

2009年物理学挑战赛的 理论问题

2009年8月3日星期一

具有挑战性的理论问题 8:30-13:30.

在尝试做理论题之前，请仔细阅读以下<注意事项>。

这些问题包括三个主要问题。这些问题乍一看似乎很难，但如果你仔细阅读，就能理解。你可以从任何一个问题开始。请不要放弃，直到最后。

<预防措施>。

1. 在发出开始信号之前，不要打开题本。请勿触摸答题纸、计算纸或信封。检查信封正面的挑战编号和名称。
2. 问题册有19页长。答案小册子有9页。
3. 所有答案必须写在答题纸上。请务必在答题纸的每一页上写上挑战编号和名称。
4. 答案不仅应包含最终的答案，还应该详细描述通往答案的路径。
5. 如果你觉得不舒服，需要上厕所或有任何问题，请举手通知主管。
6. 200分钟后（11:50），任何想离开房间的人必须举手通知监督员，所有答卷（包括没有答案的答卷）必须装在写有挑战编号和姓名的信封中归还。所有答题纸（包括非答题纸）都要装在信封里，并填写好挑战编号和姓名，然后放在桌子上。
7. 悄悄地进行解决，以免干扰其他参与者。如果有任何干扰，与会者将被要求离开房间。
8. 当会议结束的信号发出后，必须立即检查所有答卷（包括非答卷）的挑战编号和名称，将其装入信封，放在桌子上，等待监督员的指示。
9. 试卷和计算表必须带回家。

问题1（80分）。

从高温到低温的热传递有三种形式：传导、对流和辐射。其中，辐射传热是由电磁波携带的能量流动。电磁波也可以在真空中传输，所以太阳能正是通过这种流动传输到地球。

不仅仅是太阳，所有物体都会从其表面发射电磁波，除非其温度为绝对零度。温度较低的物体会发出波长较长的不可见电磁波。 700°C 左右的物体会发出红光。随着温度的升高，物体也逐渐发出蓝光，导致表面温度为几千摄氏度的太阳发出白光，与所有可见光区域的光混合。这种由温度决定的能量辐射被称为热辐射。

物体热辐射的一个模型，称为黑体或空腔辐射，对量子物理学的诞生做出了贡献。在这个问题中，所有从太阳和地球发出的辐射都被假定为具有与黑体辐射相同的性质。

根据这一黑体辐射理论，温度（绝对温度）为 T 的物体的面积 S 在单位时间内辐射的能量与 S 成正比，让其表示为 $I \times S$ 。那么 I 只取决于物体的温度 T ，并与 T 成正比⁴。总之，在单位时间内，温度为 T 的物体表面的面积 S 所辐射的能量为

$$IS = \sigma T^4 S$$

以下是结果。右边边的 σ 读作sigma，其中 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$ 被称为斯特凡-波尔兹曼常数。

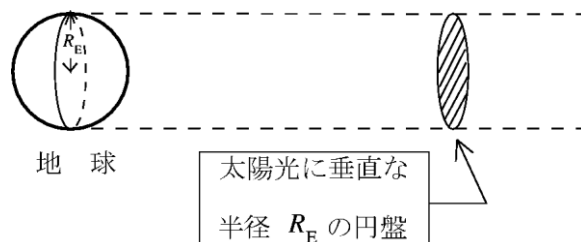


图1:

[I]

从太阳径向发射的太阳光在地球附近也几乎是平行光线，如图1所示。因此，把地球的半径定为 R_E （下面的下标E表示它是一个相对于地球的量），只有通过半径为 R_E 的圆的光，由阴影线表示，将照亮地球。地球轨道上的太阳光

在单位时间内，垂直于直线的单位面积的平面上，太阳光照射的能量被称为太阳常数，因为它几乎是恒定的，尽管有一些变化。在下文中，太阳常数用 J 来表示。通过卫星测量，发现 J 值为 1.37 千瓦/米²。

Q1 用 J 和 R 表示单位时间内照射地球的太阳能总量 E 。[提示：用太阳常数乘以地球的表面积会得到错误的答案，因为太阳的高度随纬度和时间而变化。参照图1回答]。]

问2 目前，据说人类在单位时间内消耗的能量为 1.6×10^{13} J。找出在单位时间内人类消耗的能量与照射地球的太阳能的比率。使用 $R_E = 6400$ 公里，回答到一个有效数字。

[二]

考虑空间中的一个区域 V ，由于辐射，能量流经该区域（见图2）。如果在单位时间内，从外部流入该区域 V 的能量与从该区域流出的能量之间存在差异，则该区域 V 的能量增加或减少。这是因为能量既不会被创造，也不会被湮灭（能量守恒定律）。相反，当能量的分布及其流动在时间上没有变化时，即在稳定状态下，单位时间内流入和流出区域 V 的能量是相等的。

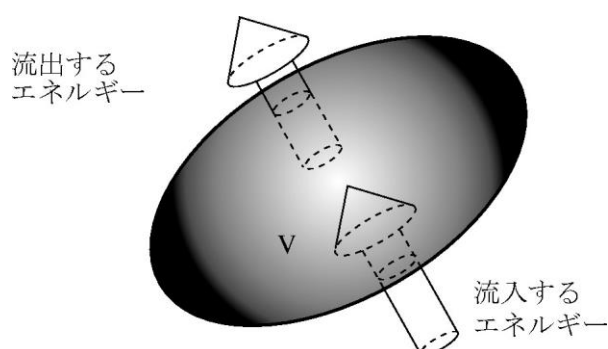


图2:

