# 二、晶体与双折射（60分）

晶体的特殊空间对称性将对晶体介质的介电性质、光学性质带来一些限制，双折射现象便是这一限制带来的物理现象的典例。

## 1.介电张量与波片制备

光的本质是电磁波，研究介质的光学性质可从其电磁学性质入手。对于各向同性的介质，我们有。但对于一般的晶体，其介电性质满足更复杂的线性关系：

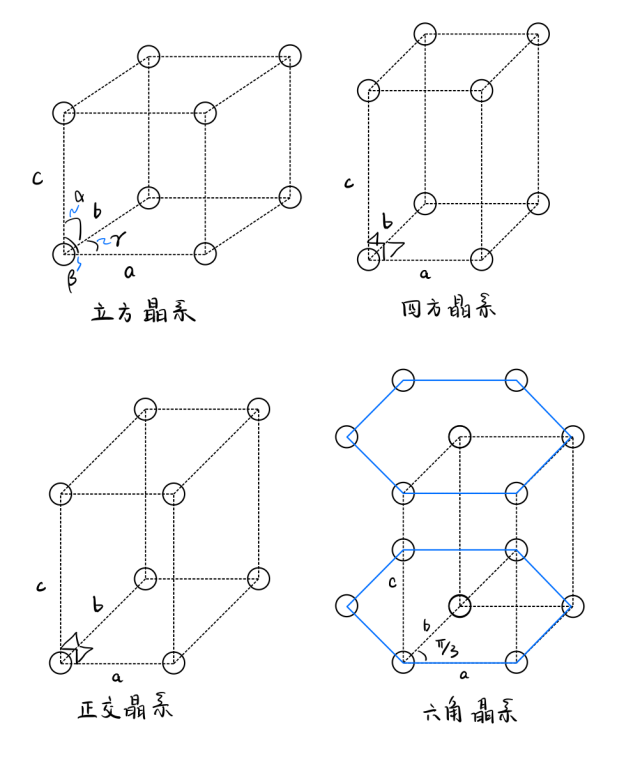
其中1、2、3分别代表为x,y,z三个方向的分量，代表了分量对分量的响应上式可写为矩阵形式

此的矩阵反映了全部的介电性质，称此矩阵为介电张量。原先一个数的标量相当于的对角矩阵特例。

(i)我们现将模型简化，设介电张量是对角的，即只有不为0，则相当于x,y,z方向有不同的介电常数。对于这样的晶体，我们令线偏振光从x,y,z方向射入，电场振幅方向分别为y,z,x方向，假设介质的相对磁导率，求这三束光在此晶体中的速度、等效折射率。不同方向传播速度不同正是导致双折射现象产生的原因。

(ii)双折射晶体常用于制备波片，改变光的偏振特性。现在我们将令线偏振光沿z方向射入，其电场振幅在+x,+y方向的分量相同。介电张量仍为对角的，求该晶体在z方向的厚度分别为多少时，出射光为右旋圆偏振光、线偏振光、左旋圆偏振光？

