

汇智起航 2021 年（寒假）高中物理竞赛复赛-热学

模拟测试卷

试卷满分：480 分

【题 1】（40 分）（光子气体、小孔泄流、斯特藩定律）考虑一个密闭的黑体腔，在腔内会产生均匀的辐射场，辐射场由不同波长的电磁场叠加而成。如果在黑体腔上开一个小口，根据斯特藩-玻尔兹曼定理，单位时间内辐射出的能量和黑体腔的温度四次方成正比，即 $E = \sigma T^4$ ，黑体腔内充满了光子气体，了解其性质需要用到量子力学和电动力学的知识，但是斯特藩-玻尔兹曼定理的证明却只需要基本的热力学知识，本题旨在利用热力学和分子运动论的方法证明斯特藩-玻尔兹曼定理。

（1）利用热力学第二定理证明黑体腔内的能量密度（即单位体积内的光子的能量 u ）为常数（10 分）；

（2）证明小孔处的辐射通量密度（单位面积，单位时间单位面积辐射出的能量） $J_u = \frac{1}{4}cu$ （10 分）；

（3）证明黑体腔内表面受到的光子产生的压强 $p = \frac{1}{3}u$ （10 分）；

（4）热力学可以证明 $\left(\frac{\partial u}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$ ，利用此式，结合前两问，证明 $J_u = AT^4$ ，其中 A 为某常数（10 分）。

【题 2】（40 分）（绝热过程和热力学第一定律）一个氧气瓶的容量为 0.04m^3 ，内盛 $p_1 = 147.1 \times 10^5 \text{Pa}$ 的氧气，其温度与室温相同，即 $t_1 = t_0 = 20^\circ\text{C}$ 。

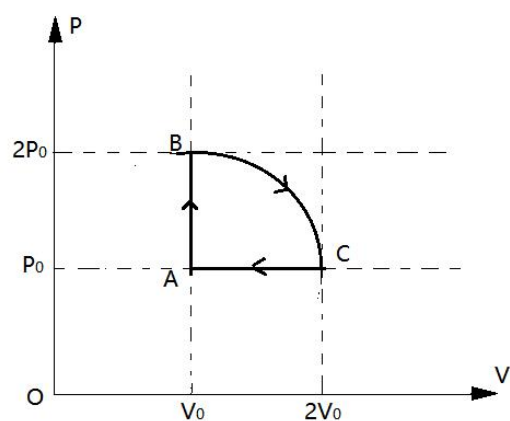
（1）如开启阀门，使压力迅速下降到 $p_2 = 73.55 \times 10^5 \text{Pa}$ ，求此时氧的温度 T_2 和所放出的氧的量 Δn ；（15 分）

（2）阀门关闭后，瓶内氧气经历怎样的变化过程？足够长时间后其温度与压力为多少？（10 分）

（3）如放气极为缓慢，以致瓶内气体与外界随时处于热平衡，当压力下降到相同程度时，所放出的氧气量是多少，和（1）相比是更多还是更少？（15 分）

【题3】(40分) (气体热容的定义) 如图所示是 1mol 单原子理想气体经历的循环过程示意图，循环沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 方向进行。BC 段为圆弧：

- (1) 求 BC 段气体热容与 P, V 的关系；(25分)
- (2) 求循环的效率。(15分)

