

交流电桥实验

吴熙楠

2021 年 5 月 24 日

目录

1	实验目的	2
2	实验器材	2
3	实验过程及数据整理	2
3.1	电容桥测量电容	2
3.1.1	纸质电容的测量	2
3.1.2	电解电容的测量	3
3.2	麦克斯韦-维恩桥测量电感	4
3.3	麦克斯韦桥测量电感	4
3.4	麦克斯韦-维恩桥测量磁环	5
4	思考题	8
5	分析与讨论	8
6	收获与感想	9

摘要

交流电桥是测量各种交流阻抗的基本仪器，如电容的电容量，电感的电感量等。此外还可利用交流电桥平衡条件与频率的相关性来测量与电容、电感有关的其他物理量，如互感、磁性材料的磁导率、电容的介质损耗、介电常数和电源频率等，其测量准确度和灵敏度都很高，在电磁测量中应用极为广泛。我们将在本次实验中学习使用交流电桥。

关键词：交流，频率，电桥

1 实验目的

- (1) 学会使用交流电桥测量电容和电感及其损耗；
- (2) 了解交流桥路的特点和调节平衡的方法。

2 实验器材

函数信号发生器，电阻箱 3 个，十进式电容箱，十进式电感箱，待测电容，待测电感，待测磁环，标准互感器，数字多用电表，开关，导线。

3 实验过程及数据整理

3.1 电容桥测量电容

条件：对于纸质电容而言，其损耗角很小，因此需要测量其本底电压，电容桥一般为了电容测量准确，使 $R_1 = R_2$ ，此方法适合测量损耗小的电容。

3.1.1 纸质电容的测量

表 1: 纸质电容测量数据表 (本底 $U_0 = 0.21mV, f = 1kHz$)

R_1/Ω	R_2/Ω	$C_0/\mu F$	R_0/Ω	U/mV
100.0	100.0	0.2359	2.1	0.20

$$\therefore C_x = \frac{R_2}{R_1} C_0 = 0.2359 \mu F, \quad R_c = \frac{R_1}{R_2} R_0 = 2.1 \Omega$$

$$\text{损耗角 } \tan \delta = \omega C_0 R_0 = 3.112 \times 10^{-3}$$

$$Z = \sqrt{(R_0)^2 + \left(\frac{1}{\omega C_x}\right)^2} = 674.67 \Omega$$

当 $\Delta R_0 = (2.8 - 2.1)\Omega = 0.7\Omega$ 时, $\Delta U = (0.72 - 0.20)mV = 0.52mV$, 灵敏度 $S_R = \frac{\Delta U}{\Delta R_0/Z} = 501.7mV$

当 $\Delta C_0 = (0.2362 - 0.2359)\mu F = 0.0003\mu F$ 时, $\Delta U = (0.79 - 0.20)mV = 0.59mV$, 灵敏度 $S_C = \frac{\omega C_0^2 \Delta U}{\Delta C_0/Z} = 464.8mV$

可见理论上 S_R 与 S_C 是相同的, 而实际测量结果也是接近的。

对于不确定度的计算: $\sigma_c = C_x \sqrt{(\frac{\sigma_{c_0}}{C_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_1}}{R_1})^2 + (\frac{\sigma_{R_2}}{R_2})^2}$, $\sigma_R = R_c \sqrt{(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_1}}{R_1})^2 + (\frac{\sigma_{R_2}}{R_2})^2}$

因为信号发生器产生频率波动对于不确定度影响很小, 所以 $\sigma_{\tan\delta} = \tan\delta \sqrt{(\frac{\sigma_{c_0}}{C_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_0}}{R_0})^2} = 0.014 \times 10^{-3}$

$$e_c = (0.2 \times 0.5\% + 0.03 \times 0.65\% + 0.005 \times 2\% + 0.0009 \times 5\%) \mu F = 1.34 \times 10^{-3} \mu F$$

$$e_{R_1} = e_{R_2} = 100 \times 0.1\% \Omega = 0.1\Omega, \quad e_{R_0} = (2 \times 0.5\% + 0.1 \times 2\%) \Omega = 0.012\Omega$$

$$\text{因此计算可得 } \sigma_c = 0.0008 \mu F, \quad \sigma_R = 0.007\Omega, \quad \sigma_{\tan\delta} = 0.014 \times 10^{-3}$$

