《天体物理学》

第二章　辐射 (a)

讲授：徐仁新

北京大学物理学院天文学系

天机被光子泄露

天体物理过程的信息载体

早实现：光子、中微子、宇宙线

刚实现：引力波（引力子）

光子（电磁波）探测是目前天体物理家获取信息的最主要手段，依其能量可分为

- γ射线：能量E >~1MeV
- X射线：~0.1keV<E<~1MeV
- 紫外线
- 可见光：~3000 Å<λ(波长)<~7000 Å
- 红外射线
- 射电波：λ>~1mm

依此顺序，光子的波动性逐渐增加、粒子性减弱。

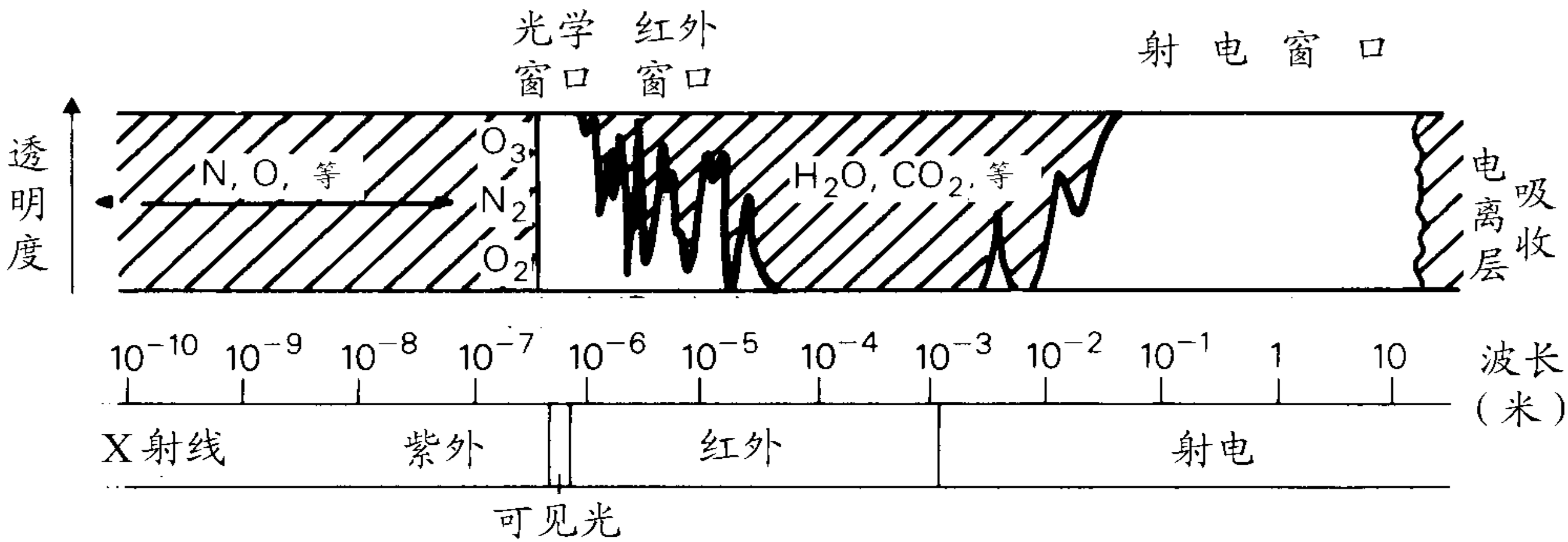
大气辐射窗口

经过地球大气层的吸收，电磁辐射只在三个频段能够透射：“大气辐射窗口”。

光学窗口： ~300nm 至 ~900nm

红外窗口： 由若干μm波长的窄波段构成

射电窗口： ~1mm 至 ~30m（~10MHz 至 ~300GHz）



1，黑体辐射

热辐射： 处于热平衡的物体所发射的辐射

主要成分：$mc^2 < \sim kT$的粒子。$m = 0$光子是热辐射主要成分

非热辐射： 未处于热平衡物体的辐射

比如磁场环境下非热高能电子辐射：回旋辐射、同步辐射

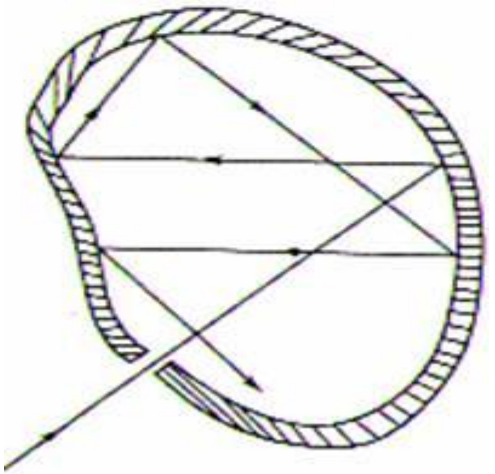
Kirchhoff定律： $\psi_e(\nu,T) = \alpha(\nu,T)\cdot B(\nu,T)$

$B(\nu,T)$是与材料无关的函数。此定律可用热力学定律证明

黑体辐射： 吸收系数$\alpha(\nu,T) = 1$的热辐射

可见：黑体辐射是辐射效率最高的热辐射

1，黑体辐射



能量密度： Planck公式

$$\rho_\nu(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/(kT)}-1}$$

辐射通量： Stefan-Boltzmann定律

