光与物质相互作用现象：

- 弱光 —— 吸收、色散、线性散射

  表面等离激元、等离子体共振

  （金属、等离子体中 ）

- 比较强的光 —— 非线性散射、其它非线性过程
- 强光 —— 非线性吸收、其它非线性过程、结构改变
- 超强光 —— 多光子电离、隧道电离、高次谐波

第二章　光的吸收和色散

2.1　光的吸收

2.1.1　光在线性介质中的传播

2.1.2　吸收的线性规律

2.1.3　复折射率

2.1.4　吸收与波长的关系

2.2　光的色散和群速色散

2.3　吸收和色散的经典描述

2.1.1 光在线性介质中的传播

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

（E环绕一回路的线积分）$=-\dfrac{\partial}{\partial t}$（穿过该回路的$B$通量）

$$\nabla\cdot\mathbf{D}=0$$

（穿过一闭合面的D通量）= 0

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{J}$$

（H环绕一回路的线积分）

$=\dfrac{\partial}{\partial t}$（穿过该回路的$D$通量）

+穿过该回路的电流

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$

（穿过一闭合面的B通量）= 0

物质方程： $\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}=\varepsilon\mathbf{E}$　　$\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$　　$\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \nabla^2 \mathbf{B} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0$$

方程解可以表达为
简谐平面波之和：

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \qquad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$$

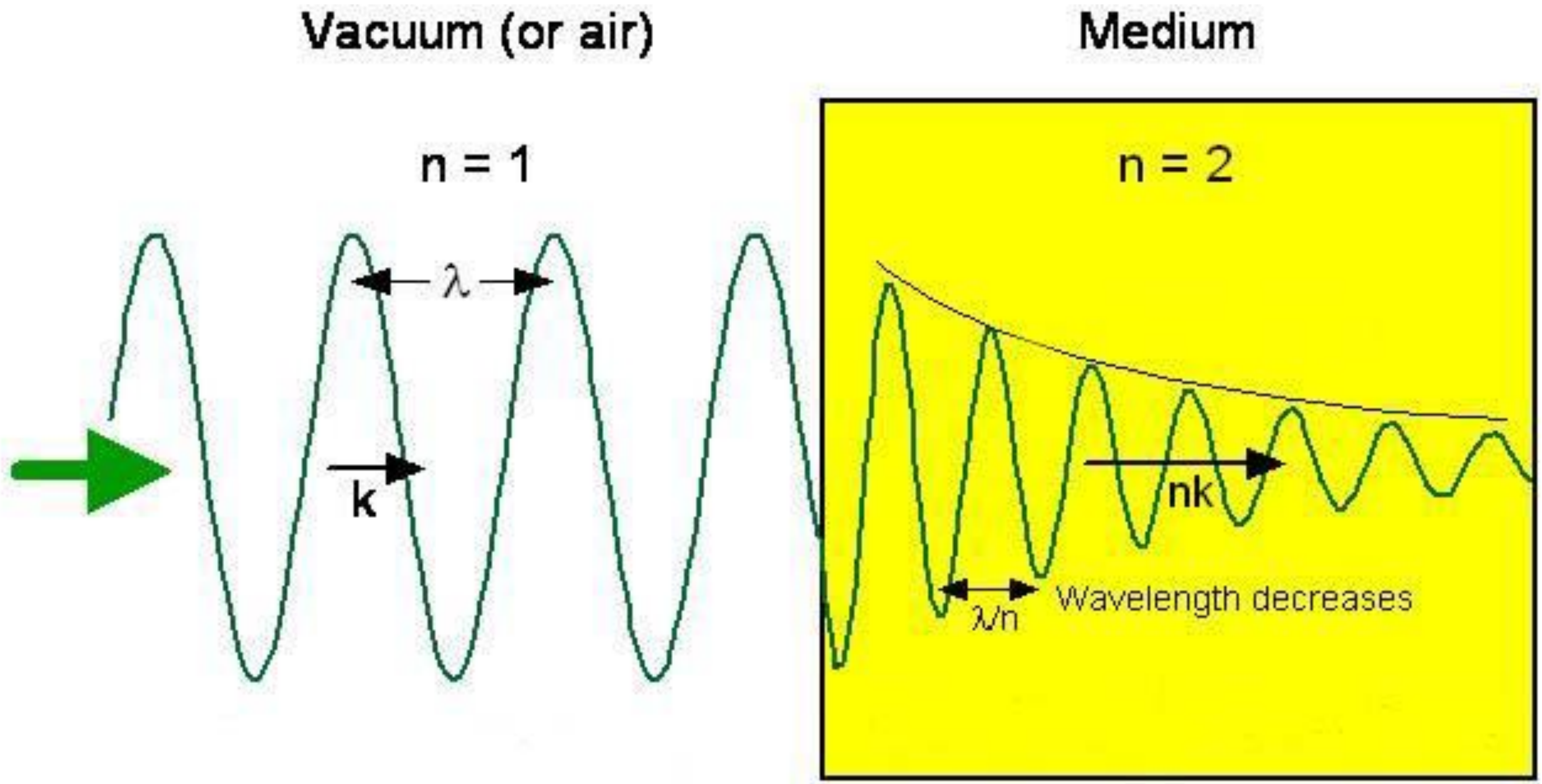
$$-k^2 + i\sigma\mu\omega + \varepsilon\mu\omega^2 = 0 \qquad k^2 = \omega^2 \mu(\varepsilon + i\frac{\sigma}{\omega}) = \omega^2 \mu\varepsilon_\omega$$

复介电常数：$\varepsilon_\omega = (\varepsilon + i\frac{\sigma}{\omega})$

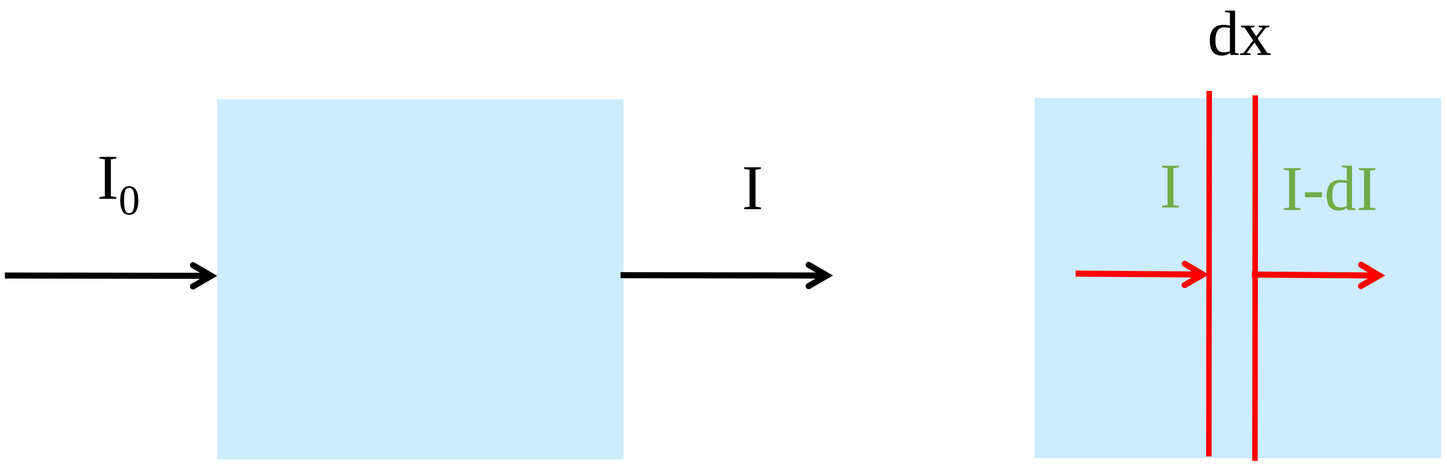
$$k = k_r + ik_i$$

振幅：$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{ik_r x} e^{-k_i x}$

复折射率：$\tilde{n} = n + i\eta = \frac{c}{\omega}(k_r + ik_i)$


Vacuum (or air)
Medium
n = 1
n = 2
λ
k
nk
λ/n
Wavelength decreases

2.1.2 吸收的线性规律



吸收系数α： $\frac{dI}{I} = -\alpha dx$

线性吸收： $I = I_0 e^{-\alpha l}$ （朗伯公式）

通过厚度为$1/\alpha$的介质，光强减弱为原来的$1/e$

$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{ik_r x} e^{-k_i x}$ ⟹ $\alpha = 2k_i$

传播损耗： $\alpha(dB/km) = -\frac{10}{L} log_{10}\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$

如果 $\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) = 0.5$ $\qquad \alpha(\mathrm{dB/km})L = 3.01\mathrm{dB}$

与吸收系数的关系： $\alpha = -\frac{1}{L} ln\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$

$$\alpha(dB/km) = \frac{10}{ln10}\alpha = 4.343\alpha$$

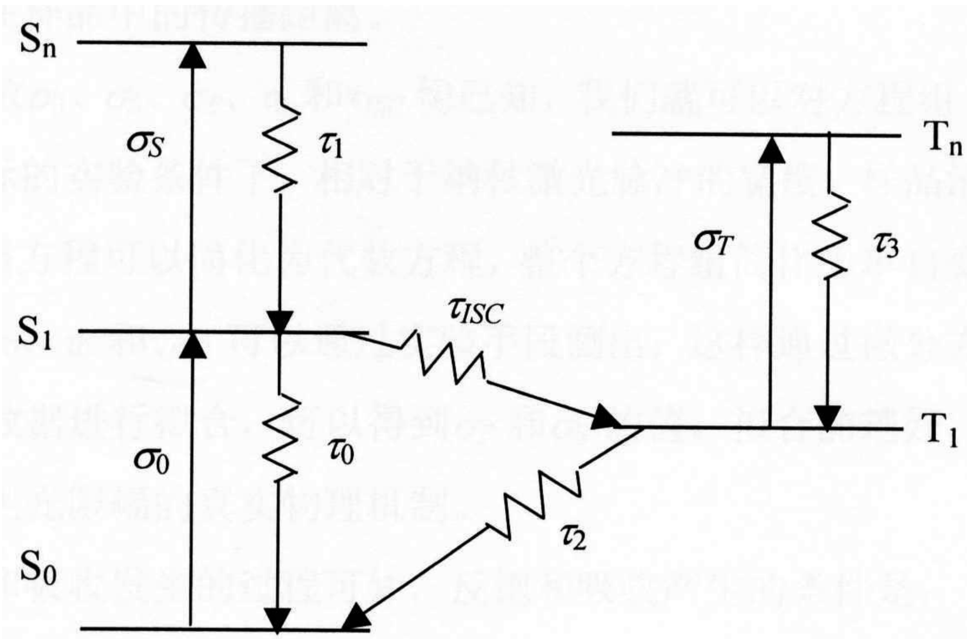
2.1.3 吸收与波长的关系

物质材料特性决定透明波段：

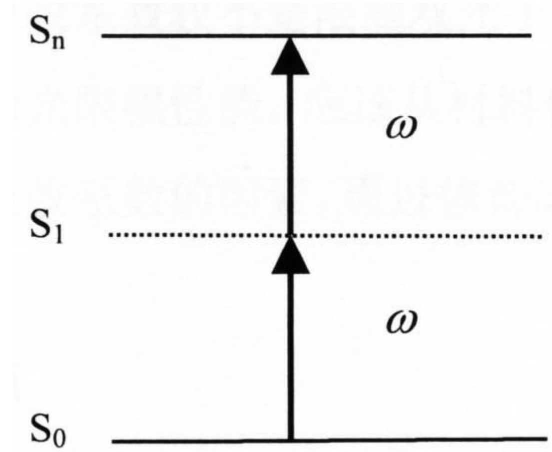
大气	300nm — 760nm
石英	180nm — 4000nm
冕玻璃	350nm — 2000nm
火石玻璃	380nm — 2500nm
氟化锂	110nm — 7000nm

补充

非线性吸收举例



反饱和吸收



双光子吸收

第二章　光的吸收和色散

2.1　光的吸收

2.2　光的色散和群速色散

　　2.2.1　色散

　　2.2.2　群速色散

　　2.2.3　脉冲畸变

2.3　吸收和色散的经典描述

2.2 光的色散和群速色散

2.2.1 色散

- 光在介质中的传播速度（或折射率n）随波长变化而改变的现象 —— *色散*
- 材料n与λ的关系曲线——*色散曲线*

实验表明：在可见光范围，无色透明的介质的色散曲线形式上都很相似。

基本特征：n随λ的增加而单调下降，在短波端下降率更大。

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0 \quad 或 \quad \frac{dn}{d\omega} > 0 \qquad —— 正常色散$$

科希公式： $$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^3}$$

在强吸收波段：随λ增大n也随之增加

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0 \quad 或 \quad \frac{dn}{d\omega} < 0 \qquad —— 反常色散$$

产生色散的原因：所有光学材料的介电响应的内在频率依赖

结果：波包在色散介质中传播将变宽

引起的问题：

限制信息在光纤中传播的速率

限制锁模激光器中产生脉冲的宽度

限制非线性相互作用

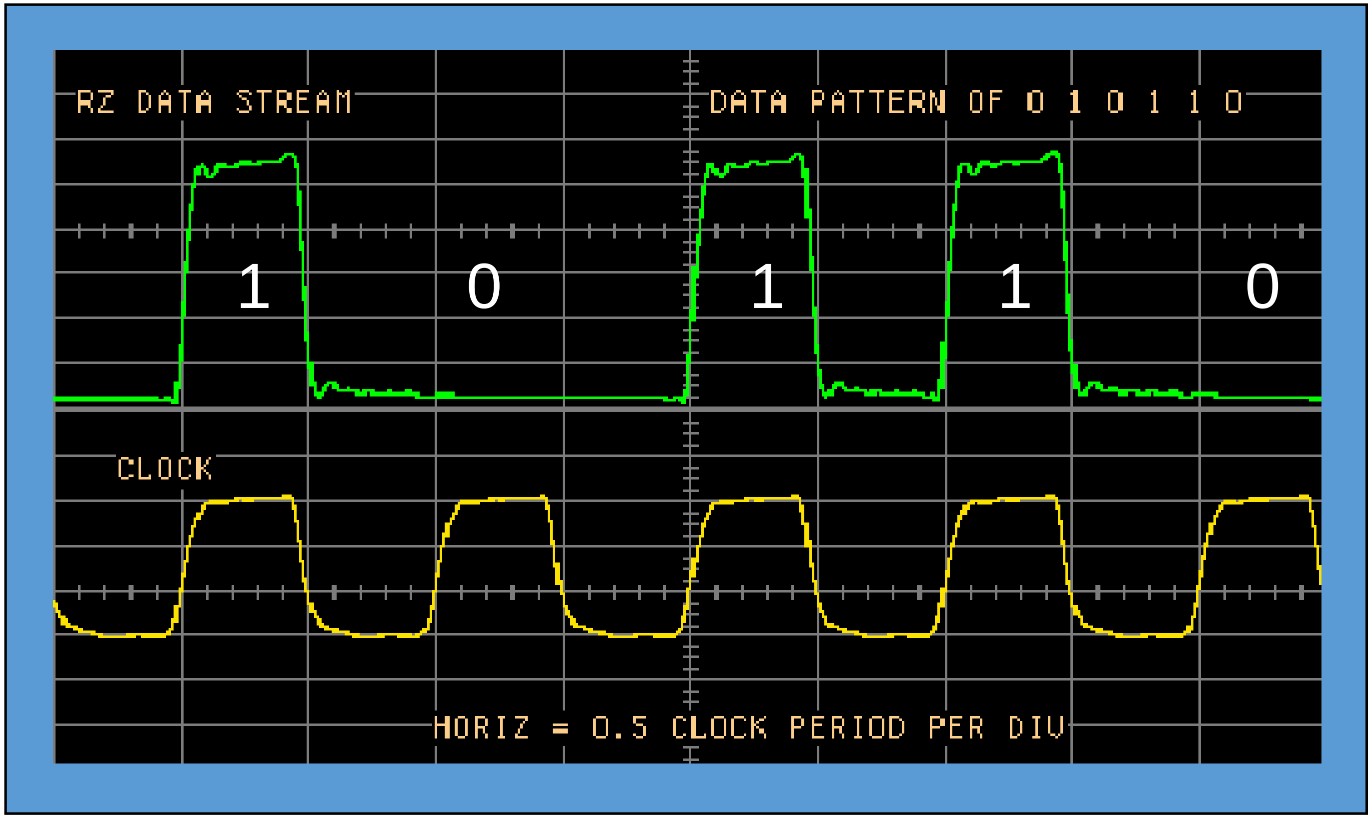
如何克服：

加入负色散光纤

色散补偿

利用各向异性

2.2.2　群速色散：群速随波长变化



现代光通信系统中传输信息的光脉冲

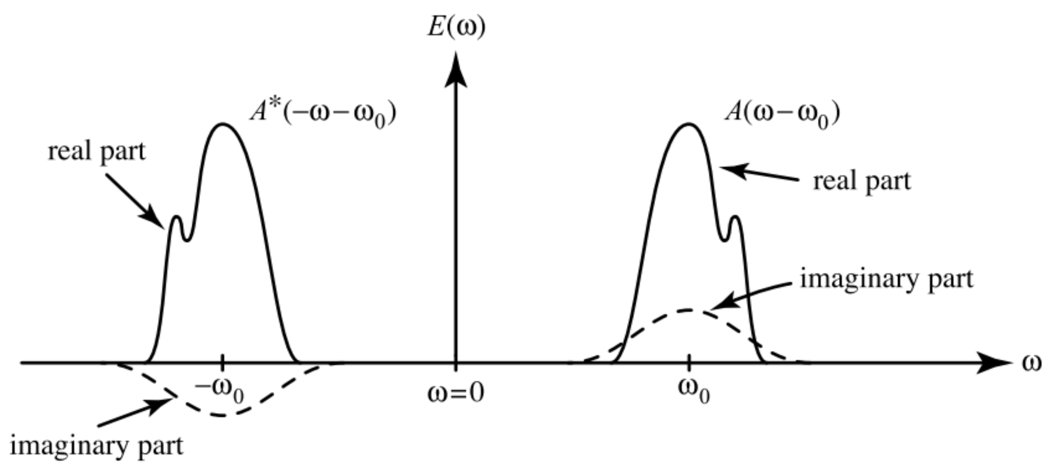
脉冲的傅里叶变换

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega)e^{-i\omega t}d\omega \qquad E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t)e^{i\omega t}dt \quad \text{（复数表示）}$$

