

第五章 纳米光子学

5.1 近场光学显微镜原理

5.1.1 光场的角谱表示

设 $z = \text{const.}$ 的平面的光电场为 $\mathbf{E}(x, y, z)$ ，其傅立叶变换为：

$$\hat{\mathbf{E}}(k_x, k_y; z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint \mathbf{E}(x, y, z) e^{-i[k_x x + k_y y]} dx dy$$

其中 k_x 、 k_y 是相应的空间频率。反傅立叶变换为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \iint \hat{\mathbf{E}}(k_x, k_y; z) e^{i[k_x x + k_y y]} dk_x dk_y$$

考虑 $\mathbf{E}(x, y, z)$ 为单色波，其角频率为 ω ， $\mathbf{E}(x, y, z, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}(x, y, z) e^{-i\omega t}\}$ 。设介质是均匀、线性、各向同性且无源，光场满足亥姆霍兹方程

$$(\nabla^2 + k^2) \mathbf{E}(x, y, z) = 0$$

其中 $k = \omega n/c$ 。定义 $k_z \equiv \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ ，且 $\text{Im}\{k_z\} \geq 0$ 。将电场的傅立叶表示代入亥姆霍兹方程得

$$\hat{\mathbf{E}}(k_x, k_y; z) = \hat{\mathbf{E}}(k_x, k_y; 0) e^{\pm i k_z z}$$

其中 \pm 分别代表向右和向左传播的光，因子 $\exp(\pm i k_z z)$ 为倒易空间的传播函数。利用傅立叶变换可以得到任意空间点的光场

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \iint \hat{\mathbf{E}}(k_x, k_y; 0) e^{i[k_x x + k_y y \pm k_z z]} dk_x dk_y$$

这就是光场的角谱表示。对于通常的没有损耗的介质， n 为正数， k_z 为实数或纯虚数，因子 $\exp(\pm i k_z z)$ 是振荡的因子或指数衰减的因子，分别对应于传播场和隐失场。角谱是平面波和隐失场的叠加，对于确定的 k_x 和 k_y ，

$$\text{平面波: } e^{i[k_x x + k_y y]} e^{\pm i k_z |z|}, \quad k_x^2 + k_y^2 \leq k^2,$$

$$\text{隐失场: } e^{i[k_x x + k_y y]} e^{-i k_z \|z\|}, \quad k_x^2 + k_y^2 > k^2$$

对于沿 z 轴传播的平面波， $k_z = k$ ，横向没有振荡。由于在远场只能接收到传播场，其横向的最高空间频率为 k ，这是远场所能分辨的最高空间频率。对于更高的横向的空间频率，即 $k_x^2 + k_y^2 > k^2$ ，电场沿 z 轴指数衰减，这部分属于隐失场，只能在近场接收，且空间频率越高，衰减越快。

5.1.2 近场到远场的信息转换

在光学探测过程中，通常探测器的尺度远大于波长，且放在远场。利用通常的光学元件成像，探测到的最高空间频率为 k ，尺度上在波长量级。而更高空间分辨的成分在隐失场中，若要获得高的空间分辨，必须将隐失场中高频的信息转换为传播场，从而被探测器探测到。这个过程就是近场到远场的信息转换的过程。

近场光学显微镜有两种工作模式：照明模式和收集模式，这两种模式互为逆过程。下面以照明模式为例说明近场到远场信息转换的原理。

设光源为近场光学探针的输出，位于 $z = -z_0$ 平面，样品位于 $z = 0$ 平面，而探测器位于远场 $z = z_\infty$ 平面。源场用空间频谱表示为

$$\mathbf{E}_s(x, y; -z_0) = \iint \hat{\mathbf{E}}_s(k_x, k_y; -z_0) e^{i[k_x x + k_y y]} dk_x dk_y$$

到达样品平面时的源场

$$\mathbf{E}_s(x, y; 0) = \iint \hat{\mathbf{E}}_s(k_x, k_y; -z_0) e^{i[k_x x + k_y y + k_z z_0]} dk_x dk_y$$

