复赛模拟卷1答案

第一题(40分)

(1)是稳定平衡. (2分)

半圆斜放后与地面接触的曲面中线是椭圆，受到微扰后重力作用在质心，而与地面接触点因摩擦力足够大而纯滚动，重力力矩起到了回复的作用，因此是稳定平衡.(论证出回复力矩或质心升高均可) (6分)

(2)偏离平衡位置后，从圆心到触地点的距离为

 (2分)

这时系统可以等效为整个物体以椭圆的曲率圆圆心为瞬时轴旋转，该轴到地面的距离为

 (2分)

半圆重心到圆心的距离为



 (2分)

于是整体重心到瞬时轴的距离为

 (2分)

当系统绕瞬时轴转过角时，重力对于地面支点的力矩为

 (2分)

下面求系统对于地面支点的转动惯量，系统是由两个对称斜放的半圆形组成的，单个半圆对于垂直于圆面，通过圆心的轴的转动惯量为

 (2分)

对于通过圆面内对称轴的转动惯量为

 (2分)

设对于摆放好之后，沿水平方向通过圆心，于圆面法线呈30°角的轴的惯量为，假定有一角速度沿该轴，根据角动量的表达式有



 (4分)

由此，我们可以进一步利用平行轴定理计算与上述轴平行，通过重心的转动惯量和通过地面支点的转动惯量：

 (3分)

(3分)

于是整体对于通过地面支点轴的转动惯量为上述值的两倍（两个半圆），由此可以得到整体对于该轴的运动方程

 (2分)

由此得到振动周期

 (6分)

第二题(40分)

(1) 由于最后是求比例，且题中未告知三角形的长度，不妨设AB边

长度为1，设AH=，AF=.

根据数学关系：

得到：

即 (4分)

设点E的速度为不变，则点F的速度为





点F的加速度为

 (3分)

F在A点时，x=0；F在H点时，x=；F在C点时，x=1

因此点F经过A、H、C的加速度之比为 (3分)

(2)

(a)设AE=x，AF=y，它们之间的关系可用待定系数表示为

 (2分)

因为一开始两者都为0，故b=0.设中线AD长为3，则有

 (2分)

 (2分)

由此计算得到

 (2分)

因此进一步简化y与x的关系得到

 (4分)

两边对时间求导得到

 (4分)

F点经过A、H、C时x分别为0、2、3，速度之比为

 (4分)

(b)加速度大小可由速度求导得到

 (6分)

因此加速度大小之比为

 (4分)

第三题(40分)

(1)当粒子数目趋向于无穷时，正离子的静电能为



 (8分)

(2)当粒子数目趋向于无穷时，电子的静电能为



 (8分)

(3)系统的静电能近似为

 (8分)

(4)首先将一个正离子移到无穷远处，这时外力做正功，大小为

 (2分)

这时与该正离子相邻的电子的静电能为

 (4分)

将该电子也移到无穷远处，注意正负离子对在无穷远处有相互作用，因而外力做功为

 (4分)

外力做的总功为

 (6分)

第四题(40分)

(1)单个电子的运动方程为

 (4分)

由题意可知，电子的运动是稳定的简谐运动，猜解为

 (2分)

加速度为

 (2分)

代入运动方程可得



 (4分)

因此位移随时间的函数为

 (4分)

(2)从(1)中可知

 (2分)

单位体积内有n个电子，极化强度为

 (6分)

由此得到极化率和相对介电常数



 (4分)

介质对电磁波的折射率为

 (4分)

(3)正常透射要求折射率是正实数，因此

 (8分)

时低频电磁波无法透入电浆.

第五题(40分)

(1)

如图，由相对论速度变换，在系看来，x方向上有

 (2分)

 (2分)

其中

因此

 (4分)

(2)

(a)在系中星体分布均匀，因此

 (2分)

立体角与的关系为，因此

 (2分)

于是

 (4分)

(b)由可知

 (2分)

由第一问可知与联立，解得

 (5分)

对两边微分可得

 (5分)

因此

 (2分)

(3)相对论多普勒效应公式为

 (2分)

令，光线蓝移：



即 (4分)

令，光线红移：

 (4分)

第六题(40分)（**应该是气体对活塞做功**）

(1)假设活塞向下偏移一小量x，这时活塞受到的合力为

 (2分)

由于气体经历绝热过程，因此有



 (4分)

初态气体压力与活塞重力相等

 (2分)

因此合力为

 (2分)

为线性回复力，由于氦气为单原子分子气体，

由理想气体状态方程可得

 (2分)

因此活塞振动的角频率为

 (4分)

(2)先将气体体积压缩到原来的一半，这时气体压强和温度分别为



 (2分)

无初速度释放活塞，设活塞与最初的平衡位置距离x，活塞向下为正，则气体压强和温度为



 (4分)

这个过程中气体对活塞做功为

 (4分)

由功能原理

 (4分)

代入已知各量，得到数值解



 (6分)

气体的体积



 (4分)

第七题(40分)

(1)行星受万有引力

 (3分)

式中

代入比耐公式可得

 (3分)

引入变量，则上式化为，解得

 (2分)

可适当选择初态使得，因此



 (4分)

圆锥曲线的极坐标一般表达式为

 (3分)

对比可知，行星绕太阳的轨迹为圆锥曲线.

(2)

(a)图(5分)





由图可知，有正弦定理

 (5分)

**用三角公式展开得（公式再看看写对了没）（已改正）**

 (3分)

其中，， (2分)

(b)代入t=1、2、……、12（月）计算的数值.

t=1(月) =-1.36；t=2(月) =8.98；t=3(月) =1.16;t=4(月) =0.35；t=5(月) =-0.15；t=6(月) =-0.70；t=7(月) =-1.79；t=8(月) =-14.67；t=9(月) =2.60；t=10(月) =0.97；t=11(月) =0.36；t=12(月) =-0.08

由此可见，一年之中存在多次由正到负的转变，因此“火星凌霜”的现象是存在的.(说明合理得10分，其余情况酌情给分)

第八题(40分)

(1)从第一个单元的辐射算起，设辐射电磁波的电场强度表示为

 (2分)

第二个单元的辐射在电子运动了一段时间后发出，电场强度表示为

 (2分)

第n个单元的辐射的电场强度表示为

 (2分)

N个单元的辐射总电场是相干叠加，可以写成

 (4分)

辐射强度正比于电场强度的模平方，即



 (4分)

干涉相长要求该函数取最大值，而不是次极大，因此分母上的宗量满足

 (4分)

其中m为自然数.由此解得

 (2分)

题中条件说明波长集中与基频附近，因此波长最长，m=1

 (2分)

(2)波长展宽由中心波长偏移到附近波长时辐射强度下降至0决定，因此



即

 (5分)

因此

 (5分)

得到



 (2分)

(3)中心波长的辐射强度由宗量趋于时的极限决定，因此

 (6分)

是单个单元辐射强度的倍.