Q3 假设太阳是一个球形黑体，半径 R_s ，温度 T_s （下面的下标 S 表示关于太阳的量）。用 R_s ， T_s ，求单位时间内从太阳表面向空间辐射的能量 P_s 。

Q4 当能量流静止时，用 R_s 和 T_s 表示单位时间内通过半径为 R （ $R > R_s$ ）、中心与太阳相同的球体（见图3）向外流动的能量 $P(R)$ 。比较并找出流入和流出太阳表面和这个球体之间空间的能量的大小。

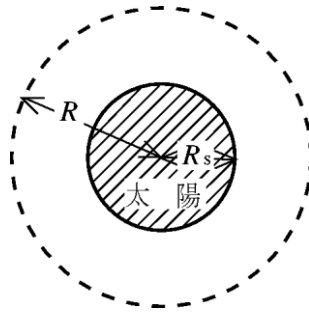


图3:

Q5 据说太阳的表面温度约为6000K。根据Q4的结果和太阳常数的值，估计太阳表面的温度是多少， T_s ？然而，假设太阳和地球之间的平均距离为 $1.50 \times 10^{11} \text{ m}$ ，太阳的半径为 $6.96 \times 10^8 \text{ m}$ 。请注意，当下面给出数值时，所有答案都应使用三位有效数字。

[三]

到达地球上的太阳光能量的30%被地球表面的云和雪反射并飞向太空，20%被大气层吸收，其余的到达地球表面（包括海水）。

到达地表的大部分能量被地面和海水吸收，使其变暖。同时，地球也通过辐射向太空发射能量，通过平衡单位时间内吸收和发射的能量，地球的平均温度一直保持不变。让我们计算一下这个温度，同时考虑各种影响。

问6 假设地球表面温度在任何地方都是均匀的 T_E ，并且处于稳定的状态。如果Q1中计算的所有能量都被地球吸收，并与地球辐射的能量相平衡，那么 T_E 是多少？

问题7 在实践中，（如上所述）来自太阳的辐射能量有30%被反射并飞向了太空。如果剩下的全部被地球吸收，并由地球的辐射能量平衡，那么 T_E 是多少？

[四]

到目前为止，日/夜温度变化、季节性变化和随纬度变化的温度差异都被忽略了。因此，很难确定这里计算的结果是否正确。然而，可以肯定的是，Q7中得到的温度大大低于真实表面的平均温度，据说是 15°C 。在现实中，表面温度实际上比这要高，因为表面被大气和云层的温室效应所温暖。

为了考虑温室效应，考虑一个简单的大气模型，其中地球被半径为 R_G 的球形大气层包围，与地球共享一个中心（见图4）。(在下文中，下标G表示它是一个相对于大气的量)。这一层吸收了来自太阳的20%的辐射能量和来自地球的大部分辐射能量，主要是在红外。一起，这层吸收的能量有一半被假设为发射到外太空，一半作为辐射能发射到内部，后者又被地球吸收了。

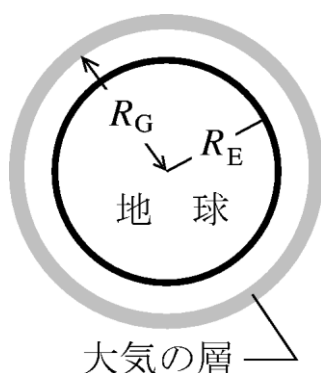


图4:

Q8 让 P_G 是单位时间内从大气层向地球辐射的能量。写出一个方程式，表示地球吸收的太阳光的能量和地球热辐射的能量相等，使用 R_E ， T_E ， J 和 P_G 。

问题9 让 a ($0 \leq a \leq 1$) 为大气层吸收的能量与从地球辐射到大气层的能量之比。将 T_E 表示为 a 的函数。然而，由于大气层的厚度远远小于地球的半径，设置 $R_G = R_E$ 。

问题10 据说 a 的值接近于0.95。那么用上述模型计算出的 T_E 的值是多少？

这不能令人满意，因为迄今为止的计算忽略了通过热传导从地面和海面进入大气的热流以及由洋流和风携带的热流。在研究温室气体引起的气候变化时，已经进行了广泛的计算机模拟，包括大气中的所有热流。

问题2 (130分)。

[I]

电荷和电场：一个带电的粒子被称为电荷。一个力（除重力外）作用于一个静止的电荷。

这样的空间被称为电场。表征电场的物理量被称为电场矢量，下文中表示为 \vec{E} 。这是作用于空间中某一点的电荷的力，以其电量表示。

它被定义为除以并表示各点的电场强度和方向。根据这个定义，电场矢量为 \vec{E} 放在 E 点上的电量等于 q 点的电荷量。

$$\vec{F} = q \vec{E} \quad (1)$$

电场矢量的作用力被显示为活跃。在下文中，为简单起见，电场矢量将被称为电场。作为一个简单的例子，考虑由一个可忽略不计的电荷（这被称为点电荷）产生的电场。当点电荷 Q 在空间时，点电荷 q 在离 Q 有 r 距离的点 P 上产生的电场称为电场。

