

《天体物理学》

第九章 黑洞 (b)

讲授：徐仁新

北京大学物理学院天文学系

- 0, 什么是黑洞?
- 1, 相对论的概念
- 2, Schwarzschild时空
- 3, Kerr时空
- 4, 黑洞的量子效应
- 5, 黑洞可能存在与观测证认

3, Kerr时空

各种类型的黑洞:

- 黑洞的“无毛 = 三毛”定理

黑洞的性质由质量 M 、角动量 L 、电荷 Q 三个量完全刻画

- 黑洞的分类

$M \neq 0, L = Q = 0$: Schwarzschild黑洞

$M \neq 0, L \neq 0, Q = 0$: Kerr黑洞 (旋转黑洞)

$M \neq 0, L = 0, Q \neq 0$: Reissner-Nordstrom黑洞

$M \neq 0, L \neq 0, Q \neq 0$: Kerr-Newman黑洞

- **KN黑洞** (取Schwarzschild坐标)

视界:  无限红移面:

$$r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2 - Q^2}$$

$$r_{\pm}^s = M \pm \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2 \theta - Q^2}$$

$a = L/M$: 单位质量的角动量

3, Kerr时空

Kerr时空： 场方程真空**轴**对称解！

- **能层**

在外视界和外无限红移面之间的区域

- **Penrose过程**

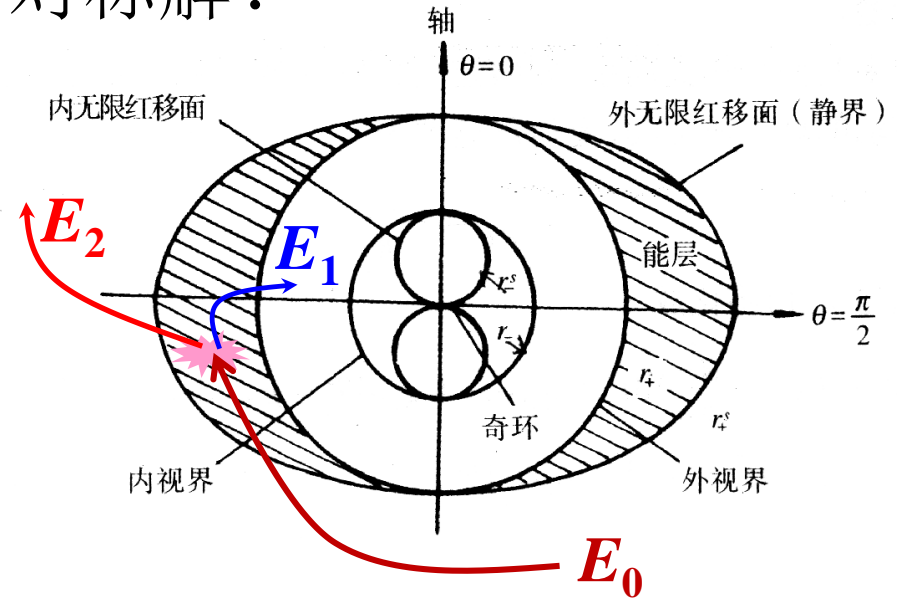
相对于无穷远观者，在能层内除了能量为正的正能量轨道外，还存在负能轨道。

位于负能轨道运动粒子具有负角动量（轨道运动反向于黑洞自转）
能量守恒： $E_0 = E_1 + E_2 \Rightarrow E_2 > E_0$

- **面积定理**（Hawking, 1971）

黑洞演化过程中视界面积不可能减少（Penrose过程遵守面积定理）

Schwarzschild黑洞可以看作黑洞的“基态”（？）



4, 黑洞的量子效应

所有基本“点”粒子都是黑洞?

- “是的”，如果经典广义相对论在任何尺度都成立的话。

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} = 2.7 \times 10^{-55} \frac{M}{1\text{MeV}} \text{cm}$$

“点”粒子: $r \rightarrow 0$?

