $R$ ，将其置于光滑水平面内。空间中左侧无磁场，右侧有竖直向下的匀强磁场  $B$ 。使电阻丝以垂直于边界的初始速度  $v_0$  进入磁场。

(1) 若初始速度足够大，以至于整个图形都可以进入磁场，求此过程中通过回路某横截面的电荷量 (绝对值)；

(2) 记回路最右端到磁场边界的距离为  $x$ ，若初始速度  $v_0$  足够大，求  $v(x)$ ；

(3) 求使回路能全部进入磁场区域的初始速度阈值。



题八

定义无穷阿特伍德机为这样一种装置：

一根绳通过一个滑轮，绳左端挂着一个质量  $m$  的物体，右端挂着另一个无穷阿特伍德机的滑轮。如此递归下去，以至于第一个滑轮实际上挂了无限大的质量。但类似于无穷的电容电感网格，递归次数达到无穷时，就会出现神奇的现象。

如图即为无穷阿特伍德机。将系统从静止释放，重力加速度  $g$ 。求此后一瞬间与天花板相连的绳的拉力和第一个物体的加速度。

