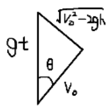
培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（十二）

考试时间：150 分钟　　总分 320 分

（参考答案）

1、 (1)设初速度为 v_0，其恰好上台阶，末速度满足:$\frac{1}{2}mv1^2+mgh=\frac{1}{2}mv_0^2$　(2)



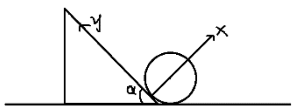
$v_0\sin\theta\, t=L$　(2).

速度矢量三角形的面积为$s=v_0\sin\theta\, gt=gL=v1\times v_0\times\sin\beta$　(2)

要使 v_0 最小，则$\sin\beta$=1，解得 v_0=g×（$\sqrt{L^2+h^2}+h$)　(2)

$\theta=\tan^{-1}\frac{\sqrt{v_0^2-2gh}}{v_0}$(2)

(2)碰前 x 方向的相对速度为$v_x=v\sin\alpha$,y 方向的相对速度为$v_y=-v\cos\alpha$,



设碰后斜面的速度为 v2,方向向前,

因地面没有摩擦，水平方向动量守恒

$2mv=2mv2+mv_0\times\sin\theta$(2)

因为是完全弹性碰撞，其沿 x 方向的分离速度等于接近速度。

$v\sin\alpha=v_0\times\cos(\theta-\alpha)-v2\times\sin\alpha$(4)

沿 y 方向有 mvy=$mv_0\times\sin(\theta-\alpha)$=$\int fdt$,　　　f=μN,(2)

又有$\int Ndt$=$mv_0\times\cos(\theta-\alpha)$;要求 $0\le v_0\times\sin(\theta-\alpha)\le v2cos\alpha$(3)

解得 v=$\frac{v_0\times（2\cos\alpha\cos\theta+3\sin\alpha\sin\theta)}{4\sin\alpha}$(2)

$\mu=\tan(\theta-\alpha)$

$\alpha\le\theta,\frac{(2\cos\alpha\cos\theta+3\sin\alpha\sin\theta)\times cos\alpha}{4\sin\alpha\times\sin(\theta-\alpha)}\ge 1$(2)

2(1)有 $n0\sin\varphi=n1\cos i$;(2)

$n2<n1\sin i$;(1)

故$\sin\varphi<\frac{\sqrt{n1^2-n2^2}}{n0}$

当$n1^2-n2^2\ge n0^2$　　$\varphi m=90^\circ$　(1)

当$n1^2-n2^2<n0^2$　　$\varphi m=\sin^{-1}\frac{\sqrt{n1^2-n2^2}}{n0}$(1)

（2）所有光线的折射角满足$\sin\alpha=\frac{n0\sin\theta}{n1}$;（1）

以 A 点为 0 点，MM’为 y 轴,z 轴与圆柱轴线重合。

设入射点的坐标为（x,y,0）折射光的方向矢量为 v=（0，$\sin\alpha$，$\cos\alpha$）(2)

在界面的入射点的为（x,$\sqrt{R^2-x^2}$,z),*其法线方向矢量为*$v1=$（$\frac{x}{R}$,$\frac{\sqrt{R^2-x^2}}{R}$,0）（3）

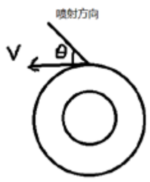
界面入射角为$\cos i=\frac{v\cdot v1}{|v||v1|}$=$\frac{\sqrt{R^2-x^2}\sin\alpha}{R}$（2）

满足全反射条件及$n2<n1\sin i$（1）

解得$|x|>R\times\frac{\sqrt{n0^2sin^2\theta-n1^2+n2^2}}{n0\sin\theta}$　（1）

学校：　　线
姓名：　　订
学号：　　装

3、 $\frac{mv^2}{2R}=\frac{GMm}{(2R)^2}$（2）



设喷射方向为θ，喷射的质量为 dm

动量守恒有$(\mathrm{m}-\mathrm{dm})\times \mathrm{v1}+\mathrm{dm}\times(\mathrm{v1}+\mathrm{u}\cos\theta)=\mathrm{mv}$;（2）

$(\mathrm{m}-\mathrm{dm})\times \mathrm{v2}+\mathrm{dm}\times(\mathrm{v2}-\mathrm{u}\sin\theta)=0$（2）

改变速度后角动量守恒$\mathrm{m}'\mathrm{v1}\times 2\mathrm{R}=\mathrm{m}'\mathrm{v3}\times \mathrm{R}$（2）

能量守恒$\frac{1}{2}m'(v1^2+v2^2)-\frac{GMm'}{2R}=\frac{1}{2}m'v3^2-\frac{GMm'}{R}$（2）

解得$\frac{\mathbf{dm}}{\mathbf{m}}=\frac{\mathbf{3\cos\theta\pm\sqrt{6\cos^2\theta+\sin^2\theta}}}{\mathbf{3\cos^2\theta-\sin^2\theta}}\times\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{u}}$**（3）**

因为$0<\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{m}}<1$，解得 0≤θ≤45°；（2）

当θ $=0$ 时$\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{m}}$最小（2）

此时$\frac{\mathbf{dm}}{\mathbf{m}}=\frac{\mathbf{4\times(3-\sqrt{6})}}{\mathbf{3}}$**（1）**

V1=$\frac{\sqrt{6}}{3}$v;