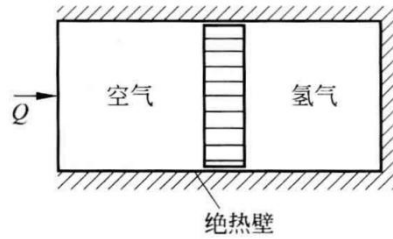


【题 4】（40 分）（理想气体的多方过程）过程方程为 $PV^n = C$ 的过程叫做多方过程，计算：

（1）理想气体经历非等温多方过程温度从 T_1 到 T_2 时，气体的膨胀功和吸热量；（20 分）

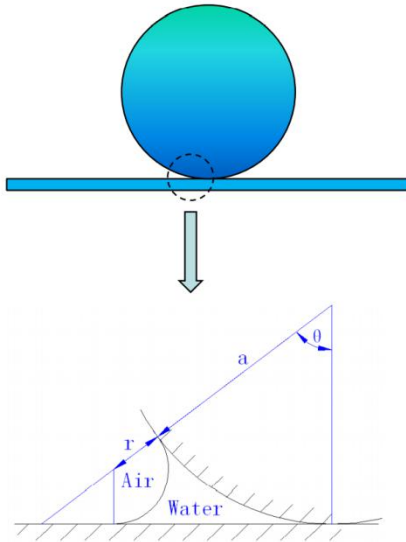
（2）请在 P-V 图上经过同一点 A 画出经过这点的等温线、等压线、等容线和绝热线，这些线将 PV 图分成了若干部分，假设有一过程工质从 A 点升温升温放热至 B，请画出 B 可能的区域。（20 分）

【题 5】(40 分) (绝热方程和热力学第一定律) 如图所示的两室，由活塞隔开。开始时两室的体积均为 0.1m^3 ，分别储存有空气和氢气，压力均为 $0.9807 \times 10^5 \text{Pa}$ ，温度均为 15°C ，若对空气侧壁加热，直到两室内气体压力升高到 $1.9614 \times 10^5 \text{Pa}$ 为止，求空气终温及外界加入的 Q ，已知空气的比热为 $C_v = 715.94 \text{J}/(\text{Kg} \cdot \text{K})$ ，氢气的绝热多方系数为 $\gamma = 1.41$ ，活塞不导热，且与气缸间无摩擦。



【题 6】（40 分）（表面张力）

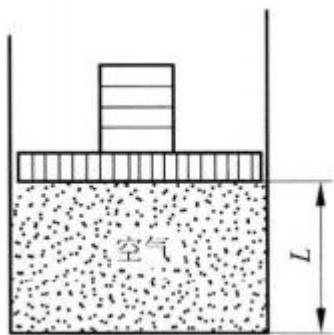
半径为 a 的球静止地放在平板上，接触点周围有一滴液体形成一块凹镜，其直径远小于 a 液体同球面和平板面的接触角均为零度，计算作用在球上的吸附力（提示：结果为 $A\gamma a$ ），其中 γ 为液体-空气表面张力系数, A 为待定常数。



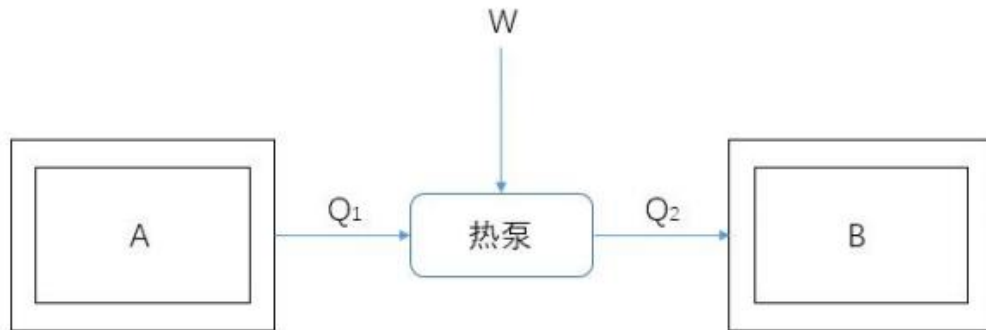
【题 7】（理想气体状态方程、热力学第一定律）

（1）如图所示的气缸内充以空气，气缸截面积为 100cm^2 ，活塞距底面高度为 10cm ，活塞及其上负载的总质量为 195kg ，当地大气压为 771mmHg ，环境温度 $t_0 = 27^\circ\text{C}$ ，气缸内气体恰与外界处于热平衡。倘若把活塞上的负载取去 100kg ，活塞将突然上升，最后重新达到热平衡，设活塞与气缸壁之间无摩擦，气体可通过气缸壁充分和外界换热，求活塞上升的距离和气体的换热量；（15 分）

