

2018 春计算物理 A 考题回忆

一. 算法设计

- a) 设计一个算法能求正实数 m 的立方根
- b) 多项式 $p(x) = x^3 - x^2 - x - 1$ 仅有一个实根 $\xi \approx 1.8 \dots$, 试设计一个迭代函数, 在不使用多项式的导数 $p'(x)$ 的情况下, 从任意正实数 x_0 开始迭代均可以收敛到解。迭代函数可以用 $\phi(p(x), x)$ 表示。

二. 三对角矩阵的 LU 分解

- a) 分解
- b) 利用分解求解 $Ax=g$
- c) 利用上述方法求解循环三对角矩阵

三. QR 分解

- a) $A = \begin{pmatrix} 2 & \epsilon \\ \epsilon & 1 \end{pmatrix}$ 的 QR 分解, 只需写出分解和第一步迭代
 - b) 使用 Shifted QR 加速, 偏移量 $\mu = 1$
- 四. Runge-Kutta : 根据 RK2 的形式, 证明系数 $c_1 + c_2 = 1$, $a = b$

五. 随机数抽样

- a) 给出 $x>0$ 的标准正态分布, 证明其归一性
- b) 令 $h(x) = e^{-x}$, 将 $f(x)$ 改写为 $\frac{f(x)}{h(x)} h(x)$, 使用第二类舍选抽样法进行抽样, 请叙述抽样该如何进行, 求出抽样效率。