$$B(T) = \frac{c}{4}\int_0^{+\infty}\rho_\nu(T)\mathrm{d}\nu = \sigma T^4$$

Wien位移定律： $\lambda_{\max} T = 0.29\ \mathrm{cm\ K}$

辐射场状态方程： $P(T) = \rho(T)/3$

2，回旋辐射

典型非热辐射： 电子加速运动产生的辐射

辐射场的计算

$$\begin{cases} \vec{E} = -\nabla\varphi - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} = \dfrac{q}{R^2}\left[\dfrac{\vec{n}-\vec{\beta}}{\gamma^2(1-\vec{\beta}\cdot\vec{n})^3}\right]_{\rm ret} + \dfrac{q}{cR}\left[\dfrac{\vec{n}\times\{(\vec{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}\}}{(1-\vec{\beta}\cdot\vec{n})^3}\right]_{\rm ret} \\ \vec{B} = [\vec{n}\times\vec{E}]_{\rm ret} \end{cases}$$

非相对论情形（$\beta << 1$）

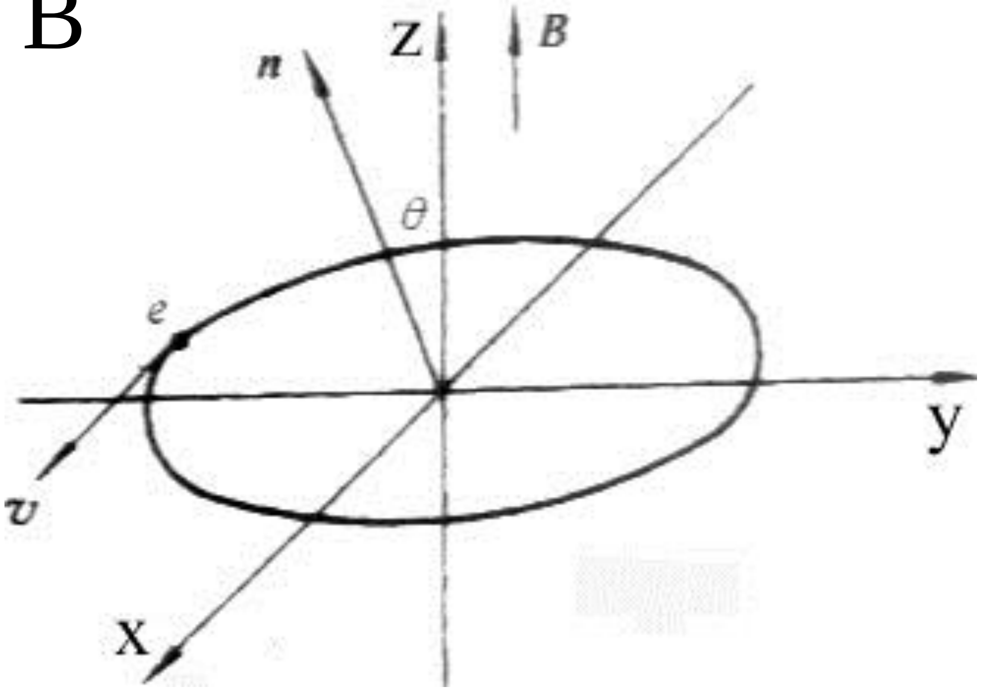
$$\begin{cases} \vec{E} = \dfrac{q}{cR}[\vec{n}\times\{(\vec{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}\}]_{\rm ret} \\ \vec{B} = [\vec{n}\times\vec{E}]_{\rm ret} \end{cases}$$

