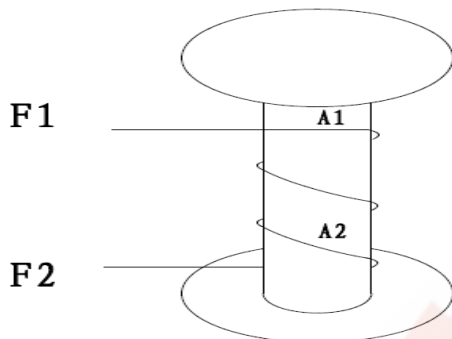


培尖教育 2018 年学科竞赛夏令营物理模拟卷（一）

考试时间：150 分钟 总分 320 分

（请在答题卷上作答）

1 固定转轴放在水平桌面上，缠绕的绳子对应的圆周角为 θ ，绳子线密度为 λ ，拽动绳子使绳子沿着固定转轴转动（绳子近似视为圆形缠绕），线轴半径为 r ，在 A_1 端施力 F_1 ，在 A_2 端施力 F_2 （ $F_1 > F_2$ ， A_1 、 A_2 为绳子与线轴切点），绳子从静止开始以 β 的角加速度转动，求初始时刻 F_1 、 F_2 的关系。



题 1-1

2 (1) 若行星轨道为椭圆，恒星位于椭圆中心，万有引力表达式 $F = GMm/r^\alpha$ ，试证明 $\alpha = 1$ 的充分性和必然性。

(2) 若行星轨迹为椭圆，恒星位于椭圆焦点，万有引力表达式 $F = GMm/r^\alpha$ ，试证明 $\alpha = -2$ 的必然性。

（充分性即 α 取值条件满足则行星轨道唯一，必然性即行星轨道条件满足则 α 必然对应此值）

3 相对论情形下弹簧劲度系数：

(1) 地系中，弹簧劲度系数为 k ，弹簧沿 x 轴放置，求在以 v 沿 x 轴正向移动的 s' 系中弹簧的劲度系数

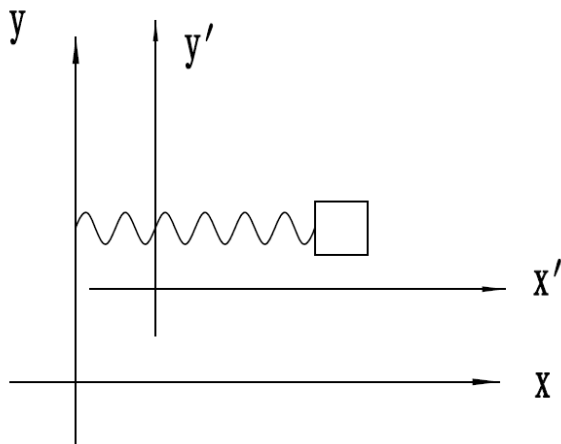
(2) 地系中，弹簧劲度系数为 k ，弹簧沿 y 轴放置，求在以 v 沿 x 轴正向移动的 s' 系中弹簧的劲度系数

(3) 由上述两个特例检验杨氏模量是否为换系不变量

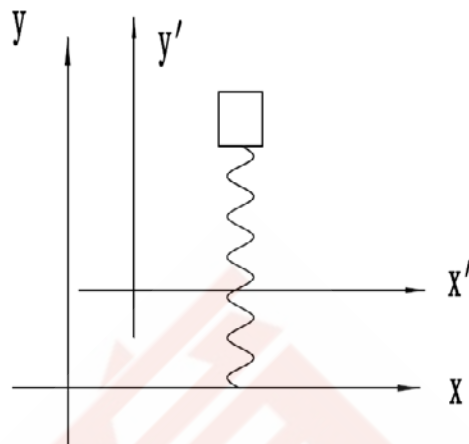
$$F_x' = \frac{Fx - uF/c}{1 - uv/c^2}$$

$$F_y' = \frac{Fy\sqrt{1-\beta^2}}{1 - uv/c^2}$$

$$\text{杨氏模量 } E = \frac{kL}{S}$$

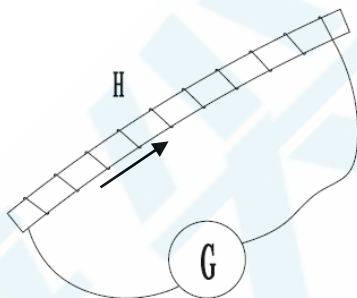


题 3-1



题 3-2

4 类比电势 $\varepsilon = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, 磁势降 $\varepsilon_m = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$, 磁场强 \mathbf{H} 与磁感应强度 \mathbf{B} 满足 $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, 撤去磁场 \mathbf{H} , 流过灵敏电流计总电荷 q , 截面积记为 S , 单位长有 n 匝导线 (内部为弱磁性材料近似视为 $\mu = \mu_0$, 并近似有长度方向与截面方向相垂直, \mathbf{H} 沿长度方向), 电路总电阻记为 R , 求初始电路磁势降 $\varepsilon_m = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ 。

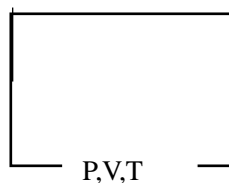
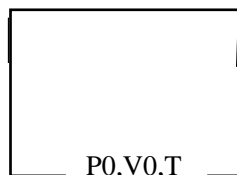


题 4-1

5 (1) 火箭质量为 m_0 , 以 v_0 , 相对速度向外喷出气体加速, 当质量减为 m 时, 求火箭速率 (在狭义相对论框架内计算)

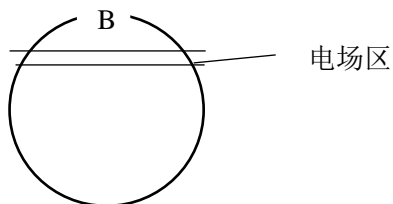
(2) 以 v_0 速率竖直下抛一个物体, 落至地面时速度为 v_1 , 空气阻力 $f = -kv^2$, 求所用时间

6 理想气体摩尔热容为 $3R$, 气缸内气体压强为 P_0 , 体积为 V_0 , 温度为 T_0 活塞截面积为 S , 与气缸光滑接触且不漏气, 外界大气压为 P_0 , 活塞轻质, 气缸绝热, 在气缸顶部活塞上缓慢加上质量为 m 的沙子, 气缸绝热, 求加入沙子后气缸微小振动频率。



7 环形粒子加速器中，粒子质量均为 m ，粒子带电量均为 q ，每次过电场区时加速电压均为 U ，磁场区磁感应强度为 B ，入射速度为 V_0 。

- (1) 考虑相对论效应，求加速 n 次后的粒子运动半径
- (2) 不考虑相对论效应，试证明加速 i 次与加速 $i+1$ 次后半径平方差为一常量，并求此常量。
- (3) 考虑相对论效应，若加速器半径为 R ，求粒子最大出射速率。



8 (1) 想象电子为一经典的圆球，使电子静电能和引力势能之和小于质能，求电子最小半径（电子质量 m_e ，元电荷 e ，静电力常量 k ，万有引力常量 G ）

(2) 康普顿散射时，光子以频率 ν_0 射入，求光子出射方向与入射方向夹角 α 与出射频率 ν 的关系，并写出电子最大出射速度（电子最大出射速度不必证明，直接计算写出即可）