的力的大小。

$$F = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2)$$

当 $qQ > 0$ 时，它的方向是从点状电荷 Q 朝向 q （见图1 (a)）。这被称为库仑定律。另外， ϵ_0 是一个常数，称为真空的介电常数，读作epsilon零。

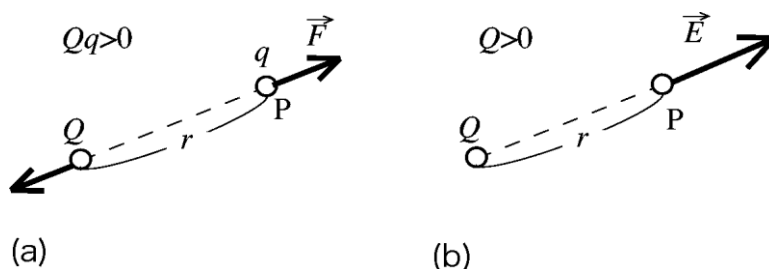


图1:

(2) 等式两边都除以 q ，电荷 Q 在 P 点产生的电场的大小为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

它被表述为：。当 $Q > 0$ 时，方向是从点电荷 Q 向 P （见图1 (b)）。为了描述空间中电场的外观，考虑电荷线是很方便的。电力线是

电场矢量 \vec{E} 上每一点的切线方向代表该点的电场矢量 \vec{E} 的方向，与电场力线垂直的平面为画出每单位面积上的电荷线数，使每单位面积上的电荷线数等于电场的大小 E 。电力线在空间中不会产生或消失，只是它们从正电荷中产生，并随着负电荷而消失。电力线也不会相互交错。

Q1 从正电荷 Q 发出的力线通过以电荷 Q 为中心的半径为 r 的球体，并从球体内部向外部排出。利用球体上电场的大小和半径为 r 的球体的表面积为 $4\pi r^2$ ，说明正电荷 Q 发出的电场线总数为 $\frac{Q}{\epsilon_0}$ 。

上述结果可以通过叠加单个点电荷和它们产生的电场，扩展到许多分布式点电荷的情况。也就是说，电荷量为 Q 的电荷所发出的力线总数等于 $\frac{Q}{\epsilon_0}$ （当 Q 为负数时，有 $\frac{Q}{\epsilon_0}$ 条电荷线进入）。

这是高斯电场定律的一种表达方式。这里的 Q 可以是一个点电荷，也可以是电荷在一个区域内的扩散分布。

Q2 单位长度的电荷量 λ （读作 λ ）均匀地分布在一条直线上。如果线是无限长的，电场方向垂直于线，并以线为轴对称地围绕轴。结果如下。考虑一个长度为 L 的圆柱形区域，如图2所示，有一条直线。如果圆柱体的半径为 r ，那么穿过圆柱体两侧的电力线的总数是多少？用圆柱体表面的电场的大小 E 来表示。圆柱体中所包含的电荷是多少？用 λ 表示。

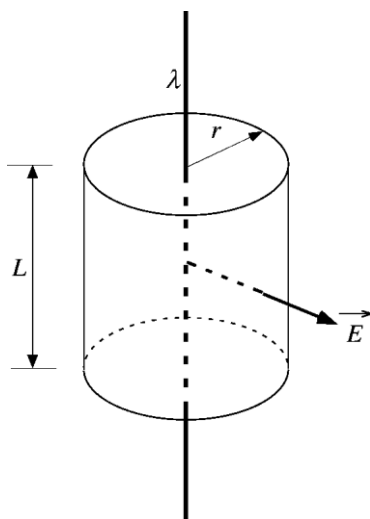


图2:

Q3 Q2和高斯定律的结果'从电荷量为 Q 的电荷中发出的电力线总数等于 $\frac{Q}{\epsilon_0}$ 。用以下方法求出距离直线 r 处的电场的大小 E 。

[二]

磁场是一个空间，其中有一个力（除重力或电场的力外）作用于运动的带电粒子。矢量磁通密度 \vec{B} 是一个表征磁场的量。

与电力线类似，磁通线被用来描述磁场。磁通线上每一点的切线方向代表该点的磁场方向。绘制一条磁通线，使通过垂直于它的单位面积的平面的磁通线的数量就是那里的磁通密度。

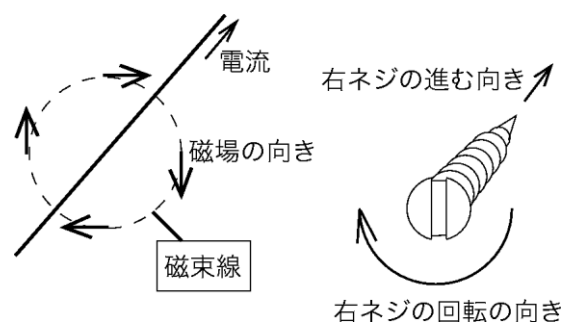


图3:

磁场是通过电流通过导体或使用磁铁产生的。当电流通过一个无限长的直导体时，会产生一条垂直于直线的圆形磁通线，其中心是直线。磁场的方向是沿着电流方向行驶的右手螺丝的旋转方向（见图3）。这被称为右手线法。如果电流的强度为 I ，在离它的距离 r 处形成的磁场的磁通密度的大小为