对于中心频率为ω_0的光脉冲：

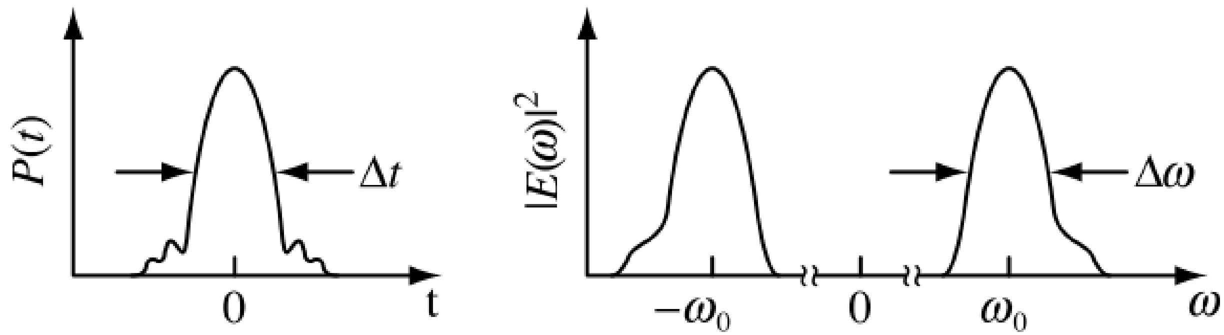
$$e(t) = Re\left[a(t)e^{-i\omega_0 t}\right] = \frac{1}{2}\left[a(t)e^{-i\omega_0 t} + a^*(t)e^{i\omega_0 t}\right]$$

$$E(\omega) = \frac{1}{2}[A(\omega-\omega_0) + A^*(-\omega-\omega_0)] \qquad A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)e^{i\omega t}dt$$



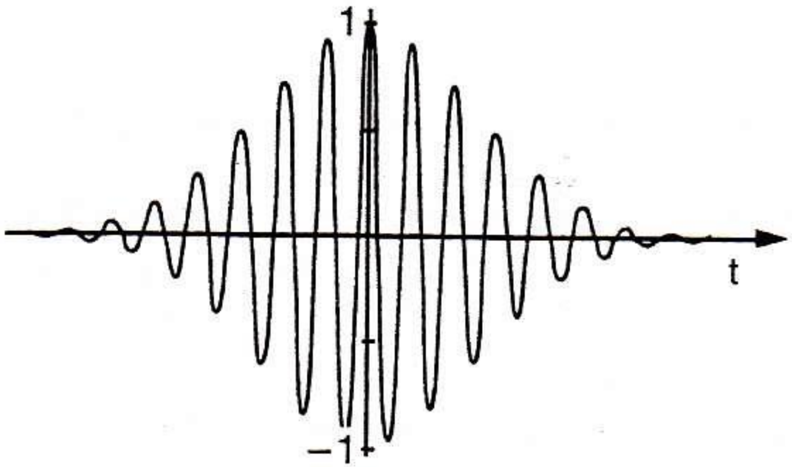
平均能量：　　$P(t) = |a(t)|^2$

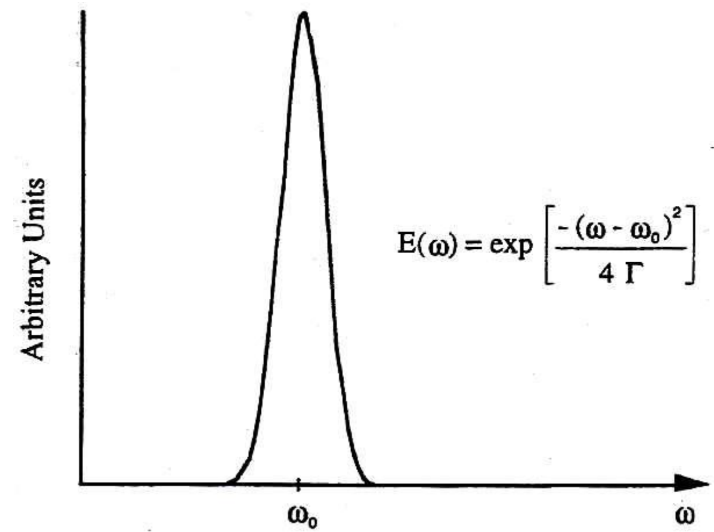
$$|E(\omega)|^2 = \frac{1}{4}[|A(\omega-\omega_0)|^2 + |A(-\omega-\omega_0)|^2]$$



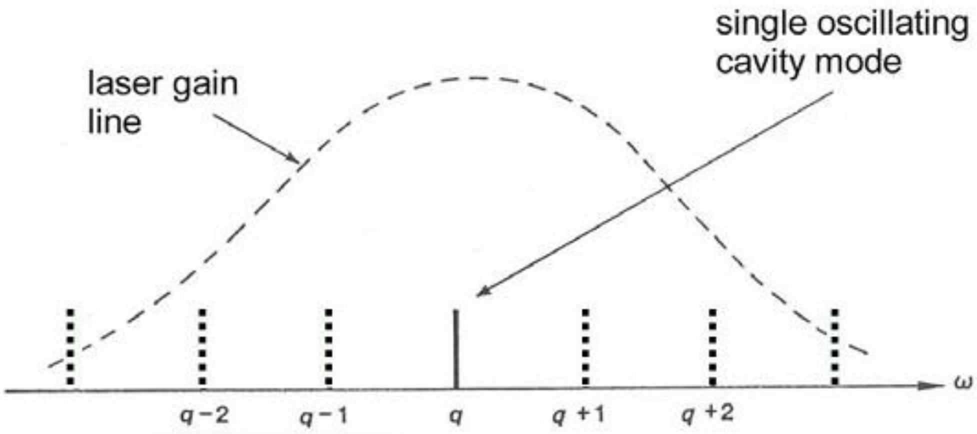
$$\Delta t \Delta\omega \geq \frac{1}{2}$$

Gaussian pulse: $E = Re\left[a(t)e^{-i\omega_0 t}\right] = Re\left(E_0 e^{-\Gamma t^2} e^{-i\omega_0 t}\right)$

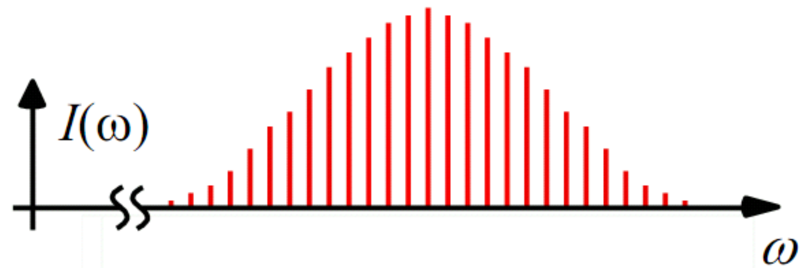




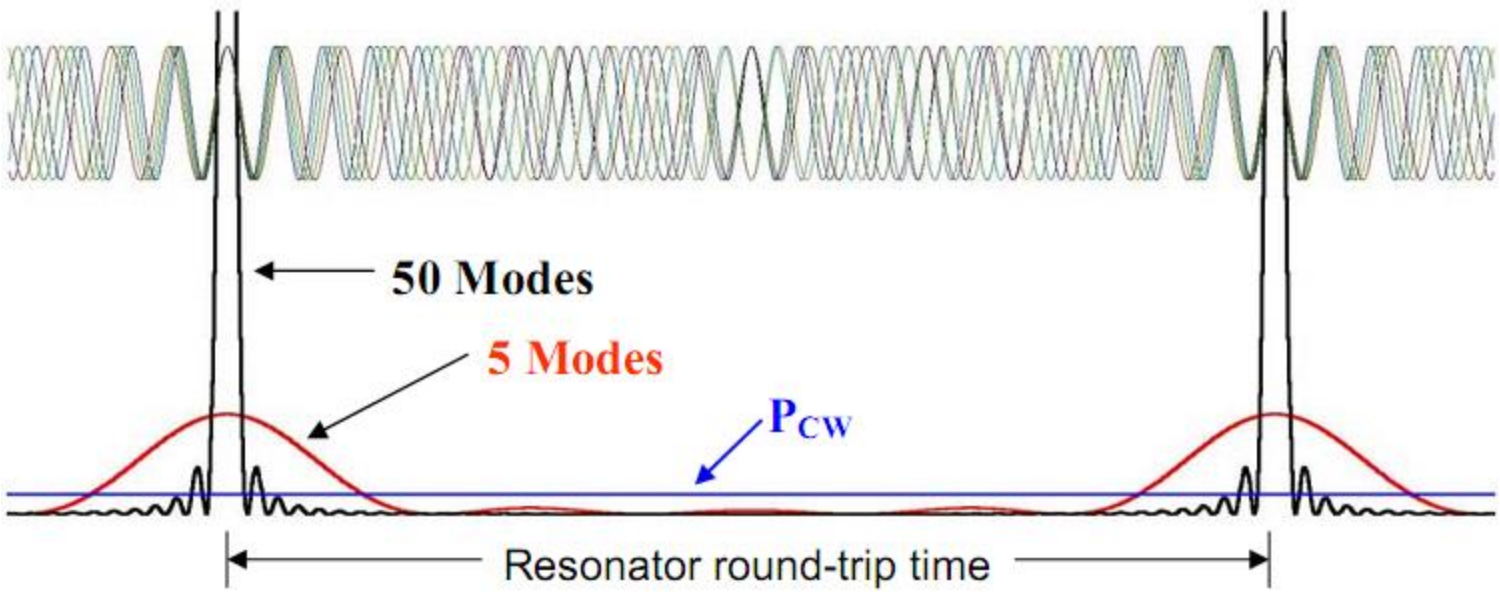
脉冲激光器中的纵模



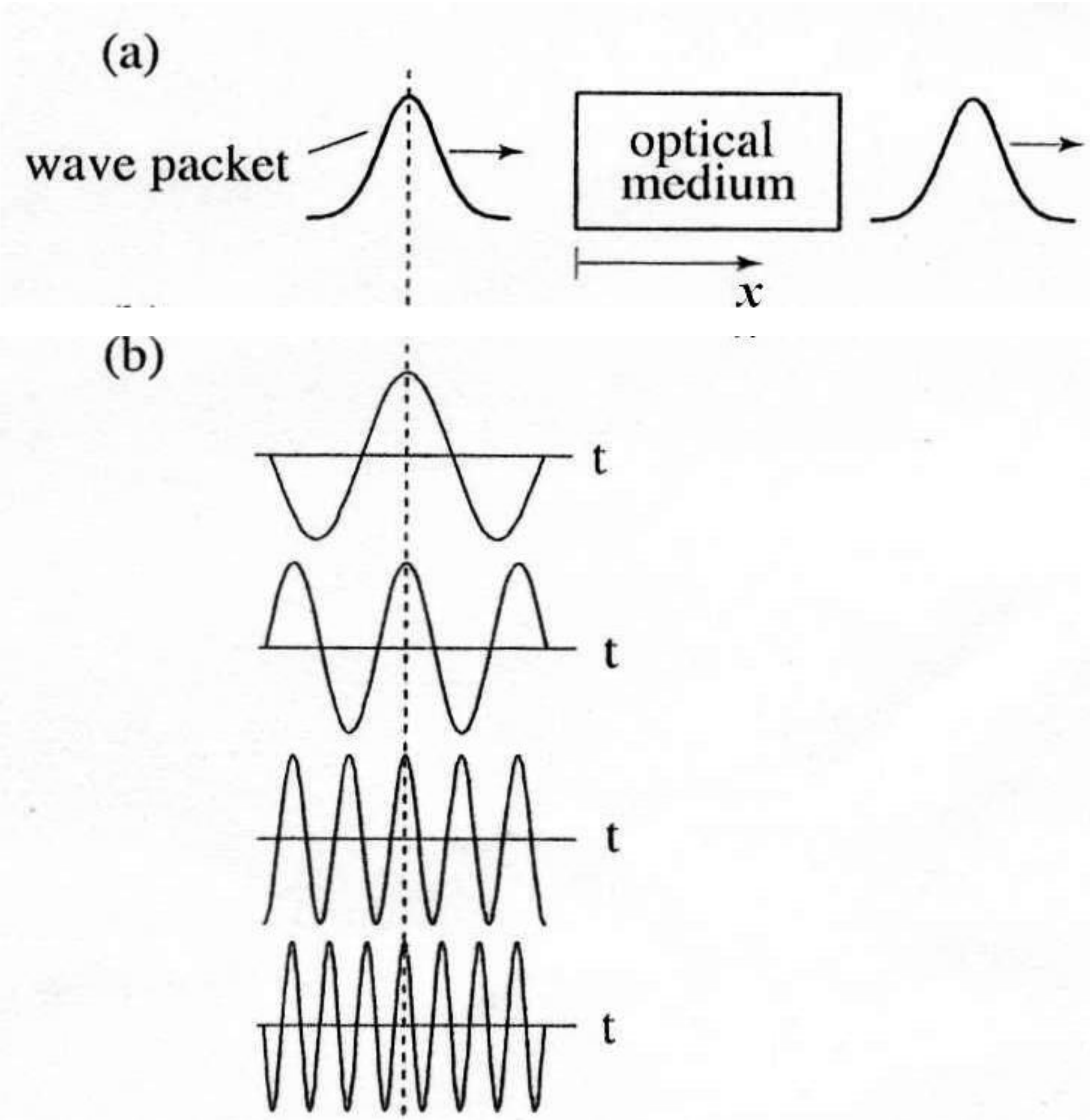
laser gain line
single oscillating cavity mode
ω
q −2
q −1
q
q +1
q +2



I(ω)
ω



50 Modes
5 Modes
P_CW
Resonator round-trip time



光脉冲及其傅立叶变换

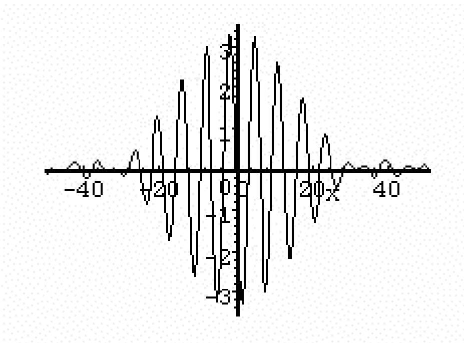
峰值位置：

同相相加

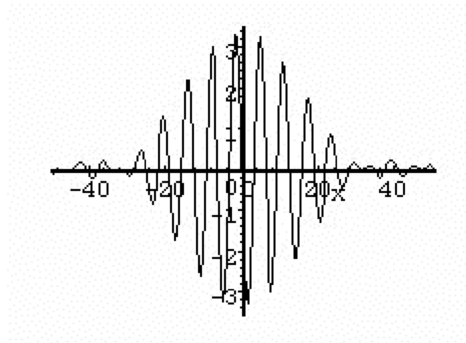
没有脉冲畸变：

$$\frac{d\phi}{d\omega} = 0$$

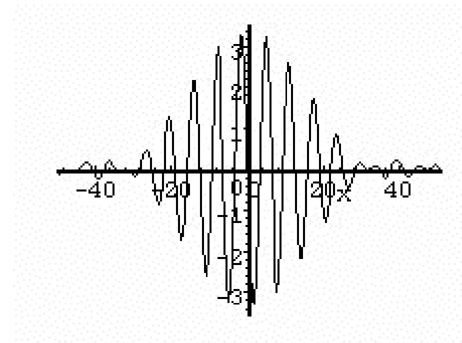
群速 (v_g) 和相速 (v_p)