外磁场中相对论电子： e ⊕ B

回旋辐射、同步辐射、曲率辐射

2，回旋辐射

定性分析： $e(\beta << 1) \oplus B$



Larmor半径 $r_L = \dfrac{mcv}{eB}$

Larmor圆频率 $\omega_L = \dfrac{eB}{mc}$

狭义相对论效应：
$r_0 = \gamma r_L$、$\omega_0 = \omega_L / \gamma$

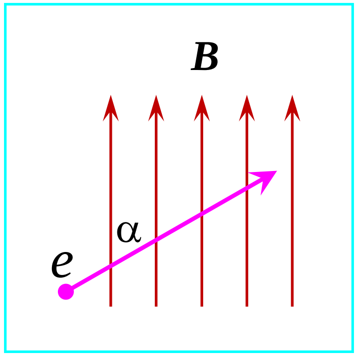
圆周运动：可以分解为相位差π/2的两个互相垂直电偶极子

电偶极辐射：单频、辐射能流 $\mathbf{S} \sim \sin^2\vartheta\ \mathbf{n}$，**电场矢量与d、n共面**

辐射场特性：

1，单色，2，辐射近乎各向同性，3，椭圆偏振

2，回旋辐射



电动力学计算结果： $e(\beta << 1) \oplus B$

单个电子的辐射功率：$P = 1.6\times10^{-15}\beta^2 B^2 \sin^2\alpha$ (erg/s)

各向同性平均功率： $\bar{P} = 1.1\times10^{-15}\beta^2 B^2$ (erg/s)

辐射角频率为$S\omega_0$（S = 1, 2, 3, …），谱功率为：

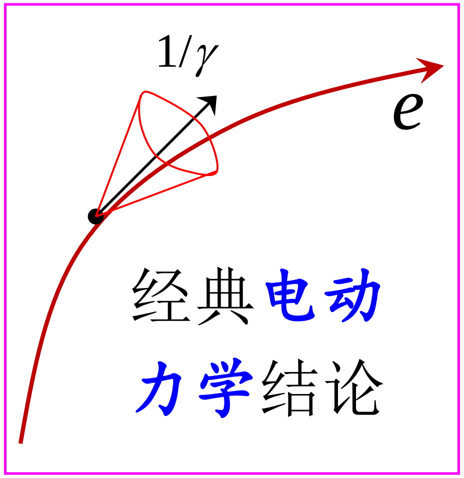
$$P_s \approx \frac{2e^2\omega_L^2}{c}\frac{(S+1)S^{2S+1}}{(2S+1)!}\beta^{2S}$$

