力学试题部分

1. 在光滑水平桌面上，四根相同的弹性绳一端系在质量为m的小球上，另一端固定，绳原长为l，劲度系数为K,小球在中心位置时，每绳伸长量均为a（a<<l）,将小球如图所示拉离平衡位置，位移为，静止释放，求周期。（40分）



1. 对于一个由外界压力限制的稳定气体球，由位力定理得：，r为气体球半径，U为气体球内分子平均动能，W为自引力势能（K为玻尔兹曼常量，G为引力常数可直接使用）。（40分）
2. 对于一团均匀的气体球，设其质量为M，内含分子数为N，求。
3. 考察星云坍缩或原恒星过程，由于辐射，可以认为星云在坍缩过程中保持恒温T，试证：对于给定质量M的球状星云，维持其稳定的有一极大值，并求此极大值，以及与之对应气体球体积（以M、T、式子表示，为星云物质平均分子质量）。
4. 根据（2）估计宇宙物质总质量（可能用到哈勃常数H=67.8km/(s),1Mpc=3.276光年）。
5. （40分）考虑两个质量为m1和m2的非相对论性粒子，之间有心势能相互作用，U（r）=krβ,kβ>0，系统角动量J已知

(1).在质心系写出系统能量E和有效势能Veff

(2).考虑系统绕质心做圆周运动(r=r0)，则参数k和β如何取值使得在圆轨道的扰动是稳定的

（3）.考虑圆轨道稳定情况，若在圆轨道附近做一个微扰，求简谐运动角频率

（4）.求问一下情况微扰后轨道是否闭合，k>0,β=3/5;k<0,β=-2/9

4.（40分）一根绳长为l，初始状态静止，l/2在桌面上，l/2垂直悬吊在空中，桌面与绳的摩擦系数为，求解绳何时与桌面分离，假设桌面足够高

5.（40分）一质量为m的质点沿圆滚线轨道下滑，若其到达圆滚线最底部时速度为0，求摩擦因素满足关系式。已知圆滚线方程为：

6.（40分）在行星绕太阳的椭圆运动中，令,其中，r为行星与太阳距离，为行星运动周期,a为行星椭圆运动半长轴，e为椭圆偏心率，E为新引入参量，天文学中称为偏近点角，试求T与E的关系

a







7.（80分）一个装液体的容器水平面上有一个盛收黏性液体

的容器，还有一个小球，已知液体密度为，

小球密度为，且球半径为R，则：

1. 若容器可绕中心轴以恒定转动，

且如图放置：

即小球被穿在一个一端固定在圆筒中心另一端固定于墙面的细杆上，且细杆于水平面夹角为，求小球平衡时与O点的距离（建议使用虚功原理）。

1. 当小球达到平衡态后，某人解除了容器对细杆的固定并将小球固定于细杆此位置上，并让容器停止转动（假设液体也停止转动），不考虑摩擦于小球班级的影响，已知细杆长为L，重为m密度与小球相同，小球重也为m,,求小球到达容器底部时速度大小？（注：本题为简化运算取）
2. 某人用细杆和小球有容器内组成了如图装置：



M B

m

C

o

A

m

其中中部有一竖直杆，B点放置一密度与其余小球相同但质量为M的滑块，可沿竖直杆滑动，O与B之点为一劲度系数为k的弹簧，四细杆长度均为l且质量可略，弹簧原长为l，不考虑液面弯曲（液体很多），且O点固定。开始正题：

1. 若不考虑B球与细杆摩擦，且作用外力矩使系统以恒定角速度转动，求系统平衡位置？
2. 若强制以O点为原点，OB为y轴，且B球在（0，y）处所受摩擦，方向则与相对运动方向相反，求平衡位置？
3. 若不考虑B球摩擦，外力矩在系统达到平衡后消失（即系统绕竖直轴自由转动），再给B球一微扰，求系统振动周期？
4. 终于有人把液体给倒了，但不幸的是容器倒扣在了液面上，内封存在有得空气，一同学恰巧从高水面高为h的地方路过，一不小心掉下去了，见正下方有一个容器，便立即抱住，可视为完全非弹性碰撞，设密度高为H，重为，此同学可近似为一半径为R的球体，质量为，且此同学与空气的黏度系数为，水池可看作均温为，密度半径为R，若此同学体重为90kg,他能活下来吗，若能，再求此同学想要活下来体重最大为多少？（假设此同学碰后不收黏滞阻力影响）

注：第（4）问中：=5.8kg;H=4m;=10kg;r=0.6m; =273k;R=2m,=29g/ml;，。

O

y