综合试题二

一.(考察转动惯量及小振动，复赛以上难度)将质量为m的薄圆形纸片沿其一条直径对折，而后使得两个半圆部分相互夹角为60°.然后将半圆弧的部分向下，放置在足够粗糙的桌面上使其立起.(40分)

(1)这种站立的形态对于沿对折直径方向的微扰是稳定平衡吗？若是，请说明理由.

(2)求上述微扰下纸片往复运动的周期.

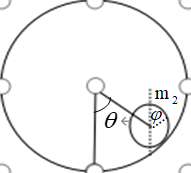
二.(考察电磁学及力学结合还有振动，复赛难度)用一导电弹簧连接两极板，极板面积S，电荷均匀分布，弹簧原长，可视为半径为a的螺线管，匝密度为n，内阻不计，截面半径r，切变模量为G，初态极板相距，现固定B板且在两极板带上十分微弱正负电荷，整个体系无质量，S>>,>>a>>r,求A的运动方程。（40分）

三.（考察同学力学振动，角动量定理等知识，计算量稍大，复赛以上难度）一球壳质量为，内置一圆环质量为，球壳半径为R，圆半径为r，（以下问题均只考虑纯滚）(40分)

（1）球壳固定时，求圆环在处微振动周期。

（2）若球壳可绕垂直于纸面中心轴自由转动，重解（1）问。

（3）现将一质量为物体固定于圆环最高点（此对圆环处于处），求当球壳固定时，圆环在稳定平衡位置微振动周期（本问中令R=3r）。



四.（考察同学电磁学电像法掌握情况，复赛难度）一半径为r的不带电球，距离球心放一电量为Q电荷，球中距中心处挖一半径为的洞，洞中心与球心和Q在同一直线上，洞内距洞中心处放一个Q，求系统电势能。（40分）

五. (考察受力分析及玻尔兹曼分布，复赛难度)

自然界中铀235的丰度仅有7‰，其余均为铀238，但是核电站需要的铀235的丰度为3%。为此，可以用离心法浓缩铀，原理如下。在角速度ω、半径为R的离心机中，轴线附近的铀235的丰度较大，可将0~R/2内的物质提取出来。定义浓缩系数α为浓缩前后丰度比的比值



金属铀本身的熔、沸点过高，所以工业上一般用其化合物235UF6和238UF6（气态）在温度T下进行离心浓缩，然后再从UF6中提取出铀。(40分)

(1)试求α。化合物分子质量用M235和M238表示。

(2)若已知R=10cm，ω=5000rad/s，T=60.0。求至少需要多少级离心机。

六.（考察热力学方程以及微扰近似，计算量稍大，复赛以上难度）肥皂泡表面张力系数为，用一绝缘细管将两个半径为的球形肥皂泡联结，将其置于真空中，内部气体，已知一肥皂泡质量m。（本题可保留变化后气泡半径，但需写出满足方程。）(40分)

（1）求其内部压强；

（2）将细管封闭，求在一个肥皂泡加上Q电量扰动后，肥皂泡振动的周期，其中肥皂泡保持球形；

（3）将绝缘细管打开，气体可自由流通，令内部气体温度均匀，为保持体系稳定平衡，应在两球表面加电量Q，求Q的范围。

七. (考察光学衍射问题，复赛难度)

电子束穿过一个由交错排列的永磁体组成的振荡器，并向前方辐射电磁波.已知电子在横向加速时会沿运动方向辐射电磁波，电子的速率近似为v，很接近光速.电子在振荡器当中时会依次偏离轴线一个小角度，沿曲线前进.电子发射的电磁波辐射主要集中在基频，即波长为附近，设振荡器相邻单元的间距为d，总共N个单元.(40分)

(1)在空间中总电磁场是每个单元辐射的相干叠加.总辐射必须满足相长干涉条件，求辐射的波长；

(2)求的宽度展宽（的定义为中心波长附近使辐射强度减小至0的两波长之间的波长范围）；

(3)试比较只用一个单元和用整个单元辐射电磁波的强度.



八.(考察学生对于狭义相对论的理解，复赛以上难度)小汇荣当宇宙和平大使，一天他接到求救信号，于是他立即赶往现场。以小汇为S系(x,y,z,t)，形状为细杆的R星的本征系为S1系(x1,y1,z1,t1)，形状为圆孔的C星的本征系为S2系(x2,y2,z2,t2)。从S系看来，其它两个参照系的坐标轴都应与S系相应的坐标轴彼此平行，且S1的速度v1沿x轴正方向，S2的速度沿y轴正方向。设t=t1=t2=0，时三个坐标系的原点恰好重合。R星人和C星人担心彼此星球相撞， 分别告诉小汇R星的固有长度为L0，C星圆孔固有直径为D0。小汇计算后发现两星不会相撞，请问：（40分）

(1)小汇判断的依据是什么？

(2)根据小汇给出的结果，C星科学家的判断依据又是什么？

(3)根据小汇给出的结果，R星科学家的判断依据又是什么？