因此 $C_x = (0.2359 \pm 0.0008) \mu F$, $R_c = (2.100 \pm 0.007) \Omega$, $\tan\delta = (3.112 \pm 0.014) \times 10^{-3}$ (其中因为灵敏度经过计算发现很大, 因此在不不确定度计算中可以忽略不计)

3.1.2 电解电容的测量

表 2: 电解电容测量数据表 ($f = 1kHz$)

R_1/Ω	R_2/Ω	$C_0/\mu F$	R_0/Ω	U/mV
100.0	1000.0	0.6628	30.5	0.02

$$\therefore C_x = \frac{R_2}{R_1} C_0 = 6.628 \mu F, \quad R_c = \frac{R_1}{R_2} R_0 = 3.05\Omega$$

$$\text{损耗角 } \tan\delta = \omega C_0 R_0 = 0.127$$

当 $\Delta R_0 = (30.9 - 30.5)\Omega = 0.4\Omega$ 时, $\Delta U = (0.50 - 0.02)mV = 0.48mV$, 灵敏度 $S_R = \frac{\Delta U}{\Delta R_0/Z} = 284.7mV$

当 $\Delta C_0 = (0.6642 - 0.6628)\mu F = 0.0014\mu F$ 时, $\Delta U = (0.54 - 0.02)mV = 0.52mV$, 灵敏度 $S_C = \frac{\omega C_0^2 \Delta U}{\Delta C_0/Z} = 259.8mV$

可见理论上 S_R 与 S_C 是相同的, 而实际测量结果也是接近的。

对于不确定度的计算: $\sigma_c = C_x \sqrt{(\frac{\sigma_{c_0}}{C_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_1}}{R_1})^2 + (\frac{\sigma_{R_2}}{R_2})^2}$, $\sigma_R = R_c \sqrt{(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_1}}{R_1})^2 + (\frac{\sigma_{R_2}}{R_2})^2}$

因为信号发生器产生频率波动对于不确定度影响很小, 所以 $\sigma_{\tan\delta} = \tan\delta \sqrt{(\frac{\sigma_{c_0}}{C_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_0}}{R_0})^2} = 0.0004$

$$e_c = (0.6 \times 0.5\% + 0.06 \times 0.65\% + 0.002 \times 2\% + 0.0008 \times 5\%) \mu F = 3.47 \times 10^{-3} \mu F$$

$$e_{R_1} = (100 \times 0.1\%) \Omega = 0.1 \Omega, \quad e_{R_2} = (1000 \times 0.1\%) \Omega = 1 \Omega$$

$$e_{R_0} = (30 \times 0.1\% + 0.5 \times 2\%) \Omega = 0.04 \Omega$$

$$\text{因此计算可得 } \sigma_c = 0.021 \mu F, \quad \sigma_R = 0.003 \Omega, \quad \sigma_{\tan \delta} = 0.0004$$

因此 $C_x = (6.628 \pm 0.021) \mu F$, $R_c = (3.050 \pm 0.003) \Omega$, $\tan \delta = (0.1270 \pm 0.0004)$ (其中因为灵敏度经过计算发现很大, 因此在不确定度计算中可以忽略不计)

3.2 麦克斯韦-维恩桥测量电感

条件: 测量电感时为了保证电阻的感抗可以忽略, 因此 R_1 与 R_2 的设定值不应过高, 此方法适合测定低 Q 值得电感。

表 3: 电感测量数据表 ($f = 1kHz$)