## 2.不同晶系的对称性

晶体可以视为由可重复的平行六面体堆砌而成，晶体原子位于六面体的顶点上，形成3维点阵（称为晶系）。

平行六面体的对称性将影响点阵的对称性。此处我们仅考虑点阵的旋转对称性并将晶体原子视为点粒子。

对于立方晶系，我们发现将整体绕x,y,z轴顺时针转后，整个点阵与自身重合，则一根旋转轴和一个旋转角度（此处取最小者）确定一种旋转对称性。

(i)请写出立方晶系（）绕x,y,z轴表征其旋转对称性的特征角度；

(ii)请写出更一般的四方晶系（），正交晶系（a,b,c互不相等）相应的特征角度；

(iii)请写出六角晶系（）相应的特征角度；

## 3.不同晶系的介电张量与双折射性质

上节中我们讨论的旋转对称性将对晶系的介电张量产生一定限制。以立方晶系为例，绕x轴顺时针旋转，这相当于坐标变换

一方面由原先的介电性质，即，可得在新的坐标系下应有

又由于旋转后，晶体本身与自身重合，介电性质完全相同，应有

便得到了。

（i）仿照上述操作，试简化立方晶体的介电张量的形式，并说明最多有几个独立分量。

（ii）试简化更一般的四方晶系、正交晶系的介电张量的形式，并说明最多有几个独立分量。

（iii）试简化六角晶系的介电张量的形式，并说明最多有几个独立分量。

# 二、晶体与双折射（60分）

晶体的特殊空间对称性将对晶体介质的介电性质、光学性质带来一些限制，双折射现象便是这一限制带来的物理现象的典例。

## 1.介电张量与波片制备（20分）

光的本质是电磁波，研究介质的光学性质可从其电磁学性质入手。

对于各向同性的介质，我们有。但对于一般的晶体，其介电性质满足更复杂的线性关系

其中1、2、3分别代表为x,y,z三个方向的分量，代表了分量对分量的响应上式可写为矩阵形式

此的矩阵反映了全部的介电性质，称此矩阵为介电张量。原先一个数的标量相当于的对角矩阵特例。

(i)我们现将模型简化，设介电张量是对角的，即只有不为0，则相当于x,y,z方向有不同的介电常数。对于这样的晶体，我们令线偏振光从x,y,z方向射入，电场振幅方向分别为y,z,x方向，假设介质的相对磁导率，求这三束光在此晶体中的速度、等效折射率。不同方向传播速度不同正是导致双折射现象产生的原因。**（8分）**

解： 沿x方向传播的光，电场沿y方向，则有**（2分）**

从而沿x方向传播的速度为**（2分）**

同理有**（4分）**

(ii)双折射晶体常用于制备波片，改变光的偏振特性。现在我们将令线偏振光沿z方向射入，其电场振幅在+x,+y方向的分量相同。介电张量仍为对角的，求该晶体在z方向的厚度分别为多少时，出射光为右旋圆偏振光、线偏振光、左旋圆偏振光？ 解：迎着光的方向，若电矢量顺时针旋转，则称为右旋光，否则称为左旋光。**（12分）**

解：出射后，y方向电矢量与x方向电矢量的相位差为**（3分）**

当相位差为**（1分）**

此时出射光为右旋光。

当相位差为**（1分）**

此时出射光为线偏振光。

当相位差为**（1分）**

此时出射光为左旋光。

对应的，当波片厚度**（2分）**

此时出射光为右旋光。

对应的，当波片厚度**（2分）**

此时出射光为线偏振光。

对应的，当波片厚度**（2分）**

此时出射光为左旋光。

## 2.不同晶系的对称性（10分）

晶体可以视为由可重复的平行六面体堆砌而成，晶体原子位于六面体的顶点上，形成3维点阵（称为晶系）。

平行六面体的对称性将影响点阵的对称性。此处我们仅考虑点阵的旋转对称性并将晶体原子视为点粒子。

对于立方晶系，我们发现将整体绕x,y,z轴顺时针转后，整个点阵与自身重合，则一根旋转轴和一个旋转角度（此处取最小者）确定一种旋转对称性。

(i)请写出立方晶系（）绕x,y,z轴表征其旋转对称性的特征角度；**（3分）**

解：

(ii)请写出更一般的四方晶系（），正交晶系（a,b,c互不相等）相应的特征角度；**（4分）**

解： 四方晶系：

正交晶系：

(iii)请写出六角晶系（）相应的特征角度；**（3分）**

解：

## 3.不同晶系的介电张量与双折射性质（30分）

上节中我们讨论的旋转对称性将对晶系的介电张量产生一定限制。以立方晶系为例，绕x轴顺时针旋转，这相当于坐标变换

一方面由原先的介电性质，即，可得在新的坐标系下应有

又由于旋转后，晶体本身与自身重合，介电性质完全相同，应有

便得到了。

（i）仿照上述操作，试简化立方晶体的介电张量的形式，并说明最多有几个独立分量。**（16分）**

解：类似题干操作，绕y、z轴旋转得到：**（4分）**

从而有**（4分）**

即**（2分）**

绕x轴顺时针旋转有**（1分）**

则**（2分）**

则绕x轴顺时针旋转得到**（1分）**

同理，绕y轴顺时针旋转，最终可得**（1分）**

即**（1分）**

介电张量中仅有一个独立的量，且退化为标量。

（ii）试简化更一般的四方晶系、正交晶系的介电张量的形式，并说明最多有几个独立分量。**（6分）**

解：首先这两组晶系绕x,y,z轴旋转均复原，则介电张量必是对角的（在相应的坐标系下），即**（3分）**

正交晶系对称性到此为止，则其介电张量为对角形式，有三个独立分量。**（1分）**

四方晶系还可绕z轴旋转复原，得到，则四方晶系的介电张量有两个独立分量。**（2分）**

（iii）试简化六角晶系的介电张量的形式，并说明最多有几个独立分量。**（8分）**

解：六角晶系绕x,y,z轴旋转均复原，则介电张量必是对角的（在相应的坐标系下），即

绕z轴顺时针旋转有**（3分）**

则**（2分）**

即**（1分）**

从而有**（1分）**

则六角晶系的介电张量有两个独立分量。**（1分）**