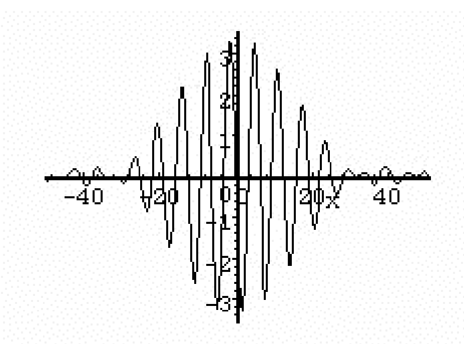
$V_g = 0$



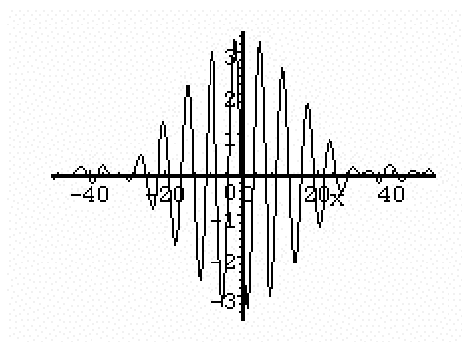
$V_g < V_p$



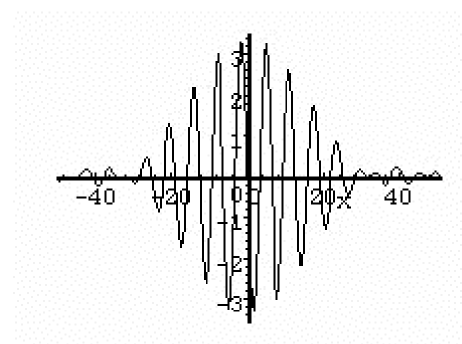
$V_g = V_p$



$V_p = 0$

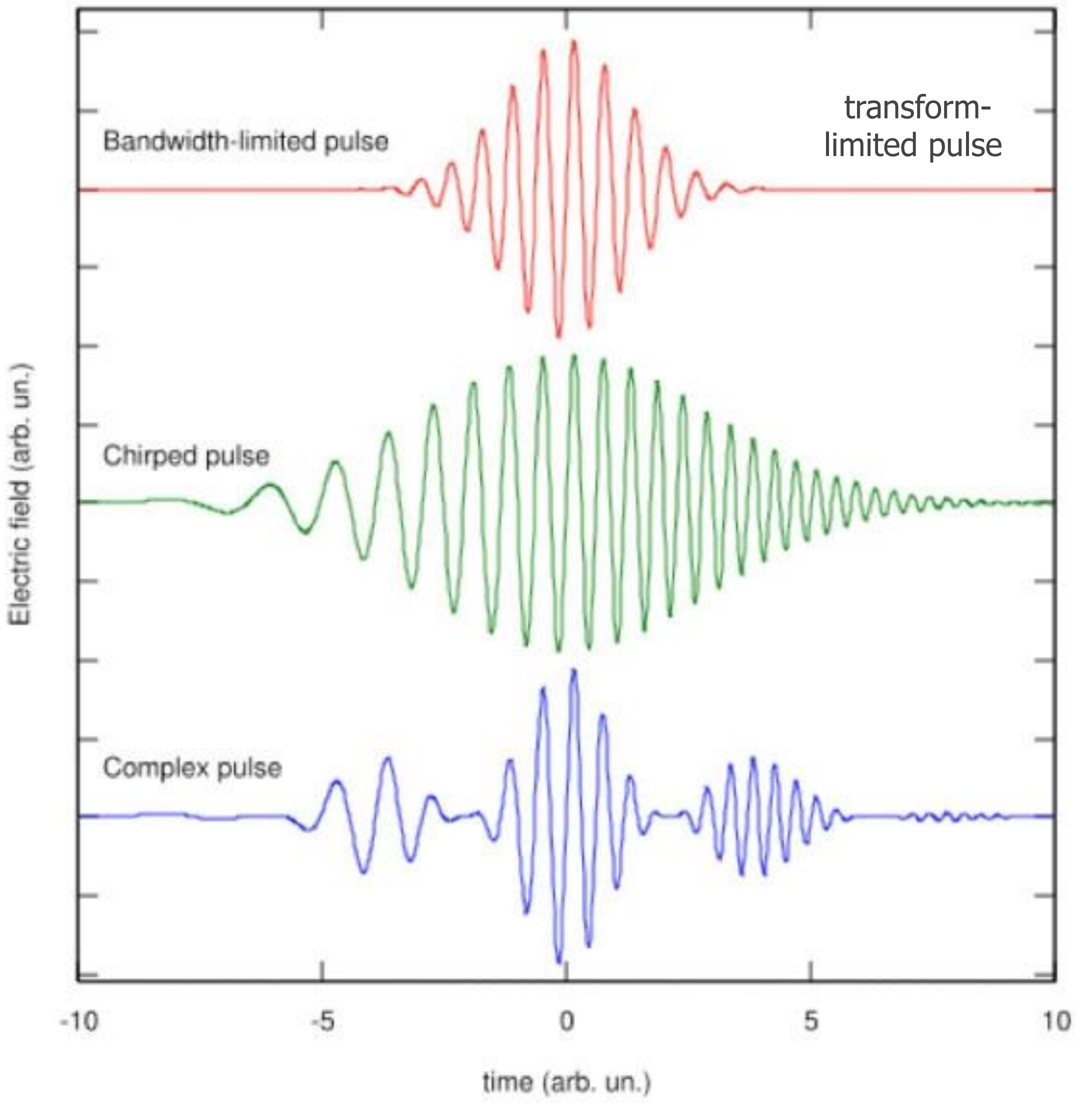


$V_g > V_p$

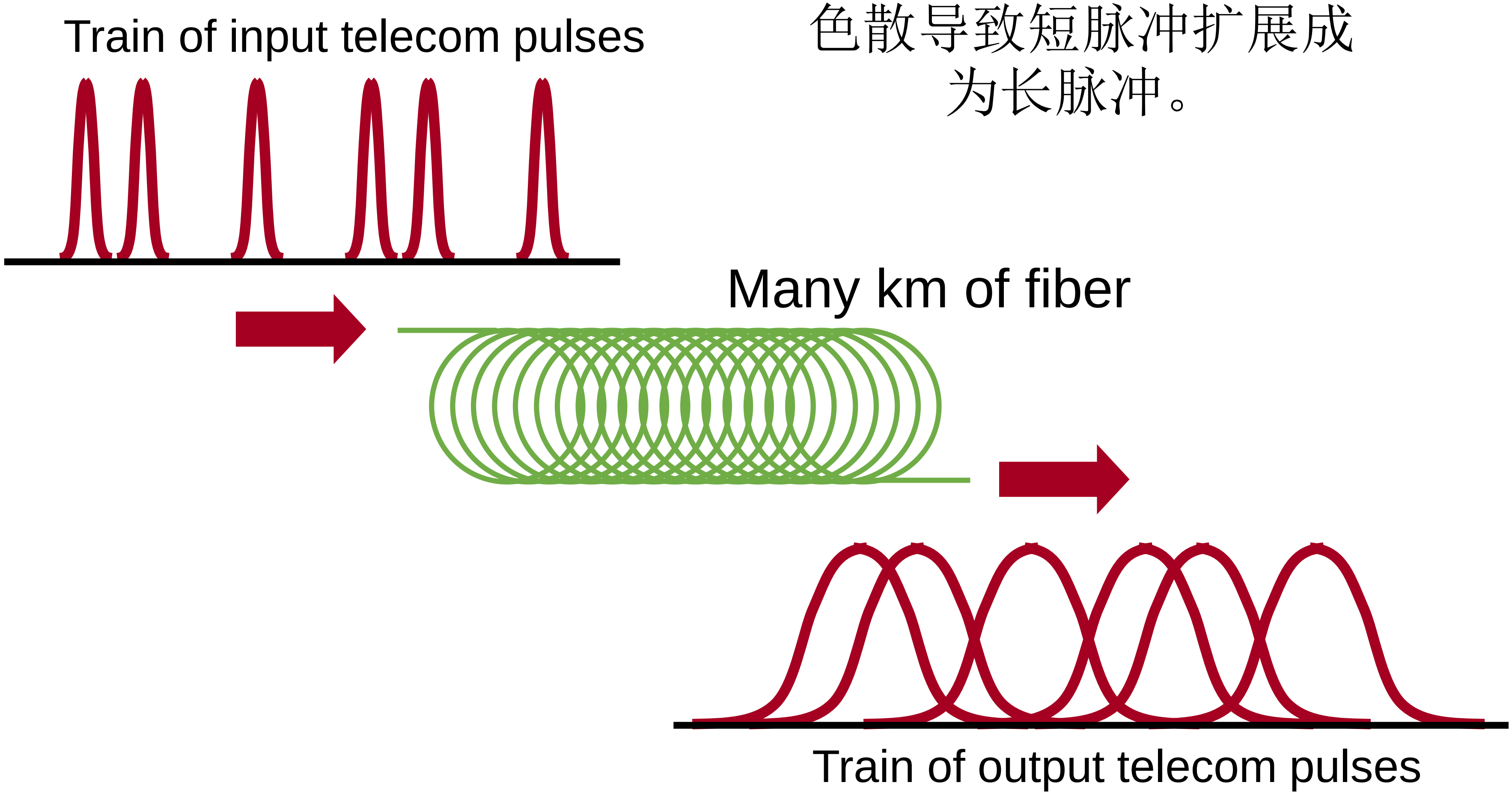


$V_g = -V_p$

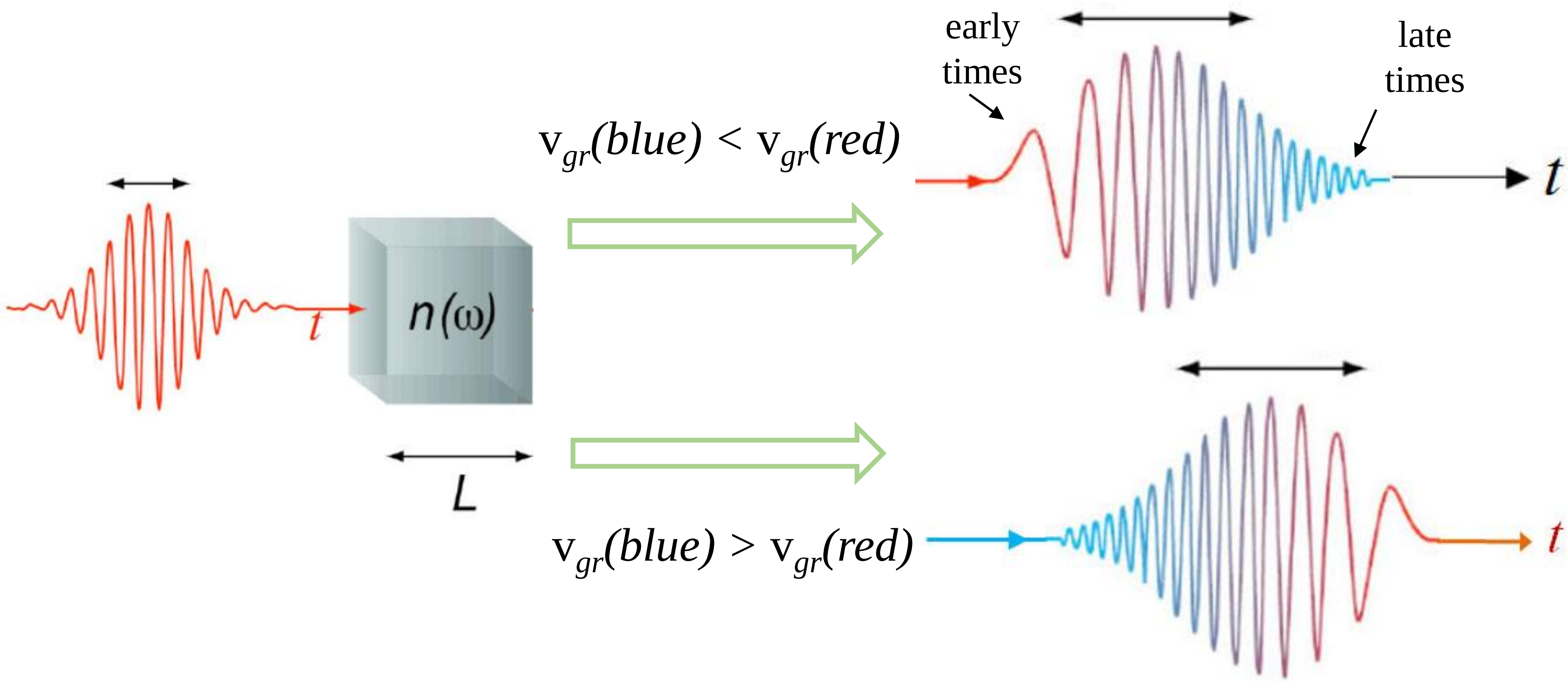
2.2.3 脉冲畸变


Bandwidth-limited pulse
transform-
limited pulse
Chirped pulse
Complex pulse
Electric field (arb. un.)
-10
-5
0
5
10
time (arb. un.)

色散导致短脉冲扩展成
为长脉冲。



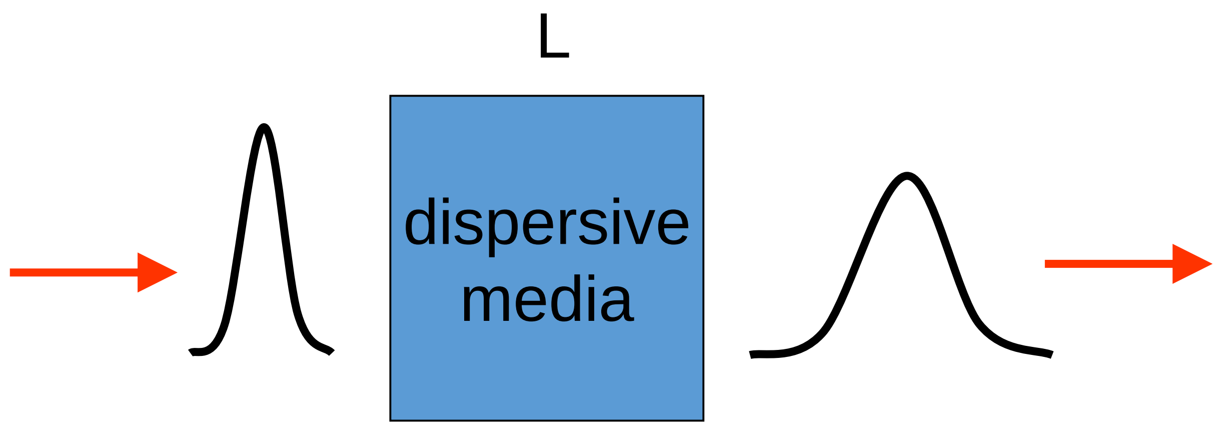
经过正常色散和反常色散介质后脉冲波形的变化



频率随时间改变：啁啾

$$A(t) = A_0 \exp\left(\frac{-t^2}{2\tau^2}\right) \exp\left(\frac{-i\eta t^2}{2}\right) e^{-i\omega_0 t} \qquad \omega(t) = -\frac{\partial \phi(t)}{\partial t} = \omega_0 + \eta t$$

脉冲经过色散介质：



渡越时间： $T = \frac{L}{v_g} = \frac{n_g(\omega)L}{c}$

无展宽：各频率成分脉冲渡越时间相同；

展宽：各频率成分脉冲渡越时间不同。

$$dT = \frac{L}{c} dn_g(\omega) \longrightarrow \Delta T = \frac{L}{c} \Delta n_g(\omega)$$ 脉冲展宽

脉冲展宽： $\Delta T = \frac{L}{c}\Delta n_g(\omega)$

传播常数: $k(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c} = k_0 + k_1(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}k_2(\omega-\omega_0)^2 + \cdots$

光脉冲平均波数: $k_0 = k(\omega_0)$

$$k_1 = \left.\frac{dk}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c}$$ 群速的倒数

$$k_2 = \left.\frac{d^2k}{d\omega^2}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{d(1/v_g)}{d\omega} = \frac{1}{c}\frac{dn_g}{d\omega}$$ 群速的色散参数 (GVD parameter)

$$\boxed{\text{脉冲展宽：}\quad \Delta T = Lk_2\Delta\omega}$$

$\Delta\omega$：脉冲的频谱宽度，从最大值下降到$1/e$的ω间隔

色散长度L_D: 为$\Delta T = T_0$时介质的长度

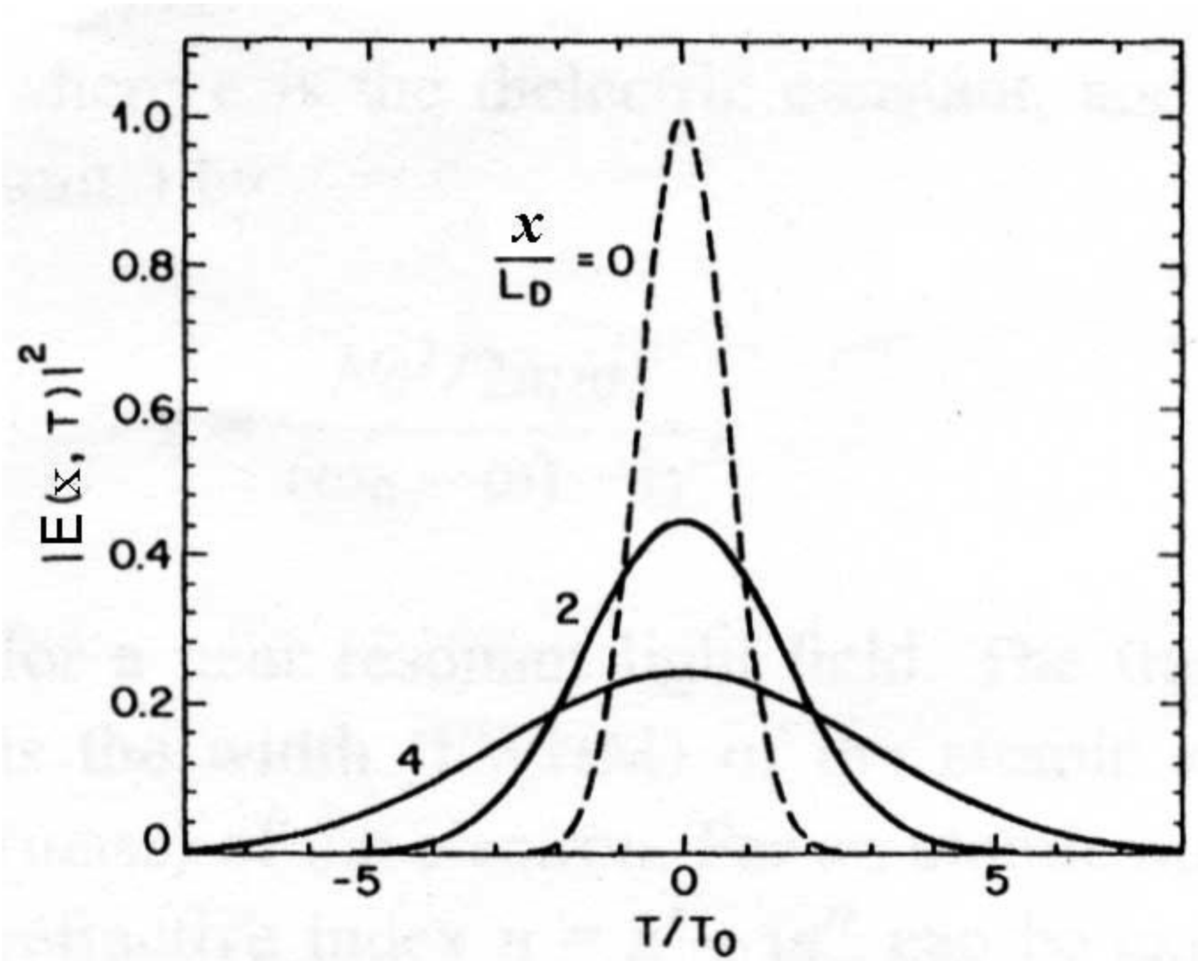
T_0: 为光强下降到1/e时的时间

T_0与$\Delta\omega$的关系：$T_0 = \dfrac{1}{\Delta\omega}$

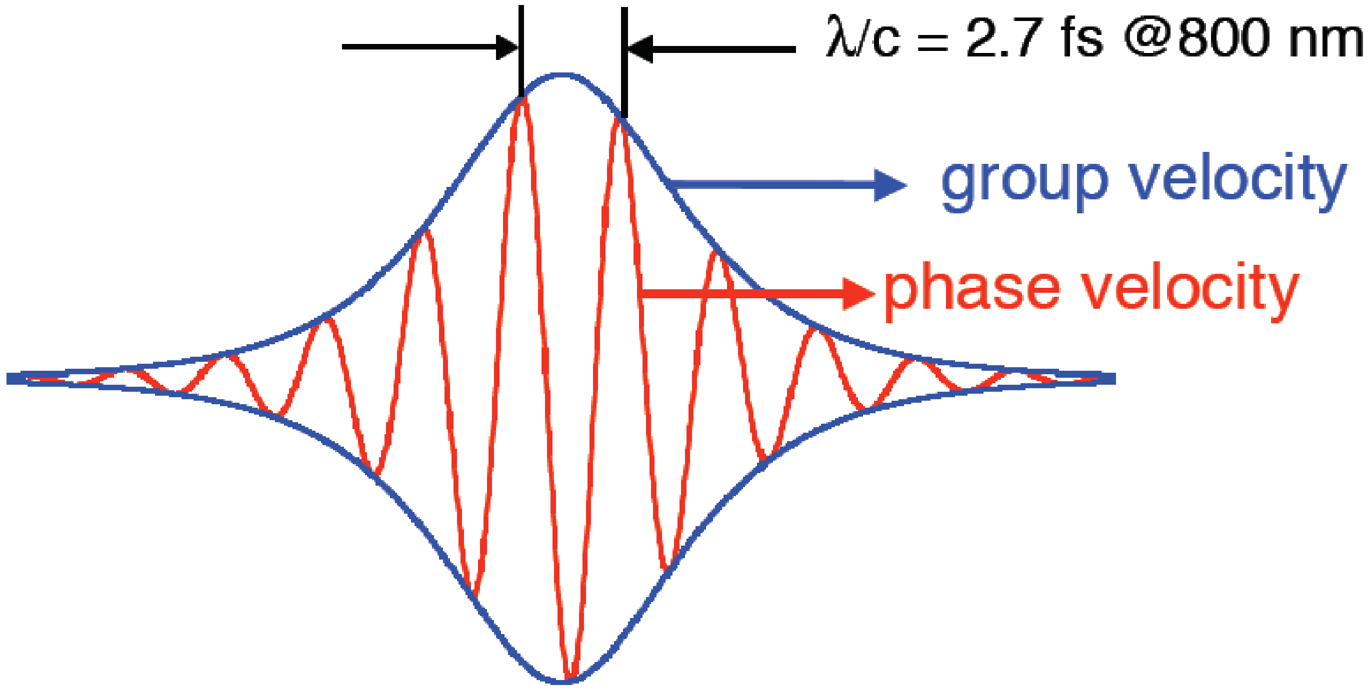
$$\Delta T = L_D k_2 \Delta\omega = L_D k_2 \frac{1}{T_0} = T_0$$