我们假设样品无限薄，其透射函数为 $T(x, y)$ 。经过样品后光场变为

$$\mathbf{E}_{sa}(x, y; 0) = T(x, y) \mathbf{E}_s(x, y; 0)$$

其傅立叶变换为上式右侧两项的傅立叶变换的卷积

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}_{sa}(\kappa_x, \kappa_y; 0) &= \iint \hat{T}(\kappa_x - k_x, \kappa_y - k_y) \hat{\mathbf{E}}_s(k_x, k_y; 0) dk_x dk_y \\ &= \iint \hat{T}(\kappa_x - k_x, \kappa_y - k_y) \hat{\mathbf{E}}_s(k_x, k_y; -z_0) e^{ik_z z_0} dk_x dk_y \end{aligned}$$

其中 $\hat{T}(\mathbf{k}'_x, \mathbf{k}'_y)$ 为 T 的傅立叶变换，且 $\mathbf{k}'_{x,y} = \kappa_{x,y} - \mathbf{k}_{x,y}$ 。探测器探测到的是传输到 $z = z_\infty$ 平面的光，即

$$\mathbf{E}_d(x, y; z_\infty) = \iint \hat{\mathbf{E}}_{sa}(\kappa_x, \kappa_y; 0) e^{i[\kappa_x x + \kappa_y y + k_z z_\infty]} d\kappa_x d\kappa_y$$

传播场满足

$$\kappa_{\parallel} \leq k_3 = \frac{\omega}{c} n_3$$

其中 n_3 为样品与探测器之间的介质的折射率，横向波数定义为 $\kappa_{\parallel} = [\kappa_x^2 + \kappa_y^2]^{1/2}$ 。设源和样品的横向波矢分别为 \mathbf{k}_{\parallel} 和 \mathbf{k}'_{\parallel} ，则相应的探测到的传播场的横向波矢为 $\kappa_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{k}'_{\parallel}$ ，由此可估算能够探测到的最大的样品的空间频率与源的最大的空间频率的关系为

$$|\mathbf{k}'_{\parallel, \max} + \mathbf{k}_{\parallel, \max}| = k = \frac{2\pi NA}{\lambda}$$

NA 为数值孔径。对于尺度为 L 的近场光学探针，源的最大的空间频率为 $k_{\parallel, \max} \approx \pi/L$ 量级，则

$$k'_{\parallel, \max} \approx \left| \frac{\pi}{L} \mp \frac{2\pi NA}{\lambda} \right|$$

对于 $L \ll \lambda$ ，我们可以忽略上式右侧的第二项，于是空间分辨率由近场探针针尖的尺度决定。

5.1.3 扫描近场光学显微镜

典型的扫描近场光学显微镜结构如图 5.1 所示，激光被聚焦到光纤探针中，探针和样品间的距离由剪切力控制，样品相对于探针做三维扫描，由显微物镜收集透射光，光电探测器通常用光电倍增管或雪崩二极管。为了获得高的分辨率，探针和样品间距控制在 10 纳米左右，扫描过程可同时给出形貌和光学图像。