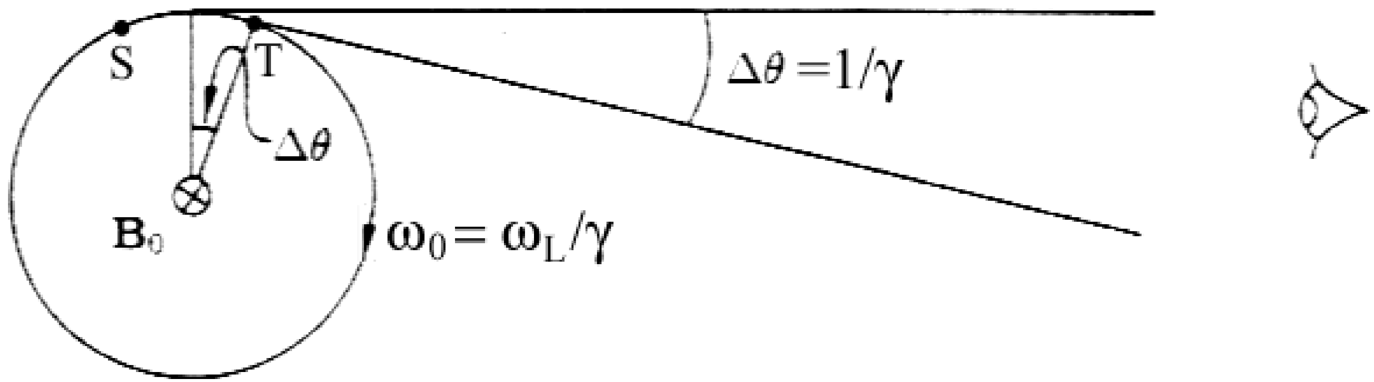
$\Rightarrow P_{S+1}/P_S \sim \beta^2 << 1$

角分布：$\sim (1+\cos^2\theta)\, d\Omega$

3，同步辐射

定性分析： $e(\gamma >> 1) \oplus B$ 　　$\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{B} = 0$情形



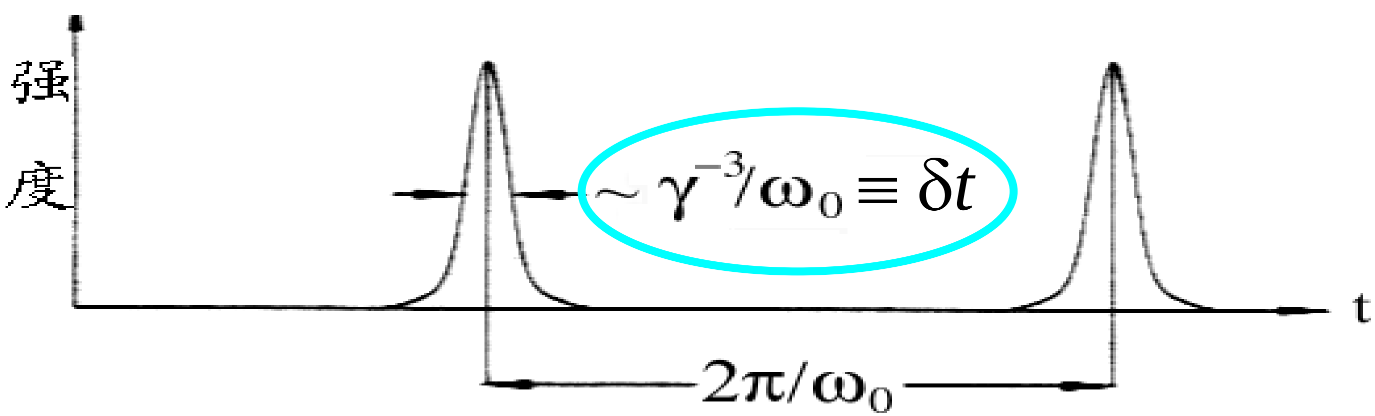


电磁场强度

辐射谱：

基频ω_0

$\omega_m \sim 1/\delta t$



3，同步辐射

电动力学计算结果： e(γ>> 1) ⊕ B

单个电子的辐射功率：$P = 1.6\times10^{-15}\gamma^2\beta^2B^2\sin^2\alpha$ (erg/s)

各向同性平均功率： $\bar{P} = 1.1\times10^{-15}\gamma^2\beta^2B^2$ (erg/s)