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

μ_0 读作mu零，称为真空的渗透率。从方程（3）和真空中光速 c 来看， μ_0 和 ϵ_0 之间。

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \quad (4)$$

两者之间的关系如下。

顺便说一下，如果有一个电荷量为 q 的点电荷以垂直于磁场方向的速度 v 在统一方向和磁通密度大小的磁场中运动，这个电荷将从磁场中被检测到，其大小为

$$F = qvB \quad (5)$$

对于 $q>0$ ，如图4(a)所示，如果左手的拇指、食指和中指成直角打开，中指在电荷的速度方向 q ，食指在磁通密度方向，这个力在拇指方向。这个在磁场中作用于电荷的力和方程（1）中作用于电场的力一起被称为洛伦兹力。

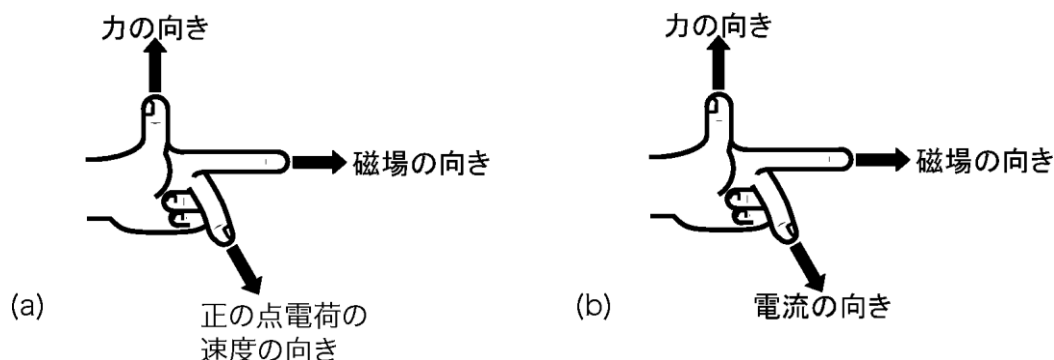


图4:

如果一定量的电荷 $\Delta q > 0$ 分布在导体的单位长度上，并且以共同的速度 v

$$I = \Delta q v \quad (6)$$

电流流动的强度为

因此，当电流流经置于磁场中的导体时，洛伦兹力作用于流经导体的电荷，结果，导体收到了一个力。当导体垂直于磁场时，可以通过将图4(a)中正电荷的速度方向替换为流经导体的电流方向来确定导体上的力的方向，如(b)所示。这一定律被称为弗莱明的左手规则。

Q4 一个强度为 I 的电流在长度为 a 的直导体中流动。说明当该导体垂直于 B 量级的磁通密度时，作用在它身上的力是 $F = BaI$ 。

[提示：首先找到导体中的电荷量，将 v 作为导体中电荷的速度]。

Q5 一个正电量 q 的点电荷在与强度为 I 的线性电流平行的距离 r 处移动，并以速度 v 与电流同向移动， I 产生的磁场作用在这个点电荷上的力是什么？由 I 产生的磁场对这个点电荷施加的力是什么，在哪个方向？

Q6 如图5所示，在正方形P'Q'R'S'内垂直于xy平面（从纸的背面到正面）施加一个磁通密度大小为 B 的均匀磁场。QR与P'S'平行，在磁场中，PS在磁场外。当强度为 I 的电流从Q流向R时，求线圈在X方向上的作用力 F （电流从磁场和重力得到的力之和）。（重力加速度为 g ，力的符号在重力方向为正）。

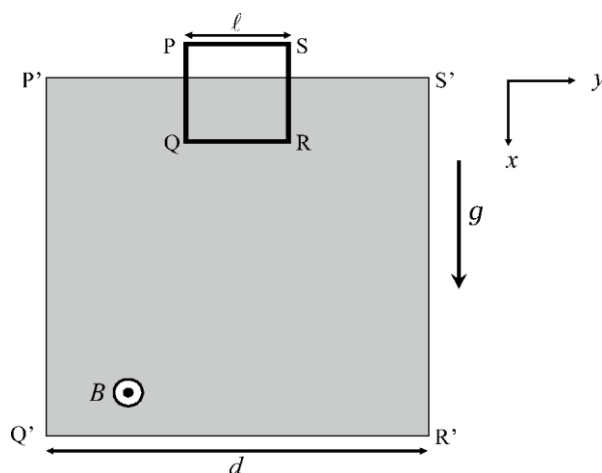


图5:

下面的[III]和[IV]是你迄今为止所理解的内容的应用，但应从任何一端解决。解决第一个比较容易解决的问题。

[三]

在下文中，我们考虑图5所示的单绕组线圈的运动，其中QR和PS是P'S'（ y 方向），线圈应在 xy 平面上运动，其平面始终垂直于磁场。

让 x 表示QR的 x 方向上的位置坐标，让 $x=0$ 表示P'S'的位置。最初，线圈在 $x=0$ 处静止，但在 $t=0$ 处开始移动。在下文中，将考虑线圈的后续运动。请注意，线圈在 t 时的位置 = 通过线圈的电流被假定为零，最高为0。在下文中，线圈的电阻被假定为零，并且由于外力的作用，线圈不会发生变形。