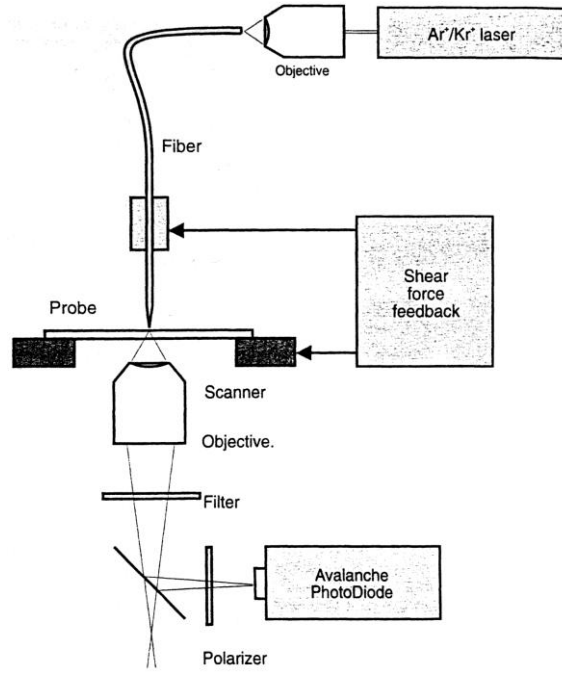


图 5.1 扫描近场光学显微镜结构示意图

5.2 光子晶体

光子晶体是不同的折射率周期性排列的材料。1987 年，Yablonovitch 和 John 分别在讨论周期性电介质结构对材料中光传播行为的影响时，各自独立提出了“光子晶体”的新概念。光子晶体可分为一维光子晶体、二维光子晶体和三维光子晶体，如图 5.8 所示。

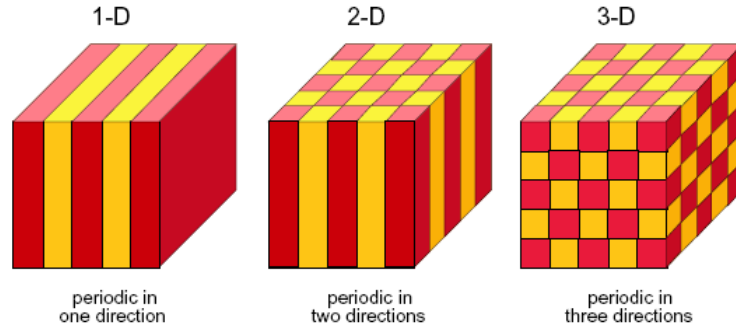


图 5.2 一维、二维和三维光子晶体示意图。

重新写一下介质中的麦克斯韦方程：

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial(\mu_0 \mathbf{H})}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial(\epsilon \epsilon_0 \mathbf{E})}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

这里 $\epsilon(\mathbf{r})$ 是相对介电常数，与位置有关。对于单色光 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ ， $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ ，

稳态的麦克斯韦方程为：

$$\nabla \times \mathbf{E} - i\omega(\mu_0 \mathbf{H}) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} + i\omega(\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}) = 0$$

可得

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H} \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}$$

与量子力学中的本征方程 $\hat{\mathbf{H}}\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r})$ 比较可以看出，上面的波动方程也是本征值问题，对于磁场，其算符是

$$\Theta = \nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times$$

且为厄米算符。

我们假设相对磁导率总是 1，介电常数是周期性函数，这里只考虑一维情况

$$\varepsilon(x+a) = \varepsilon(x)$$

$\varepsilon^{-1}(x)$ 也是周期性的，可展开成傅立叶级数：

$$\varepsilon^{-1}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \kappa_m \exp\left(i \frac{2\pi m}{a} x\right)$$

$\{\kappa_m\}$ 是傅立叶系数。我们这里不考虑吸收，即假定 ε 是实数，于是有 $\kappa_{-m} = \kappa_m^*$ 。

类似于固体物理中的布洛赫定理，对于电磁场的本征值问题同样存在电磁场的布洛赫定理：对于具有周期性介电常数的介质，波动方程

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H} \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}$$

的解具有下列形式

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}),$$

其中 $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a})$ 是周期性函数。因此，一维光子晶体中波矢为 \mathbf{k} 的本征模式可以表示为

$$E(x, t) \equiv E_k(x, t) = u_k(x) \exp[i(kx - \omega_k t)],$$

这里 ω_k 是本征角频率。电场同样可以展开为傅立叶级数

$$E_k(x, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m \exp\left[i\left(k + \frac{2\pi m}{a}\right)x - i\omega_k t\right]$$

