**培尖教育2018年学科竞赛夏令营物理模拟卷（十六）**

**考试时间：150分钟 总分：320分**

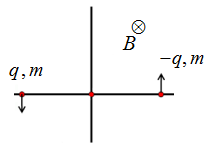
题一.（40分）

平面内有一对质量均为，带电量分别为、的粒子，已知真空介电常数，

1. 两粒子间距为，相互绕行做圆周运动，求角速度大小；

现对两粒子组成的系统施加力偶矩，使角速度保持不变，并加范围无限大的垂直平面向内的匀强磁场，

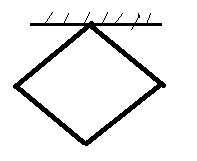
1. 求两粒子组成的系统的质心的运动轨迹（可用参数方程表达）；
2. 将磁场区域缩小至以两粒子连线为直径的圆，移动磁场，使磁场区域中心始终为两粒子组成的系统的质心，足够大以至可以忽略磁场整体平移导致的感生电场，磁感应强度缓慢地、均匀地减小至零（系统做圆周运动一周期，磁感应强度几乎没有变化），减小率为，磁感应强度减小导致的感生电场不可忽略，已知磁感应强度减小至零经过的时间，其中为一很大的正整数，试求两粒子组成的系统的质心的终极速度。



题二.（40分）

在竖直平面内，重力加速度为，四根长度均为、质量均为的匀质细杆通过四个光滑铰链连接，其中一铰链固定在天花板上。初始时刻，四根细杆均处于水平状态，将系统由静止释放，当相邻两根细杆互相垂直时，求：

1. 最右方、最下方铰链的速度大小；
2. 最右方、最下方铰链处两边细杆的相互作用力大小。



题三.（40分）

对于比太阳重的天体，光子辐射压强变得很重要，使得星体不稳定。这意味着稳定的星体有一个质量上限。某星球由质子气、电子气构成，当达到质量上限时，光子辐射压强等于气体动压强的三分之一。已知万有引力常量、玻尔兹曼常数、斯忒潘常数、真空中的光速、质子电子的平均质量。根据热力学第二定律可得光子气的能量密度，其中为光子气的温度。试由位力定理估算该星球的质量上限。

位力定理：粒子在万有引力势场中运动，则粒子对一个周期的平均势能是平均动能的两倍。

题四.（40分）

有一种黑科技武器叫做阳电子破城炮。但根据电荷守恒的原理，使用这种武器的机体内部必然积累大量负电荷。假设现成功地将带负电的副产物收集在一个半径为的球形容器中。副产物是一群粒子，共个，每个粒子的电荷量为、质量为。假设全空间温度处处相等且恒定不变为。玻尔兹曼常数、真空介电常数。

1. 粒子数密度分布函数满足的微分方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；
2. 若粒子电荷量很小，满足，可近似认为是二次函数，其中是小量，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

题五.（40分）

一个经典的问题是：带电粒子在相互正交的匀强电场、匀强磁场中由静止释放，求运动轨迹。解决此问题常用的方法是，换参考系，运用伽利略变换消掉电场，在新参考系下写出运动轨迹，然后换回实验室系。

1. 在平面直角坐标系中，存在范围足够大的沿轴负方向的匀强电场、垂直坐标平面向内的匀强磁场，时间时刻一质量为、带电量为的粒子于坐标原点处由静止释放，不考虑相对论效应，求粒子的运动轨迹（用关于时间的参数方程表达），并说明是一条摆线（滚轮线）。
2. 考虑狭义相对论效应，改设为粒子的静质量，那么随着、的比值在不同范围内取值，粒子的运动轨迹将会出现多种形式。真空中的光速为。当时，求粒子的运动轨迹。

题六.（40分）

多节链的热力学过程（分子链化合物）

1. 考虑一维无规则行走，物体从原点出发，每次走一步，步长为，共走了步，最终停在坐标为的位置，求走法的种数；
2. 已知，证明上一问所求结果取近似后为的高斯分布；

参考数学知识：当正整数很大时，有

1. 讨论在空间直角坐标架下的三维节链，每节长度为，链的总长度为。所有状

态的个数满足。玻尔兹曼熵的定义式为



其中为玻尔兹曼常数，试导出该三维节链的熵值与、的关系式；

1. 计算此链的吉布斯自由能及维持此链所需提供的外界拉力。

题七.（40分）

我们常说光在介质中传播的速度不等于真空中的光速，实质上这指的是“相速度”，而电磁波场的传播速度仍然为真空中的光速。

考虑简单的一维情况，有一波动方程为的平面电磁波入射介质，介质是由沿一维直线排列的原子晶格组成的，相邻原子间隙为。原子能将一部分光散射、一部分光透射，散射波的振幅与入射波的振幅之比为，透射波为。不考虑散射波反向传播的情况。

1. 求散射波相对透射波的相位差；
2. 若该介质对这束光的折射率为，试导出与的关系式；
3. 试论证为什么不考虑反向传播的情况。

题八.（40分）

杨利伟在乘坐神舟5号上天时感到身体不适，事后查明原因是人体与火箭振动形成共振。为避免共振伤害航天员，需测定人体的固有频率，采用如下方法：敲击单自由度振动试验台，测出其振动的固有频率为6.1Hz；人站在试验台上，再次敲击试验台，测出人与试验台联动系统的固有频率为5.2Hz和7.3Hz。求人体的固有频率。