R_1/Ω	R_2/Ω	$C_0/\mu F$	R_0/Ω	U/mV
500.0	500.0	0.0388	2335.7	0.02

$$\therefore L_x = C_0 R_1 R_2 = 9.70 mH, \quad R_L = \frac{R_1 R_2}{R_0} = 107.03 \Omega$$

$$\text{品质因素 } Q = \frac{\omega L_x}{R_L} = 0.569$$

$$\text{对于不确定度的计算: } \sigma_L = L_x \sqrt{\left(\frac{\sigma_{C_0}}{C_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_2}}{R_2}\right)^2}, \quad \sigma_{R_L} = R_L \sqrt{\left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_2}}{R_2}\right)^2}$$

$$\text{因为信号发生器产生频率波动对于不确定度影响很小, 所以 } \sigma_Q = Q \sqrt{\left(\frac{\sigma_{C_0}}{C_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2}$$

$$e_{R_1} = e_{R_2} = (500 \times 0.1\%) \Omega = 0.5 \Omega$$

$$e_{R_0} = (2330 \times 0.1\% + 5 \times 0.5\% + 0.7 \times 2\%) \Omega = 2.369 \Omega$$

$$e_{C_0} = (0.03 \times 0.65\% + 0.008 \times 2\% + 0.0008 \times 5\%) \mu F = 3.95 \times 10^{-4} \mu F$$

$$\text{因此计算可得: } \sigma_L = 0.06 mH, \quad \sigma_{R_L} = 0.11 \Omega, \quad \sigma_Q = 0.003$$

因此 $L_x = (9.70 \pm 0.06) mH$, $R_L = (107.03 \pm 0.11) \Omega$, $Q = (0.569 \pm 0.003)$ (其中因为灵敏度经过计算发现很大, 因此在不确定度计算中可以忽略不计)

通过实验, 可以看出麦克斯韦-维恩桥的收敛性较好, 能够较快调节到平衡。

3.3 麦克斯韦桥测量电感

条件: 测量电感时为了保证电阻的感抗可以忽略, 因此 R_1 与 R_2 的设定值不应过高, 且由于电感箱不可以连续调节, 因此在最初时设定一个好的 R_1 与 R_2 的值较为重要。

表 4: 电感测量数据表 (本底 $U_0 = 0.09mV, f = 1kHz$)

R_1/Ω	R_2/Ω	L_0/mH	R_{L0}/Ω	R_0/Ω	U/mV
491.9	499.3	10	6.86	101.8	0.18

$$\therefore L_x = L_0 \frac{R_1}{R_2} = 10.15mH, \quad R_L = (R_0 + R_{L0}) \frac{R_1}{R_2} = 107.15\Omega$$

$$\text{品质因素 } Q = \frac{\omega L_x}{R_L} = 0.595$$

$$\text{对于不确定度的计算: } \sigma_L = L_x \sqrt{\left(\frac{\sigma_{L_0}}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_2}}{R_2}\right)^2}, \quad \sigma_{R_L} = R_L \sqrt{\left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_{L0} + R_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_2}}{R_2}\right)^2}$$

$$\text{因为信号发生器产生频率波动对于不确定度影响很小, 所以 } \sigma_Q = Q \sqrt{\left(\frac{\sigma_{L_0}}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0 + R_{L0}}\right)^2}$$

$$e_{R_1} = (490 \times 0.1\% + 1 \times 0.5\% + 0.9 \times 2\%) \Omega = 0.513\Omega$$

$$e_{R_2} = (490 \times 0.1\% + 9 \times 0.5\% + 0.3 \times 2\%) \Omega = 0.541\Omega$$

$$e_{R_0} = (100 \times 0.1\% + 1 \times 0.5\% + 0.8 \times 2\%) \Omega = 0.121\Omega$$

$$e_{L_0} = (10 \times 2\%) mH = 0.2mH$$

$$\text{因此计算可得: } \sigma_L = 0.12mH, \quad \sigma_{R_L} = 0.12\Omega, \quad \sigma_Q = 0.007$$

因此 $L_x = (10.15 \pm 0.12)mH$, $R_L = (107.15 \pm 0.12)\Omega$, $Q = (0.595 \pm 0.007)$ (其中因为灵敏度经过计算发现很大, 因此在不确定度计算中可以忽略不计)

通过实验, 可以看出麦克斯韦桥的收敛性相比于麦克斯韦-维恩桥而言收敛性较差, 需要多次调节才能达到近似平衡。

3.4 麦克斯韦-维恩桥测量磁环

条件: 在测量磁环的磁导率时, 我们需要保证其工作区域在线性区域, 即监测信号不会出现倍频项, 同时我们的 R_1 与 R_2 也不应该设定过大以保证电阻箱的感抗可以忽略。

