综合试题解答

【题一答案】（考察基础受力分析与小振动结合，复赛-决赛难度）

先求平衡位置，由于杆水平，离心力可等效在质心

杆受力矩：以O为中心（3’）

（3’）

验证： （3’）

代入可知稳定，不稳定。（3’）

撤去后，绕l系统角动量守恒

因为（3’）

（3’）

所以 （3’）

所以（5’）

同时（3’）

但（3’）

代入数据得：（5’）

又因为杆绕O点 （3’）

所以 （3’）

【题二答案】（考察对不同时刻分段受力分析，复赛-决赛难度）

（1）大滑块所受到最大静摩擦力：（3’）

释放时受到弹簧作用力：,故大滑块会运动（3’）

我们取质心参考系：设两个滑块相对位移为，则：

（3’）

对M而言，其受力为：（4’）

(我们有微分方程)

代入M=4m解微分方程可得：角频率，振幅（3’）

M对于质心C速度为,质心加速度为

故质心相对桌面速度为：（3’）

故相对静止时有：（3’）

代入数据计算可得：（3’）

因此位移为：（3’）

（2）我们代入第一问的数据可得：当M相对桌面静止时

（4’）

故大滑块受到弹力，所以滑块不会立即开始运动（3’）

小滑块在大滑块内做简谐运动，（3’）

设小滑块振幅为，有能量关系：

代入式计算可得：，因此后续大滑块会再次运动（3’）

利用简谐运动规律计算出相位差为：

（3’）

故所求时间为：（3’）

【题三答案】（考察基础电容器充电问题，解常微分方程，复赛难度决赛送分题）

（1）

（1’）（1’）（1’）（1’）

（2）

（1’）

（1’）

（1’）（1’）（1’）（1’）

（3）

电荷守恒：

（2’）

电路方程:

（2’）

对上式求导并代入电荷守恒：

（2’）

我们现在解出微分方程的解：

（2’）

（2’）

代入初始条件与边界条件：

（1’）

可得：

（1’）

所以：

（2’）

所以积分求出电池做功：

（4’）

所以有：

（2’）

【题四答案】（考察磁场高斯定理及牛二律的综合运用，决赛难度）

粒子所受的力等于：，这个力不改变速度的大小，只改变速度的方向。如果磁场为：那么磁场力总是在平面上。因此粒子在z方向上做匀速运动，而在平面上做匀速圆周运动：

假设时刻粒子的速度为

则粒子在t时刻的速度为：

依据牛顿第二定律可以得到：

写成分量式可以得到：

因此我们可以得到粒子的运动是一条等距螺线

回旋频率为：

在z方向的匀速运动为：

(2)

在垂直于z方向的平面上：，s是回旋半径，等于。而它随时间的变化可以写成：

z方向的角动量为：

故有：

(3)

由于磁场的高斯定理：

因此：

即得到：

因此：

粒子的磁偶极矩为：

因此粒子的等效磁偶极矩为：

在z方向磁偶极子的受力为：

由于磁矩为定值且仅仅与垂直方向的速度相关，故有：

由于粒子的动能始终为定值，因此在折返的时候：因此：

故有：

所以极值存在于:

【题五答案】（考察热力学结合及微元法，计算量较大，决赛难度）

（1） (5’)

（2）因为 所以 (3’)

所以由绝热方程 (3’)

所以由力平衡： (3’)

又因为，取半顶角的的小面元

(3’)

化简得： (3’)

又因为 (3’)

所以有 (3’)

所以 (3’)

（3）设微扰后，

所以绝热方程： (3’)

所以 (3’)

对左气泡有： (3’)

同理对有气泡有： (3’)

引入简正模

显然对简正模A恒有解，对B：

(3’)

要使B有解，则： (3’)

解得： (3’)

【题六答案】（考察电路分析，复赛难度或决赛送分题）

(1)贮存在两个线圈之间的能量为：

将上式整理为：

令 ，

求解：

可以得到：

因为

故为极小值

或

(2)

当线圈形成耦合共振时输入端的等效阻抗分别为：

假设为输入电压，考虑输入电压为：

与输出电压：

进而可以得到：

因此负载功率为：

(3)

能量输出效率为：

其中：

进而带入之后有：

例如给定如下数值：

（4’）

(4)

对式子微分可以得到极值的时候应该满足的条件：

令，上式化简后可以得到：

解二次方程可以得到：

【题七答案】（考察电极化综合运用，决赛难度）

（1）固有电矩在外电场中的势能是

由此得总极化强度

（2）对于弱场，有，也即

每个偶极子的极化率

（3）电子的运动外力有电场力，阻尼力和回复力

该受迫阻尼振动方程的解为

极化率

介电常数

由电磁学，相对介电常数与折射率之间满足方程

(4)考虑到n是复数，其虚部对应着传播长度，电磁波的振幅发生衰减。

代回得到

当，由以上形式得出

所以

材料对电磁波吸收系数应该正比于波矢k与，定义为

在传播时

(5)群速度满足

在共振区，有，于是

由折射率实部满足

代入以上式子，得到

这表明,在共振频率附近,群速可以超过光速,但这并不违背因果律,因为此时色散曲线变 化很快,群速度已失去了实际意义,不能再作为能量传播的速度