在磁场中通过一个单绕组线圈的磁通线的数量，称为通过线圈的磁通量。根据绘制磁通线的规则，在均匀磁通密度 B Φ_B 的磁场中，通过一个面积为 S 的线圈的磁通量垂直于磁场，为

$$\Phi_B = BS$$

这可以计算为。

当电流流经线圈时，会产生穿透线圈的磁通线。因此，电流在线圈中产生磁通。计算这个磁通量 Φ_I 的方法在数学上很复杂，但由于结果总是与流经线圈的电流强度成正比

$$\Phi_I = LI$$

L 是一个只能从线圈的形状计算出来的量，被称为线圈的自感。

当电流在磁场中流经一个线圈时，通过该线圈的磁通量为

$$\Phi = \Phi_B + \Phi_I$$

电流的流动方向是正的。然而，当线圈的右侧螺纹在电流流动方向上的转动方向 \vec{B} 与 $\vec{\omega}$ 相同时，电流的方向为正。在图5的情况下，流向 $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S$ 方向的电流为正。以这种方式定义的电流的符号将在下文中使用。然后，通过电流的符号，可以表示电流的方向。

当通过线圈的磁通量发生变化时，就会有电流流过，以阻止这种变化。线圈中产生的承载电流的电动势称为感应电动势。如果导体的电阻为零，该电流的流动使通过线圈的磁通量 $\Phi_B + \Phi_I$ 始终是恒定的。特别是，如果根本就没有磁通通过线圈，因为线圈最初是在磁场之外，没有电流流动，那么即使产生了磁通

$$\Phi_B + \Phi_I = 0 \quad (7)$$

电流的流动使两者之间的关系得以维持。

在图5的情况下，考虑到磁通量只在 x 区域，从（7）可以看出

$$B \cdot x + LI = 0 \quad (8)$$

两者之间的关系来自于以下的关系

Q7 利用公式 (8) 中得到的 I 和 x 之间的关系，Q6 中得到的力 F 可以表示为

$$F = -k(x - x_0) \quad (k > 0) \quad (9)$$

用 m 、 g 、 ℓ 、 B 和 L (不一定全部) 表示 k 和 x_0 。

Q8 只要满足 $x < \ell$ ，由公式 (9) 描述的力作用在线圈上，线圈将进行单次振动，角频率 $\omega = \sqrt{k/m}$ 。如果 $x < \ell$ 被满足，那么将 x 表示为时间的函数，用于

正如在问题8中提到的，如果满足 $x < \ell$ ，则方程 (9) 中表示的力发生作用，线圈进行一次振荡，但如果 x 超过 ℓ ，则整个线圈进入磁场，通过线圈的磁通量变得恒定 ($= B \ell^2$)，与时间无关，不产生感应电动势，电流从磁场接受的力为零。对于整个线圈来说，电流从磁场中得到的力是零。因此，一旦 x 超过 ℓ ，线圈就会在重力作用下自由下落，直到 QR 达到 Q'R'。

Q9 为了使线圈进行Q8中得到的单次振荡， m 、 g 、 ℓ 、 B 和 L 之间必须保持某些条件。找到条件方程。

Q10 如果Q9中得到的条件不再成立，QR最终将达到Q'R'，在什么情况下，当时线圈的速度将是最小的，最小速度是多少 v_m ？另外，如果QR到达Q'R'时的速度是 v_m ，那么当时线圈中流动的电流 I_0 的强度是多少？

[四]

电场、磁场和相对论] 带电粒子周围会产生一个电场。当带电粒子以一定速度移动时，就会产生电流，这也会在其周围产生一个磁场。换句话说，由带电粒子产生的电场和磁场取决于带电粒子的运动。

反过来说，从一个相对于带电粒子静止或运动的观察者的角度来看，带电粒子所产生的电场和磁场是否显得不同？

为了考虑这个问题，我们必须使用爱因斯坦的狭义相对论。它。

根据洛伦兹收缩，如果一个长度为 l 的条形物体在相对于观察者静止时以恒定的速度 v 在相对于观察者的纵向上移动，条形物体的长度将看起来收缩为 $\sqrt{1-(v^2/c^2)}l$ ，并出现收缩（洛伦兹收缩）。

Q11 一个电荷在一个直导体上以恒定的速度移动。设 λ 为单位长度的电荷， v 为电荷移动的速度。假设一个随电荷以速度 v 运动的观察者观察到这个导体。一个电荷量为 λ 的线性分布电荷系统，在与导体静止的观察者看来，其长度为1米，但在与电荷一起运动的观察者看来，其长度不再为1米。这是因为相对于与导体静止的观察者而言，电荷是以恒定的速度 v 运动的，系统在速度方向上的长度应该是洛伦兹收缩的。与电荷一起运动的观察者看到的系统中静止的部分的长度是多少？

Q12 从Q11可以看出，从一个以速度 v 运动的观察者来看，静止的导体的单位长度上所包含的电数量不再包含在单位长度上。从移动观察者的角度看，每单位长度的电量是多少？

Q13 电流在其上流动的静止导体是电中性的。这是因为，除了作为电流流动的电荷外，电线还有一个固定在直线上的电荷，其符号与电流的电荷相反，这就抵消了产生电流的电荷。从一个以速度 v 运动的系统来看，固定在导体中的电荷在单位长度上似乎有多少电量？

Q14 从一个以速度 v 运动的电荷系统的角度来看，这个导体似乎是均匀带电的，在Q12和Q13中得到的每单位长度的电量之和。在离直线的距离 r 处，移动的观察看到的电场的量级 E 是多少？