V3=$\frac{2\sqrt{6}}{3}$v;（2）

动量守恒 m’’v4+(m’-m’’)(v4+u)=m’v3;（2）

$\frac{\mathrm{m}''v4^2}{R}=\frac{GMm''}{R^2}$（2）

得 m’’=0.033m;（2）

4、（1）开始，上面的绳子是松弛的没有力。

小球受的力来自下面两条绳子，由对称性，合力沿位移相反放向，大小为

F=2k$\times\frac{\sqrt{l^2+x^2-2xl\cos\theta}-l}{\sqrt{l^2+x^2-2xl\cos\theta}}\times(-l\cos\theta+x)$=kx/2;（5）

其是简谐运动周期为 T1=$2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{k}{2}}}=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$（2）

其在平衡位置的速度为$\frac{1}{2}\mathrm{mv}^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\mathrm{ka}^2$（2）

之后下面两条绳子不受力，F=-kx;

周期为 T2= $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$（2）

最大位移$\frac{1}{2}\mathrm{mv}^2=\frac{1}{2}\mathrm{kA}^2$

A=$\frac{\sqrt{2}}{2}a$;（2）

所以总周期为 T=(T1+T2)/2=$\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}+\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;（2）

一个周期的位移为 s=2A+2a=(2+$\sqrt{2}$)a;（2）

5、(1)此时螺线管单位长度的匝数为 N/a;（1）

产生的磁场 B=$\frac{\mu_0 NI\cos wt}{a}$;（2）

通过小环的磁通量为$\Phi = Bs\cos wt = \frac{\mu_0 NIs\cos^2 wt}{a}$；（2）

小环产生的电动势为 u=$-\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 NIws\sin 2wt}{a}$（2）

小环中的电流为 I'=u/R=$\frac{\mu_0 NIws\sin 2wt}{aR}$;（2）

(2)互感系数为 M=$\frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 Ns\cos^2 wt}{a}$（3）

所以小环对螺线管的磁通量为$\Phi' = MI' = \frac{\mu_0 Ns\cos^2 wt}{a} * \frac{\mu_0 NIws\sin 2wt}{aR}$（2）

感生电动势为 u'=$-\frac{d\phi'}{dt} = (\frac{\mu_0 Nws}{a})^2 \times \frac{I}{R}(6\sin^2 wt - 2\cos^2 wt)\cos^2 wt$;（3）

6、圆筒的电容为$c1 = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R}{r}}$;（3）

所以内筒上的电荷$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C} = V$

得 Q=$\frac{VC_1C}{C+C_1}$;（3）

粒子受到的电场力为 F=$\frac{Qq}{2\pi\varepsilon_0 al}$方向向内（2）

这个力提供向心力及 F=$\frac{mv^2}{a}$（2）

又有粒子转一周的时间 T=$\frac{2\pi a}{v}$;（2）

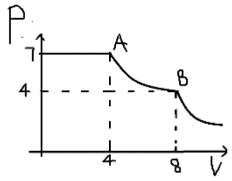
从 A 到 B 的时间 t 满足$\frac{1}{2}gt^2 = h$;（2）

t=nT,(n 为正整数);（1）

得$\begin{cases} v = 2\pi an\sqrt{\frac{g}{2h}} \\ C = \frac{4\pi^3 n^2 a^2 mgL\,\varepsilon_0}{qhV - \ln\frac{R}{r} \times 2\pi^2 n^2 a^2 mgL} \end{cases}$（5）

要求$qhV - \ln\frac{R}{r} \times 2\pi^2 n^2 a^2 mgL > 0; n$为正整数。（3）

7、A,B 处氧气达到饱和压强，



有 PA=P 氧饱和+P 氮 A;

PB= P 氧饱和+P 氮 B;（4）

因为是等温过程，所以 P 氮 A*VA= P 氮 B*VB;（2）

解得 P 氮 A =2*P 氮 B=6* P 氧饱和（1）

又有 P 氮 A=P_0（1）

及 P 氧饱和=$1.69\times 10^4 Pa$;（3）

在 B 处，因为氧气和氮气的温度体积相同，所以 N 氧/N 氮=P 氧/P 氮=1/3;

及氧气的物质的量是氮气的 1/3;（2）

所以氧气的质量为 m1=$\mu\text{氧}\times\frac{m}{3\times\mu\text{氮}}$=38.1g;（2）

8、（1）A 认为信号发生的时间

$tA=\sqrt{1-\beta_A^2}$*t=8s;（2）

在 A 系中，

B 沿 x 方向的速度

$V'_{Bx}=\frac{-v_{Ax}+v_{Bx}}{1+\frac{-v_{Ax}v_{Bx}}{c^2}}$=-0.6c;（2）

B 沿 y 方向的速度

$V'_{By}=\frac{v_{By}\times\sqrt{1-\beta_A^2}}{1+\frac{-v_{Ax}v_{Bx}}{c^2}}$=0.48c;（2）

$V'_B=\sqrt{{V'_{Bx}}^2+{V'_{By}}^2}$=0.768c; $V'_A=V'_B$（3）

距离$l=V'_B\times tA=6.15(c\cdot s)$（1）

(2)在 A 系中，认为 B 收到信号的时间

tB’=tA+$\frac{l}{c-V'_B}$=34.5s;（3）

在 B 系中收信号的时间

tB=$\sqrt{1-\beta_A'^2}$*tB’=22.1s（2）;

(3) 在 B 系中，认为 A 收到信号的时间

tA’=tB+$\frac{V'_A\times tB}{c-V'_A}$=95.4s;（2）

在 A 系中收信号的时间

tA1=$\sqrt{1-\beta_B'^2}$*tA’=61.1s;（1）

在 S 系中，认为 A 收到信号的时间

tAS=$\frac{tA1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}=76.3s$;（1）

AB 距离

lAB= tAS× $\sqrt{V_A^2+V_B^2}$=64.8(c·s)（1）