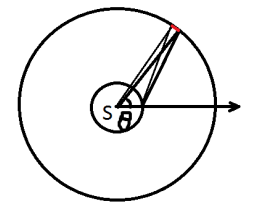
1.（1）如图所示，以太阳为极点，太阳到水星的射线为极轴建立极坐标(ρ，θ )，取环上θ 到 θ+dθ的一段，由对称性知，只需考虑沿极轴的分量。这一段产生的引力的分量为

(4’)

令小量代入上式并保留一阶小量可得：

(4’)

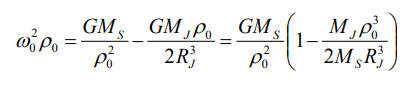
积分可得：(4’)

（2）在（1）中所述的极坐标中，水星径向运动的动力学方程为(3’)

由角动量守恒可得：(3’)

代入可得：(4’)

假设水星做圆周运动时对应的角速度为ω0 ，对于的半径为 ρ0 ，则有：

(4’)

令代入小振动方程可得：(3’)

由于水星角向运动角频率即为ω0 而径向振动角频率为，因此，水星的进动角速度为(3’)

代入时间可以计算的水星的进动角度为：(4’)

（3）首先我们知道有经典力学推出来的方程解为：（3’）

然后我们将本问中的方程化为r对的微分方程：

（4’）

两边对求微商可得：（2’）

利用u进行无量纲化可得：（2’）

我们对方程进行一阶近似（代入）：（2’）

令满足：（3’）

解得：

（3’）

将上式进行一阶修正为：

因此

2.(1)(3’)

(2) 与地面夹角为θ 时，质心高为：

(3’)

能量守恒可以解得：(3’)

因此(3’)

因此总时间为：(3’)

（3）对于一个匀质正四面体，对于其一边的转动惯量为(3’)

质心高为(3’)

正四面体装满蜂蜜后，其绕着一条边的转动惯量为(3’)

因而有：(3’)

同理可得(3’)

3.

(1) 取坐标区间为 x 到 x+dx 的一小段扁圆柱形热导体，在稳定时该段热导体吸收热量的速率应等于释放热量的速率，或者说它通过两个截面从两侧导体中净吸热速率应等于通过侧面向环境放热的速率，即(2’)

我们有傅里叶热传导定律：

(3’)

又因为(3’)

联立上式可得：(3’)

代入可得：(3’)

这是一个欧拉方程，换元代入可得：

(2’)

这是一个二阶线性常系数非齐次的微分方程，很容易看出它的特解为，该方程的特征方程为:,特征根为(2’)

因此方程完整解为：(4’)

带入边界条件可得：(3’)

于是，柱体的温度 T 随横坐标 x 的分布函数为:

(3’)

(2)代入可得：

从初始状态到末状态，设计一条可逆途径，即温度十分缓慢地变化。则每一小段热导体的熵变为:

(4’)

代入T(x)后可得：(4’)

将上式从0到L积分可得：

(4’)

4.

(1)由球面折射成像(4’)

对于零级像,u=-v,(4’)

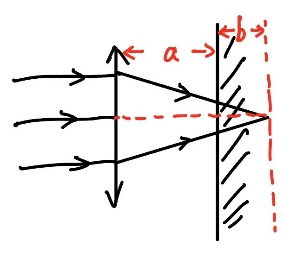
对于k级像，设出射前的像物距为,

被球面两次反射(4’)

最后折射成像：(4’)

得到递推式：(4’)

代入初始条件可得：(4’)

(2)对于0,1级像，(4’)

能量守恒：

代入反射率可得：

(4’)

这个结果正比于最终成的像的亮度，因此要计算在屏上的振幅，需要再乘一个因子考虑到在空间中传播时能量守恒，屏上的照度应当反比于b²而正比于(a+b)².又由于本题中两个像点离屏幕距离一致，故屏上照度只用考虑正比于(a+b)²的项，即

(4’)

(4’)

5.