$\{E_m\}$ 是傅立叶系数。为了简化我们假设在 $\varepsilon^{-1}(x)$ 的展宽式中只有 $m = 0$ 和 $m = \pm 1$ 项起主要作用,

$$\varepsilon^{-1}(x) \approx \kappa_0 + \kappa_1 \exp(i \frac{2\pi}{a} x) + \kappa_{-1} \exp(-i \frac{2\pi}{a} x)$$

一维波动方程为

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} E$$

代入介电常数表达式和光电场表达式可得:

$$\kappa_1 \left[k + \frac{2(m-1)\pi}{a} \right]^2 E_{m-1} + \kappa_{-1} \left[k + \frac{2(m+1)\pi}{a} \right]^2 E_{m+1} \approx \left[\frac{\omega_k^2}{c^2} - \kappa_0 \left(k + \frac{2m\pi}{a} \right)^2 \right] E_m$$

$$E_0 \approx \frac{c^2}{\omega_k^2 - \kappa_0 c^2 k^2} \left[\kappa_1 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 E_{-1} + \kappa_{-1} \left(k + \frac{2\pi}{a} \right)^2 E_1 \right]$$

$$E_{-1} \approx \frac{c^2}{\omega_k^2 - \kappa_0 c^2 (k - 2\pi/a)^2} \left[\kappa_1 \left(k - \frac{4\pi}{a} \right)^2 E_{-2} + \kappa_{-1} k^2 E_0 \right]$$

假设 $k \approx |k - 2\pi/a|$ (即 $k \approx \pi/a$) 和 $\omega_k^2 \approx \kappa_0 c^2 k^2$, 在电场的傅立叶级数中 E_0 和 E_{-1} 将起主要作用, 其它项可以略去。于是

$$(\omega_k^2 - \kappa_0 c^2 k^2) E_0 - \kappa_1 c^2 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 E_{-1} = 0$$

$$-\kappa_{-1} c^2 k^2 E_0 + \left[\omega_k^2 - \kappa_0 c^2 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 \right] E_{-1} = 0$$

有非零解的条件

$$\begin{vmatrix} \omega_k^2 - \kappa_0 c^2 k^2, & -\kappa_1 c^2 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 \\ -\kappa_{-1} c^2 k^2, & \omega_k^2 - \kappa_0 c^2 \left(k - \frac{2\pi}{a} \right)^2 \end{vmatrix} = 0$$

解为

$$\omega_{\pm} \approx \frac{\pi c}{a} \sqrt{\kappa_0 \pm |\kappa_1|} \pm \frac{ac}{\pi |\kappa_1| \sqrt{\kappa_0}} \left(\kappa_0^2 - \frac{|\kappa_1|^2}{4} \right) \left(k - \frac{\pi}{a} \right)^2$$

当 $k \approx \pi/a$ 时, 在下面的范围内不存在电磁场模式,

$$\frac{\pi c}{a} \sqrt{\kappa_0 - |\kappa_1|} < \omega < \frac{\pi c}{a} \sqrt{\kappa_0 + |\kappa_1|}$$

即出现带隙, 如下图所示。 $\kappa_1 = 0$ 时, 带隙消失。 E_0 和 E_{-1} 所代表的波的波数分别为 π/a 和 $-\pi/a$, 形成驻波, 在介电常数的周期性调制下形成能量的分裂。

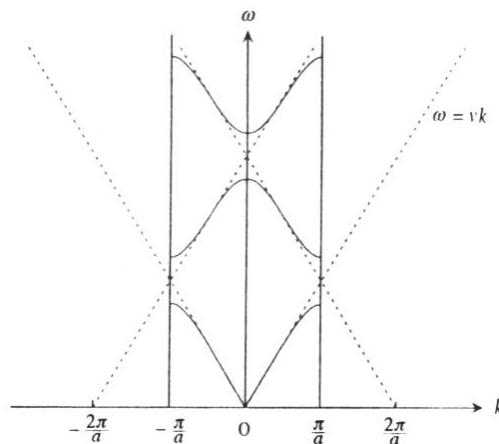


图 5.3 一维光子晶体的色散关系（实线）。第一布里渊区用两条垂直的实线表示，均匀材料的色散曲线用虚线表示，其它区的色散曲线都折叠到了第一布里渊区（考虑到相差 $2\pi/a$ 的整数倍），两条色散曲线在相交处互相排斥形成光子带隙。能带的这种绘制方式称为以约化能区图式表示。

