综合试题

【题一】

考虑广义坐标下的作用量，定义一维运动的作用量，其中是广义坐标，是对应的广义动量（例如对于广义坐标，我们可以它对应的广义动量就是角动量）。

对于二维运动，使用极坐标描述，我们有广义坐标以及其对应的广义动量、。每个广义坐标对应一个作用量

（1）对于平方反比力的势场下的有心运动，给定角动量能量。求作用量。（35’）

（2）证明当轨道参数缓慢变化时离心率不变，假设你已经知道了天体作椭圆轨道运动的方程。（5’）

【题二】我们建立一个模型来分析烟囱倒地这个问题。我们将烟囱处理为内外半径分别为r和R的，极限形变量很小的，几乎是刚性的匀质圆筒，高度为h，总质量为m，杨氏模量为E。已知重力加速度的大小为g，从烟囱底部向上沿着烟囱建立一维坐标x：

（1）某时刻烟囱和竖直方向夹角为，求切向力的分布T(x);（16’）

（2）由于扭力矩的存在，烟囱略有弯曲，求烟囱和竖直方向夹角为时烟囱曲率半径的分布；（22’）

（3）已知烟囱的断裂主要和扭力矩有关，且烟囱在坐标为处最先折断，求。（12’）

【题三】

**黑洞并和事件**

两黑洞在距地球13亿光年处合并，3倍太阳质量的能量在0.01s内以引力波形式辐射，，引力能密度

（1）引力波以光速传播，估算地球附近引力场强度；(8’)

（2）用改进迈克尔逊干涉装置观测，单臂长4千米，光在其中反射300次后与另一条光路干涉，假定引力波产生引力场只沿其一条光路，估算观测到的光程差。(22’)

【题四】

**光纤陀螺仪**

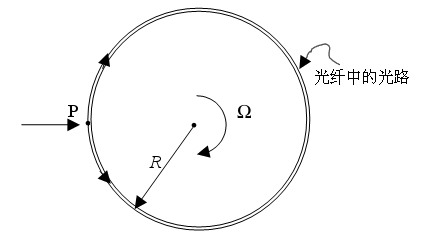
1913年乔治·沙克那利用—环状共振仪，寻找相对于转动坐标系的以太漂移。他所获得的结果，一如历史上所常发生的，演变成沙克那所未曾想到的一些用途。其中的一种应用就是光纤陀螺仪(FOG)，它是基于沙克那首先发现的简单物理现象。与沙克那效应有关的主要物理原理如下：令两束同频率光绕着旋转的环状光纤反向行进，它们会有相差(相移)。此相差也可用来测定环的角速度。

如图所示，一束光自P点进入一半径为R的圆环形光纤，此光纤置于一沿顺时针方向做等角速度转动的平台上。光波在P点分成两束，在圆环中反向行进，其中一束沿顺时针(CW)方向，另—束沿逆时针(CCW)方向。光纤材料的折射率为μ。

（1）已知环转动的线速度比光速小很多，试求时间差Δt=t+-t-，式中t+和t-分别代表CW和CCW光束在环状光纤中绕行一圈(由P点回到P点)的时间。将你的答案以圆环所包围的面积表示；(26’)

（2）求CW和CCW二光束在转动中的光纤环内绕行一圈的光程差ΔL;(4’)

（3）对于半径R=1.0m的圆环形光纤，μ＝1.5，求其随地球转动(地球自转)时的最大光程差ΔL;(6’)

（4）在(b)题中的测量值，我们可利用增加光纤的匝数N的方式，加以放大。试求光绕行全部圈数的相位差Δθ。(4’)

【题五】

肥皂泡表面张力系数为，用一绝缘细管将两个半径为的球形肥皂泡联结，将其置于真空中，内部气体，已知一肥皂泡质量m。（本题可保留变化后气泡半径，但需写出满足方程。）

（1）求其内部压强；(5’)

（2）将细管封闭，求在一个肥皂泡加上Q电量扰动后，肥皂泡振动的周期，其中肥皂泡保持球形；(24’)

（3）将绝缘细管打开，气体可自由流通，令内部气体温度均匀，为保持体系稳定平衡，应在两球表面加电量Q，求Q的范围。(21’)

【题六】

我们来考虑介子的光致反应：,质子和介子的静能分别成为938mev以及135mev.我们考虑在真空中各向同性的3K宇宙背景黑体辐射的光子平均能量为,若一个质子与一个能量为的光子发生正碰，请按照以下步骤，求出此介子光致反应对应的质子能量最小值。

(1)求出假设质子静止时为了使反应发生，光子所应该具有的能量最小值（阈值）;（9’）

(2)我们可以找出S’系，使得实验室参考系（S系）中具有的光子在S’系中具有的能量，求出相对于的相对速度；（也可以用表示）；(12’)

(3)由此可以给出质子的最小能量；(8’)

(4)在限定不能换参考系的条件下重求所求能量最小值。(11’)

【题七】

**含有金属小球的材料的介电崩溃**

电解质在外场下其正负电荷分布不再重合进而形成了电偶极矩。本题探讨的是夹杂在介质中的金属小球对电偶极矩的即其等效电容的贡献。

(1)考虑点电荷与金属小球的相互作用时可以用电像法求解。请写出像电荷的大小以及位置。已知点电荷的电量为，金属小球的半径为。电荷到金属球球心距离为x；(10’)

(2)基于上一问，现在请利用电像法的思想，求解当一个原本不带电的金属小球放置在匀强外电场下所带上的电偶极矩；(14’)

(3)现在假设有这样的一种材料：均匀分布了数密度为的金属小球。每个金属小球都没有净电荷，且半径为。小球之间为真空。现在对这个材料加上匀强外电场。由于考虑金属小球的相互作用，，实际上每个小球感受到的电场不是。现在我们拟采用平均场的方法求解。现在划定一个半径为，中心位于O点的球形空间，，但R又远小于材料的线度。求这个球形空间之外的作用于O点的平均外电场。并由此求出电极化率；(19’)

(4)现在有一个平行板电容器，中间是真空，分别求出当电容器孤立、电容器与恒压源相连两个不同条件下，插入该种电介质材料使得电容器的储能的增加或减少量；(15’)

(5)当上述材料的金属小球数密度逐渐增加时，上述插入平行板后的电容值也逐渐增大并区域无穷。这种现象称为介电崩溃。一般的介电材料在接近介电崩溃的时候其电容值满足负幂指数发散的形式，即：。其中为材料中已经形成导电的体积所占的比例，而为临界比例，称为临界指数。估计这种材料的临界比例和临界指数。(12’)