

金石为开2020年暑假物理刷题模拟测试一

T1-倒下的烟囱 (40 分)

当我们看见烟囱被定向爆破然后倒下的时候, 我们不禁要去想, 烟囱在砸到地面前先在哪个位置发生断裂?

下面我们建立一个模型来分析此问题。我们将烟囱处理为内外半径分别为 r, R 的、极限形变量很小的、几乎是刚性的匀质圆筒, 高度为 h , 总质量为 m , 杨氏模量为 E 。已知重力加速度的大小为 g 。从烟囱底部向上沿着烟囱建立一维坐标 x

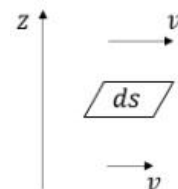
- (1) 某时刻烟囱和竖直方向夹角为 θ , 求切向力的分布 $T(x)$? (10 分)
- (2) 由于扭力矩的存在, 烟囱略有弯曲, 求烟囱和竖直方向夹角为 θ 时烟囱曲率半径的分布 $\rho(x)$? (16 分)
- (3) 已知烟囱的断裂主要和扭力矩有关, 且烟囱在坐标为 x_0 处最先折断, 求 $\frac{x_0}{h}$? (14 分)

T2-带电液体的流动 (40 分)

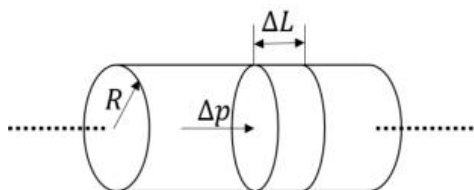
考查某种真实存在的液体时，我们需要考虑液体粘性的作用。如果液体相互接触的各部分之间存在相对滑动，则会出现阻碍相对滑动的摩擦力，即粘性力。牛顿粘性定律：设流体沿图示层流，而且有 $v = v(z)$ 的流速分布，取流体中垂直于 z 轴的小面元 ds ，面元上下的两部分流体之间粘性力大小为

$$df = -\eta \frac{dv}{dz} ds$$

其中 η 为液体的粘滞系数



- (1) 有一段很长的半径为 R 的水平管道，内有黏度为 η 的液体流动。已知管道长 ΔL ，两端压强差为 Δp ，求出管道内液体流速沿半径 r 的分布，以及液体的流量 Q ，并回答提高流量时增加压强差相对有效还是增加管的半径相对有效？(18 分)
- (2) 现在我们让液体带上电，假设上述液体为不带电不导电的中性液体，现在液体中掺入一些单个电荷量为 q 的带电粒子。达到稳态时，这些粒子随液体一同流动。求带电粒子数密度随半径 r 的分布 $n(r)$ ？(已知 $r=0$ 处带电粒子数密度为 n_0) (22 分)



T3-杨氏干涉衬比度 (50 分)

我们来讨论一个随机干涉场的问题，设想杨氏双缝干涉实验中的双孔，即两个相干点光源的间距 d 做无规则的颤动，成为一随机量 $d = d_0 + \Delta$ 其中 d_0 是一个常量，且满足 $\bar{d} = d_0$ （表示 d 的平均值），有 $d_0 \gg |\Delta| \gg \lambda$ ，其中 λ 为光波波长。假设这个无规颤动的周期远小于探测器的响应的时间。屏幕距离双孔为 D ， Δ 的取值的概率分布函数 $f(\Delta)$ 服从某一统计分布律

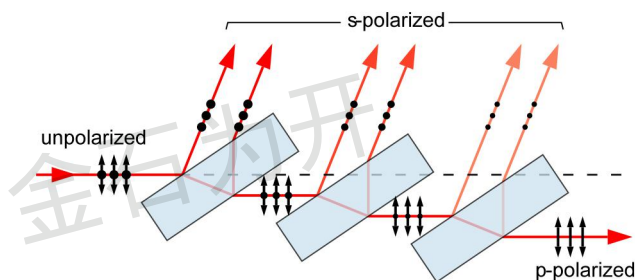
$$(1) \quad \text{若 } f(\Delta) \text{ 满足方垒型分布, 即 } f(\Delta) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_0}, & (|\Delta| \leq \frac{\Delta_0}{2}) \\ 0, & (|\Delta| > \frac{\Delta_0}{2}) \end{cases}, \text{ 求出衬比度随着与屏幕中心 } x \text{ 的函数关系}$$

$\gamma(x)$? (22 分)

- (2) 若 $f(\Delta)$ 满足高斯线型分布, 即 $f(\Delta) \propto e^{-\alpha\Delta^2}$, 求出衬比度随着与屏幕中心距离 x 的函数关系 $\gamma(x)$, 并定性的描绘出所观测到的平均干涉强度曲线 $I(x)$ (28 分)

注：(2) 问为研究散射光场提供了一个简化模型和基本图像，就大量微粒对光的散射而言，虽然这些散射点源是相干的，但是他们之间的间距因无规热运动而作随机变化，这导致散射光场是一个部分相干场。

T4-玻片堆起偏器 (30 分)



起偏器 (Polarizer) 有这样两种主要的类型：1. 吸收型偏振器，2. 分束型偏振器。如图所示，玻片堆起偏器利用菲涅尔反射的透射率和折射率，不断地反射 s 光（电矢量垂直于如图平面），于是透射光的主要分量为 p 偏振光（电矢量平行于如图平面）。玻片堆起偏器一般工作在玻璃与空气界面的布鲁斯特角。不过使用大于布鲁斯特角的入射角会产生更高的偏振度的透射光束，但会降低整体透射率。