色散长度: $L_D = \dfrac{T_0^2}{|k_2|}$

介质长度$L << L_D$时，展宽可以忽略

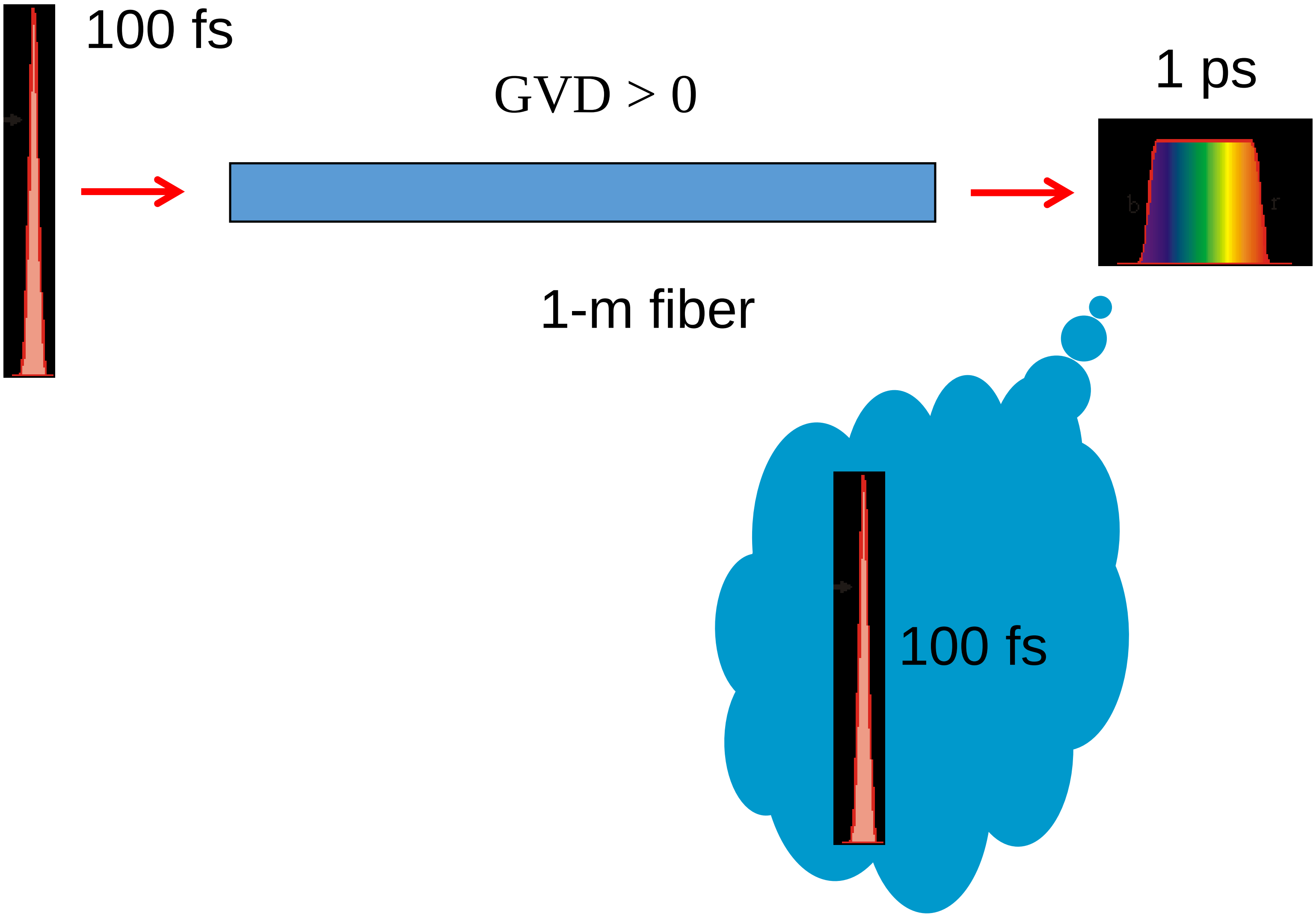


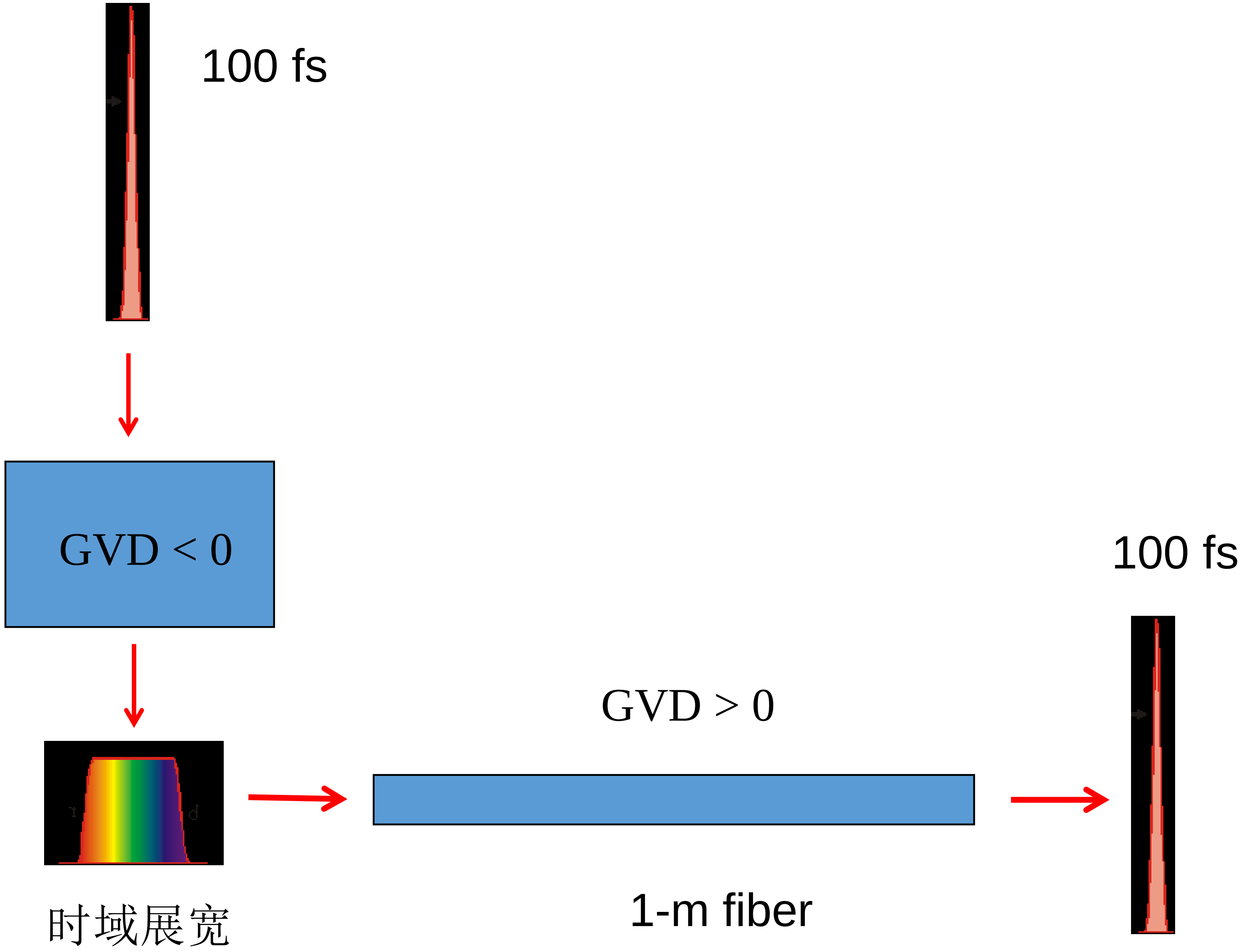
脉冲展宽

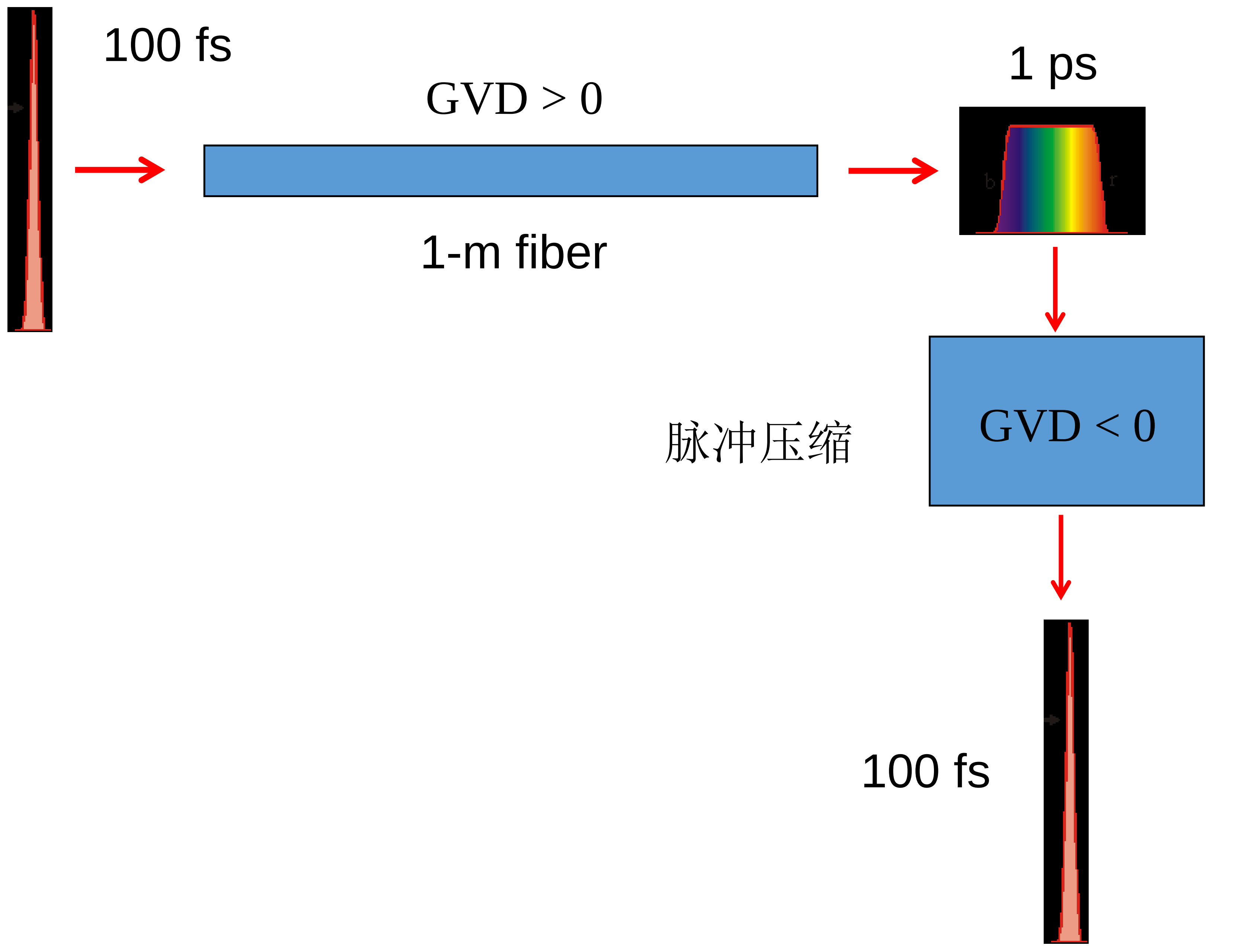


色散对超短脉冲的影响非常严重！

群速色散补偿实例

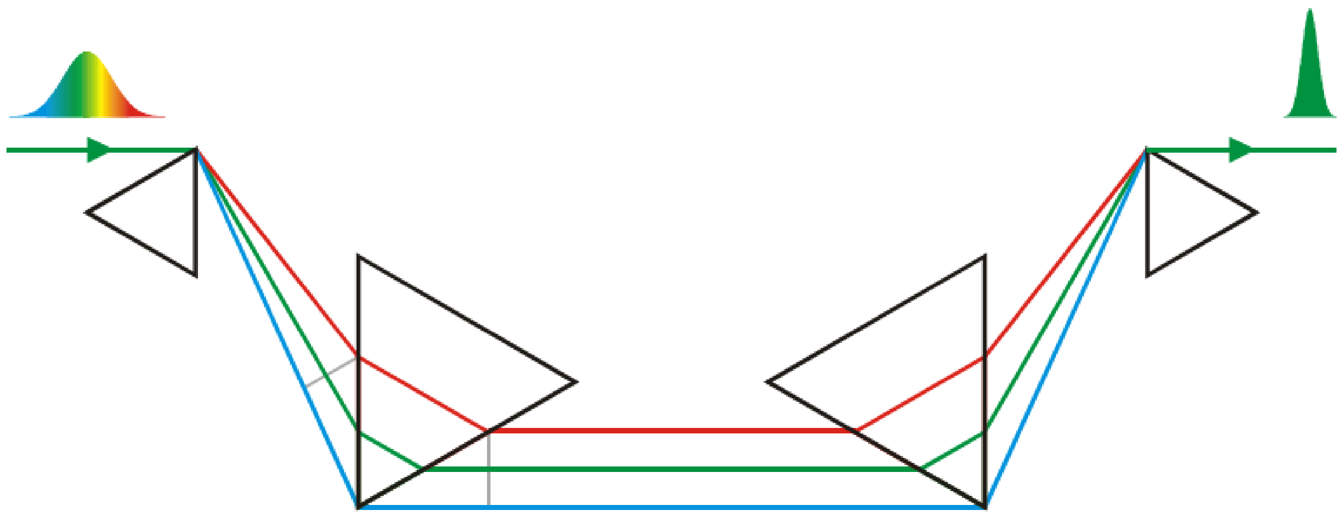



100 fs
GVD < 0
时域展宽
GVD > 0
1-m fiber
100 fs

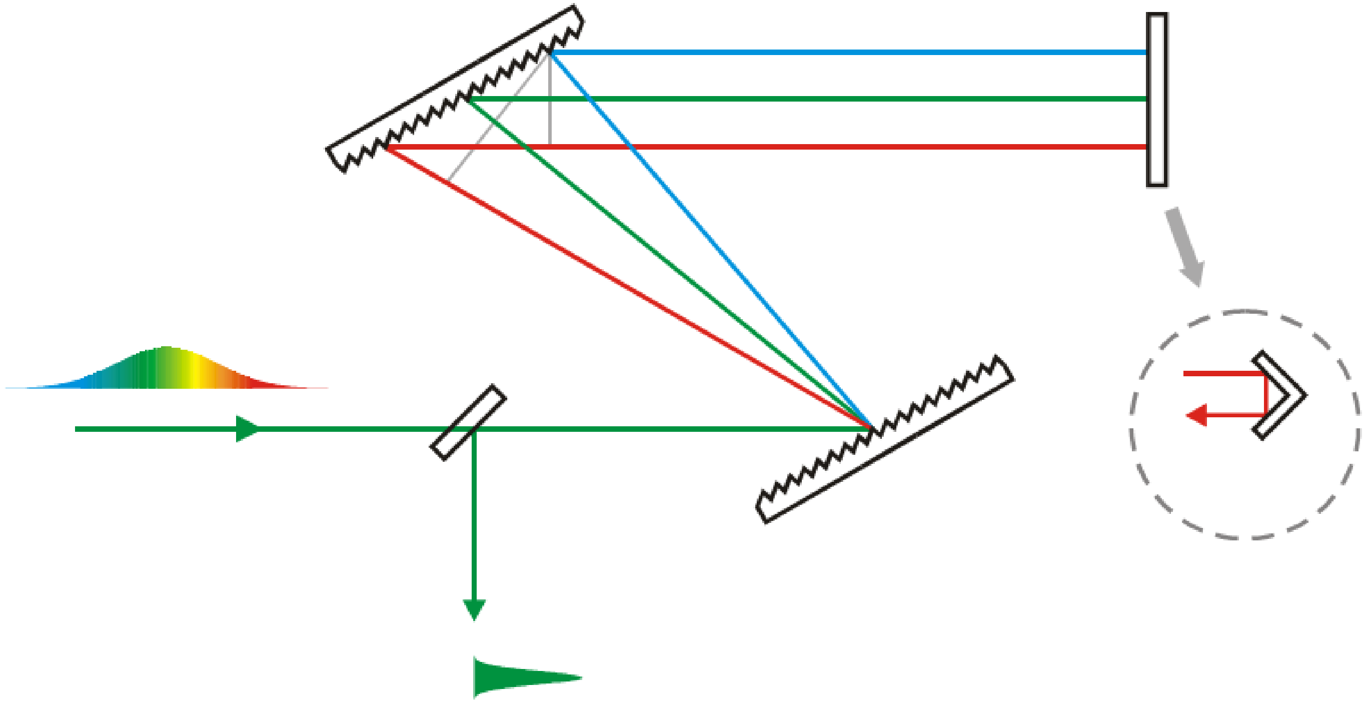

100 fs
GVD > 0
1-m fiber
1 ps
脉冲压缩
GVD < 0
100 fs

实现负群速色散的方法
——群速色散补偿

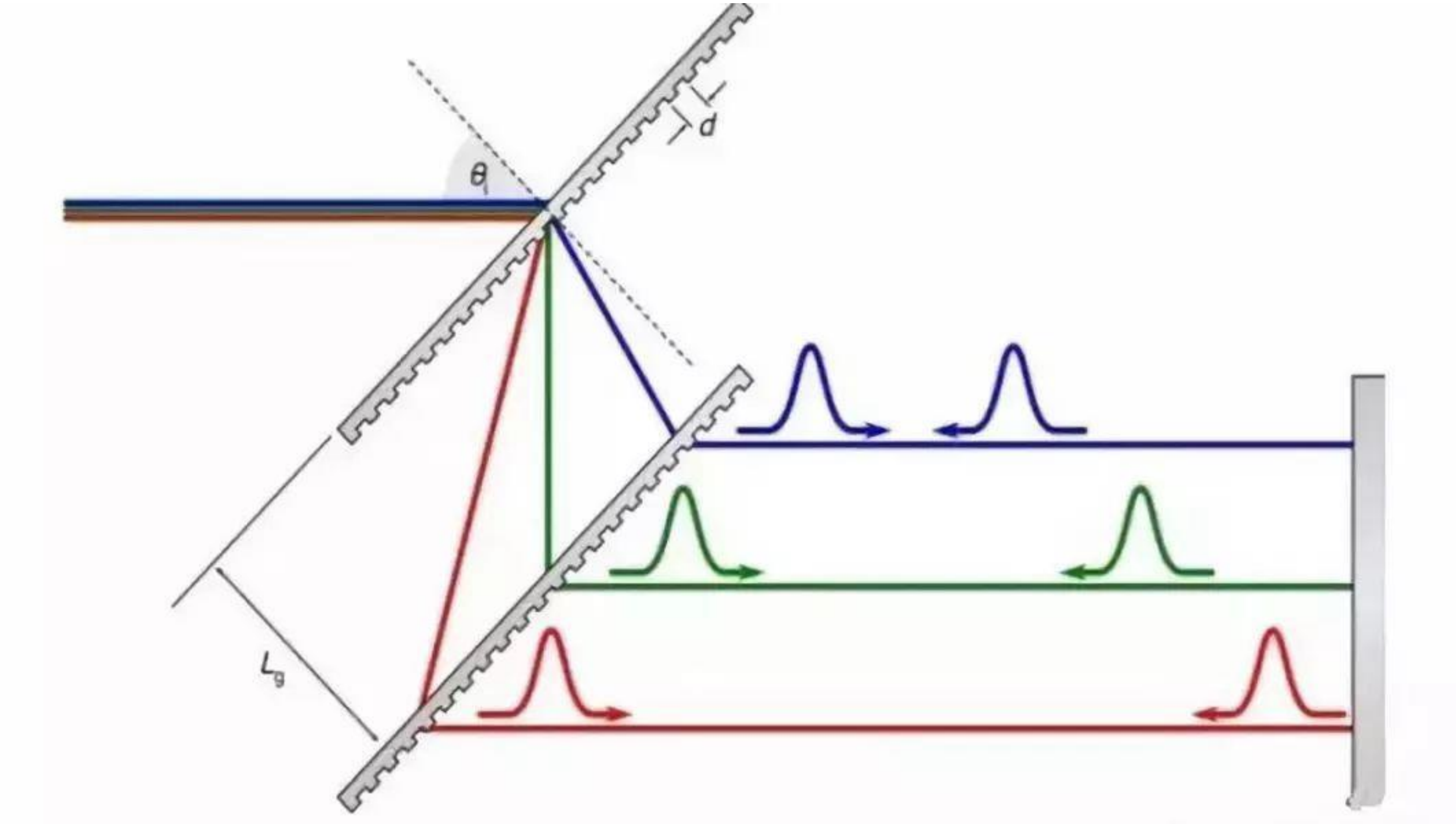
原则：利用脉冲中“蓝色”和“红色”成分所走的路径的长度不同进行群速色散补偿



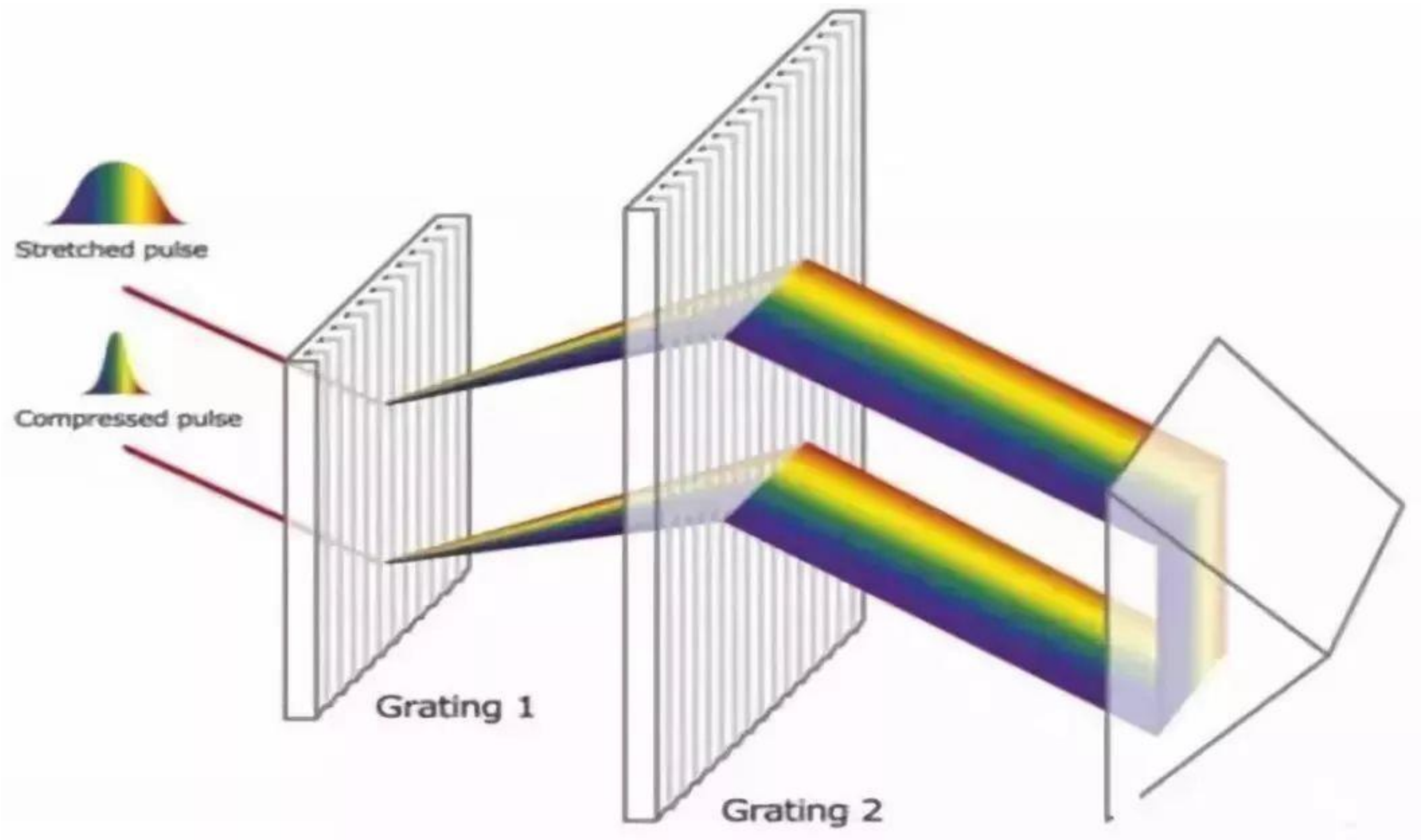
棱镜补偿

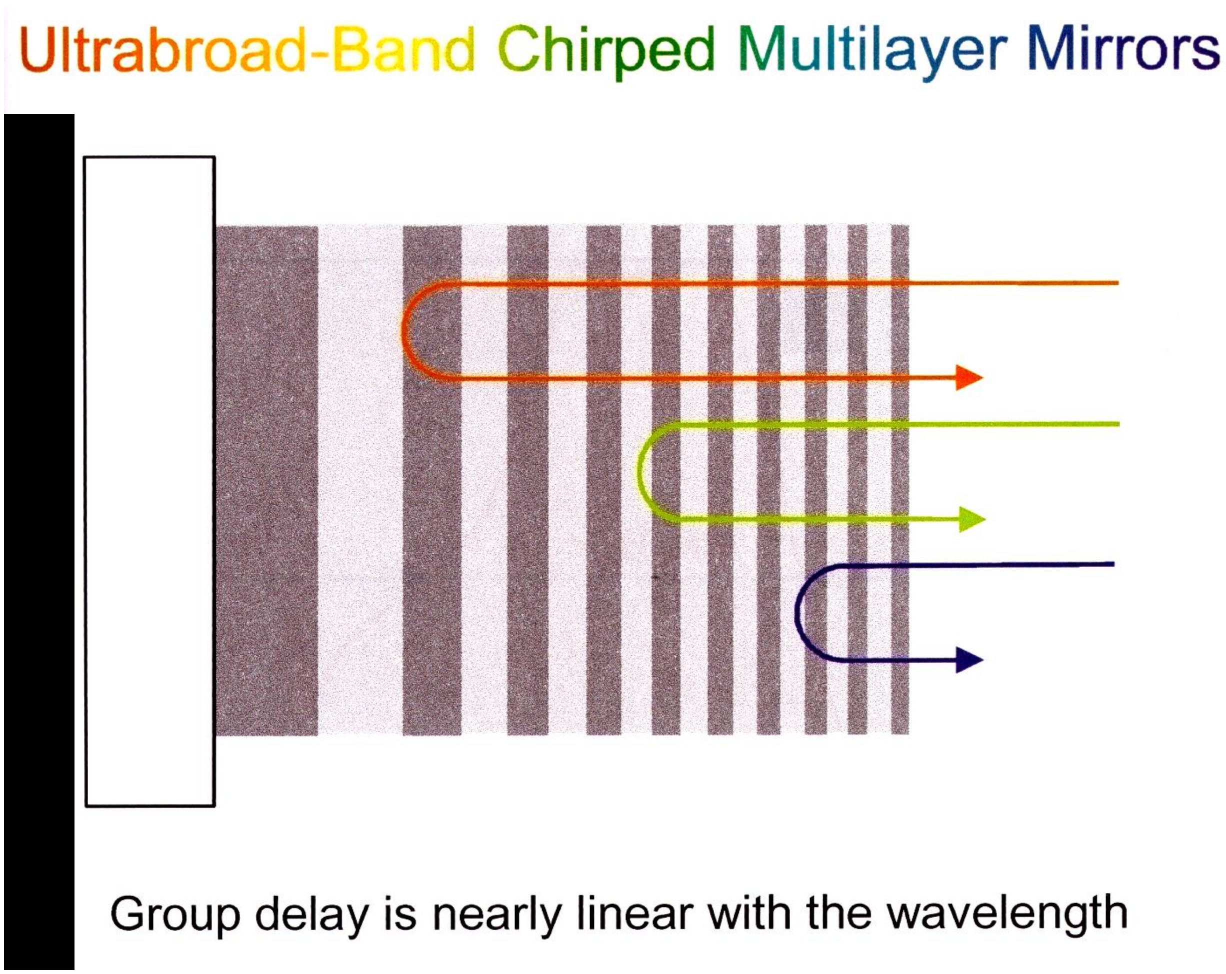


光栅补偿



d
θ
L


Stretched pulse
Compressed pulse
Grating 1
Grating 2


Ultrabroad-Band Chirped Multilayer Mirrors
Group delay is nearly linear with the wavelength

啁啾镜补偿

第二章　光的吸收和色散

2.1　　光的吸收

2.2　　光的色散和群速色散

2.3　　吸收和色散的经典描述

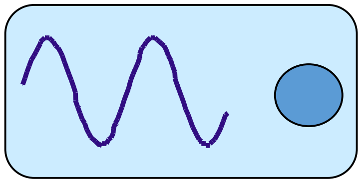
　　2.3.1　电介质的洛伦兹模型

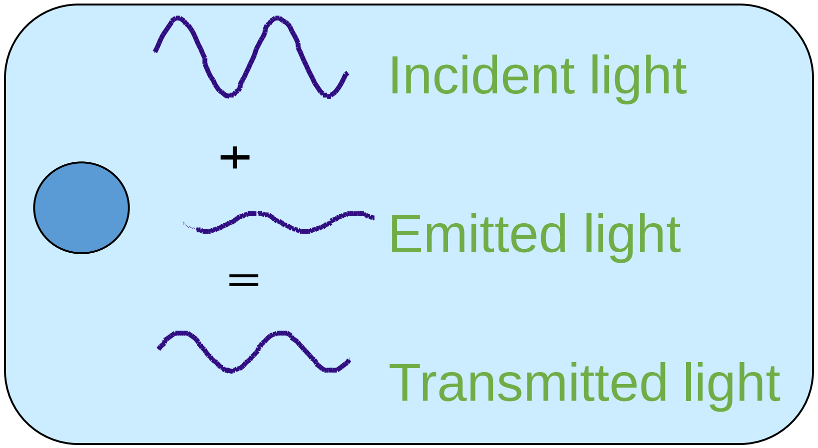
　　2.3.2　金属的特鲁德模型

　　2.3.3　D和E的关系中的因果性

经典电磁理论：

- 介质中电子和核将发生位移，形成电偶极子，并具有一定的固有振动频率ω_0。
- 外光场作用下，电偶极子将作受迫阻尼振荡。频率与外光场的频率相同。
- 振荡电偶极子形成次级光波，相干叠加的结果保证了光沿折射方向传播。



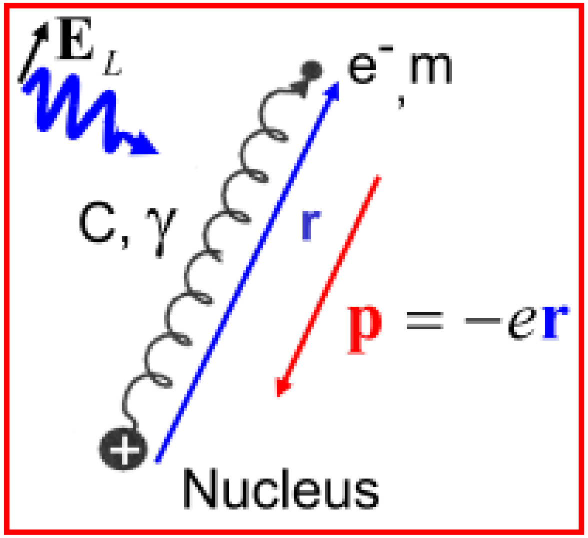