表 5: 磁环测量数据表

f/kHz	R_0/Ω	$C_0/\mu\text{F}$	L/mH	R/Ω
0.1	1963.2	0.4436	1.109	1.273
0.4	1243.2	0.2166	0.542	2.011
0.7	1008.0	0.1585	0.396	2.480
1	885.7	0.1294	0.324	2.823
2	677.7	0.0885	0.221	3.689
3	606.2	0.0686	0.172	4.124
5	502.2	0.0536	0.134	4.978
7	412.2	0.0436	0.109	6.065
9	363.2	0.0406	0.102	6.883
10	353.2	0.0386	0.097	7.078

$D = 8.56\text{cm}, S = 2.00\text{cm}^2, N = 180$ 匝, $R_c = 0.683\Omega, R_1 = R_2 = 50.0\Omega$
 因此我们计算其磁导率的实部 $\mu' = \frac{L_x \pi D}{\mu_0 N^2 S}$, 虚部 $\mu'' = \frac{(\bar{R}_L - R_c) \pi D}{2\pi f \mu_0 N^2 S}$, 品质因素 $Q = \frac{2\pi f L_x}{R_L}$

表 6: 磁环参数数据表

f/kHz	0.1	0.4	0.7	1	2	3	5	7	9	10
μ'	36.62	17.90	13.08	10.70	7.30	5.68	4.43	3.60	3.37	3.20
μ''	31.01	17.45	13.49	11.25	7.90	6.02	4.79	4.04	3.62	3.36
Q	0.547	0.677	0.702	0.721	0.753	0.786	0.805	0.830	0.852	0.861

因此我们作图可得:

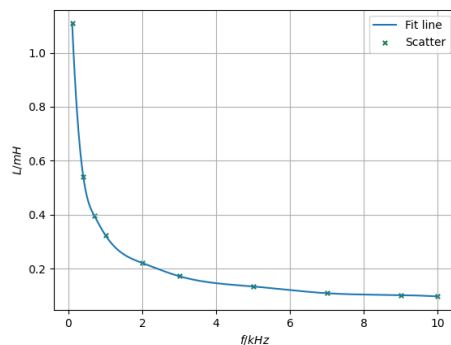
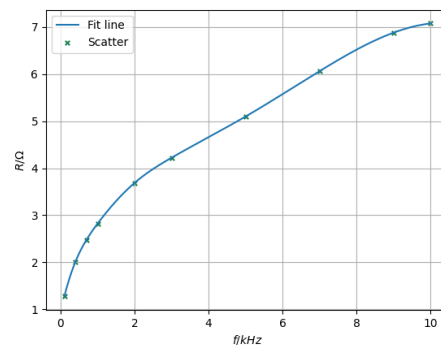
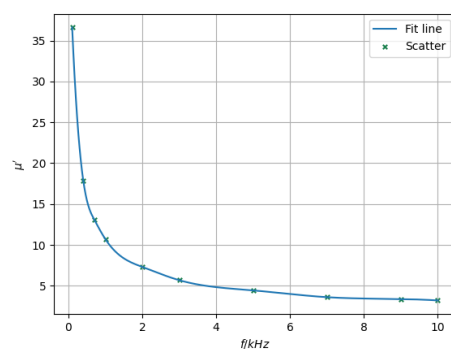
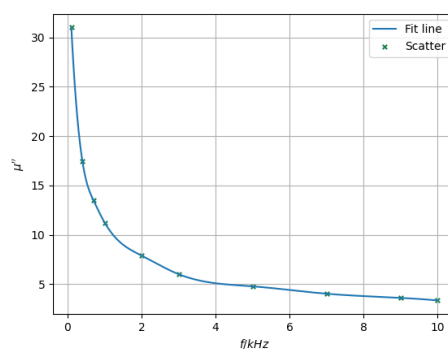
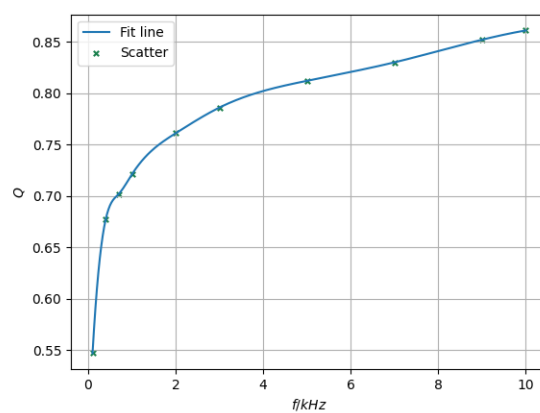
(a) L_x 随频率 f 变化图(b) R 随频率 f 变化图(c) μ' 随频率 f 变化图(d) μ'' 随频率 f 变化图(e) 品质因素 Q 随频率 f 变化图