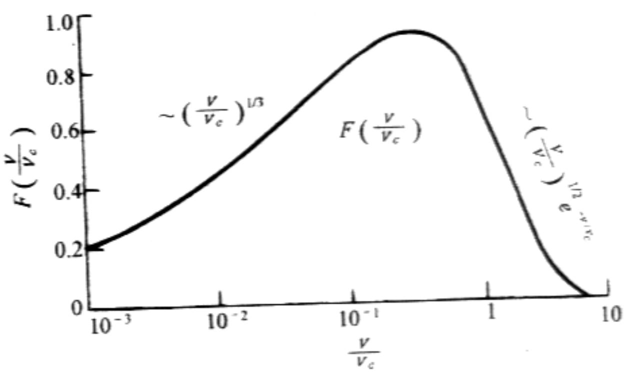
辐射平均寿命：$\tau \sim \gamma mc^2/P$

$$\tau \sim \frac{5.1\times10^{8}}{\gamma\beta^2B^2\sin^2\alpha}\ (\mathrm{s}) \sim \frac{8.7\times10^{11}}{B^{3/2}\nu_{\mathrm{m}}^{1/2}\sin^{3/2}\alpha}\ (\mathrm{s})$$ ~28年（Crab）

辐射谱为**连续谱**：

单能辐射谱近似为宽的、频率为ν_{m}的单色“**谱线**”

$$\boxed{\nu_{\mathrm{m}} \sim \gamma^3\nu_0 \sim 1/\delta t}$$



4，Landau能级与曲率辐射

磁场强中相对论电子运动的量子效应

$l \sim r_L \sim mc^2/(eB) \sim B^{-1}$，$\lambda \sim \lambdabar = \hbar/(mc)$

$l \sim \lambda \Rightarrow B \sim B_q \equiv m^2c^3/(e\hbar) = 4.414\times10^{13}$G；临界磁场

QED $\Rightarrow$ 能量本征值

$$E_n = \sqrt{c^2 p_\parallel^2 + m^2c^4(1+2\frac{B}{B_q}n)}$$

$n = n_L + s + ½ = 0, 1, 2, \ldots$ $(n_L = 0, 1, 2, \ldots$，$s = \pm ½)$

较弱磁场近似（$B \ll B_q$，但非小到量子效应可以忽略）

$$E_n = mc^2 + n\hbar\omega_L + \ldots \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

4，Landau能级与曲率辐射

能级间隔$\Delta E = \hbar eB/(mc)$
定义$\Rightarrow$ $mc^2 = \hbar eB_q/(mc)$

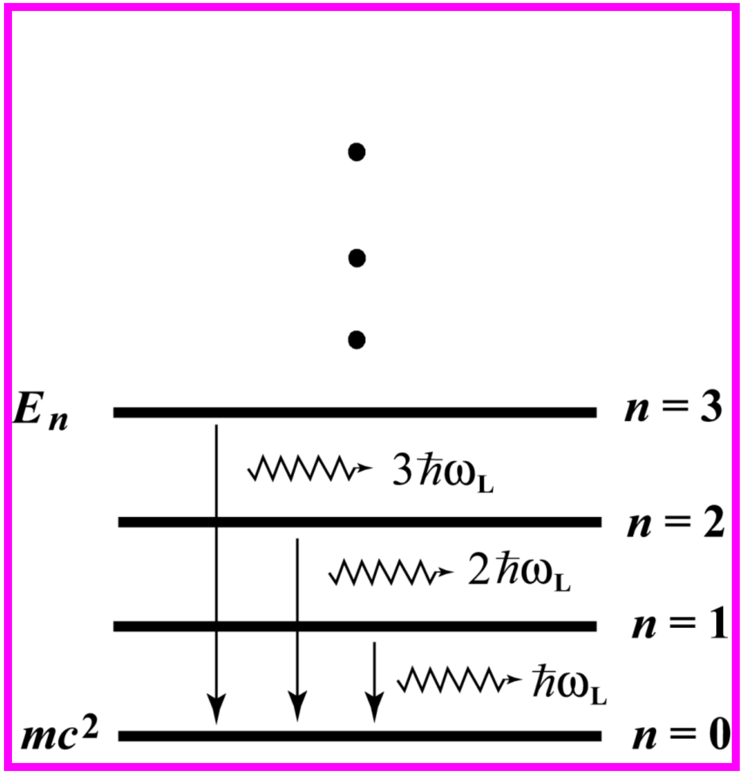
$$\Rightarrow \frac{B}{B_q} = \frac{\Delta E}{mc^2}$$

