学校：________ 姓名：________ 学号：________ 装 订 线

培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（十五）

考试时间：150 分钟　总分 320 分

（参考答案）

1、 各质点速度沿绳方向的速度为 Vxi;

垂直绳的速度为 Vyi;

则有$V_1=V_{x2}$

$V_{xi}\cos\theta-V_{yi}\sin\theta=V_{x(i+1)}$； $i=2、3、4\dots\dots n-1$（2）

沿各绳的冲量为$I_1,I_2,I_3\cdots I_n$

$$\begin{cases}I_i-I_{(i+1)}\cos\theta=mVx_i,i=2、3\dots\dots n\\ I_{(i+1)}\sin\theta=mV_{yi},i=2、3\dots\dots n\\ I_{(n+1)}=0;\end{cases}\quad（3）$$

得$V_{yn}=0$；$V_{yi}-V_{y(i+1)}\cos\theta=mVx_i\sin\theta,i=2、3\dots\dots n-1$；（1）

有$V_{y(i+2)}\cos\theta-2V_{y(i+1)}+Vy_i\cos\theta=0,i=2、3\dots\dots n-2$（1）

$V_{x(i+2)}\cos\theta-2V_{x(i+1)}+Vx_i\cos\theta=0,i=2、3\dots\dots n-2$（1）

解得

$$v_n=\frac{z_1^{n-3}+z_2^{n-3}}{(z_1+z_2)+(z_1-z_2)(z_1^{n-2}-z_2^{n-2})z_1^{n-4}}V\quad n\geq 4;$$

其中$z_1=\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$； $z_2=\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$;$(0\leq\theta<90°)$.（4）

当 n<4 时。

n=1 时，无意义。

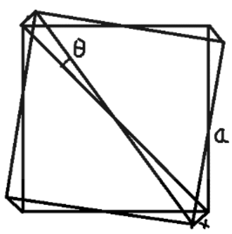
n=2 时，V2=V;（2）

n=3 时，$\begin{cases}V_{x2}=V\\ I_3=mV_{x3}\\ I_3\sin\theta=mV_{y2}\\ V_{x_2}\cos\theta-V_{y2}\sin\theta=Vx3\end{cases}$

得 V3=$\frac{v\cos\theta}{1+\sin^2\theta}$;（3）

2、 如图旋转θ

此时木板到天花板的距离为$h=\sqrt{L^2-x^2}$；（2）



其中$x=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}a\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{2}a\sin\theta$

即$h=\sqrt{L^2-2a^2\sin^2\frac{\theta}{2}}$（2）

重力势能为

E=-mgh=-mg$\sqrt{L^2-2a^2\sin^2\frac{\theta}{2}}$;（3）

绳子长度为

$l=4\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a\cos\frac{\theta}{2}=4a\cos\frac{\theta}{2}$（3）

虚功原理

-Fdl=dE;（3）

得 F=$\frac{mg\,a\cos\frac{\theta}{2}}{2\sqrt{L^2-2a^2\sin^2\frac{\theta}{2}}}$;（2）

3、 (1)框架所受得最大静摩擦力为$f=\mu(M+m)g=5\mu mg$（2）

释放时，框架受力 F=2kx=6μmg > f（2）

开始框架会运动，摩擦力恒为 f,方向向左；

在质心系中

质心存在向左的加速度 a=$\frac{f}{M+m}=\mu g$;（2）

设滑块对框架的相对位移为ΔX

则，他们偏离质心的位移分别为$x_m=\frac{M}{M+m}\Delta X$；$x_M=-\frac{m}{M+m}\Delta X$；（2）

$$F_M=-2k\Delta X-\mu mg-\mu(M+m)g=-\frac{2k(M+m)}{m}\left(x_M+\frac{\mu m^2g}{2k(M+m)}\right)$$

可见 M 做简谐运动

W=$\sqrt{\frac{2k(M+m)}{Mm}}=\sqrt{\frac{5k}{2m}}$;（2）

平衡位置在$x_M=-\frac{\mu m^2g}{2k(M+m)}$处;

振幅为$x_M=-\frac{\mu m^2g}{2k(M+m)}-(-\frac{m}{M+m}x)$;（2）

质心相对桌子的速度为

Vc=-μgt;

有$wA_M\sin wt-\mu gt=0$

解得 wt=1.311（3）

S=$A_M(1-\cos wt)-\frac{1}{2}\mu gt^2=0.125cm$（2）

(2)当 M 相对桌面静止时

$x_M=-\frac{\mu m^2g}{2k(M+m)}-A_M\cos wt=0.6257\frac{\mu mg}{2k}$；（2）

相对位置相聚

$\Delta x=-\frac{M+m}{m}x_M=3.1283\frac{\mu mg}{2k}$（2）

框架受力 F=2kΔX =3.1283μmg < f;

