1. 设其经过左侧折射后得像点距透镜左端点 u; 要满足题意，从此处经过两次反射后像点还在这里，即:

解得：

所以需要满足：

对于折射有

因此

将u代入此方程可得：时方程无解

时方程有解，因此

像点是虚像点

3.

(1) 根据题给的势能公式，可以得到星体受到的有心力为:

以力心为极点建立平面极坐标系，则由牛顿第二定律:

有角动量定义：

联立上式，换元，代入可得：

容易发现，当，即只考虑万有引力作用时，上式类似简谐振动方程，得到的应为三角 函数解。若在 不为 0 时也得到圆锥曲线，则只能是令那一项等于一个常数，即：

换成r为参量可得：，其半通径为

(2)由第一问所得公式，若令附加作用项与的一次项合并而非与常数项合并，则仍可得到一个线性微分方程，且积分结果中三角函数内的系数不再是1，故运动轨迹为进动的椭圆。当取其它值时，附加作用项不能与其它项合并，即得不到线性微分方程，自然也得不到进动的椭圆运动解。 于是，k的取值及方程为：

类比上一问可得方程的解为：

其中为与初始条件有关的常量。由于，椭圆（如果轨迹封闭）是进动的。当三角函 数内的代数式 取到时，星体从近心点再一次转到近心点，但经过的角度不等于，其差值便是进动角

因此可得：

4.

根据题意，两球之间没有摩擦，故碰撞过程外力矩几乎为0，两球的转动角速度不发生变化。 A 球仍保持原来纯滚动时的角速度 ，其大小满足

方向指向轴正向。而 B 球角速度为 0。设碰撞后二者的质心速度分别为,则由完全 弹性碰撞的性质知道，在垂直接触面（切面）方向上二者交换速度分量，沿接触面（切面）方向上二者速度分量分别不变。即

A 的速度方向垂直于二者连心线指向右下方，B 的速度方向平行于二者连心线指向右上方。 此后，A 由于速度与角速度方向不匹配，不能作纯滚动，但在滑动摩擦力作用下趋向于纯滚动。而 B 球也在摩擦力作用下趋于纯滚动。

先考虑 B 的运动。初始时有质心速度 vB，但无角速度，故最低点存在与地面的相对速度，从而受到反向于质心速度的摩擦力，此时的质心运动定理为：

取质心参考系，以质心为参考点，由转动定理:

在滑动摩擦力的作用下，角速度增大，质心速度减小，直至二者匹配达到纯滚动状态，设达到此状态需时间，则:

联立上式可得：

碰撞刚结束时，A 的质心速度与角速度方向和大小均不匹配，但均沿水平方向，因此可以用矢量形式表达。取质心参考系，以质心为参考点，摩擦力矩始终沿水平方向，故角速度也始终不会有竖直分量。A 球最低点的速度为:

由质心运动定理和转动定理分别有:

**联立上式可得：**

根据滑动摩擦力的性质f的方向恒与v相反，且大小为常量，故最低点的速度随时 间均匀减小，直至为0，此时达到纯滚动状态，球A将作匀速直线运动。在这一过程中，由于 v 的方向不变，f的方向也不变，故球 A 的质心运动轨迹为抛物线。

因为, 设从碰撞时刻算起，时球 A 达到纯滚动状态。 则由式知

可以得到, 即 B 达到纯滚动状态的时刻，A 恰好也达到纯滚动状态。此时 A 的两个速度分量分别为:

此时 A 的坐标则为:

此后 A 将保持该时刻的速度作匀速直线运动，即以此为计时零点，A 的坐标随时间变化的 函数关系为:

3.

由题意:

(1)3’

设晶体体积为, 对于z方向的极化:

(2) 3’

(3)3’

(4)3’

(5) 3’

为总的电偶极矩. 又有

(6)3’

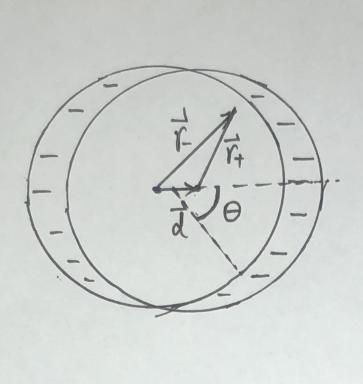
故

(7) 3’

由(1)(7)

(8)3’

对于x方向的极化:

先考虑右图模型, 两个半径为a的无限长圆柱, 一个带电荷密度, 另一个带电荷密度, 圆心相距.

(9)3’

(10)3’

(11)2’ 令: (12)2’

假定水-介质界面上的极化电荷面密度分布为, 以外电场方向(x方向)为极轴方向.

设介质中电场强度大小为. 由于p很小,可以认为是均匀的.

(13)2’

的法向分量

(14)2’

由高斯定理:

(15)3’

故 (16)3’

(17)3’

(18)2’

由(13)(16)(17)(18):

(19)3’

故 (20)3’

(21)2’

(22)2’

(23)3’

由(20)(21)(22)(23):

(24)4’

(25)4’