2.3.1 电介质的洛伦兹模型

洛伦兹的电子论假定:

1. 组成介质的原子或分子内的带电粒子（电子、离子）被准弹性力保持在它们的平衡位置附近，并且具有一定的固有振动频率。
2. 在入射光的作用下，介质发生极化，带电粒子依入射光频率作受迫振动。
3. 原子核（带正电荷）质量大：不动

负电荷相对于正电荷作振动：电偶极子



正、负电荷构成一个电偶极子的电偶极矩： $\mathbf{p} = q\mathbf{r}$

每个电子提供的原子偶极矩： $p = -er$

单位体积平均电偶极矩（极化强度）： $P = Np = -Ner$

作受迫振动的电子的运动方程：

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = -eE - fr - g\frac{dr}{dt}$$

电场强迫力　　准弹性力　　阻尼力

电子的固有振动频率： $\omega_0 = \sqrt{f/m}$

阻尼（衰减）系数： $\gamma = g/m$

电子的运动方程： $$\frac{d^2 r}{dt^2}+\gamma\frac{dr}{dt}+\omega_0^2 r=-\frac{eE_0e^{-i\omega t}}{m}$$

方程的解： $$r(t)=\frac{(-e)}{m}\frac{E_0e^{-i\omega t}}{(\omega_0^2-\omega^2)-i\gamma\omega}$$

极化强度： $$P=N(-e)r=\frac{Ne^2}{m}\cdot\frac{E_0e^{-i\omega t}}{(\omega_0^2-\omega^2)-i\gamma\omega}$$

$$P=\varepsilon_0\chi E=\varepsilon_0\chi E_0e^{-i\omega t}$$

电极化率： $$\chi=\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{(\omega_0^2-\omega^2)-i\gamma\omega}=\frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2-\omega^2)-i\gamma\omega}=|\chi|\mathrm{e}^{i\theta(\omega)}$$

$$\omega_p^2\equiv\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$$ 等离子体频率

