【题一】

绝缘的水平桌面上放着一个半球形的碗，碗均匀带电，带电的面密度为，碗的半径为，介电常量为。以碗中心为坐标原点，竖直方向建立坐标轴z轴；

（1）求时，轴上的电势分布；

（2）将一个带电量为的小球（可视为质点）放在半球形的圆心处，若恰好可以平衡，试求小球的质量（重力加速度为）

（3）将（2）中小球从处静止释放，求小球在方向上可以达到的坐标范围；

（4）试证明半球形碗的圆心位置不可能是小球的稳定平衡位置。

【题二】

空间中存在一肥皂泡，由于大气压不稳定，肥皂泡的形态发生变化，现假定大气压强变化为，求肥皂泡表面势能随时间变化的关系。另已知表面张力系数，压强为时对应半径为，认为整个过程中温度不随时间变化。

【题三】

考虑广义相对论下的粒子运动（此题中我们取万有引力常量G与光速c均为1的单位制）

（1）水星进动：根据广义相对论计算，我们有如下运动方程：，其中，请用上述公式计算水星一周期内的进动角。

（2）光线偏折：对于光子而言（静质量为0），我们的广义相对论运动方程有一点小改变：，其中单位角动量L和单位质量M与（1）问相同，请用此方程计算光线在经过一个质量为M恒星后传播方向偏折角度。

【题四】

本题讨论Proca方程。众所周知，光子静质量为0，我们现在讨论假如光子静质量不为0的情况，

（1）当光子静质量不为0时，我们通过改变拉格朗日密度，通过拉格朗日方程可以得到Proca方程，,通过类比时点电荷电势,给出有光子质量时点电荷电势，以及电场分布

（2）通过观察（1），假设电势也是以波传播，给出真空中传播角频率和角波矢的关系（即真空色散）

（3）1971年Goldhaber等人的实验测量结果，频率在1.73×103 ～ 1015 Hz 范围，在10-5精度内没有观察到光的色散效应，由此可以估计光子的静止质量上限

(4)由（1）问所得电势，给出均匀带电球壳内外的电势分布

(5)若有两个同心球壳，内半径R1，外半径R2，外球壳均匀带电量为Q，内球壳不带电，若用一根导线将内外球壳连接，求导线通过电量

【题五】

在半径为的圆形轨道上有质量为的一个质点，质点与一长度为的轻质细杆相连，细杆的另一端固定着一个质量也为的质点和一根劲度系数为的弹簧，弹簧被限制在一根过圆心的导轨上，弹簧的另一端固定在导轨上，弹簧为原长时，质点位于圆心处，重力加速度为，如图所示：

（1）求该系统的平衡位置

（2）试求出在平衡位置附近做小振动的频率。

【题六】

有一种飞船，它长为l0（静长），在头部有一个信号发射器，在尾部有一个信号接收器， 时钟位于头部。

1. 在地面系，两个飞船均向同一个方向运动，速度分别为0.6c和0.8c，且地面系看两者间的距离为L。记此时为t=0时刻，在此时刻两飞船均将自己的时钟拨到时间零点，左边飞船在t=0时刻发出一束信号，飞船2参考系中接收到信号的同时又向后发出一束信号，求飞船1收到该信号时其时钟的读数。

（2）若两个飞船沿着互相垂直的方向运动，在t=0时刻两飞船头部均在O点，速度分别为0.6c和0.8c。在t=0时刻，两飞船均将自己的时钟拨到时间零点。t=1s时刻，1发出一束信号，飞船2参考系中接受到信号同时又向1发出一束信号，求飞船1收到信号时其飞船上时钟的读数。（本问可用数据l0=0.5cs）

【题七】

在台球比赛中，选手常常会将球打向球台的内边缘，在内边缘碰撞后会反射，若把球看成一个质点，则反射规律将和完全相同。但实际上，球在打向边缘前在球台上做纯滚动。但在碰撞后瞬间，球的平动会发生反射，但球的角速度却并不会随之改变。

1. 试求球与内边缘碰撞后再次达到纯滚动后的运动方向与将其看成质点的反射方向偏角的值；
2. 试求小球运动轨迹的方程（在匀速运动前）；
3. 试求小球停下来所用的时间。

（球的速度为V，半径为R,入射角为θ，球与球台的摩擦系数为μ。忽略球与球台内侧面的摩擦，并假设V不会太小以至于反弹后停止运动，小球匀质）