Q15 在Q13中考虑的固定在导体中的电荷，在以速度 v 运动的观察者看来是携带电流。这个电流的强度 I 是多少？

Q16 在距离导体 r 的地方，Q15中的电流所产生的磁通密度的 B 值是多少？

问题17 假设一个点电荷 q 静止在离一条直线的距离 r 处（从一个移动的观察去看，这个距离不会改变），如图6所示。当从一个以速度 v 运动的观察者那里看这个点电荷时，它似乎以速度 v 向相反方向运动。移动的观察员。再如测量者所看到的，这个点电荷上的洛伦兹力（由于电场 \vec{E} 和磁通密度 \vec{B} 而产生的力之和） F 的大小是如何表示的？

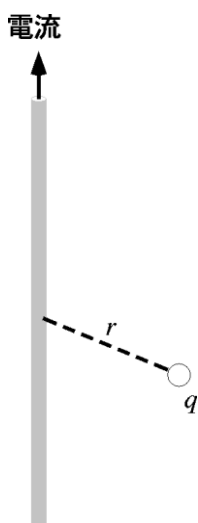


图6:

在电流流经的电中性静止导体上，作用在静止点电荷 q 上的力应该是零。点电荷不应该被加速，因为即使一个以恒定速度随电流移动的观察观察到它，物理现象也不应该改变。Q14和Q16的结果表明，从一个与电流一起运动的观察者的角度来看，产生了一个电场和一个磁通密度，而在相对于导体的静止系统中并不存在，但由于它们一起作用于电荷，没有任何物理现象被改变。电荷

例如，一个只存在电场的系统可能变成一个只存在磁通密度的系统，这取决于观看者的视角。通过这种方式可以看出，电场和磁通密度是相互转换的，取决于观察它们的观察者的运动。

问题3 (90分)。

[I]

当你听到 "波浪" 这个词，首先想到的可能是水波。在水面上传播的波（水面波）是我们熟悉的波，但它们比在弦上传播的波或声波更复杂。水面波的行为取决于各种条件，但这里我们将根据一些假设来研究水面波的特性。

水面波是由介质中的水的引力运动产生的。与其他波不同，水面波很复杂，因为介质的周期性运动是二维的。沿着绳子旅行的波是横波，其中的介质，即绳子，垂直于波的方向振荡。在空气中传播的声波是一种纵波，其中介质空气的振动与波的传播方向平行。相反，在表面波中，水的运动有平行和垂直于行进方向的元素。

由于表面波导致水面上升和下降，可以肯定的是，水的运动有一个与波的行进方向垂直的部分。另一方面，当我们去海里游泳，漂浮在浮圈上时，我们会体验到，当我们漂浮在波峰上时，我们被移向岸边，而当我们漂浮在波谷上时，我们被移向近海，因此可以肯定，存在着与波浪行进方向平行的水运动。

一般来说，这种运动被认为是沿着垂直平面上的椭圆轨道进行的，但我们首先考虑水是以匀速圆周运动的，如图1所示。首先，让我们假设水以恒速圆周运动的方式运动，如图1所示。

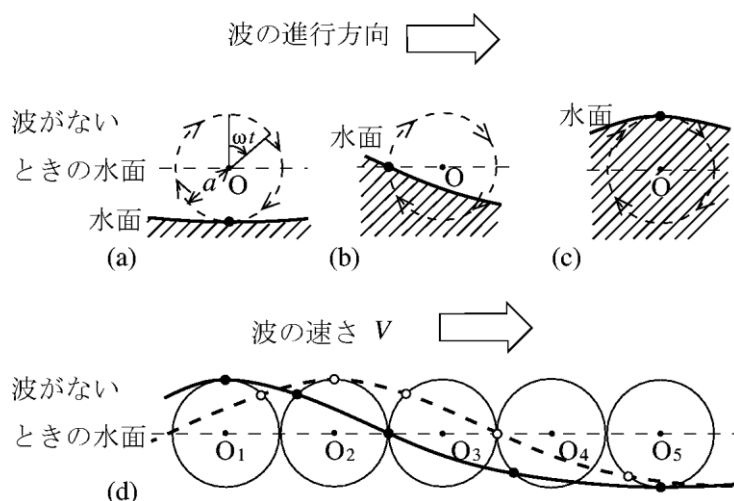


图1:

在图1(a)-(c)中，虚线圆的中心O在空间中是固定的。(a)显示了当波浪的波谷来到O之下时发生的情况。在这一点上，水面最低点的水的质量（由黑色圆圈代表）随着时间的推移沿圆周路径顺时针移动，最终达到与O相同的高度，如 (b) 所示。周围的水也随着黑圈里的水团一起上升。再过一段时间，黑圈中的水团达到O的正上方的高度，如(c)，此时这团水处于波峰的顶部。

在水面波附近，水到处都有这种圆形运动，如图1（d）所示。然而，圆周运动的半径一般随着中心的深度而减少。这种波被称为深水波，因为它们是在水深与波长相比较大时产生的。

假设在某一时刻，一个波浪袭来，如图中实线所示。然后，水面上黑色圆圈中的每个水团都以圆周运动的方式移动到白色圆圈所指示的位置。连接这些白色圆圈的虚线是当时的新浪潮表面。虚线的表面是实线的表面向右的平行移动。设 a 为圆周路径的半径， ω 为水的质量在单位时间内行进的角度（弧度）（这个 ω 称为角速度，以弧度/秒计算）。