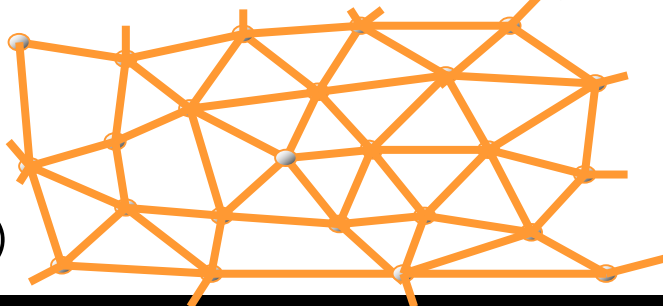
- 矛盾: 黑洞只有 M 、 L 、 Q 等性质，而基本粒子特征丰富得多!
 \Rightarrow 必须考虑时空的量子性: 量子引力!

量子化的? $\rightarrow R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \leftarrow$ 量子化的!

- 时空量子化一个可能图象: 自旋网络 (Roger Penrose, 1960)

$|\Gamma j \nu\rangle$

(类似于原子态: $|nlm\rangle$)



时空“原子”
量子泡沫!

4, 黑洞的量子效应

所有基本“点”粒子都是黑洞？

- “波粒二象性”是量子性的基本体现

{ 波包的典型尺度：de Broglie波长 $\lambda \sim \hbar/(Mc)$
粒子对时空弯曲影响的典型尺度： r_s

Planck质量

$$\lambda < r_s \Rightarrow \hbar/(Mc) < GM/c^2 \Rightarrow M > M_p = (\hbar c/G)^{1/2} = 1.22 \times 10^{16} \text{ TeV}$$

Planck质量是可能存在黑洞的**最小质量**！

尚未发现 $M > M_p$ 的基本粒子，故不用担心它们会塌缩成黑洞

时空的量子效应在黑洞视界附近也非常重要...
Hawking辐射

4, 黑洞的量子效应

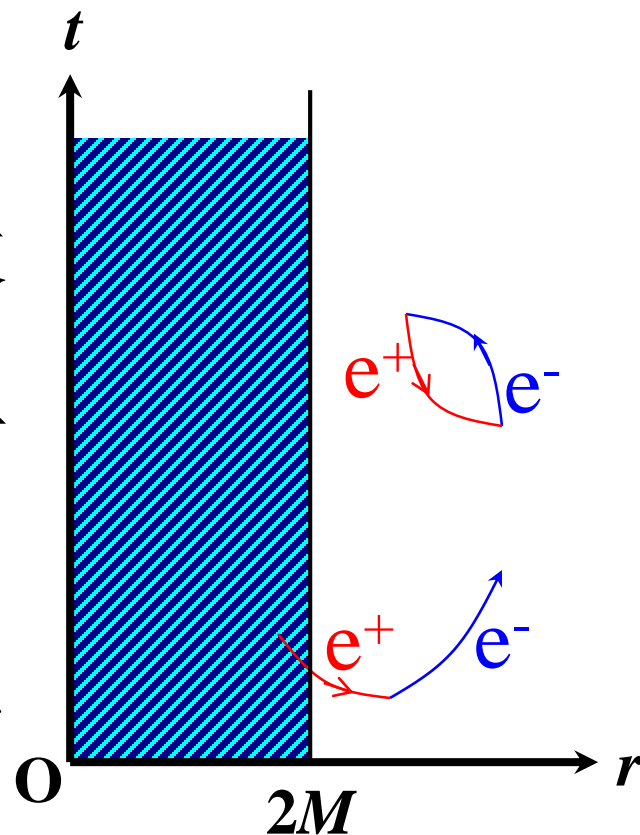
Hawking辐射

- Heisenberg不确定关系与真空量子涨落
 $\Delta E \cdot \Delta t > \hbar$, 真空中充满**虚粒子对**
- 平直时空中: 虚粒子对瞬时产生、湮灭
- 黑洞视界附近: 半透膜性可导致——
一个进入视界而另一个却没有
- 对遥远观测者而言: 黑洞产生一新粒子
能量守恒 \Rightarrow 黑洞必须丧失同样质能
黑洞这一损失质量过程称**Hawking辐射**
- 黑洞两种向外界输出能量的对比:

Penrose过程: “**受激辐射**”

Hawking辐射: “**自发辐射**”

} 与原子发光类比



4, 黑洞的量子效应

Hawking辐射的强度

- Bekenstein: 黑洞面积是热力学意义上的熵; 黑洞面积不减定理类似于热力学中的熵增原理

- 难道黑洞也可以定义温度?

