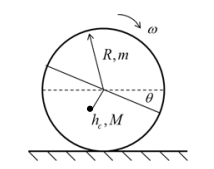
第35届全国物理奥赛复赛理论考试模拟试题(2)

题一.（40分）

足够粗糙的水平地面上有一质量为、半径为的均匀薄壁圆筒，圆筒内部放有一质量为、半径也为的均匀半圆柱刚体，半圆柱与圆筒之间光滑接触。初态系统静止，半圆柱平面相对于水平面有微小角度的偏转。已知重力加速度。

1. 若圆筒被锁定，求半圆柱做周期性转动的频率；

（2）若圆筒自由，求半圆柱做周期性转动的频率。



题二.（40分）

2016年初，美国LiGO科研团队宣布激光干涉装置成功地探测到了来自13亿光年之外的两颗黑洞融合释放的引力波，阿尔伯特爱因斯坦的百年预言终得以验证。引力波是时空的涟漪，影响着天体的运动。本题每一问均为填空题，只填结果即可

**Part A.牛顿力学框架下天体的运动规律**

质量为的行星围绕质量为的恒星运动，由于，故可认为恒星保持不动。已知万有引力常量。

A1.若行星的轨迹是正圆，半径为，求行星的运动周期。用、、表达

A2.若行星的轨迹是椭圆，半长轴为，求行星的运动周期。用、、表达

A3.若去掉这一条件，需要考虑恒星的运动，行星与恒星间的最大距离为，最小距离为，求系统的运动周期。用、、、、表达

A4.在上一问的条件下，求系统对质心的角动量。用、、、、表达

A5.接上一问，求系统的能量（机械能）。用、、、、表达

**Part B.引力波辐射对天体轨道的影响**

两颗质量均为的星体绕其静止的质心做圆周运动，初态两颗星体的间距为。由于引力波辐射，将会导致两颗星体越来越近，最后相撞。在这个过程中，两颗星的运动轨道始终保持为正圆。已知引力波辐射功率表达式为，其中为一非常小的常数，为真空中的光速，为普朗克常量。

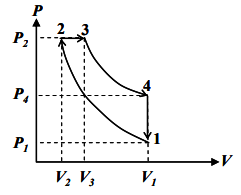
B1.求该双星系统的运动周期变化需要经过的时间。用，，，,表达

B2.估算从初态到最后两颗星体相撞经历的时间。用，，，,表达

B3.因太空尘埃的扰动，两颗星体绕其静止质心的轨道变为近圆轨道，初始时刻，偏心率均为＜＜1，通径长度均为，考虑到两颗星体的引力波辐射，系统的运动周期记为（缓变量），试求经过一段已知时间（＞＞）后系统的运动周期，计算结果精确到关于的二阶小量。已知由于非常小，这段时间内两颗星体平均间距的变化量远小于轨道焦距的初值，注意轨道的偏心率会发生变化。用、、、、、、表达

题三.（40分）

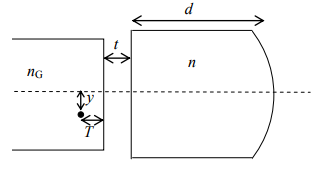
如图所示，是一个单原子分子理想气体的Diesel循环。循环中的每个过程都是准静态的。两段曲线均表达可逆绝热过程。记，，求循环效率。



题四.（40分）

如图所示，一点光源在玻璃内，与光轴的距离为，与玻璃平面的距离为。玻璃的折射率为。一透明塑料平凸透镜折射率为，厚度为，凸面的曲率半径为，与玻璃的距离为。

1. 点光源发出的光经过透镜后成为平行光束，求题给各参数间应满足的条件；
2. 求上一问中的平行光束与光轴的夹角；
3. 若发生微小变化，发生微小变化，求上一问中的平行光束与光轴的夹角的变化量。



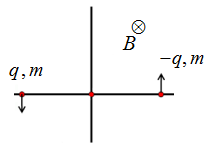
题五.（40分）

平面内有一对质量均为，带电量分别为、的粒子，已知真空介电常数，

1. 两粒子间距为，相互绕行做圆周运动，求角速度大小；

现对两粒子组成的系统施加力偶矩，使角速度保持不变，并加范围无限大的垂直平面向内的匀强磁场，

1. 求两粒子组成的系统的质心的运动轨迹（可用参数方程表达）；
2. 将磁场区域缩小至以两粒子连线为直径的圆，移动磁场，使磁场区域中心始终为两粒子组成的系统的质心，足够大以至可以忽略磁场整体平移导致的感生电场，磁感应强度缓慢地、均匀地减小至零（系统做圆周运动一周期，磁感应强度几乎没有变化），减小率为，磁感应强度减小导致的感生电场不可忽略，已知磁感应强度减小至零经过的时间，其中为一很大的正整数，试求两粒子组成的系统的质心的终极速度。



题六.（40分）

一电磁波在非磁性导电介质中沿方向传播。介质的电导率为，介电常数为。电磁波的电场为，其中。

1. 求电磁波的磁场表达式；
2. 求电磁波输送给单位体积介质的平均能量；
3. 求单位体积的介质以焦耳热形式经过一个周期的时间平均的能量消耗。

题七.（40分）

对于比太阳重的天体，光子辐射压强变得很重要，使得星体不稳定。这意味着稳定的星体有一个质量上限。某星球由质子气、电子气构成，当达到质量上限时，光子辐射压强等于气体动压强的三分之一。已知万有引力常量、玻尔兹曼常数、斯忒潘常数、真空中的光速、质子电子的平均质量。根据热力学第二定律可得光子气的能量密度，其中为光子气的温度。

(1)证明光子气压强是其能量密度的三分之一

(2) 已知由位力定理、理想气体状态方程、能量按自由度均分定理得

即，U为系统的势能

试估算该星球的质量上限。

题八(40分)

一长直气缸竖直放置于重力场中。气缸内装有单原子分子理想气体，总分子数为，每个分子的质量为。平衡态时系统温度均匀分布。考虑玻尔兹曼分布，玻尔兹曼常数为，重力加速度为。活塞可无摩擦地上下滑动，活塞质量引起的附加压强远大于外界大气压。求系统的定压热容量与温度的关系。