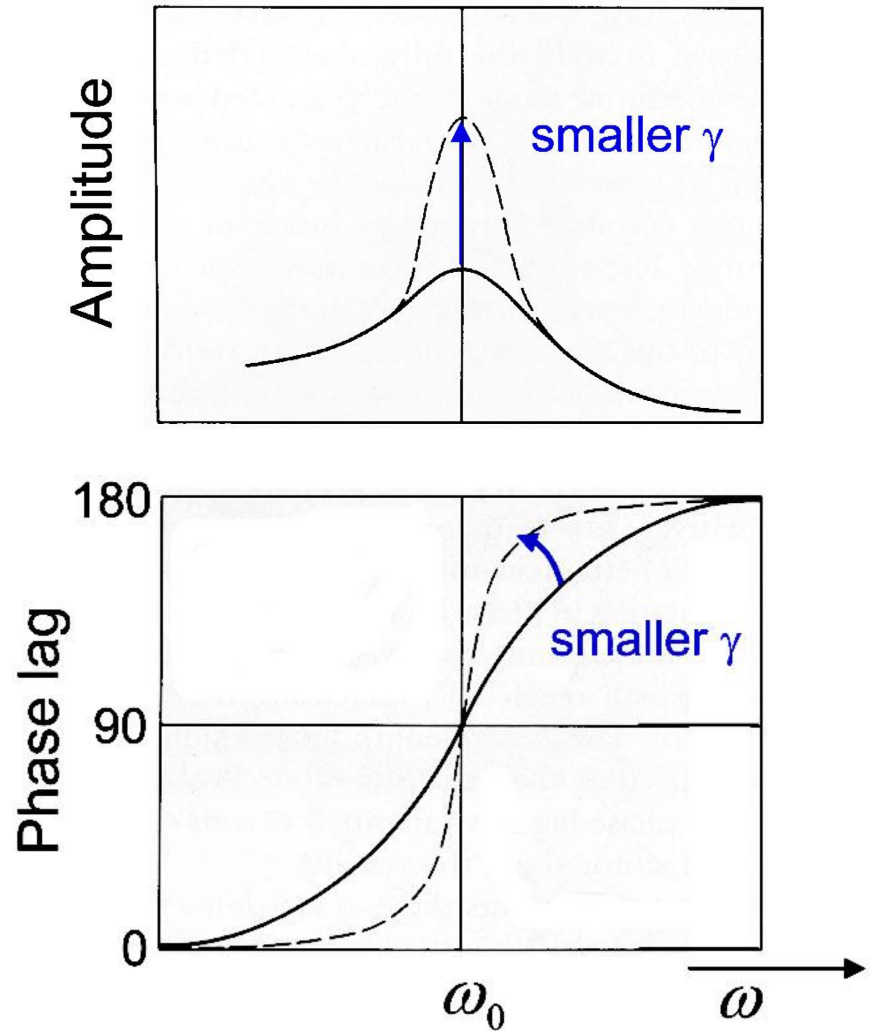
$$\chi = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} = \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}$$

振幅：

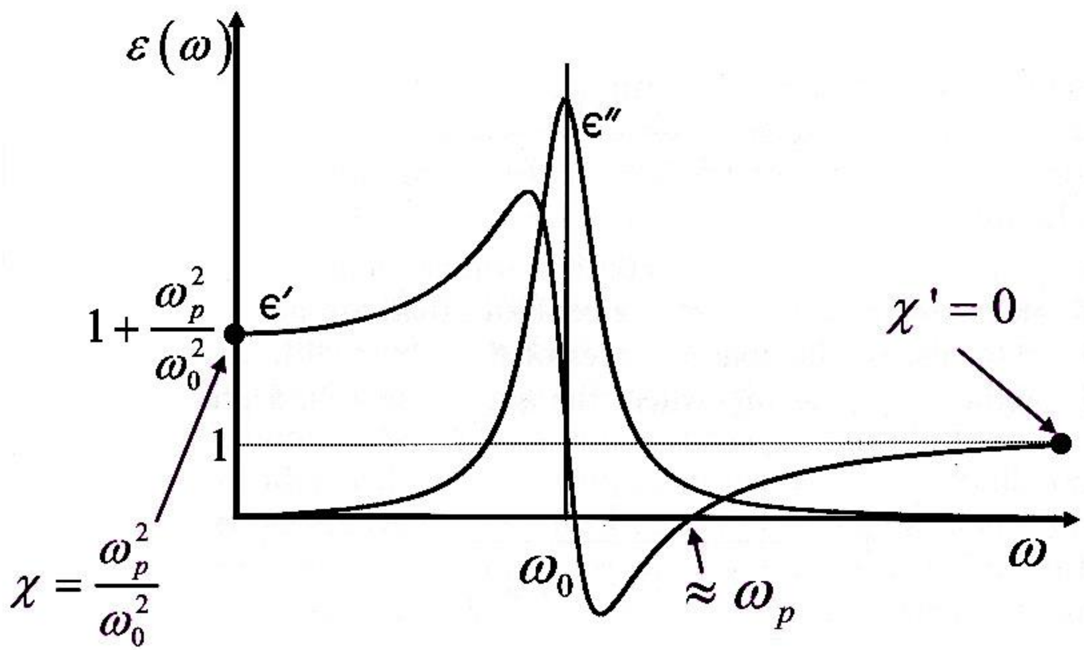
$$|\chi| = \frac{\omega_p^2}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2]^{1/2}}$$

相位滞后：

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} + \frac{i\omega_p^2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$



电极化率： $\chi = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} = \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}$

复折射率： $\tilde{n}^2 = \varepsilon = 1 + \chi = 1 + \omega_p^2 \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}$

特殊情况：当原子数密度N不大时，如稀薄气体， $|\chi| << 1$

$$\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1+\chi} \approx 1 + \frac{1}{2}\chi = 1 + \frac{1}{2}\chi' + \frac{i}{2}\chi'' = n + i\eta$$

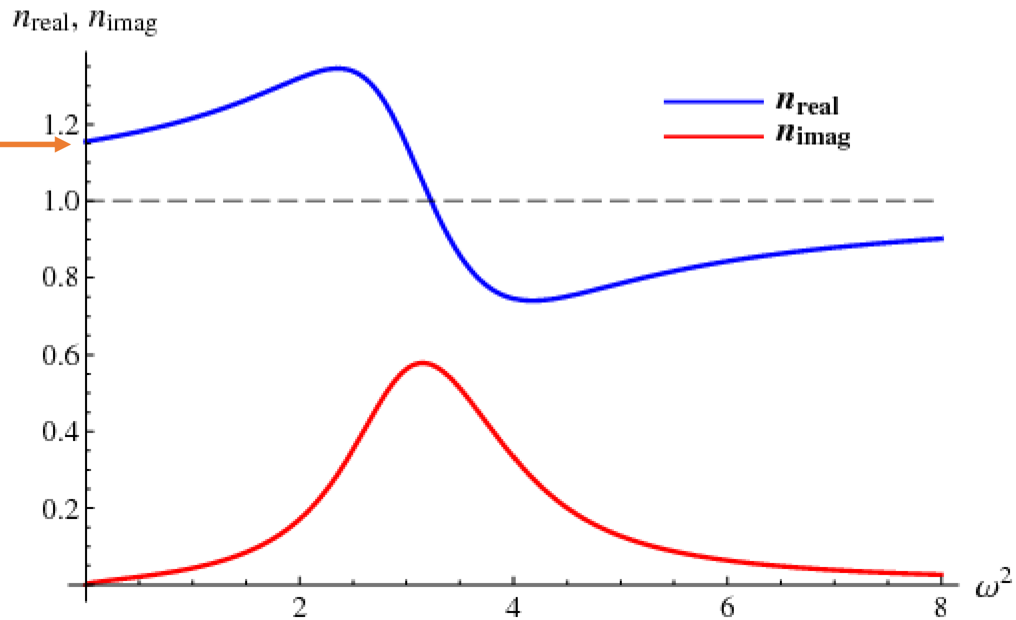
$$n = 1 + \frac{\omega_p^2}{2} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \qquad \eta = \frac{\omega_p^2}{2} \cdot \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$|\omega - \omega_0| << \omega_0$时：

$$n = 1 + \frac{\omega_p^2}{4\omega} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \qquad \eta = \frac{\omega_p^2}{8\omega} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

$$n = 1 + \frac{\omega_p^2}{2} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \qquad \eta = \frac{\omega_p^2}{2} \cdot \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$n = 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2}$$



具有单一共振频率的介质的色散关系

➢ 有多个共振频率的情况

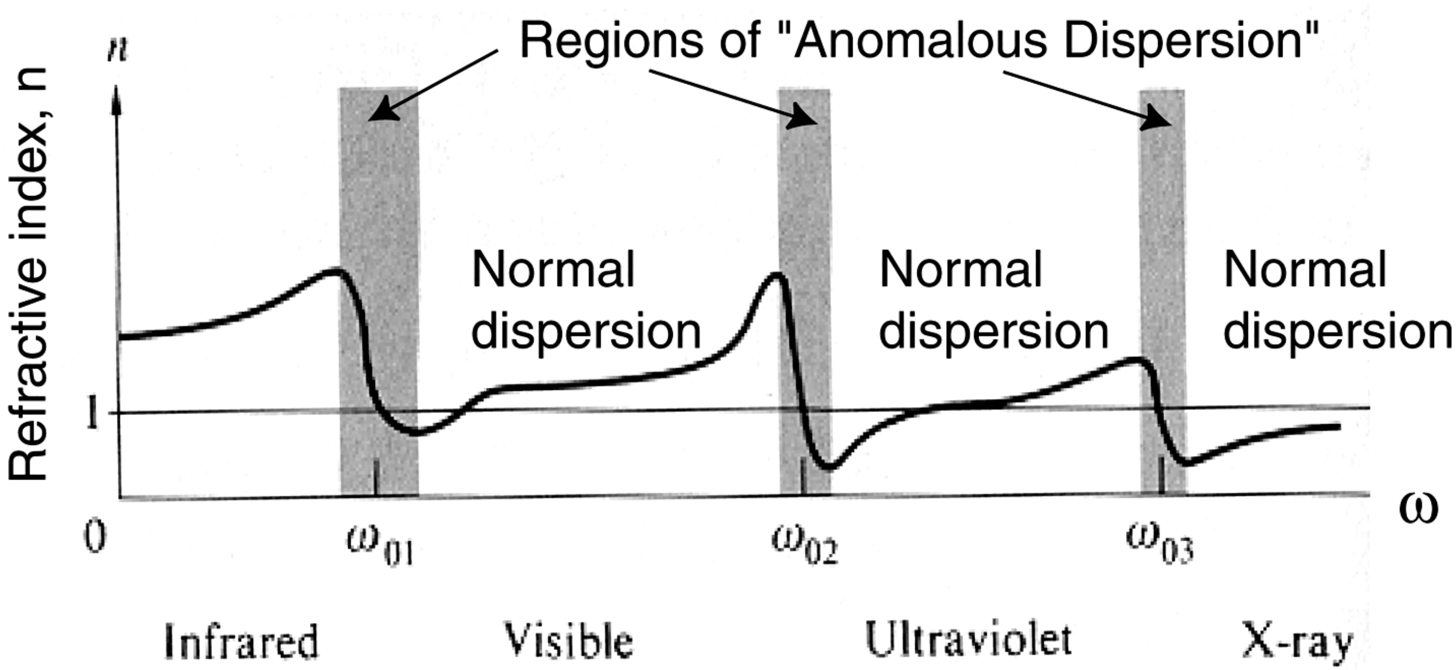
f_j个电子：ω_j、γ_j

每个分子的电子 $Z=\sum_j f_j$

$$\varepsilon(\omega)=1+\frac{N'e^2}{m\varepsilon_0}\sum_j\frac{f_j}{(\omega_j^2-\omega^2)-i\gamma_j\omega}$$

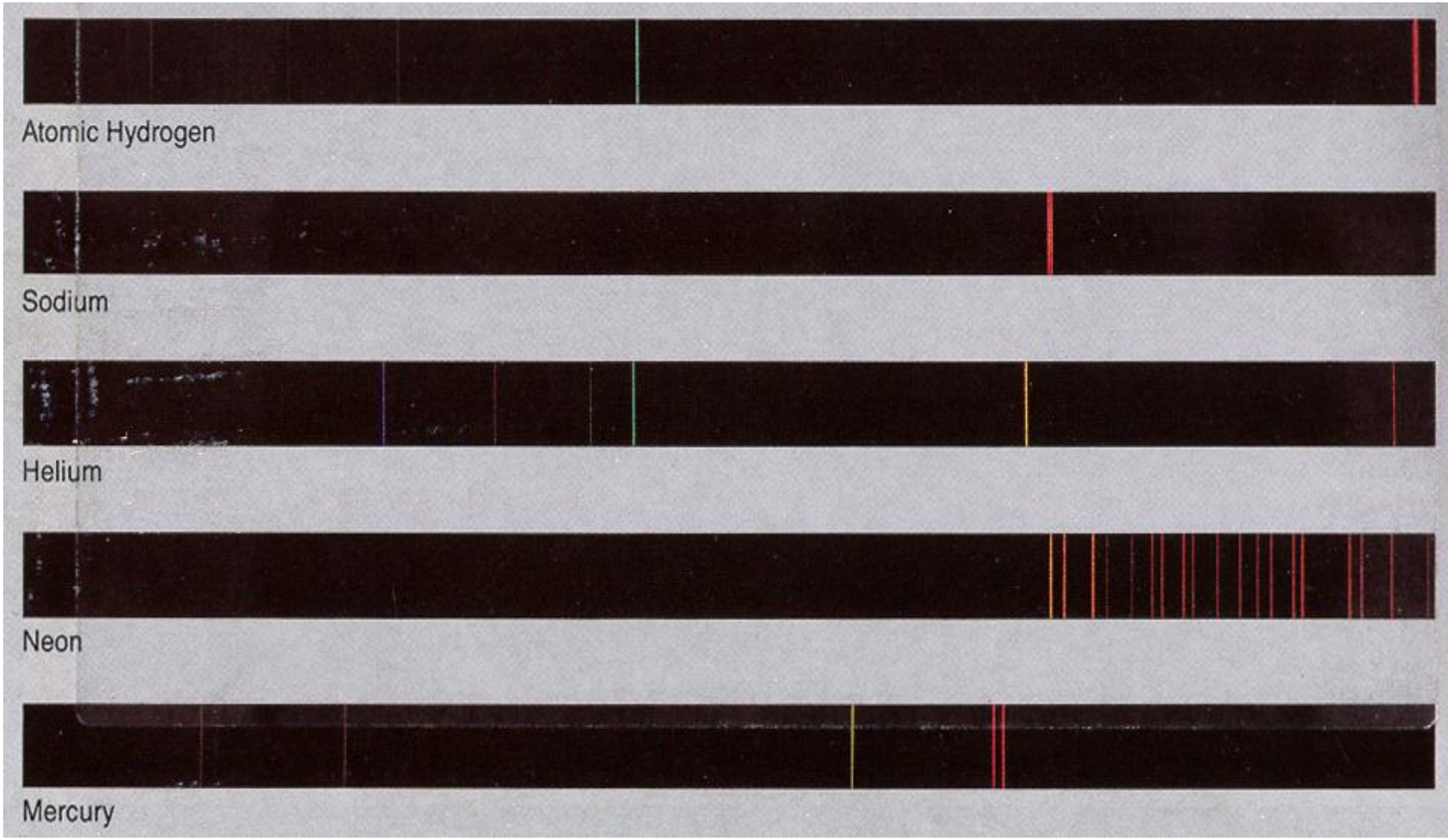
晶体的透明区域，折射率的半经验Sellmeier公式：

$$n^2=1+\sum_j\frac{A_j\lambda^2}{\lambda^2-\lambda_j^2}$$



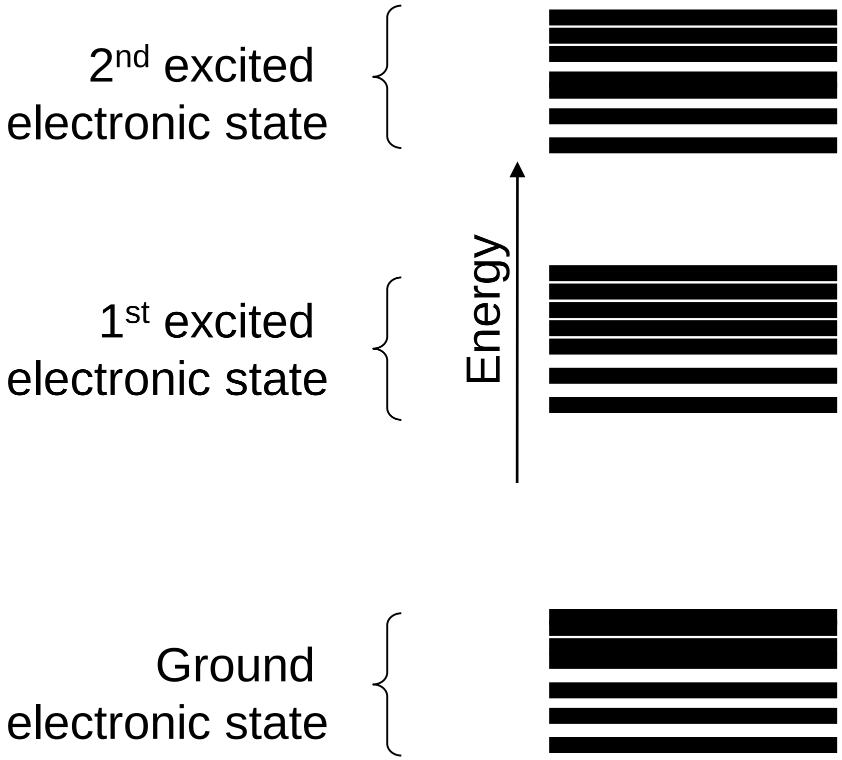
有多个共振频率的介质的折射率

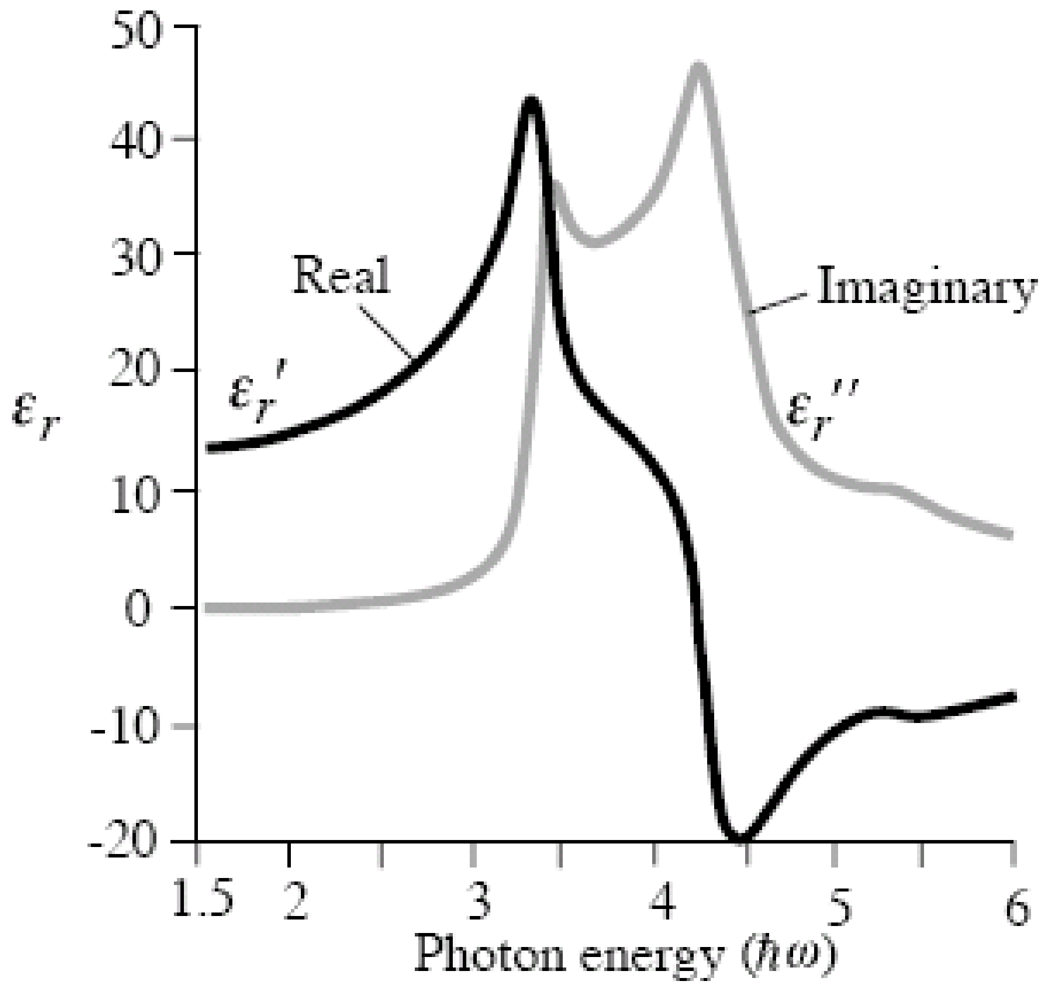
不同原子拥有不同共振频率, ω_0, 和线宽, γ.