这种带隙为类似与半导体中的禁带的“光子禁带”，频率落在禁带中的光是禁止传播的，所以有人称光子晶体为光的半导体。上面我们分析的一维光子晶体只在一个方向产生禁带，其它方向则没有。对于三维的光子晶体，就有可能出现全方位的光子禁带，落在禁带中的光在任何方向都被禁止传播。

光子晶体的提出，不仅在理论上建立了光子的能带理论，而且可以象利用半导体控制电子那样，利用光子晶体控制光子，这对于光子学器件、光通信和光计算等有着重要的应用。

5.3 等离激元光学(Plasmonics)

由于金属能够把光能量局域在一个很小的区域，对于尺度通常小于波长的纳米光学元件来说有着重要的意义，并由此发展出了一门新的学科——等离激元光学。

5.3.1 表面等离激元

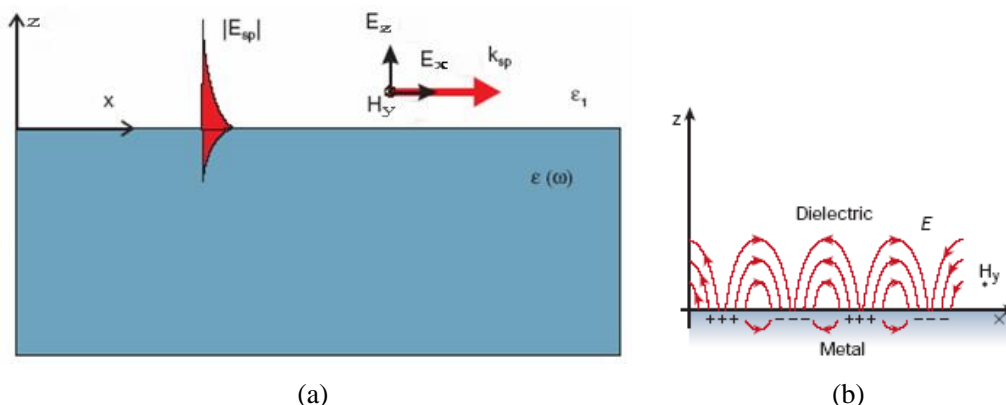


图 5.4 介质—金属界面的表面等离激元的电磁场(a)和表面电荷分布(b)示意图

首先我们假设在金属和电介质的界面存在如图所示电子的密度波（电子的集体运动模式），磁场偏振沿 x_2 方向，电场偏振在 x_1 和 x_3 面内，电场离开界面指数衰减，波矢 k_{sp} 沿 x_1

方向。介质和金属的介电常数分别为 ϵ_1 和 $\epsilon(\omega)$ 。通过解麦克斯韦方程，我们可以得到产生这样的表面电磁场模式的条件，并且由于频率在光频范围，可以通过光来激发表面等离激元，同时表面等离激元也可以辐射出光波。

符合上述假设的电磁场为

$$\mathbf{H}_1(x; t) = (0, H_{y1}, 0)e^{i(k_{x1}x + k_{z1}z - \omega t)}$$

$$\mathbf{E}_1(x; t) = (E_{x1}, 0, E_{z1})e^{i(k_{x1}x + k_{z1}z - \omega t)}$$

$$\mathbf{H}_2(x; t) = (0, H_{y2}, 0)e^{i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)}$$

$$\mathbf{E}_2(x; t) = (E_{x2}, 0, E_{z2})e^{i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)}$$

