综合试题解答

【题一答案】

（1）由角向运动方程：（4’）

由链式法则： （4’）

考虑由定义

;（4’）

进行积分：令则 （4’）

则可以将原积分式中的 改写成z的形式，最终得出 （8’）

又因为 （4’）

带入有 （2’）

又因为角动量守恒，从而角作用量在运动过程中为定值。（5’）

(2) 由（1）问可用反解出

结果是： （5’）

从而因为不变，也不变。

【题二答案】

（1）烟囱绕底部轴的转动惯量为：（2’）

有角动量定理：（4’）

得到：（4’）

因此有：（4’）

可以得到： （2’）

（2）对于x以上的烟囱部分有角动量定理：（4’）

我们可以得到：（4’）

因此：（4’）

又因为杨氏模量（4’）

所以（2’）

解得:（4’）

（3）因为：（4’）

即求：的极大值，（4’）

我们通过计算可得时取极大值，即此位置最先断掉（4’）

【题三答案】

（1）

又

①②式解得：

（2）以LIGO单臂端点处为引力势能零点，则其质量为m粒子势能为

光子在引力场传播有红移，红移量为:

300次反射

代入数据可得

【题四答案】

第七题

（1） 当环状光纤绕其圆心以等速率分别沿着CW、CCW方向转动时，实验室观察者所见光在介质中的速率是

(4’)

（4’）

其中，c’是介质中的光速 (2’)

考虑某一时刻从分光镜入射的两束光，分别沿着CW和CCW两个方向环绕运动。就实验室的静止观察者而言，由于P点随着光纤转动，故CCW光束将行较少于圆周长的路程，同时CW光束将行较多于圆周长的路程。

由几何关系，CW光束从进入到离开光纤，绕行的时间为

(6’)

由几何关系，CCW光束从进入到离开光纤，绕行的时间为

（6’）

两者的差值 其中为光路的面积。（4’）

(2)CW和CCW光束在转动中的光纤环内，绕行一周的光程差为

(4’)

(3) 当圆环形光纤放在极点时，可得随着地球转动时的最大光程差为

（4）光线绕行N匝的相位差为（4’）

【题五答案】

（1） (5’)

（2）因为 所以 (3’)

所以由绝热方程 (3’)

所以由力平衡： (3’)

又因为，取半顶角的的小面元

(3’)

化简得： (3’)

又因为 (3’)

所以有 (3’)

所以 (3’)

（3）设微扰后，

所以绝热方程： (3’)

所以 (3’)

对左气泡有： (3’)

同理对有气泡有： (3’)

引入简正模

显然对简正模A恒有解，对B：

(3’)

要使B有解，则： (3’)

解得： (3’)

【题六答案】

(1)设光子阈能为,对应动量为,

由能动量守恒： （3’）

对于光子 （3’）

得出 (3’)

最终代入数据，得到

(2)此处可以利用能量变换关系：

首先由多普勒关系，有频率变化关系： (3’)

由于 (3’)

可以得到 (3’)

带入相关数据 可得

系对应的即为所求。（3’）

(3)由于实验室参考系（S系）中具有的光子在S’系中具有的能量，那么在S’系中质子可以处于静止状态便可使得反应发生，此时其在地面系下的能量即为所求：

（适当分析4分，得出所求能量的大小得4分）

（4）显然迎头正碰对应着更小的质子能量

利用相对论能量动量变换式，写出4-动量模方守恒对应的方程

(6’)

利用此处光子能量极小，得出：

可见（3’）

所求能量 （2’）

【题七答案】

(1)由电像法可以知道：假设像电荷的绝对值为,在轴线上z处，由电像法的知识可以得到：

(2)如图所示，均匀电场可以由下图两个放置的电荷让得到

在任意位置的电势为：

由泰勒展开的公式：

对上式进行泰勒展开并且精确到的平方项可以得到：

进而带入之后有：

由于：

因此当时，上述电势趋于匀强电场产生的电势

同时利用上一问的结论可知当时，和-Q产生的像电荷趋于一个电偶极子其等效的电偶极矩为：

(3)如果一个小球的电偶极矩为p，那么在半径为R的球形区域内的总电偶极矩为：

由于这个区域内的总电荷为0，那么可以进一步假设电偶极矩是均匀分布的，因此在区域的内部处处电荷密度为0，但区域边界上有面电荷分布，这个分布产生的效果对内是匀强电场，对外是电偶极子，因此由上一问的结论可以得到在这个球形区域的原点产生的电场为：

又因为：

并且还有：

因此可以得到：

进而还有极化强度的关系为：

因此：

(4)由高斯定理可以得到电容内的电场为：

其中：

带入之后有：

因为电容器储存的能量为：

因此能量减少，减少量为：

若电容器外接电池以保证恒定电压，此时储存的能量为：

可见能量增加，增加量为：

(5)当小球分布是均匀的时候：

也即：

因此得到：

故有：

临界指数为：