分子比原子有更高的态密度，因此吸收谱要复杂得多

由于吸收有一定的线宽，这些能级可以重叠.





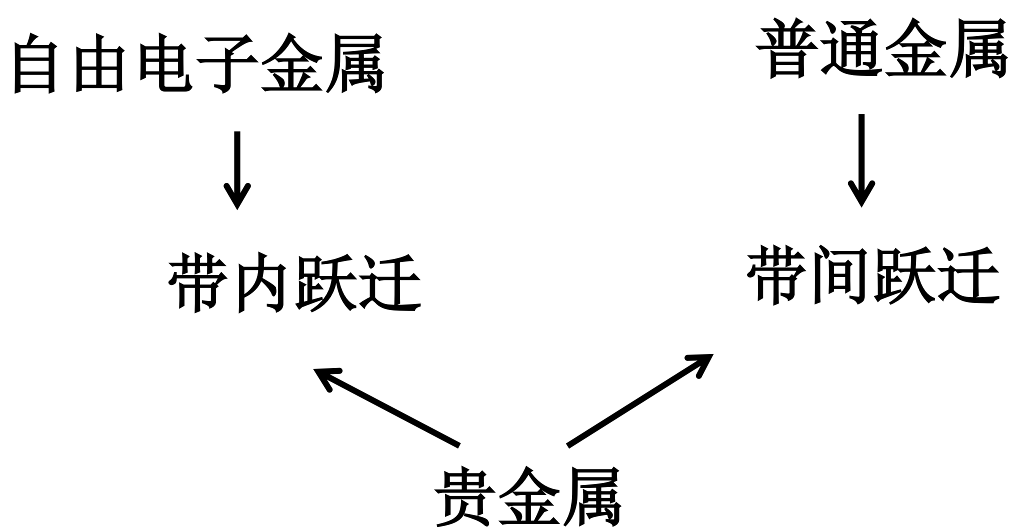
硅的相对介电常数的实部和虚部

2.3.2 金属的特鲁德(Drude)模型

自由电子金属

—— 电学和光学性质仅和导带电子有关

包括碱金属、镁、铝、贵金属



特鲁德模型：

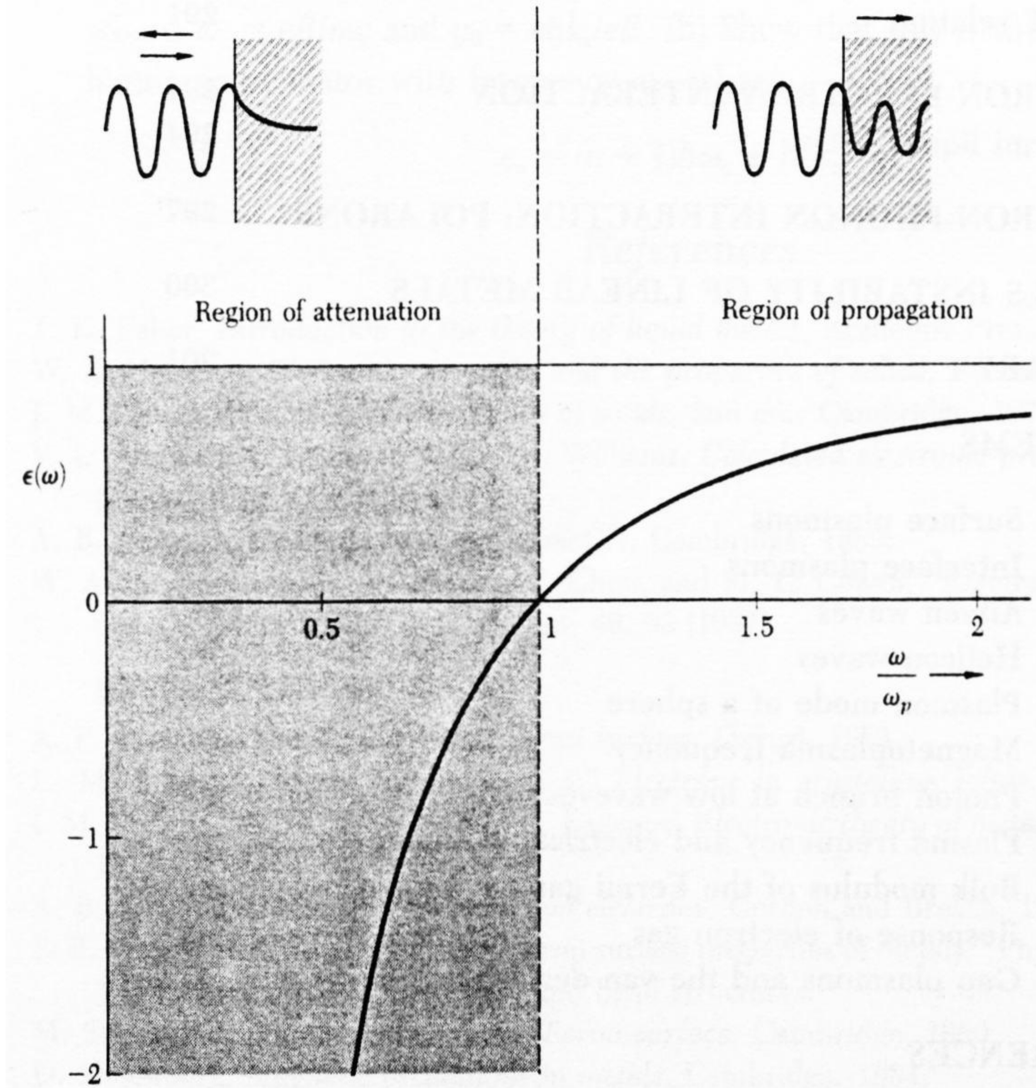
1. 只考虑外力对自由的导带电子的影响
2. 宏观的响应是单电子效应乘以电子数----考虑电子间拥有最强的耦合，即对于微扰所有电子同相相干响应

运动方程： $$m\frac{d^2r}{dt^2}+m\gamma\frac{dr}{dt}=-eE_0e^{-i\omega t}$$

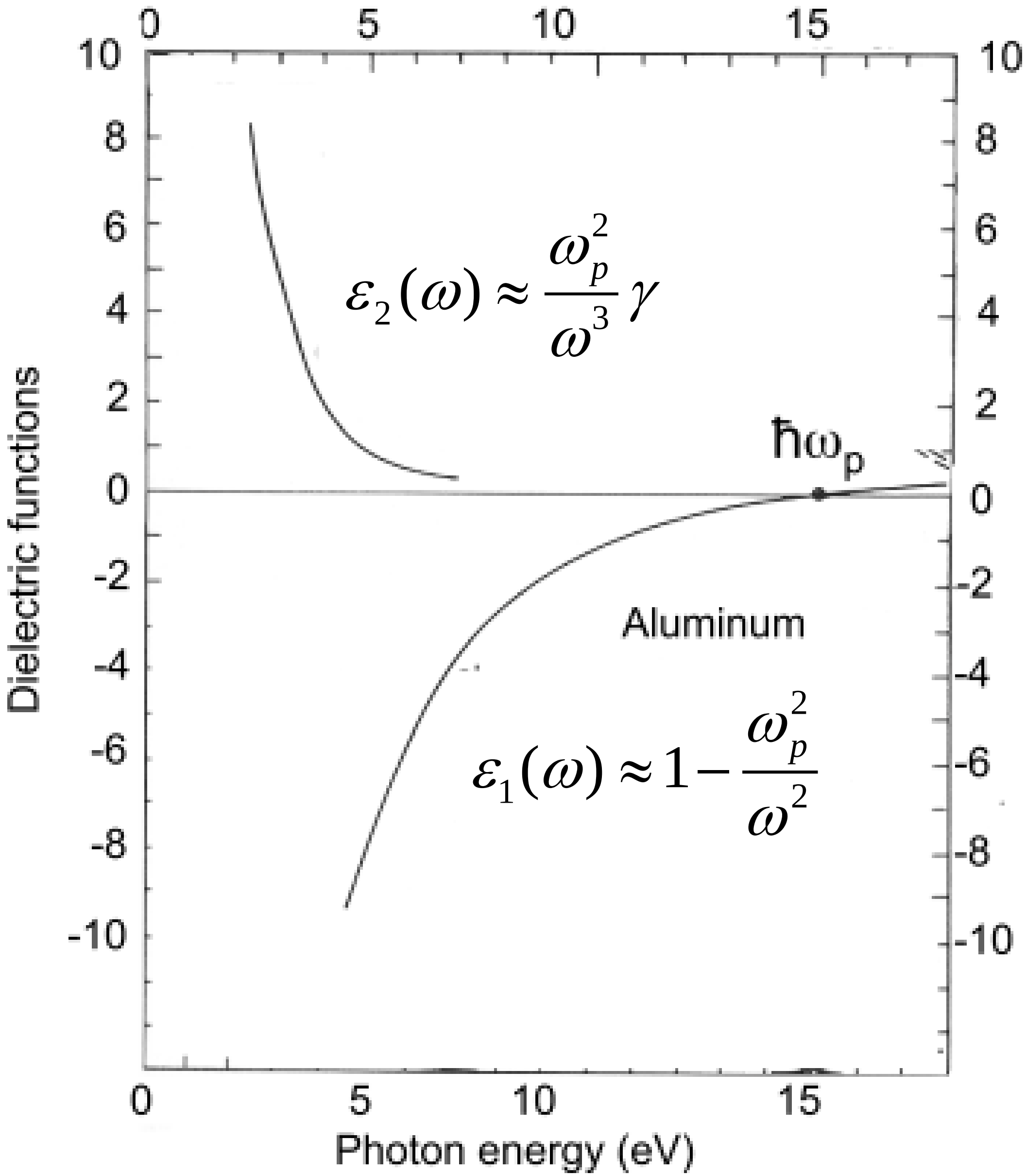
$$\varepsilon(\omega)=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2+i\gamma\omega}=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2+\gamma^2}+i\frac{\omega_p^2\gamma}{\omega(\omega^2+\gamma^2)}$$

$$\omega_p=\left(\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}\right)^{\frac{1}{2}}$$ （特鲁德）等离子体频率

ω >> γ时： $$\boxed{\varepsilon_1(\omega)\approx 1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\qquad \varepsilon_2(\omega)\approx\frac{\omega_p^2}{\omega^3}\gamma}$$

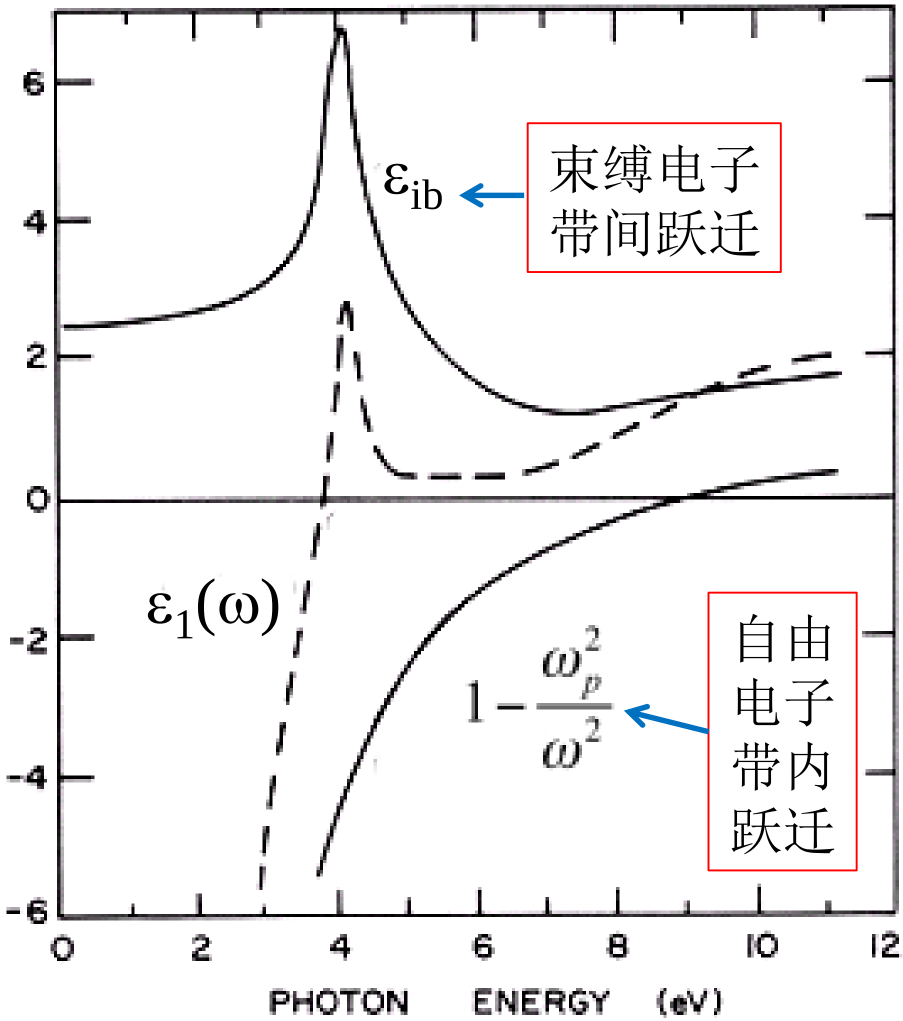


自由电子金属的介电常数的实部随频率的变化



铝：自由电子金属

只有导带电子起作用

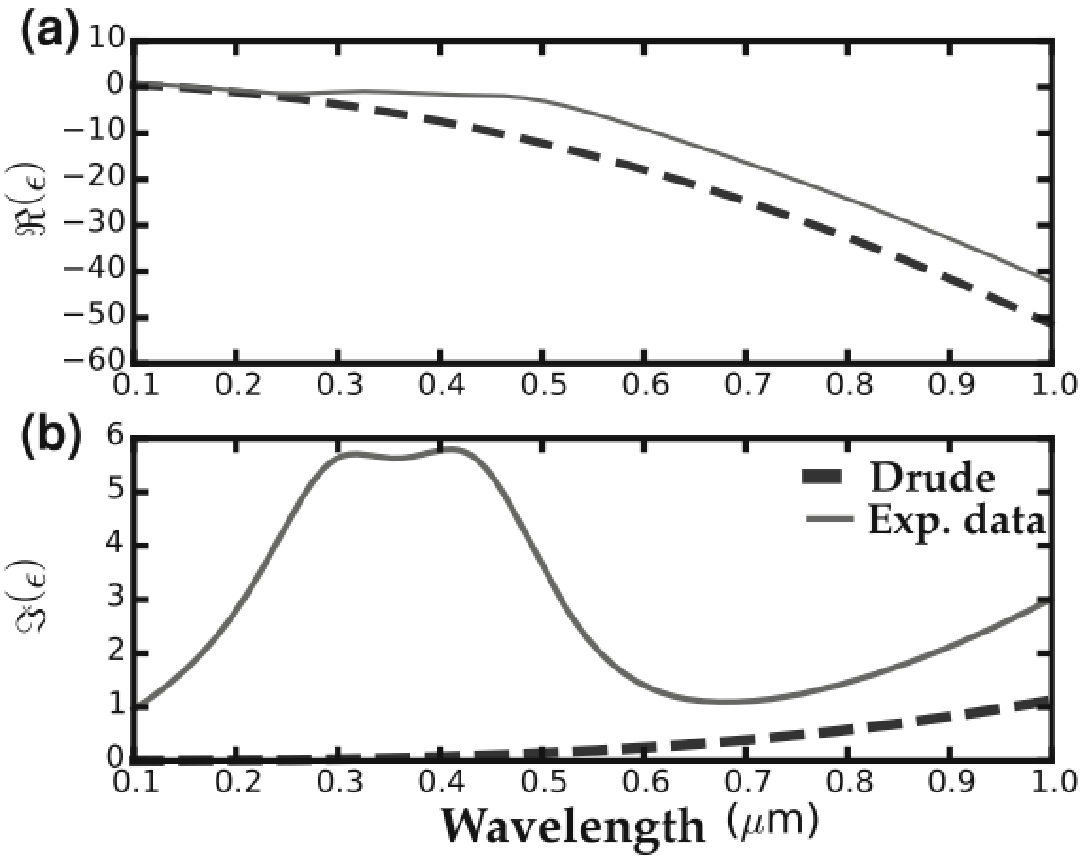


银：束缚电子和自由电子同时起作用

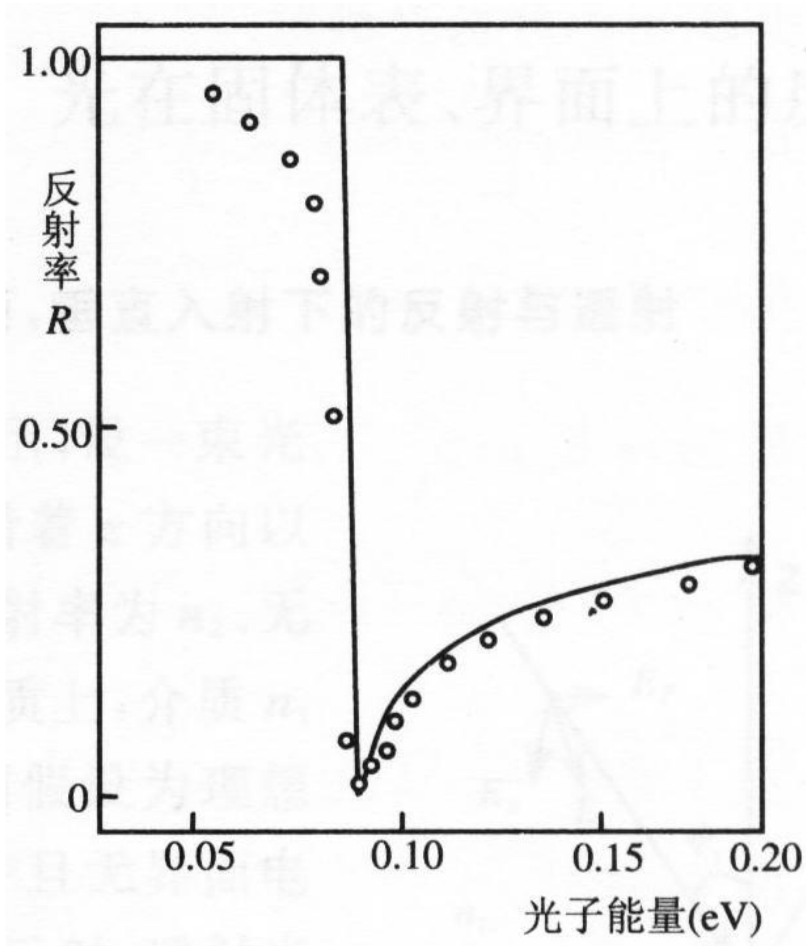
$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \varepsilon_{ib} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

