**一、装水水瓶的回振现象（80分）**

**1. 复摆（16分）**

（1.1，8**分**） 水的整体转角为 水的运动方程**（4分）**为

由

则振动圆频率为**（4分）**

类比单摆，则等效摆长为**（4分）**

等效摆球质量**（4分）**

**2. 流体运动的复摆简化（31分）**

（2.1） 面积**（4分）**

总质量**（3分）**

（2.2） 转动惯量微元**（3分）**

转动惯量**（5分）**

（2.3） 由于匀质，则**（3分）**

面积微元**（3分）**

带入计算积分**（4分）**

（2.4） 代入得**（6分）**

**3. 复摆与水瓶的耦合运动（33分）**

（3.1）设水瓶向右位移为，等效单摆从竖直方向向右转角为，单摆张力为T。则可列受力方程

摆球**（4分）**：

设摩擦力为向左，水瓶受力**（3分）**：

相对水瓶轴的角动量定理**（3分）**：

综合，得**（3分）**

则**（2分）**

振动圆频率**（2分）**

（3.2）由（2.1）以及初条件有**（2分）**

由

得**（3分）**

则**（2分）**

综上**（2分）**

（3.3）观察。出现回转则**（2分）**

则**（5分）**

二.

(1).

过于基础就不写了（15’）

(2).

由条件知

（4’）

由此得

（4’）

计算星体的引力势能，有

（4’）

由位力定理、理想气体状态方程、能量按自由度均分定理得

(即)

代入得

（4’）

即有

（5’）

解得

（4’）

三

（1）i.黑洞的质量已给定，即能量已给定，说明这是一个平衡态（不再吸收外界光子），此时的熵应取最大值，即光子数目最大，则单个光子的能量最小、波长最大，由题意知波长应为（波长大于此值的光子不构成黑洞，波长小于此值的光子不满足平衡条件）(8’)

ii.设单个光子能量为，由光子无法逃逸出黑洞

(4’)

得

(4’)

由上式知

(4’)

得光子数

(4’)

熵值

(4’)

1. 由于该黑洞由中性粒子构成，故在其形成的过程中无电磁辐射，设形成过程中某时刻黑洞的质量为、温度为、熵值为，由能量守恒知

(4’)

代入黑洞温度的表达式即得

(4’)

积分得黑洞真正的熵值

(4’)

四.

（1）内部压强为：（4’）

气体方程，初态 (4’)

联立可得： (4’)

（2）初态满足：

(4’)

而 (4’)

代入可以解得： (4’)

（3）（i）肥皂泡带点后，由于带电产生的又一项附加压强为

(2’)

同上方程可得： (6’)

（ii）同理可得： (8’)

五、

（1）令解形式

则：对电子牛二定律： (2’)

写成分量方程并化解可得：

其中： (2’)

②+i③得： 右旋光 (2’)

②-i③得： 左旋光 (2’)

(2’)

对比④⑤⑦式可得： (2’)

(2’)

(2’)

(2’)

（2） (1’)

(1’)

(2’)

近似可得：

(2’)

（3）当环状光纤绕其圆心以等速率分别沿着顺时针和逆时针方向转动时，实验室观察者所见光在介质中的速率是

(2’)

(2’)

其中，c’是介质中的光速

由几何关系，顺旋转光束从进入到离开光纤，绕行的时间为

(2’)

由几何关系，逆旋转光束从进入到离开光纤，绕行的时间为

(2’)

两者的差值 其中为光路的面积。 (2’)

两个光束在转动中的光纤环内，绕行一周的光程差为

(2’)

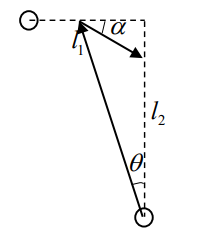
光线绕行N匝的相位差为 (2’)

合成矢量偏转角为

(2’)

六．

（1）地面系中，设经过 A 会收到电磁信号

 （5’）

有几何关系：（5’）

解得：（5’）

因而（5’）

接收到的频率满足多普勒效应

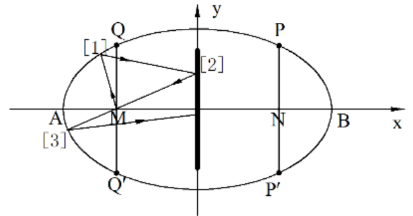
（5’）

（2）设再经过 时间 B 收到信号，同理有几何关系可以解得：（5’）

（5’）

因此接收到的频率可得：（5’）

七．（两小问分别20’，分析有理即可满分）

（1）作曲线 QMQ′垂直X 轴 PNP′垂直y 轴 可得：MQ=NP=

由 R= 得：M 发出向QAQ′的光经反射一定到达镜左侧

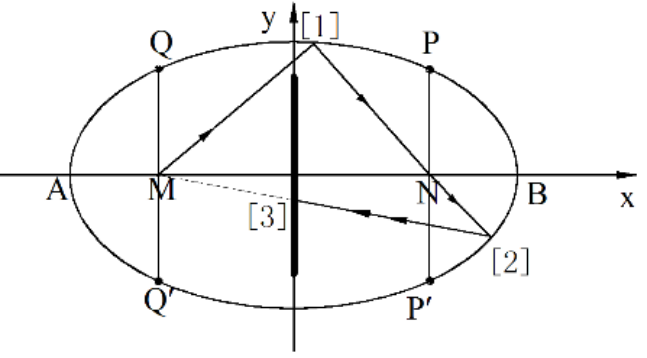
1°现在研究 M 发出至QAQ′的某条光线（如上图）

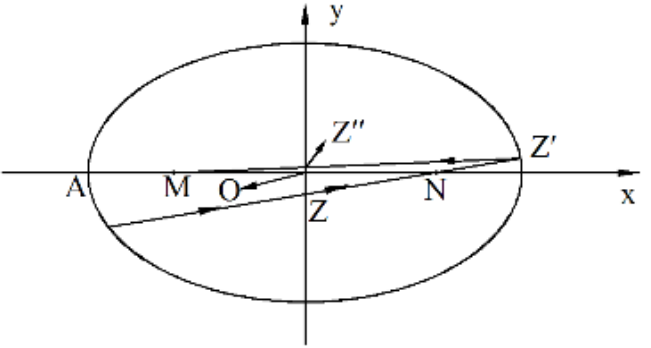
M 发出到达[1]后的像点为 N

到达镜左侧[2]后会经过 M 点

重复上述后，光线与 x 轴走向会越来越小，故 M 发出至QAQ′的光要么从 A 发出要么进入镜的孔

若进入镜孔 OZ⟹一定会经过 N 点，到达 Z′点，其 反射光会经过 M 点，可发现OZ > OZ′′, 故光线不会被镜右侧吸收

故：M 发出至QAQ′的光会全从 A 出去，功率为0.5P



2°研究角 PMQ 范围的光线，M 发出至[1]，反射经过 N , 到达[2]后反射一定经过 M, 故此范围光会被镜右侧吸收

3°研究 PMN 范围的光反向延长线过 N 点

到达[2]后反射光会过 M 点

到达[3]后，又回到 2°位置 故 PMN 范围的光会被镜吸收

总结：M 发出的光，有0.5P功率会从 A 发出

（2）有对称性同上述分析可得所有光线都从 A 出去，功率为 P