其静止后不会立刻运动。（1）

滑块受力

Fm=-2kΔX

W'=$\sqrt{\frac{2k}{m}}$，设振幅为 Am

则$2\times\frac{1}{2}kA_m^2=2\times\frac{1}{2}kx^2-\mu(M+m)gs$

Am=5.9476$\frac{\mu mg}{2k}$;（1）

使 M 开始运动$\Delta Xc\geq 5\frac{\mu mg}{2k}$；

W'=$\frac{2\pi}{T}$=1.2566rad/s;（1）

即总时间为 t'=$t+\frac{\arcsin\frac{\Delta x}{Am}+\arcsin\frac{\Delta xc}{Am}}{w'}$=2.040s;（1）

4、（1）第一个电容的大小相当于两个球行电容器并联

C1=$2\times 4\pi\varepsilon_0 R=8\pi\varepsilon_0 R$；（3）

第二个电容器的大小

使两球均匀带电量 Q;

电势为 U=$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$;

要使其保持这一电势需在 d1=$R-\frac{R^2}{R+R}=\frac{R}{2}$处放两电量为 Q1=-Q×$\frac{R}{R+R}=-\frac{Q}{2}$的电荷

同理在 d2=R-$\frac{R^2}{R+d1}=\frac{R}{3}$处放两电量为 Q2=-Q1$\times\frac{R}{R+d1}=\frac{Q}{3}$的电荷……

总电荷为 Q 总=2*（Q+Q1+Q2+Q3+……）=2ln 2 Q

电容 C=Q 总/U=$8\pi\varepsilon_0 R\ln 2$;（7）

(2)电容器的电容为 C=$\frac{\varepsilon_0 s}{d}$

所以 d1=$\frac{S}{8\pi R}$；d2=$\frac{S}{8\pi R\ln 2}$；（1）

开始时$\frac{\sigma_1 0}{\varepsilon_0}d1+\frac{\sigma_2 0}{\varepsilon_0}d2=U,\sigma_1 0s=\sigma_2 0s$;

得$\sigma_1 0=\sigma_2 0=\frac{U\varepsilon_0}{d_1+d_2}=\frac{8\pi R U\varepsilon_0\ln 2}{S（1+\ln 2）}$（3）

E=$\frac{\sigma_1-\sigma}{\varepsilon_0}$；$E_1=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$（2）

E=ρj;（1）

所以$\rho j=\frac{\sigma_1-\sigma}{\varepsilon_0}$；

在电路中$E_1(d1-d)+Ed+rI=0(2)$

$\sigma_1 s=\sigma_2 s$; d=d1;

而 j=$\frac{d\sigma}{dt}$;I=$\frac{d\sigma_1 s}{dt}$;(2)

解得 j=$\frac{\sigma_1 0}{\varepsilon_0\rho}\times e^{-\frac{rs+\rho d}{rs\varepsilon_0\rho}t}$;(2)

I=$\frac{d\sigma_1 s}{dt}=\frac{\sigma_1 0d}{\varepsilon_0 rs}\times e^{-\frac{rs+\rho d}{rs\varepsilon_0\rho}t}$;(2)

5、设电流$i = I\cos wt$;

磁通量为$\Phi = kI\pi R^2 \cos\theta\cos\omega t$；(2)

电动势为$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega\, kI\pi R^2 \cos\theta\sin\omega t$;(2)

圆环的电阻为$r_0 = \frac{2\pi R}{\sigma\pi r^2} = 5.4\times 10^{-3}\Omega$;(2)

感应电流$i1 = \frac{\varepsilon}{r_0} = \omega\sigma r^2\, kI\pi R\cos\theta\sin\omega t/2$;(2)

受力 $F=-i1\times B\times\sin\theta\times 2\pi R = -\omega\sigma r^2\, kI\pi^2 R^2\cos\theta\sin\omega t\times kI\sin\theta$;

一个周期的平均受力为 0;

不可能悬浮。(2)

（2）电路方程

$\varepsilon = r_0 i1 + L\frac{di1}{dt}$；(2)

得 $i1=\frac{\omega\, kI\pi R^2\cos\theta\cos(\omega t-\alpha)}{\sqrt{r_0^2+\omega^2L^2}}$;(2)

$$\sin\alpha = \frac{\omega L}{\sqrt{(\omega L)^2 + r_0^2}};$$

受到的力为 $F=-i1\times B\times\sin\theta\times 2\pi R = -\frac{\omega\, k^2I^2\pi R^2\cos\theta\sin\theta\cos(\omega t-\alpha)\cos\omega t}{\sqrt{r_0^2+\omega^2L^2}}\times 2\pi R$；(2)

一周期平均受力$\bar{F} = \frac{\omega\, k^2I^2\pi R^2\cos\theta\sin\theta}{2*\sqrt{r_0^2+\omega^2L^2}}\times 2\pi R\times\cos\alpha=mg$;(2)

得 I=1.37A;(2)

6、设其经过左侧折射后得像点距透镜左端点 u;

