

培尖教育 2018 年杭州校区高端物理 VIP 班

力学专题卷

题一. (40 分)

设 $e \in (0,1)$, 试运用天体物理理论证明数学等式:

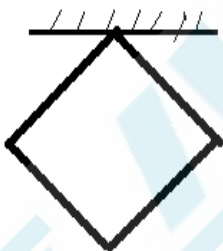
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{e^2 + 2e \cos \theta + 1} \sqrt{\frac{1}{(1 + e \cos \theta)^2} + \frac{e^2 \sin^2 \theta}{(1 + e \cos \theta)^4}} d\theta = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - e^2}}$$

提示: ①考虑做开普勒运动的物体受到弱线性阻尼力; ②位力定理

题二. (40 分)

在竖直平面内, 重力加速度为 g , 四根长度均为 l 、质量均为 m 的匀质细杆通过四个光滑铰链连接, 其中一铰链固定在天花板上。初始时刻, 四根细杆均处于水平状态, 将系统由静止释放, 当相邻两根细杆互相垂直时, 求:

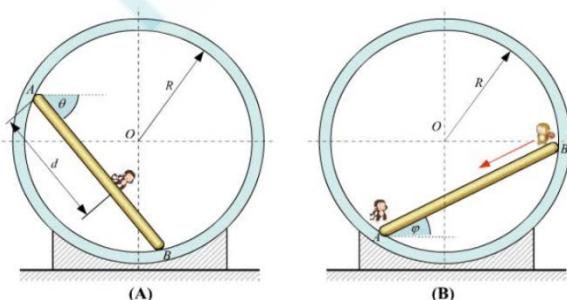
- (1) 最右方、最下方铰链的速度大小;
- (2) 最右方、最下方铰链处两边细杆的相互作用力大小。



题三. (40 分)

动物园要进行猴子杂技表演, 训猴师设计了如下装置: 在铅垂面内固定一个带有光滑滑槽, 半径为 R 的圆环, 取一根重为 P , 长为 $l = \sqrt{3}R$ 的匀质刚性细杆 AB 放置在光滑滑槽内。另有一个重为 Q 的小猴子 (可视为质点) 可沿杆跑动, 取 $P = 2Q$ 。

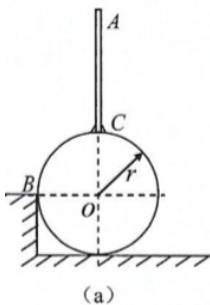
- (1) 如图所示, 求猴子与 A 端距离为 d 时杆的平衡位置。
- (2) 如图所示, 两只相同的猴子同时进行训练。训猴师首先让猴甲静坐在 A 端, 然后让猴乙从杆的 B 端无初速的沿杆向猴甲跑动。求不破坏杆静力平衡态的猴乙运动方式。



题四. (40 分)

圆轮和细直杆质量均为 m ，固结成一组刚体，杆沿径向。圆轮半径 r 、杆长 $2r$ ，二者匀质。杆的带电线性密度为 λ ($\lambda > 0$)，存在垂直于纸面向内的匀强磁场 B 。组合刚体立放于纸面内的粗糙水平地面上，由静止释放，发现轮纯滚不滑。

- (1) 求轮飞离地面时杆与竖直线夹角 ϕ 满足的代数方程，虽然可能无解。
- (2) 求对摩擦系数的限制条件。



题五. (40 分)

足够粗糙的水平地面上有一质量为 m 、半径为 R 的均匀薄壁圆筒，圆筒内部放有一质量为 M 、半径也为 R 的均匀半圆柱刚体，半圆柱与圆筒之间光滑接触。初态系统静止，半圆柱平面相对于水平面有微小角度的偏转。已知重力加速度 g 。这个模型可以近似解释放在桌面上的半瓶矿泉水受轻推后的“一滚一停”神奇现象。

- (1) 若圆筒被锁定，求半圆柱做周期性转动的频率；
- (2) 若圆筒自由，求半圆柱做周期性转动的频率。