图 1: 磁环参数随频率变化曲线图

4 思考题

画出麦克斯韦-维恩桥测量电感时电桥达到平衡的过程图

令 $\vec{A} = \frac{R_L}{R_1} + i\frac{\omega L_x}{R_1}$, $\vec{B} = \frac{R_2}{R_0} + i\omega R_2 C_0$, 则: $\vec{A} = \vec{B}$ 时电桥平衡

调节 R_0 和 C_0 不改变 \vec{A} , 同时调节 R_0 只是改变 \vec{B} 的实部, 调节 C_0 只是改变 \vec{B} 的虚部, 则示意图如下:

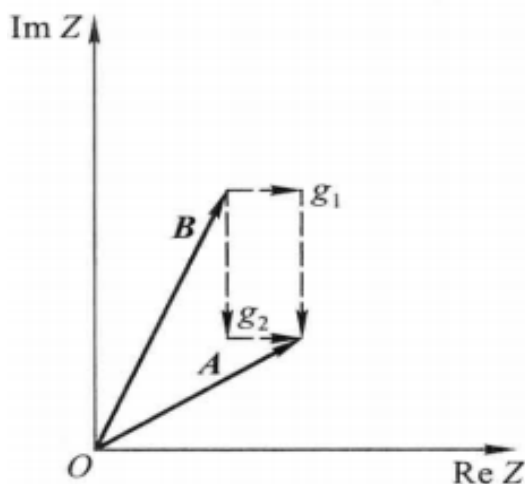


图 2: 麦克斯韦-维恩桥平衡过程图

其中 g_1 过程为减小 R_0 , g_2 过程为减小 C_0 。

5 分析与讨论

1. 两种电桥测量电感的收敛性差别是否很大, 与什么因素有关?

答: 在以上的实验过程中, 我们发现两种电桥测量电感的收敛性差别很大, 其中麦克斯韦-维恩桥的收敛性较好, 麦克斯韦桥的收敛性较差。这是因为麦克斯韦桥的标准电感箱每格变化量较大, 因此电感箱的变化不是连续变化的, 我们只能通过调节 R_0 与 R_2 的值来达到平衡, 但这两个量是相互影响的, 因此调节得收敛性较差, 需要反复多次调节才行; 而麦克斯韦-维恩桥的调节我们通过改变 R_0 与 C_0 , 可以视为连续变化的, 因此调节过程的收敛性较好, 能很快达到平衡。

2. 磁环的损耗电阻和磁导率随频率怎样变化? 为什么?

答：通过实验我们发现磁环的损耗电阻随频率增大而增大，这是因为加入交流信号频率越高，其趋肤深度越小，等效于导体的截面积变小，因此损耗电阻变大；通过实验我们发现磁环的磁导率的实部与虚部均随频率增大而减小，因为对于交变信号下磁体的畴壁处于运动状态，因此磁畴的运动为受迫振动与阻尼迟豫振动的叠加，又因为我们的交流信号频率最低 100Hz 也大于其本征频率，因此在远离本征频率下驱动频率越大，磁导率越小，因此其复数磁导率的实部与虚部均减小。

6 收获与感想

在本次实验中我们学会了使用交流电桥测量电容和电感及其损耗，了解了交流桥路的特点和调节平衡的方法，交流电桥在电磁学实验中有很大的应用，因此也为我们未来电磁学实验奠定基础。