要满足提议，从此处经过两次反射后像点还在这里，及

$$\frac{1}{d-u}+\frac{1}{v}=\frac{2}{R};$$

$$\frac{1}{d-v}+\frac{1}{u}=\frac{2}{R};$$ (4)

解得 $u=v=\frac{d\pm\sqrt{d^2-2dR}}{2}$;(2)

所以要满足$d^2-2dR\ge 0$，$d\ge 2R$;(2)

折射有$\frac{1}{x}+\frac{n}{u}=\frac{n-1}{R}$；

$X=\frac{uR}{(n-1)u-nR}$(2)

X 要大于 0；

及$\frac{uR}{(n-1)u-nR}>0$;；

$(n-1)u-nR>0$;(2)

当$u=\dfrac{d-\sqrt{d^2-2dR}}{2}$

$\frac{d-\sqrt{d^2-2dR}}{2}(n-1)-nR>0$;无解；(2)

当$u=\frac{d+\sqrt{d^2-2dR}}{2}$

$\frac{d+\sqrt{d^2-2dR}}{2}(n-1)-nR>0$;(2)

所以$x=\dfrac{\frac{d+\sqrt{d^2-2dR}}{2}R}{(n-1)\frac{d+\sqrt{d^2-2dR}}{2}-nR}$(3)

像点是虚像点。(1)

7、（1）初态，右边为真空，设左边压强为 p1 有

对于左边$N+p1\times 2S=p0\times 2S$

对于右边$N=p0\times S$

得 p1=p0/2;（3）

对于末态，设左边体积变为 VL=mV0;

则高度为$\frac{mV_0}{2S}$,右边高度为$\frac{2V_0}{S}-\frac{mV_0}{2S}$

右边体积为 VR=2V0$-\frac{mV_0}{2}$;

两边压强相等，受力平衡有$p_{L=}p_R=p0$;

由热力学第一定律有;

$n_LC_vT_L+n_RC_vT_R-nC_vT_0=p_0(2V_0-V_L)-p_0(V_R-V_0)$（2）

带入状态方程有

$\frac{C_v}{R}(p_LV_L+p_RV_R-p1*2V_0)=p_0(2V_0-V_L)-p_0(V_R-V_0)$（1）

得 m=-2/5;所以左边活塞已经到底;（2）

从初态到末态有

$nC_vT_R-nC_vT_0=p_02V0-p_0(V_R-V_0)$;（2）

左边活塞到底时，VR=2V0;

解得$p_R=\frac{5}{6}p_0$,温度为 TR=$T_0\frac{\frac{5}{6}P_0\cdot 2V_0}{0.5P_0\cdot 2V_0}=\frac{5}{3}T_0$;（2）

(2) 初态，右边为真空，设左边压强为 p1 有

对于左边$N+p1\times xS=p0\times xS$

对于右边$N=p0\times S$

得 p1=p0*$\frac{x-1}{x}$;平衡需要 x>1（2）

对于末态，设左边体积变为 VL=mV0;

则高度为$\frac{mV_0}{xS}$,右边高度为$\frac{2V_0}{S}-\frac{mV_0}{xS}$

右边体积为 VR=$(2-\frac{m}{x})$V0;

两边压强相等，受力平衡有$p_{L=}p_R=p0$;

由热力学第一定律有；

$n_L C_v T_L + n_R C_v T_R - nC_v T_0 = p_0(xV_0 - V_L) - p_0(V_R - V_0)$（1）

带入状态方程有

$\frac{C_v}{R}(p_L V_L + p_R V_R - p1 * xV_0) = p_0(xV_0 - V_L) - p_0(V_R - V_0)$（1）

$m=\frac{x(5x-11)}{5(x-1)}$；（2）

0<m<x;

X>2.2；（2）

8、（1）玻尔模型

mvr=n$\hbar$;（2）

受力方程；

$\frac{mv^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}$;（2）

联立得

$r=\frac{n^2\hbar^2}{kq^2m}$；（2）

总能量为

$E=-\frac{kq^2}{2r} = -\frac{k^2q^4m}{2n^2\hbar^2}$（2）；

基态和第二激发态的能量差为；

$\Delta E = 2503eV$;（1）

$v = \frac{n\hbar}{mr} = \frac{kq^2}{n\hbar}$（1）

基态速度

$V=\frac{kq^2}{\hbar}=2.18\times 10^6 m/s$（1）

(2)考虑相对论效应。

$m'=m/\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$;（1）

有 m‘vr=n$\hbar$;（1）

$\frac{m'v^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}$;（1）

$v = \frac{kq^2}{n\hbar}$;（1）

$r=\frac{n\hbar}{m'v} = \frac{n^2\hbar^2}{kq^2m}\sqrt{1-(\frac{kq^2}{n\hbar c})^2}$;(2)

基态半径为 $r=2.55\times 10^{-13} m$(1)