对于电子而言，有：

$$\Delta E_e = 11.6 B_{12}\,\text{keV}$$

而对于质子，有：

$$\Delta E_p = 6.3 B_{12}\,\text{eV}$$

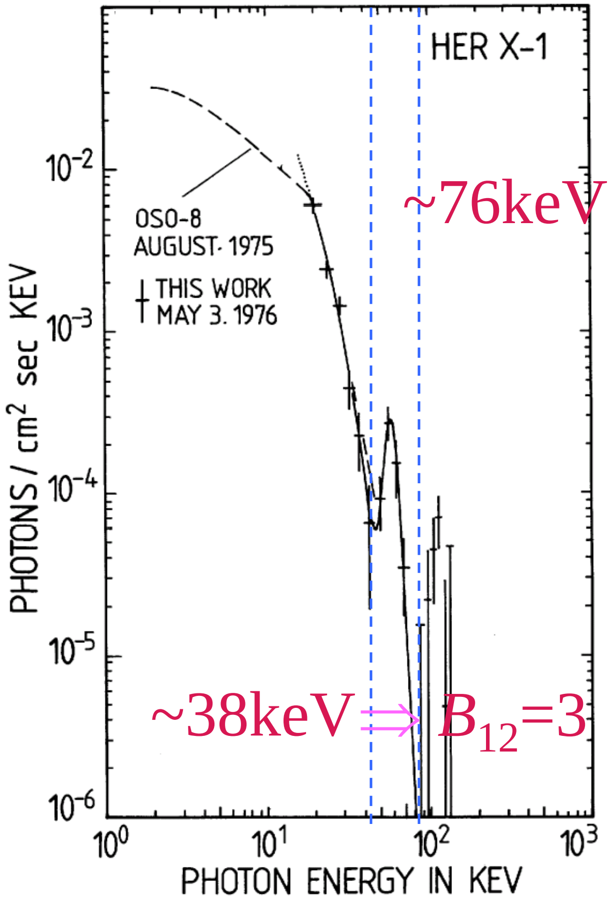


$B \ll B_q$情形下的Landau能级

∴确定了Landau能级间隔就可测得天体磁场

4，Landau能级与曲率辐射

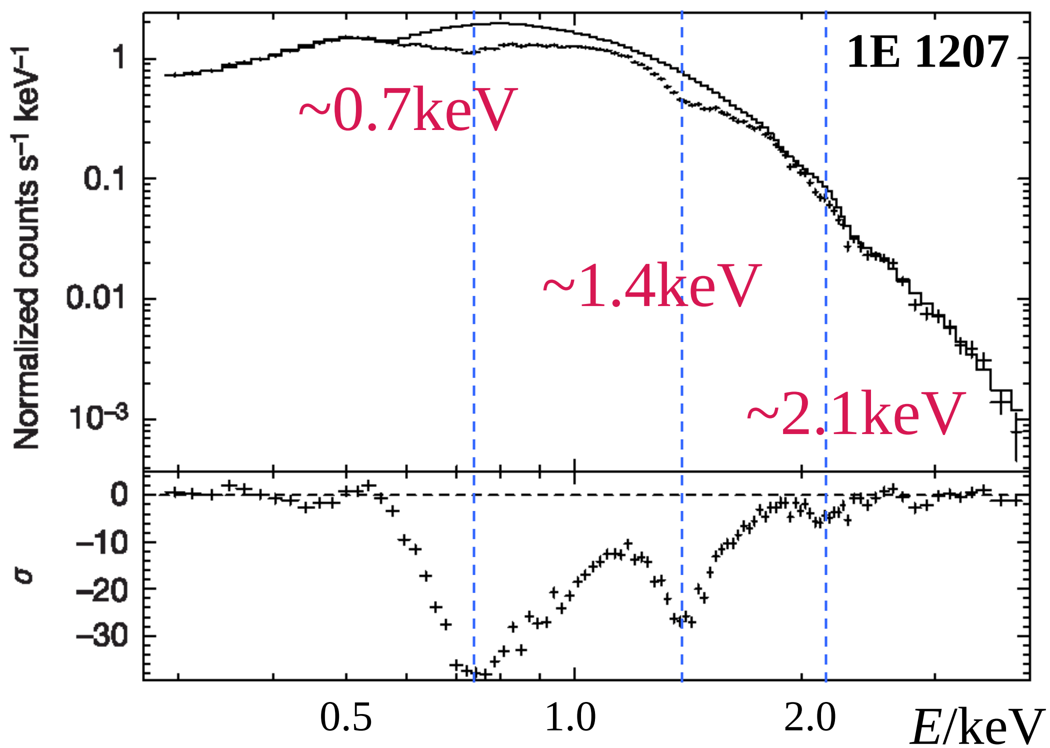
$$\boxed{\Delta E_e = 11.6 B_{12}\,\text{keV}，\ \Delta E_p = 6.3 B_{12}\,\text{eV}}$$