GR答案: 是的! 且黑洞可看作此温度的热辐射 (功率 $\sim \sigma T^4$)

- 黑洞温度的一种估计方法:

黑洞热辐射光子的波长 λ 与其视界面的典型尺度相当: $\lambda \sim r_s$

(注: 此时光子才可能从黑洞内“跑”出来)

$$r_s = 2GM/c^2, \quad kT \sim hc/\lambda \Rightarrow T \sim \frac{hc^3}{2GkM}$$

- 而弯曲时空中的量子场论计算给出: $T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GkM} = 6.2 \times 10^{-8} \text{ K} \left(\frac{M_{\text{sun}}}{M} \right)$

4, 黑洞的量子效应

Hawking辐射寿命：Schwarzschild黑洞为例

- Schwarzschild黑洞面积： $A = 4\pi r_s^2 = 16\pi G^2 M^2 / c^4$
- 辐射功率： $A \cdot \sigma T^4$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\hbar^4 c^8 \sigma}{256 \pi^3 G^2 k^4} \frac{1}{M^2} \propto M^{-2}$$

- 辐射寿命：

$$\tau \approx \frac{Mc^2}{\dot{E}} \propto M^3$$

质量小的黑洞存在的时间是非常短的！

5, 黑洞可能存在与观测证认

自然界可能存在的几类黑洞

- 超大质量黑洞!

位于星系的中心; $M \sim 10^{6 \sim 8} M_{\odot}$, $T < 10^{-13} \text{K}$

- 中等质量黑洞?

形成超大质量黑洞的“种子黑洞”? $\sim 10^2$ 到 $\sim 10^4 M_{\odot}$

- 恒星质量黑洞!!

恒星演化晚期塌缩而成; $M \sim 10 M_{\odot}$, $T \sim 10^{-8} \text{K}$

- 原初黑洞??

早期宇宙介质涨落形成? $M \sim 10^{12} \text{kg}$, $T \sim 10^{11} \text{K}$

- TeV尺度黑洞???