(1)能量守恒：,是向左推活塞前3的体积 (4’)

(3’)

(3’)

已知P2=P3

(3’)

(3’)

(3’)

(3’)

设想dt时间内，还未进入2的气体相当于作绝热过程.所以3中气体在作物质量减少的“绝热过程”，因此其强度量仍满足绝热过程的关系式

(3’)

(3’)

(3’)

(3’)

(3’)

可得：(3’)

6.

(1) 第一个电容的大小相当于两个球行电容器并联,,(3’)

但由于带电会产生感应电荷，稍微分析可得带电量变为：

(3’)

因此电容变为(2’)

(2)电容器电容为:(2’)

所以(3’)

开始时(3’)

(3’)

(3’)

(3’)

又因为在电路中(3’)

又因为(4’)

代入上式可得：(4’)

7.

(1)(a) 由题意知，X 射线是阴极射线（电子流）打在靶原子上产生的。韧致辐射中没有分立的谱线，故并不是由量子效应所产生，根据题干的提示，容易猜测该类辐射是由电子在于 靶原子碰撞后减速时发生电磁辐射而产生。对一个电子分析，对于加速过程，由动能定理：

(2’)

加速后的电子与靶原子发生碰撞从而减速，碰撞中电子将损失一部分能量，转化为电磁波 的能量。极限情况下，电子的动能全部损失（完全非弹性碰撞），全部转化为电磁波的能量，此时波长达到最小值，即

(2’)

联立上式可得：(2’)

(b) 根据题意，特征谱线是由量子效应引起的。根据玻尔理论，当中心电荷数为Z时，核外第n能级的能量En满足：(1’)

(1’)

(1’)

联立可得：(3’)

在本题中，K 层的两个电子中有一个电子被电离，产生一个电子空穴。其它壳层的电子跃迁到 K 层产生辐射光子。注意到 K 层剩余电子的屏蔽作用，其它电子跃迁的全过程始终在 K 层外侧，而剩余电子在球对称区间内出现在任何位置概率与相对原子核的取向无关，故可近似将 Z 改取为 Z-1，利用上式得：

(4’)

这里的 n 表示跃迁电子初始时所在的能级的主量子数。由此即得 K-X 射线频率的量子表达式：(1’)

(2) 由惠更斯原理及类比力学中的冲击波现象，容易看出

(3’)

令，则(1’)

根据相对论的能量动量关系:(1’)

当粒子速度很大时， P>>mc ，故E=Pc代入可得：

(1’)

将上式两边微分（由于相对误差都是正值，这里不考虑求微分后的正负号问题），得:

(2’)

再次利用速度很大的条件作近似和微分：(2’)

对之前角度公式微分可得：(2’)

联立上式可得：(1’)

(3) 设电子由于电磁辐射受到的阻力为 F，则该阻力作的负功率应等于辐射功率，即

(4’)

利用分部积分将积分区间取为一个长周期小量近似可得：(3’)

故可以列出电子的完整动力学方程:(3’)

作为零级近似，先忽略辐射阻尼项，则方程变为无阻尼自由振动方程，其解显然为

(3’)

代入原方程后可得：(3’)

这是一个标准的阻尼振动方程，其通解为:

(4’)

8.

（1）由于Y介子是静止的，所以两个B介子的动量相等，方向相反。B介子的动能为, 比它的静止质量小很多，所以可用经典力学求速度

(3’)

因此衰变长度为(3’)

粗略估计: B 介子的速度为, 所以必须考虑相对论效应.

(3’)

代入数值可得：

因此(3’)

(2) 介子的速度与B介子质心的速度一致，由上问我们知道B介子在质心参照系的速度为，同时我们知道 B 介子在实验室参照系里的速度为. 令质心参照系相对于实验室的速度（也是Y介子在实验室的速度）为-u, 则

(3’)

由上式计算可得：u=0.336c(2’)

因此Y介子的总能量为(3’)

在Y介子参照系里电子和正电子的动量相等，方向相反，总能量等于Y介子的静质量。因此 Y介子的动量-能量4矢量为

在实验室参照系，该4矢量为(3’)

令电子和正电子的动量分别为 P1,P2，又由于现在电子的能量远大于它的静止质量，所以它的能量为cP1。由此我们得:

(3’)

电子在实验室的能量为:(2’)

正电子在实验室的能量为:(2’)