（2）若气缸壁和活塞都是绝热的，但两者之间不存在摩擦，此时活塞上升的距离如何？气体的最终状态又如何？取空气的定压摩尔热容为 $2.5R$ （25 分）



【题 8】（卡诺热机、制冷循环）两个刚性容器 A、B 内各自均装有 10kg、1000 K、500 kPa 的氮气，容器与环境介质无热交换。现有热泵在 A、B 间工作，使 A 升温、B 降温，直至 A 升高到 1500 K。则求此可逆过程后 A、B 内的温度压力以及输入热泵的功。氮气 $C_v = 2.5R$ 。



【题 9】（熵的微观解释）晶体含有 N 个原子，原子在晶体中的正常位置如图中的○所示，当原子离开正常位置而占据图中×位置时，晶体中就出现空位和间隙原子，晶体的这种缺陷称为 Frenkel 缺陷。我们可以利用玻尔兹曼关系式 $S = k \ln \Omega$ ，来计算晶体的熵，其中 Ω 为系统对应的微观状态数，例如一个分子位于一个有两个小房间的空间中，它可能出现在房间 1 或者 2，则 $\Omega = 2$ ，当然在进行多个粒子的计算时，我们需要考虑不同分子是无法区分的。

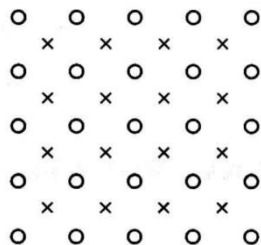
（1）假设正常位置和间隙位置都是 N ，试证明由于在晶体中形成 n 个空位和间隙原子而具有的熵等于：

$$S = 2k \ln \left(\frac{N!}{n!(N-n)!} \right) \quad (15 \text{ 分})$$

（2）设原子在间隙位置和正常位置的能量差为 u ，试由自由能 $F = nu - Ts$ 为极小证明，温度为 T 时，空位和间隙原子数为：

$$n \approx N e^{-\frac{u}{2kT}} \quad (\text{设 } n \ll N) \quad (25 \text{ 分})$$

附：可能会用到的公式：斯特灵公式 $\ln N! \approx N \ln N - N \quad (N \gg 1)$



【题 10】（玻尔兹曼分布）考虑等温大气模型，温度为 T ，由于重力的存在会导致不同高度的分子数密度和压强不同。假设大气分子为理想气体，单个分子质量为 m ，地表处的数密度为 n_0 ，

（1）求距离地表 h 处的分子数密度 n 。由于我们考虑的高度变化范围比较小，因此可以认为重力系数 g 为恒值。（20 分）

（2）考虑一段放在地球表面的高度为 H 的气体柱，存在重力的气体分子总势能和不存在分子时的总势能的比值为多少。（20 分）

【题 11】（热力学第一定律和第二定律）

- (1) 考虑质量为 m 的水，其比热容为常数 c ，考虑温度由 T_1 上升到 T_2 时的水的熵的变化 ΔS .
(10 分)
- (2) 假设有一个商家声称自己生产了一种这样的装置，无需提供电力，输入温度为 $1Kg$ 的 $50^\circ C$ 的水即可获得 $0.5Kg$ 的温度为 $80^\circ C$ 的热水和 $0.5Kg$ 温度为 $15^\circ C$ 的冷水，机器工作的环境温度为 $20^\circ C$ 。从热力学角度判断这样的机器是否可能存在并说明理由。(30 分)

【题 12】（开口系和闭口系的热力学第一定律）

（1）有一储气罐，设其内部为真空，现连接于输气管道进行充气。已知输气管内气体状态始终保持稳定，单位质量的焓为 h ($h = u + pv$, v 为单位质量体积)。若经过 t 时间充气后，储气罐内气体的质量为 m ，求罐内气体的单位质量内能为 u' 。如忽略充气过程中宏观动能即重力势能的影响，而且认为管路和储气罐是绝热的。（20 分）

（2）若储气罐中原有的气体质量为 m_0 ，单位质量内能为 u_0 。经 t 时间充气后储气罐内气体质量为 m ，求现在单位质量内能 u' 。（20 分）