3+n维空间和1维时间组成的时空: $M_*^{n+2} \sim \left(\frac{h}{c}\right)^n M_p^2 R^{-n}$

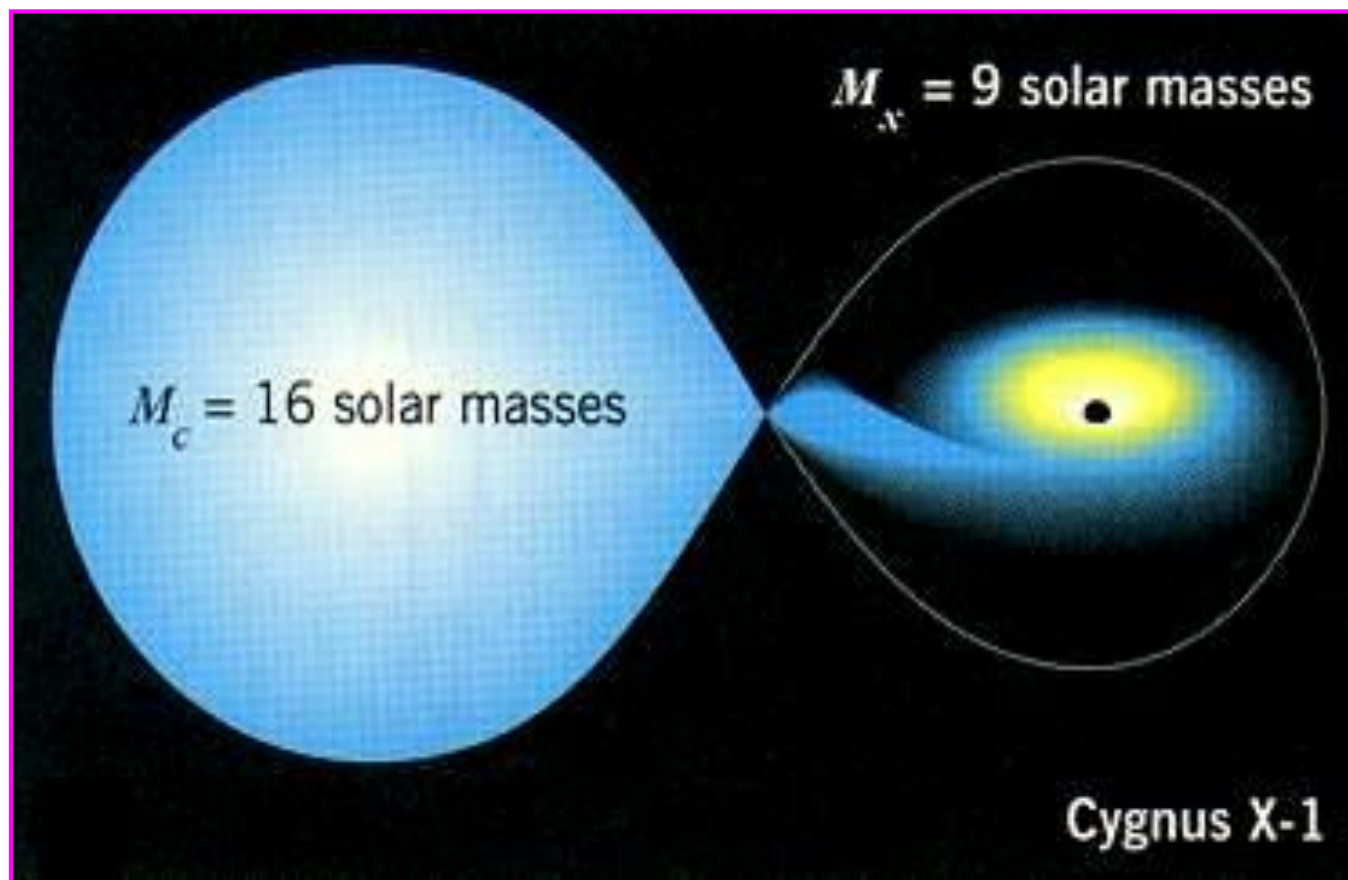
产生: 实验室高能重离子碰撞? 极高能宇宙线与物质碰撞?

