综合试题一

1. (考察天体运动，少量建模，复赛难度)木星卫食（卫食：卫星出现在行星的太阳阴影中）如图：

J

E

S

。

M



（S为太阳，E为地球，J为木星，M为木卫三）

当地球位于时，卫星从木星阴影出现，处于时下次出现，从测量数据可得出卫星绕木星转的表现周期与测量时间有关，我们认为这是观察过程中地球相对木星距离d变化造成的，试估算光速c大小。(40分)

（）

二.（考察光学建模以及读取信息能力，复赛以上难度）两黑洞在距地球13亿光年处合并，3倍太阳质量的能量在0.01s内以引力波形式辐射，，引力能密度(40分)

（1）、引力波以光速传播，估算地球附近引力场强度。

（2）用改进迈克尔逊干涉装置观测，单臂长4千米，光在其中反射300次后与另一条光路干涉，假定引力波产生引力场只沿其一条光路，估算观测到的光程差。

三.(考察电磁学基本功，复赛以上难度)本题讨论Proca方程。众所周知，光子静质量为0，我们现在讨论假如光子静质量不为0的情况，(40分)

（1）.当光子静质量不为0时，我们通过改变拉格朗日密度，通过拉格朗日方程可以得到Proca方程，,通过类比时点电荷电势,给出有光子质量时点电荷电势，以及电场分布

（2）.通过观察（1），假设电势也是以波传播，给出真空中传播角频率和角波矢的关系（即真空色散）

（3）.1971年Goldhaber等人的实验测量结果，频率在1.73×103 ～ 1015 Hz 范围，在10-5精度内没有观察到光的色散效应，由此可以估计光子的静止质量上限

(4).由（1）问所得电势，给出均匀带电球壳内外的电势分布

(5).若有两个同心球壳，内半径R1，外半径R2，外球壳均匀带电量为Q，内球壳不带电，若用一根导线将内外球壳连接，求导线通过电量

四.(考察电磁场知识以及部分建模，复赛难度)宇宙空间当中存在完全电离的电浆区域，该区域可以看成是数目相等的正离子和电子均匀分布且相互作用很弱的“气体” 。现有一束角频率为的电磁波入射到该区域，则区域中的电子将受到电磁波的影响产生运动，并且对入射电磁波产生影响，而可以假定正离子不不移动。考察其中一个电子，假设它速度较低，主要受到电磁波电场分量的影响，该电场分量写成.在随时间变化的电场力作用下自由电子做稳定的振动，振动频率也为.（40分）

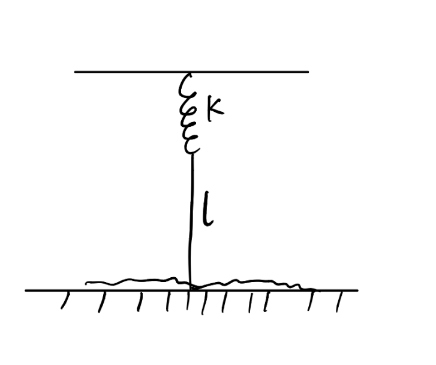
(1)求出单个自由电子振动的位移随时间的函数；

(2)设单位体积内有n个电子，它们各自受到电磁波影响产生振动，整体偏离原先的位置，而造成电荷分布的极化效应.求出由于电子振动而导致的电浆区域的相对介电常数，并由此求出电浆区域的折射率；

(3)如果要求入射电磁波能正常透入电浆区域，对电磁波的频率有何要求？

五、(考察建模能力，复赛以上难度)弹性系数为k的弹簧一段挂在天花板上，另一端牵引着一根质量均匀分布不可伸长的绳，绳线密度为a，绳原长较长只有长为l的部分在空中（其余均盘在地面上），现在使绳在竖直方向上微小振动，振幅为A，A<<l，由于绳与地面碰撞，能量将会缓慢减小，将此系统视为一个储能元件，求它的品质因子。（40分）

注：品质因子定义为周期内平均能量与一个周期内消耗能量的比值。



六. (考察热学与力学的结合，复赛以上难度)考虑2mol理想气体氦气，置于一竖直放置的圆柱型气缸中。水平放置的活塞可以在气缸中无摩擦地上下运动。活塞质量为m=10kg（g=9.8m/s2），气缸截面积为A=500cm2.活塞被一无质量的弹簧与气缸上端连接，活塞向下运动时将氦气向下压缩，活塞上方为真空。系统开始阶段活塞与氦气处于平衡状态时，弹簧处于未形变状态，氦气压强为P0、温度为T0=300K、体积为V0.假定弹簧劲度系数k满足k=mgA/V0. （40分）

(1)活塞在平衡位置上下小幅振动，计算其角频率；

(2)从初始平衡状态出发将活塞向下压缩气体至原来体积的一半，无初速度释放活塞任其运动。忽略气缸、活塞、弹簧等热容量，即所有过程都是绝热的。计算在活塞速度为(4gV0/5A)1/2时氦气体积的所有可能的数值。

七.（考察谐振子性质加入少量近代物理，复赛难度）一维谐振子(40分)

1. 由不确定关系,此外均为对应量的方均值，求一维谐振子的最小能量（其角速度为）
2. 若谐振子带电量为q,将其置于一微弱电场中，求其最小值能量
3. 考虑一耦合谐振子，即对谐振子1，谐振子2对其有的与方向相同的力，求此系统最小能量（两振子质量均为m，）

八、(考察相对论，复赛以上难度)考虑广义相对论下的粒子运动（此题中我们取万有引力常量G与光速c均为1的单位制）（40分）

（1）水星进动：根据广义相对论计算，我们有如下运动方程：，其中，请用上述公式计算水星一周期内的进动角。

（2）光线偏折：对于光子而言（静质量为0），我们的广义相对论运动方程有一点小改变：，其中单位角动量L和单位质量M与（1）问相同，请用此方程计算光线在经过一个质量为M恒星后传播方向偏折角度。