布鲁斯特角 i_B 指的是 p 光反射率为 0 的时候光束的入射角，从 n_1 介质射向 n_2 介质的 p 光和 s 光的反射率以及透射率由以下的菲涅尔公式给出：

$$\begin{cases} \tilde{r}_p = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \\ \tilde{r}_s = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \\ \tilde{t}_p = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \\ \tilde{t}_s = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \end{cases}$$

现有一个工作在布鲁斯特角的玻片堆，由 8 片玻璃组成，每片折射率均为 1.5，空气折射率为 1，求出射光的偏振度？简述玻片堆起偏器相对于普通偏振片的优点 (30 分)

T5-空中的带电肥皂泡 (50 分)

有一球形肥皂泡, 内部空气密度 ρ_i , 温度 T_i , 周围大气密度 ρ_a , 压强 p_a , 温度 T_a 。肥皂泡表面张力系数 γ , 半径为 R_0 , 厚度为 t , 肥皂水密度 ρ_s , 假定肥皂泡的表面张力系数不随温度变化 (虽然我们知道是会变的), 而且半径远大于厚度。

- (1) 肥皂泡刚形成的时候, 内部气体的温度比较高。求能够使肥皂泡悬浮在空气中的内部空气温度? (17 分) ($T_a = 300K$, $\rho_s = 1000kg/m^3$, $\rho_a = 1.30kg/m^3$, $t = 100nm$, $\gamma = 0.0250N/m$, $R_0 = 1.00cm$, $p_a = 1.103 \times 10^5 N/m^2$, $g = 9.80m/s^2$)
- (2) 肥皂泡形成一段时间后, 与周围环境达到热平衡, 这时候有一个上升气流使得肥皂泡悬浮在空气中, 斯托克斯气体粘滞力公式 $F = 6\pi\eta R_0 u$ (在此公式中忽略了肥皂泡半径的微小变化), 其中 u 为上升气流速率, 求 u 的值? (15 分) ($\eta = 1.8 \times 10^{-5} kgm^{-1}s^{-1}$)
- (3) 假设肥皂泡均匀带电量为 q , 气体与外界达到热平衡后, 求肥皂泡新的半径 R_1 满足的方程? (8 分)
- (4) 假设由于带电肥皂泡半径改变量很小, 忽略肥皂泡表面张力的影响, 且此时肥皂泡能够悬浮在空气中, 求带电量 q 并求出数值。($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$) (10 分)

T6-受到恒力的小球轨迹 (30 分)

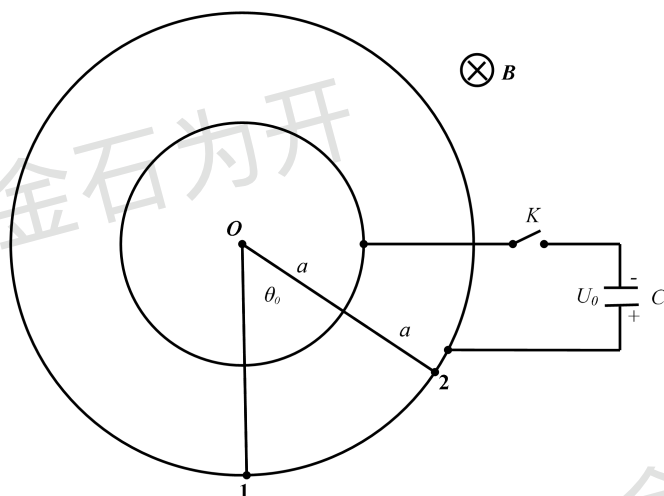
有一个静质量为 m_0 的小球, 初始状态下有沿 x 方向的速度 v_0 并在经过坐标原点的时候开始受到沿 y 方向的

恒力 F_0 (在地面系中看)。记 $\beta_0 = \frac{v_0}{c}$

(1) 若小球初速度很小, 忽略相对论效应, 求小球的轨迹方程 $y(x)$ (6 分)

(2) 考虑相对论效应, 求小球的轨迹方程 $y(x)$ (24 分)

T7-磁场中旋转的导体棒 (40 分)



如上图，两个半径分别为 a 和 $2a$ 的导体圆环（圆环的电阻可忽略）同心地固定在一个水平面中，并处于一个与环面垂直、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场中。两根长度均为 $2a$ ，单位长度电阻为 r ，质量分别为 m_1 和 m_2 （满足 $m_1 < m_2$ ）的匀质金属棒可以绕圆心在平面内无摩擦转动。两金属棒在圆心 O 点保持良好的电接触，金属棒与圆环之间也保持良好的电接触。现在我们把一个电容为 C 的电容器充电到电压为 U_0 ，然后通过一个开关 K 与两个圆环相连。开始时，开关 K 断开，两金属棒静止，他们之间的夹角为 θ_0 ，然后闭合开关 K 。假设之后的运动过程中两金属棒不会相互跨越。

- (1) 两个金属棒达到稳态的时候角速度的大小？（18 分）
- (2) 整个过程中电路消耗了多少焦耳热？（6 分）
- (3) 为了保证两个金属棒不会相互跨越，电容器的初始电压需要满足什么条件？（16 分）

T8-太空中悬挂的绳子 (40 分)

如图是一条挂在太空中的匀质绳子。在地球的赤道上两处立起垂直于地面的刚性柱子，在两根柱子的顶端之间连接一条质量线密度为 λ 的绳子。地球的半径为 R ，地表重力加速度为 g ，忽略地球的自转。如果在

绳子受力平衡时，绳子最低点距离地心为 r_0 ，而且，在此处绳子上的张力为 $T_0 = \frac{2\lambda g R^2}{r_0}$ 。

(1) 求绳子的形状 $r(\theta)$ ？极坐标表述，极轴经过绳子最低点 (30 分)

(2) 若绳子上最大拉力为 T_1 ，求两根刚性柱子的夹角 φ_c ？ (10 分)