麦克斯韦方程：

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (4)$$

边界条件：

$$E_{x1} = E_{x2} \quad (5)$$

$$H_{y1} = H_{y2} \quad (6)$$

$$\epsilon_1 E_{z1} = \epsilon(\omega) E_{z2} \quad (7)$$

得：

$$k_{x1} = k_{x2} = k_x$$

由(2)得：

$$-i\omega\epsilon E_x = -ik_z H_y$$

$$\omega\epsilon E_x = k_z H_y \quad (8)$$

代入边界条件得：

$$\frac{k_{z1}}{\epsilon_1} = \frac{k_{z2}}{\epsilon(\omega)} \quad (9)$$

由波动方程得：

$$k_x^2 + k_{zi}^2 = \epsilon_i \left(\frac{\omega}{c} \right)^2$$

利用(9)得：

$$k_{sp} \equiv k_x = \frac{\omega}{c} \left(\frac{\epsilon_1 \epsilon(\omega)}{\epsilon_1 + \epsilon(\omega)} \right)^{1/2} \quad (10)$$

这里 k_{sp} 表示表面等离子激元沿其传播方向的波数。利用方程(9)和(10)的表面等离子激元模式存在的条件为

$$\begin{aligned} \epsilon_1 \epsilon(\omega) &< 0 \\ \epsilon_1 + \epsilon(\omega) &< 0 \end{aligned}$$

对于金属和空气界面, $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon(\omega)$ (金属) 为负且绝对值大于 1, 则 $k_x > \omega/c$, k_z 是纯虚数, 电场在 z 方向指数衰减, 是隐失场。这里 $\epsilon(\omega)$ 可以是复数。

5.3.2 光场和表面等离子激元的耦合

表面等离子激元的频率可以在光频区, 因此可以用光场来激发表面等离子激元, 同时表面等离子激元也可以辐射光场。

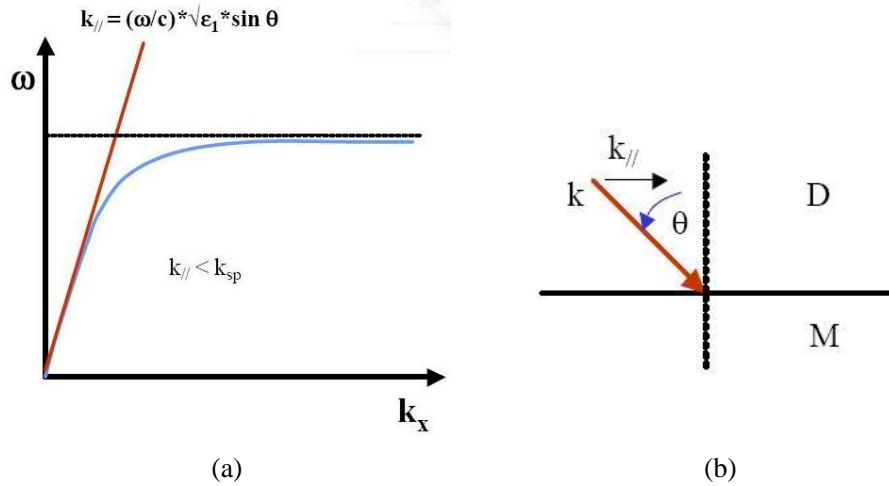


图 5.5 光场和表面等离子激元的色散(a)和实验配置(b)。

根据前面的金属自由电子模型, 我们在图5.3中分别画出光场和表面等离子激元的色散曲线, 根据动量守恒的要求, 当两者沿表面波矢相同时才能得到有效的耦合。而由色散曲线可以看到, 两者在通常情况下无交点, 即无法实现动量守恒。为了实现有效的耦合, 必须增加光场的动量, 通常的耦合方式是用棱镜产生全反射来增加光场的动量, 有两种结构, 分别称为Otto结构和Kretschmann结构。