Q1 波的周期是周期性运动的介质的周期。如果波的波长为 λ ，则波的速度为用 a 、 ω 和 λ 表示 V （但不一定要用所有数量）。

[二]

在许多情况下，如波沿弦而下或声波，波的速度完全由介质的特性决定，并被视为所有不同波长的波所共有。然而，在真空中，无论波长如何，光都以一个共同的速度传播，但在介质中，速度会根据波长的不同而变化。阳光之所以能用棱镜分解成光谱，是因为光在玻璃中的速度随其波长的变化而变化。我们要考虑的水面波的速度也取决于波长。首先，让我们来看看在深水波的情况下的关系。

让我们从固定在水面波的坐标系上看一下这些波和水的圆周运动。这在图2中得到了说明。在这个坐标系中，水面保持静止，同时保持波浪的形状，但水的圆形轨道，其中心固定在一个水平轴上，正如迄今为止在图1中考虑的那样，在这里以速度 V 向左移动。因此，水在这个坐标系中的运动是半径为 a 的圆周运动和速度为 V 的平行左移的叠加。

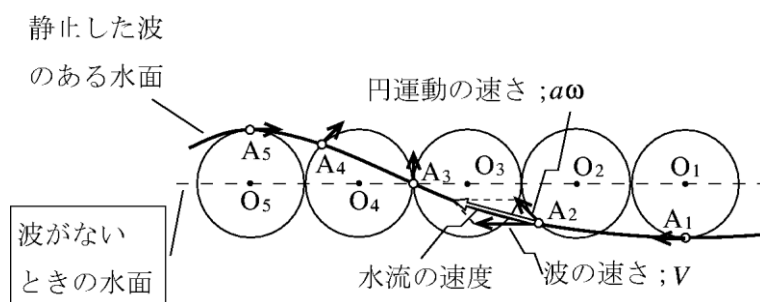


图2:

图2中描绘的圆的切线方向上的许多箭头是水团在白圈位置的圆周运动的速度矢量；水的实际速度矢量与此重叠，以速度 V 的方式均匀地向左运动。

水的速度矢量由白色箭头表示，在 A_2 ，与水面的接触方向由白色箭头表示。水沿着水面流动。换句话说，在这个坐标系中观察，水沿着水面上上下下蜿蜒。

然而，这样的解释只有在连接到波浪堆上的 A_5 的箭头的长度与

\vec{V} 在A上的

只有当它比 $a\omega < V$ 短的时候。这个条件可以写成方程式 $a\omega < V$ 。

Q2 假设图2中的白圈（小圈）是质量为 Δm 的小块水。在分别用 a 、 ω 和 V 表示该质量在位置 A_1 和位置 A_5 的速度后，写一个方程来说明这两个位置的机械能是相等的，因为除了重力外没有其他外力作用于水。然而，让 g 是重力的加速度。

Q3 利用上一问题的结果，推导出波的速度 V 与波长之间的关系。

Q4 利用上一问题的结果，周期为5秒和10秒的波的预期波长分别是多少？然而，假设重力加速度为 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ 。

物理学中的定律是物理量之间的关系。就力学而言，物理量有基本维度，如质量 $[M]$ 、长度 $[L]$ 、时间 $[T]$ ，或组合维度，如速度 $[LT^{-1}]$ 、加速度 $[LT^{-2}]$ 、密度 $[ML^{-3}]$ ，而具有长度、时间和质量的 p -、 q -和 r -阶维度的量 C 是

$[c] = [l^p t^q m^r]$ 。这种仅有维度的关系式被称为维度公式或维度关系式。利用这种维度公式，有时可以推导出物理量之间的关系。

问题5 让我们假设深水波的速度 V 只取决于运动中的水的密度 ρ 、引起该运动的重力加速度 g 和运动产生的波的波长 λ ，并将尺寸关系表示为 $[V] = [g^p][\lambda^q][\rho^r]$ ，将两边以其基本尺寸重写，确定 p 、 q 和 r 并重新接收第三季度获得的结果。然而，如果一个无量纲常数出现在Q3的解决方案中，请将其与常数比较为1。

[三]

到目前为止，我们一直假设水是以圆周运动的方式运动。另外，只考虑了水在表面的运动。然而，在水底的影响下，圆周运动变得不可能。例如，如果有一个水平的水底，水只能在它附近水平移动。在水面附近，水的垂直运动并没有完全消除，因为水面是上下运动的，但在浅水区，可以认为水只在水平方向上运动，作为一种近似。这种波被称为浅水波。我们现在将考虑浅水波的特性。请注意，由于与水底的摩擦和水的粘性，真实的水在与水底相遇的地方振幅较小，但这里我们将把水理想化，使水的粘性可以忽略不计。因此，假设水在任何深度都在同一水平方向上振荡。

即使在浅水波浪的情况下，洗澡的经验表明，水在波浪的波峰处向波浪的方向移动，在波谷处则向相反方向移动。振荡情况如图3（a）所示。在这个图中，箭头代表速度矢量。同样，我们假设波以速度 V 向正确的方向行驶。

