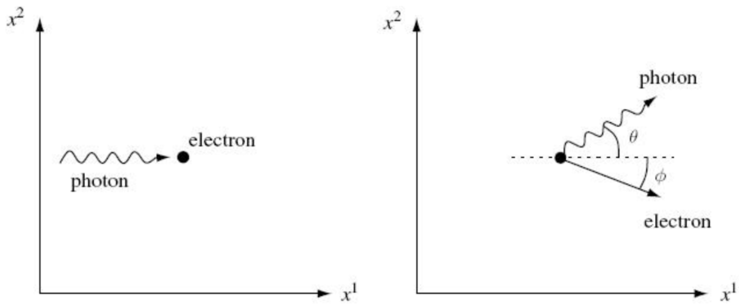
作业1（截止日期：2020年10月19日）

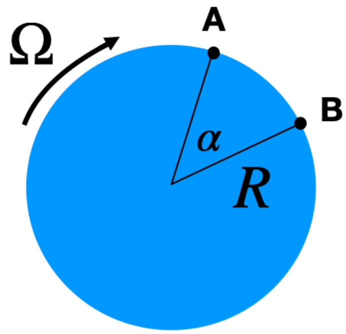
1、推导**康普顿散射**公式。如图所示，在电子静止的参考系，频率为 ν 的光子与之碰撞；证明散射后的光子的频率为

$$\bar{\nu} = \nu \left[1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)\right]^{-1}$$



2、一个观测者的世界线为 $x^\mu = (\sinh\tau, \cosh\tau, 0, 0)$，（1）求它的 4-速度 u^μ 和 4-加速度 a^μ；（2）假设在坐标原点有个光源，分别讨论观测者观测光源发出的（2a）沿 x 轴和（2b）沿 y 轴的光的情况。

3、半径为 R、转速为 $\vec{\Omega}$ 的圆盘上，A、B 两点夹角为 α，求（1）A 点发出、B 点接收的光子的红移，（2）B 点发出、A 点接收的光子的红移。



4、证明麦克斯韦方程组

$$\nabla \times \mathbf{B} - \partial_t \mathbf{E} = 4\pi \mathbf{J}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho$$
$$\nabla \times \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

可以**等价地**写成

$$\partial_\mu F^{\nu\mu} = 4\pi J^\nu$$
$$\partial_{[\mu} F_{\nu\lambda]} = 0$$

其中 “$[\cdot]$” 表示全反对称，即

$$[\mu\nu\lambda] = \frac{1}{6}\left(\mu\nu\lambda - \mu\lambda\nu + \nu\lambda\mu - \nu\mu\lambda + \lambda\mu\nu - \lambda\nu\mu\right)$$

5、利用能动量守恒方程 $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$，对理想流体 $T^{\mu\nu} = (\rho + p)U^\mu U^\nu + p\eta^{\mu\nu}$ 而言，（A）$U_\nu \partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ 给出**连续性方程**，（B）$\big(\delta^\sigma_\nu + U^\sigma U_\nu\big)\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ 给出协变的**欧拉方程**。证明（A）和（B）中的结果，在 $v \ll 1$ 的情形下，分别回到我们熟知的非相对论性**连续性方程** $\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$ 和**欧拉方程** $\rho\big[\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}\big] = -\nabla p$。