复赛模拟卷1

考试时间：180分钟 试卷满分：320分

第一题 （40分）

一个振动问题.

将质量为m的薄圆形纸片沿其一条直径对折，而后使得两个半圆部分相互夹角为60°.然后将半圆弧的部分向下，放置在足够粗糙的桌面上使其立起.

(1)这种站立的形态对于沿对折直径方向的微扰是稳定平衡吗？若是，请说明理由.(8分)

(2)求上述微扰下纸片往复运动的周期.(32分)

第二题 （40分）（**题目里面没有图**）（图需要自己画）

运动学小问题.

(1)直角三角形ABC中，∠A为直角，∠B=60°，∠C=30°，D是BC边的中点，动点E沿中线AD匀速运动.在B处有一点光源，H为AC边的中点.求动点E在AC边上的影子F在过A、H、C三点时的加速度大小之比.(10分)

(2)有任意锐角三角形ABC，D是BC边的中点.动点E可以沿中线AD匀速运动.在B处有一光源，H为AC边的中点.求：

(a)动点E在AC边上的影子F在过A、H、C三点时的速度大小之比；(20分)

(b)相应的加速度大小之比.(10分)

第三题 （40分）

有关静电能.

N个带电量为+e的正离子与N个电子静止在一直线上，等间距地交错排列，相邻间距为a.

(1)设N趋向于无穷，试求其中一个正离子在其他粒子场中的静电势能；(8分)

(2)设N趋向于无穷，试求其中一个电子在其他粒子场中的静电势能；(8分)

(3)当N足够大时，每一个粒子所具有的电势能均可以近似处理成前两问所得的结果，试求系统的总电势能；(8分)

(4)当N足够大时，通过外力将中间的某对粒子（一个正离子和它旁边的电子）一起缓慢地移到无穷远处，设其余粒子的位置都不变，试求外力做的功.(16分)

第四题 （40分）

浅谈电磁波.

宇宙空间当中存在完全电离的电浆区域，该区域可以看成是数目相等的正离子和电子均匀分布且相互作用很弱的“气体” 。现有一束角频率为的电磁波入射到该区域，则区域中的**电子将受到电磁波的影响产生运动，并且对入射电磁波产生影响，而可以假定正离子不不移动。考察其中一个电子，假设它速度较低，主要受到电磁波电场分量的影响，该电场分量写成.在随时间变化的电场力作用下自由电子做稳定的振动，振动频率也为.**

**(1)求出单个自由电子振动的位移随时间的函数；(16分)**

**(2)设单位体积内有n个电子，它们各自受到电磁波影响产生振动，整体偏离原先的位置，而造成电荷分布的极化效应.求出由于电子振动而导致的电浆区域的相对介电常数，并由此求出电浆区域的折射率；(16分)**

**(3)如果要求入射电**磁波能正常透入电浆区域，对电磁波的频率有何要求？(8分)

第五题 （40分）

考虑一名飞行员驾驶火箭在太空遨游.

(1)为了不致其它星光干扰视野，火箭要考虑光线的相对论变换.设静止惯性系系中有一束与x轴夹角为的光射向原点，试求t=0时刻相对系运动速度为v的惯性系中看到的夹角与的关系.(8分)

(2) 系相对于银河系中数量巨大(总数约为N0)、分布均匀的恒星静止.现在飞行员要考虑星体随着角度(图中角)的分布规律来设计前窗.

(a)试求在系看来，星体数量随角度变化规律；(8分) 

(b)对于系和系，试求两系中以和为变量的立体角元变换关系.(14分)

(3)飞行员通过卫星数据了解到，银河系群星的发光频率可以近似认为都是.他坐上速度为的火箭向前运动，试求在飞行员的视野里看来，光线在什么范围内红移，在什么范围内蓝移？(用视角表示)(10分)

第六题 （40分）

考虑2mol理想气体氦气，置于一竖直放置的圆柱型气缸中。水平放置的活塞可以在气缸中无摩擦地上下运动。活塞质量为m=10kg（g=9.8m/s2），气缸截面积为A=500cm2.活塞被一无质量的弹簧与气缸上端连接，活塞向下运动时将氦气向下压缩，活塞上方为真空。系统开始阶段活塞与氦气处于平衡状态时，弹簧处于未形变状态，氦气压强为P0、温度为T0=300K、体积为V0.假定弹簧劲度系数k满足k=mgA/V0.

(1)活塞在平衡位置上下小幅振动，计算其角频率；

(2)从初始平衡状态出发将活塞向下压缩气体至原来体积的一半，无初速度释放活塞任其运动。忽略气缸、活塞、弹簧等热容量，即所有过程都是绝热的。计算在活塞速度为(4gV0/5A)1/2时氦气体积的所有可能的数值。

第七题 （40分）

几个天文学问题.

(1)拉格朗日时代，理论力学发展迅速，有心力场的比耐公式已被导出：



**其中，****.**

试由此论证，在我们的宇宙里，行星绕太阳运动的轨迹一定是圆锥曲线.(15分)

(2)北宋年间，曾有人观测星空，发现一颗与地球总是“正对”的远方恒星，命名为“青霜”.相对于地球与“青霜”的连线，地球与火星的连线的角位移可以写成.规定：=0时刻=0，即地球、火星、“青霜”三者共线.已知火星与地球的公转半径比为n=1.52，地球公转周期为T=360天.

(a)试作出t=0时刻和t时刻各星体的位置图，并求出角位移与时间的等式关系；(15分)

(b)通过数值计算证明“火星凌霜”（即火星在“青霜”周围来回振动）是自然界存在的规律.(10分)

第八题 （40分）（**题目难了，建议换掉**）(已换题)

衍射问题.

电子束穿过一个由交错排列的永磁体组成的振荡器，并向前方辐射电磁波.已知电子在横向加速时会沿运动方向辐射电磁波，电子的速率近似为v，很接近光速.电子在振荡器当中时会依次偏离轴线一个小角度，沿曲线前进.电子发射的电磁波辐射主要集中在基频，即波长为附近，设振荡器相邻单元的间距为d，总共N个单元.

(1)在空间中总电磁场是每个单元辐射的相干叠加.总辐射必须满足相长干涉条件，求辐射的波长；(22分)

(2)求的宽度展宽（的定义为中心波长附近使辐射强度减小至0的两波长之间的波长范围）；(12分)

(3)试比较只用一个单元和用整个单元辐射电磁波的强度.(6分)