5, 黑洞可能存在与观测证认

恒星质量黑洞

- 双星系统中黑洞吸积伴星物质而发射X射线

质量
辐射

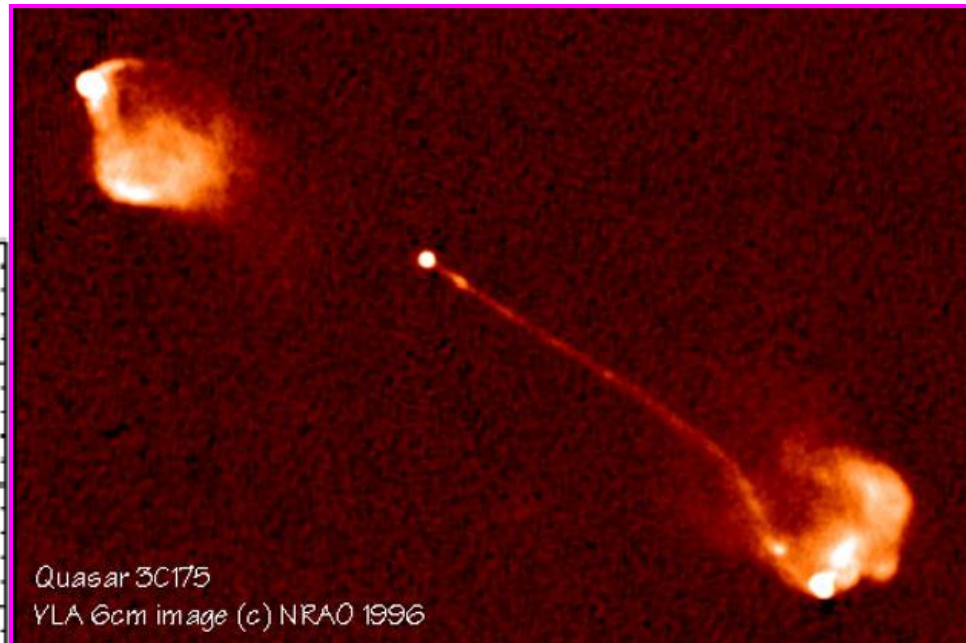
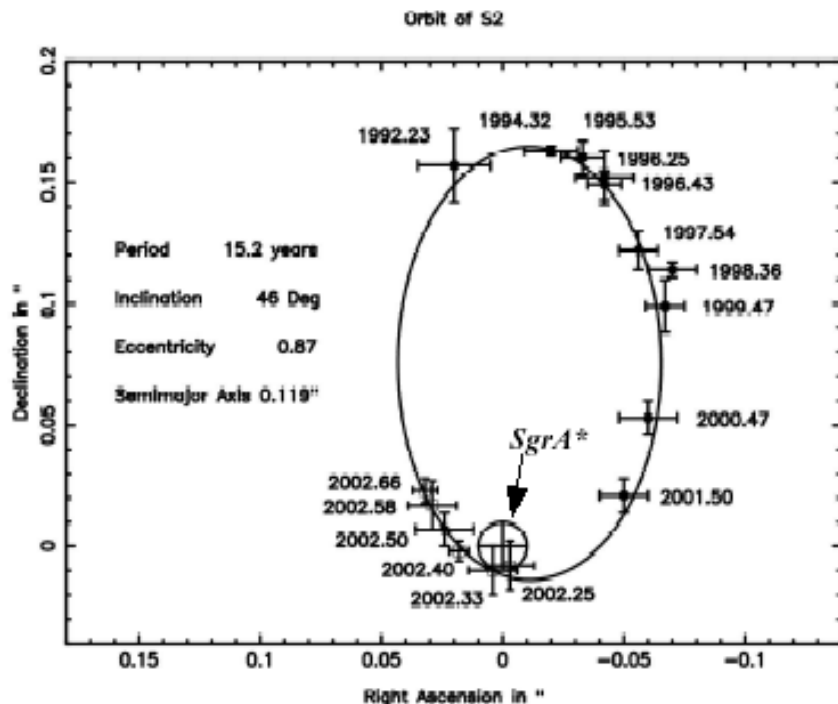


5, 黑洞可能存在与观测证认

超大质量黑洞

- 其吸积物质释放引力能是星系活动的能量来源
- 银河系中心的黑洞

$$M = (4.0 \pm 0.3) \times 10^6 M_{\text{sun}}$$



所有星系中心都
存在大质量黑洞？

总 结

- 0, 什么是黑洞?
- 1, 相对论的概念
- 2, Schwarzschild时空
- 3, Kerr时空
- 4, 黑洞的量子效应
- 5, 黑洞可能存在与观测证认

作业

习题：5, 1

5. 在平直空间中天体辐射的光子直线运动. 然而, 如果位于点辐射源 R 和观测者 O 之间连线上存在一暗天体 L (如图), 则因受 L 引力场的影响, 观测者看到的不是点源, 而是一圆形辐射 (称为 Einstein 环). 计算 Einstein 环大小 θ_E 为

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4M(r_R - r_L)}{r_R r_L}},$$

其中 M 为暗天体 L 的质量.