如同在[II]中，水的运动是在一个坐标系中考虑的，该坐标系随着表面波的移动而移动。这在图3(b)中得到了说明。这里，每个位置的水的速度是图3(a)中的箭头和速度 V 向左平行移动的叠加。这时，水向左移动，尽管速度因地而异，在水深正好是平均深度 h 的位置A的水流速度为 V ，而在波峰位置B的水流速度为 $(V-v)(<V)$ （关于 v 的含义，见图3(a)）。在下文中，从平均水深测量的水面波峰的高度和波谷的深度用 a 表示。

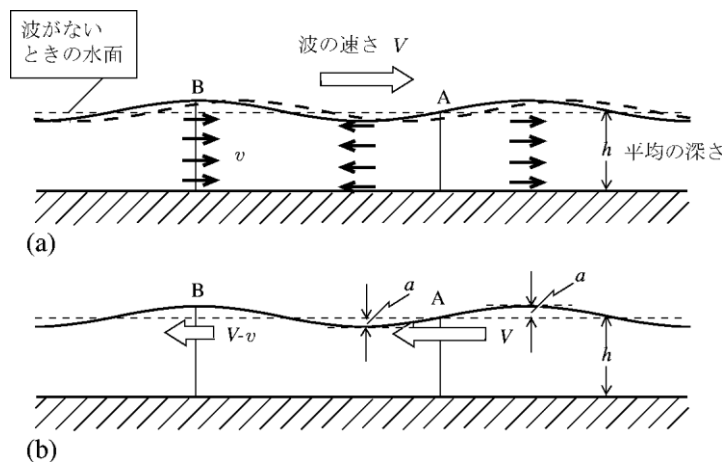


图3:

Q6 由于质量守恒定律，在单位时间内通过图3(b)所示的任何垂直截面的水的数量是相等的。利用这个条件，用位置A的速度 V 和 a 、 h 表示位置B的水的速度（ $V-v$ ）。

Q7 一个质量为 Δm 的小水团沿水面离开A点，经过B点，在B点，产生了一个波。利用大块水的机械能在这两个时间段内相等的事实，找出该波的速度 V 和平均深度 h 之间的关系的方程式。忽略 $(a/h)^2$ ，以及最终结果中的任何高阶项，因为 (a/h) 与1相比足够小。如果为此有必要，可以利用这样的事实： $(1+a)^b \approx 1+ba$ 可以被近似，给定一个与1相比足够小的数字。

Q8 经常观察到的与地震有关的海啸被归类为浅水波，因为其波长与水深相比足够长。有一次，观察到周期为30分钟的海啸。求出在深度为4000米的海里，波长会有多长。计算重力加速度为 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ 。

问题9 当从远处观察海岸线时，可以发现来到岸边的波浪前沿是与海岸线平行的。制作一个合适的海岸线、海岸附近的海床模型，并利用Q7的结果解释为什么会这样。

[四]

到目前为止，我们考虑的是水面附近的水流，但当水流不随深度变化时，如图3所示，我们也可以考虑水底附近的水流能量，得出的结果与之前相同。然而，我们必须利用水压随离水面的深度而变化的事实。

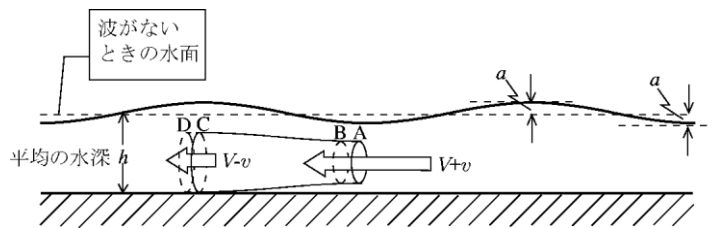


图4:

如图4所示，考虑一个固定在空间的假想管道AC，水在其中流动。但是，A应低于水面波谷的最低点，C应低于水面波山的最高点。假设从静止的、没有波浪的水面测量的山的高度和水槽的深度都是 a 。假设从A进入的水从C流出，没有水从管道的两侧流入或流出。这样一个假设的管道被称为流动管道。

假设在某一时刻，从A处流入的水到达B处，而从C处流出的水到达D处。让A和C处的管道横截面积分别为 S_A 和 S_C ，AB和CD之间的管道长度分别为 l_{AB} 和 l_{CD} 。假设水的密度在任何地方都是均匀的 ρ ，回答下列问题。

Q10 在此期间，A点的水压 P_A 对管道中的水所做的功是什么？另外，在C点的压力 P_C ，对流出管道的水所做的功是什么？

Q11 如果上一题中的功差 W 不为零，那么当AC之间的水在BD之间移动时，它就会作为机械能储存在这个水中。然而，由于BC之间是共同的， W 可以用AB E_{AB} 之间的水的能量和CD E_{CD} 之间的水的能量来写。假设水的密度 ρ 在任何地方都是恒定的，推导出以下公式

$$P_C + \frac{1}{2}\rho(V-v)^2 = P_A + \frac{1}{2}\rho(V+v)^2$$

问题12 用水的密度 ρ 、重力加速度 g 、平均深度 h 和波幅 a 重写 P_A 和 P_C ，问：重新接收7的结果。

上面考虑了水面波的两种典型行为，即深水波和浅水波。在波长较短的波纹的情况下，由于水的表面张力的作用，表面波的速度与深水波得到的值不同。我们最熟悉的自然发生的水波涉及更复杂和困难的问题。

(额外 白)。