Truemper et al., 1978, ApJ, 219, L105

$\Delta E_e = 0.7\text{keV} \Rightarrow B = 6\times10^{10}\text{G}$

$\Delta E_p = 0.7\text{keV} \Rightarrow B \sim 10^{14}\text{G}$



Bignami et al., 2003 Nature, 423, 725

4，Landau能级与曲率辐射

Landau能级激发态的时标

$\tau \sim 10^9 \gamma^{-1} B^{-2} \sim 10^{-18}\ \gamma_3^{-1} B_{12}^{-2} <<$ 运动学时标 $\sim L/c > 10^{-4}$

⇒ **电子“束缚于磁力线”运动**

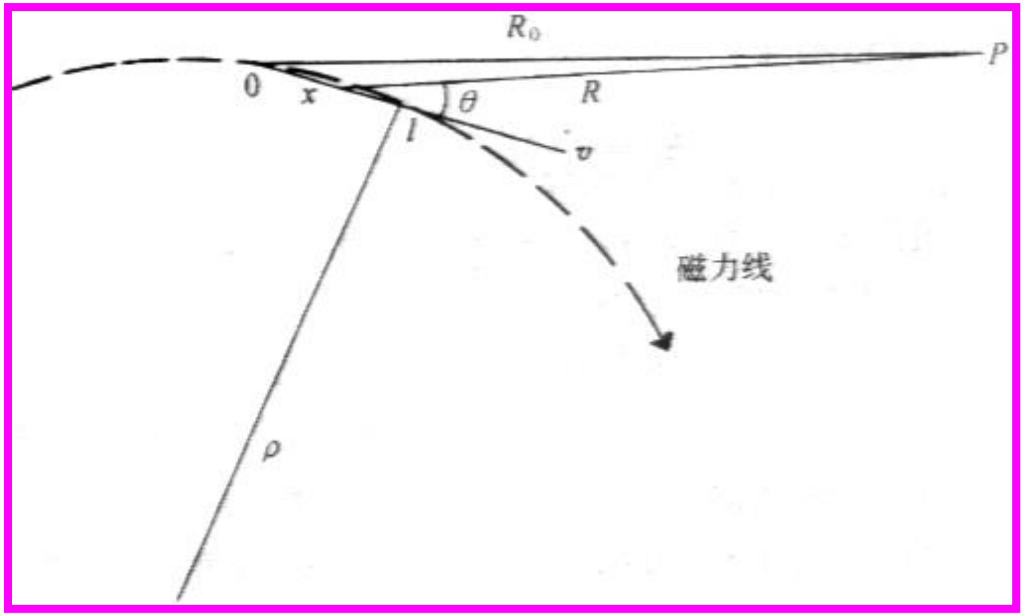
类比于同步辐射讨论

将曲率辐射类比于回旋半径为曲率半径ρ的同步辐射

同步辐射$r_0 = c/(2\pi \nu_0)$

$\nu_m \sim \nu_c = (3/2)\gamma^3 \nu_0$

⇒ 峰值频率（r_0代以ρ）：



$$\nu_m \approx \frac{3}{2}\gamma^3\left(\frac{c}{2\pi\rho}\right)$$

对于确定ρ，曲率辐射谱亦可近似看作“线”谱

总　结

0，信息载体与大气辐射窗口

1，黑体辐射

2，回旋辐射

3，同步辐射

4，Landau能级与曲率辐射

作　业

习题：

1、2