Otto 结构是最早提出的耦合方式, 如图 5.4 所示。在 Otto 结构中, 金属和棱镜之间有一个几十纳米量级的空气隙, 隐失场可以经过空气隙进入金属中。光场沿水平方向的波数为 $k_{||} = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_p} \sin \theta$, 并可以通过改变入射角而改变, 如图 5.5 所示。改变入射角的大小, 在某一值可以与金属和空气隙表面的表面等离子激元模式发生共振, 从而将光能转化为表面等离子激元的能量, 反之亦然。图 5.6 为反射率随入射角的变化。

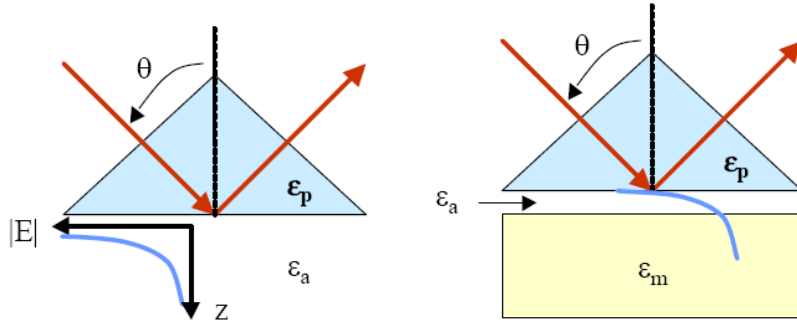


图 5.6 Otto 结构示意图。

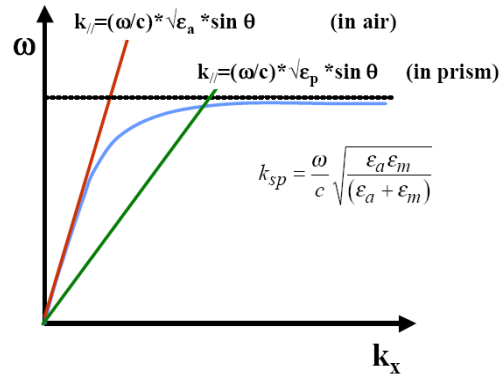


图 5.7 动量匹配示意图。

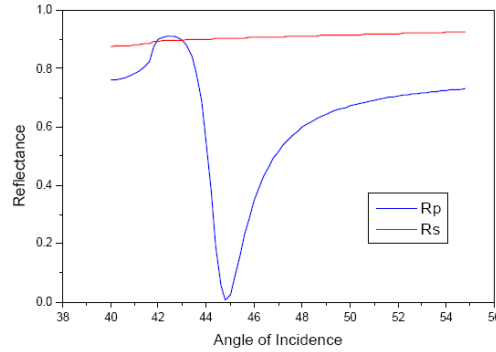


图 5.8 p 偏振和 s 偏振入射光的反射率随入射角的变化。

Otto 结构的缺点是需要一个很薄的空气隙，实验中难以实现。Kretschmann 和 Raether 对 Otto 结构进行了改进，如图 5.7 所示，这是目前通用的方法。Kretschmann 结构将金属膜直接镀在棱镜上，入射光激发的是金属膜和空间界面的表面等离子激元。光与表面等离子激元的共振对周围环境很敏感，其重要应用之一就是作为传感器。

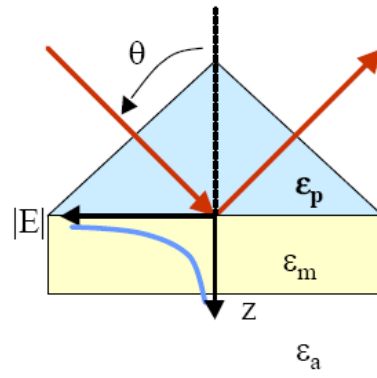


图 5.9 Kretschmann 结构示意图。

参考文献：

1. Optical properties of photonic crystals, K. Sakoda 著