束缚电子
带间跃迁

自由电子
带内跃迁



金的介电常数的实部和虚部的实验结果和Drude模型结果的比较

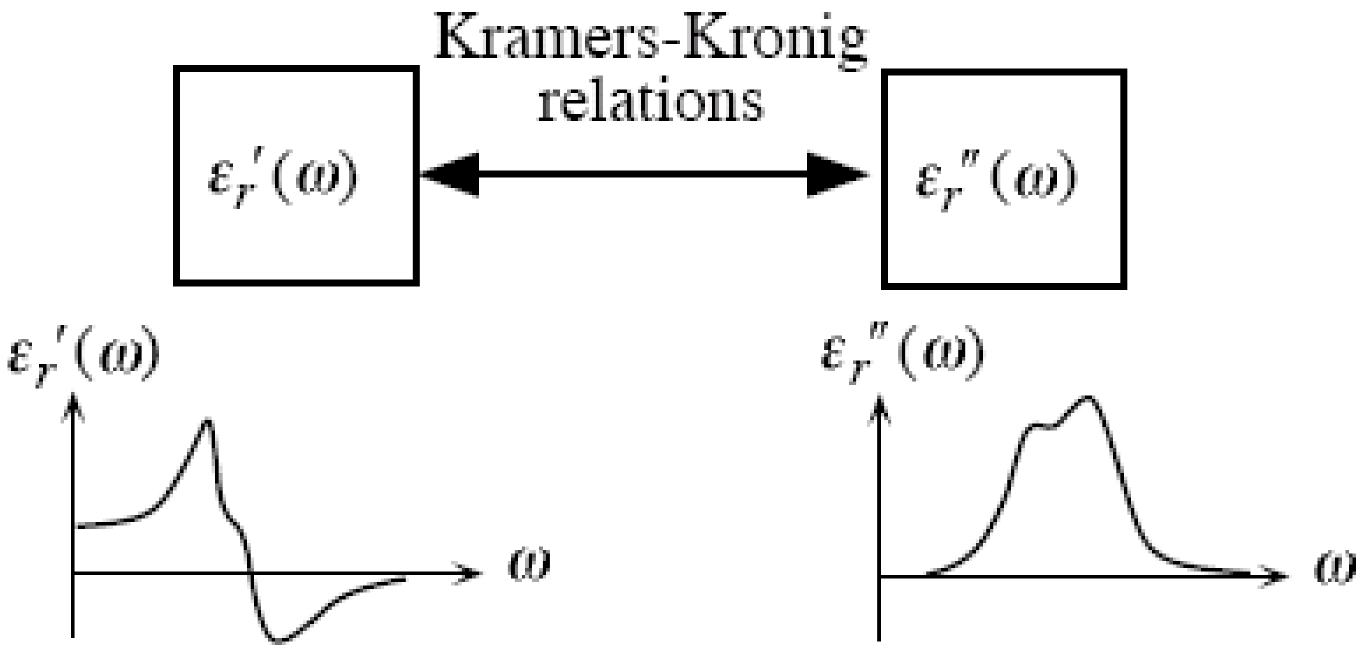


垂直入射时n型InSb光学反射率的实验值（点）和理论计算（实线）

2.3.3 D和E的关系中的因果性：克喇末－克朗尼格关系（KK关系）

问题：介质的光学参数都与微观粒子在光场的作用下的运动有关，那么，光学参数之间有没有一定的内在联系？

介电常数ε(ω)的实部和虚部的关系 —— KK关系



条件：线性系统，相对介电常数与外场强度无关

单脉冲响应：假设系统是线性的，对于复杂的随时间变化的场的响应，可以由脉冲响应的叠加来构建。

$t = 0$时刻短时间间隔dt、$E \rightarrow Edt$（场脉冲）

↓

极化强度$EX(t)dt$

$X(t)$：脉冲响应

对$t = 0$时刻单位脉冲（$Edt = 1$）的响应

因果律要求：$X(t) = 0\ (t < 0)$

X(t) 更一般的形式：X(t-0)

观察响应的时刻

施加激励脉冲的时刻

求一般的场$E(t)$所产生的极化强度

t'时刻的脉冲$E(t')dt' \rightarrow X(t-t')$

t时刻的极化强度，为t时刻前所有脉冲响应叠加：

$$P(t)=\int_{-\infty}^{t} E(t')X(t-t')dt'$$

根据因果律， 作用脉冲时刻t'在观察时刻t之后时对响应没有作用，脉冲响应为零。

即$t-t'<0$时，$X(t-t')=0$, 积分上限可以扩展到∞

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t')X(t-t')dt'$$

对于单色电场：$E = E_0 \exp(i\omega t)$

$$P(t) = E_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t'} X(t-t')dt' \qquad t'' \equiv t - t'$$

$$P(t) = E_0 e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t''} X(t'')dt''$$

$$P(t) = E\chi(\omega)$$

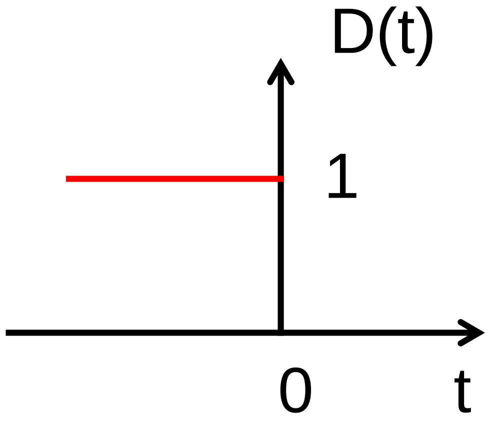
极化率

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) E = \varepsilon_0 E + P$$

$$\varepsilon_0 \left[\varepsilon(\omega) - 1\right] = \chi(\omega)$$

为了求得KK关系，利用单位阶跃函数

$$d(t)=\begin{cases}\lim\limits_{s\to 0}\exp(st) \quad (\sim 1), \quad \text{when } t<0;\\ 0 \quad \text{when } t\ge 0.\end{cases}$$



此单位阶跃函数的傅立叶变换

$$D(\omega)=\lim_{s\to 0}(s-i\omega)^{-1}$$

由于$X(\mathrm{t})=0$ （$t<0$），则

$$X(t)d(t)=0$$ 对此式进行傅立叶变换：

$$\chi(\omega)*D(\omega)=0$$

卷积定义：$F_1(\omega)*F_2(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}F_1(\omega')F_2(\omega-\omega')d\omega'$

$$0=\chi(\omega)*D(\omega)=\lim_{s\to 0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\chi(\omega')}{s-i(\omega-\omega')}d\omega'$$

$$=\varepsilon_0\lim_{s\to 0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varepsilon(\omega')-1}{s-i(\omega-\omega')}d\omega'$$

将积分分为两部分：1. ω - $s\to\omega+s$；2. 其余部分。

1.

$$\lim_{s\to 0}\int_{\omega-s}^{\omega+s}\frac{\varepsilon(\omega')-1}{s-i(\omega-\omega')}d\omega'=\left[\varepsilon(\omega)-1\right]\lim_{s\to 0}\int_{\omega-s}^{\omega+s}\frac{d\omega'}{s-i(\omega-\omega')}=\pi\left[\varepsilon(\omega)-1\right]$$

ε(ω′)为常数

（结果与s无关）

2.

$$\lim_{s\to 0}\left(\int_{-\infty}^{\omega-s}+\int_{\omega+s}^{\infty}\right)\frac{\varepsilon(\omega')-1}{s-i(\omega-\omega')}d\omega'\equiv\mathcal{P}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varepsilon(\omega')-1}{-i(\omega-\omega')}d\omega'$$

主部

$$\varepsilon(\omega)=1+\frac{1}{\pi}\mathcal{P}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varepsilon(\omega')-1}{i(\omega-\omega')}d\omega'$$

$$\varepsilon(\omega)=\varepsilon_1(\omega)+i\varepsilon_2(\omega)$$

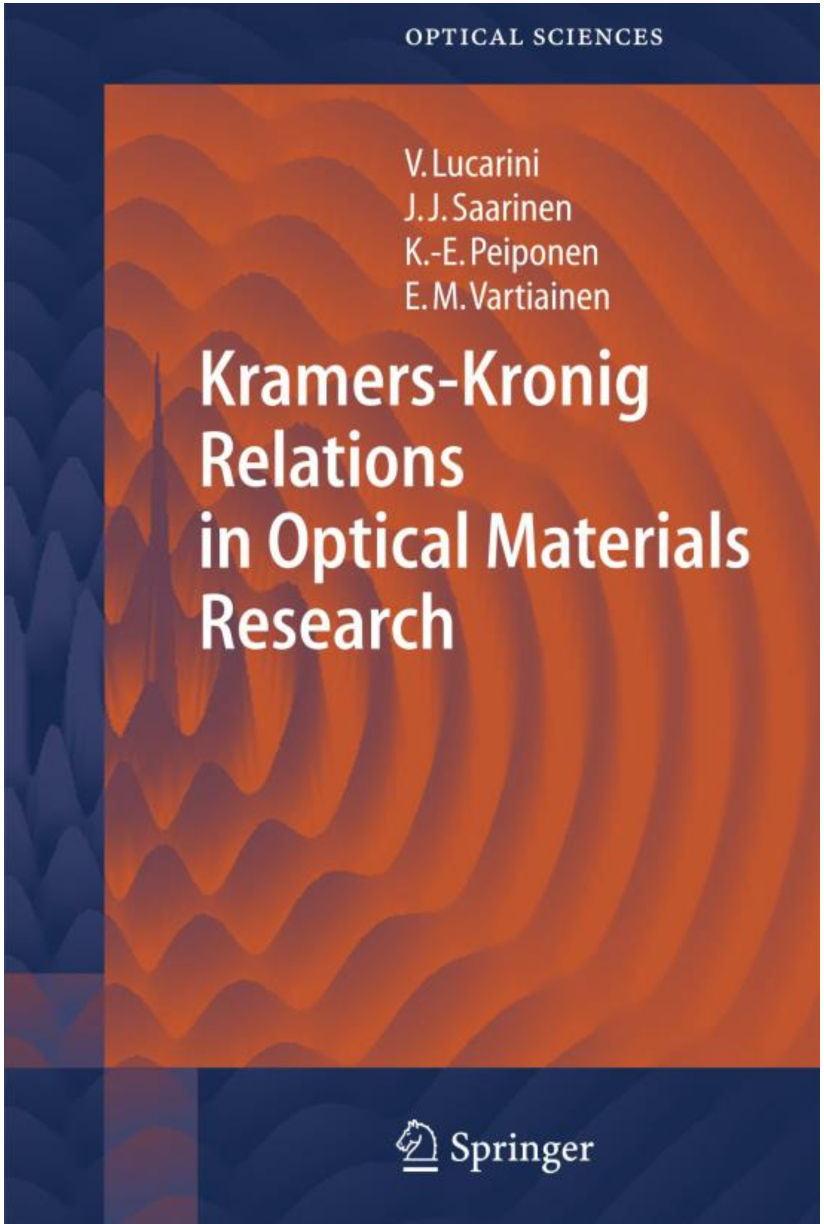
实部：$$\varepsilon_1(\omega)=1+\frac{1}{\pi}\mathcal{P}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varepsilon_2(\omega')}{(\omega-\omega')}d\omega'$$

$$=1+\frac{2}{\pi}\mathcal{P}\int_{0}^{\infty}\frac{\omega'\varepsilon_2(\omega')}{(\omega^2-\omega'^2)}d\omega'$$

虚部：$$\varepsilon_2(\omega)=-\frac{1}{\pi}\mathcal{P}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varepsilon_1(\omega')-1}{(\omega-\omega')}d\omega'$$

$$=-\frac{2}{\pi}\mathcal{P}\int_{0}^{\infty}\frac{\omega[\varepsilon_1(\omega')-1]}{(\omega^2-\omega'^2)}d\omega'$$

用到
$\varepsilon(\omega) = \varepsilon^*(-\omega)$



洛伦兹模型：

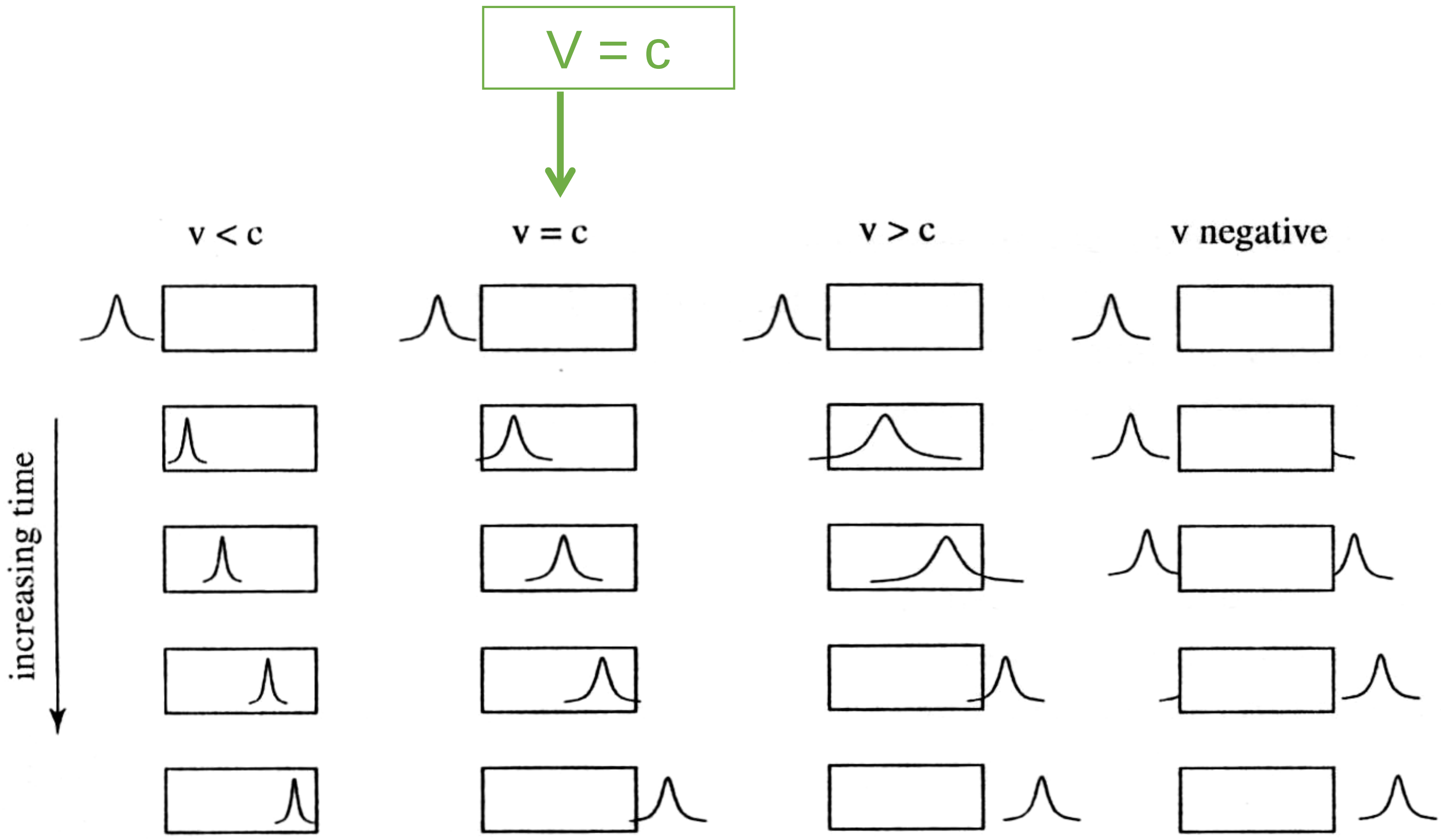
$$n = 1 + \frac{\omega_p^2}{2} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

$$\eta = \frac{\omega_p^2}{2} \cdot \frac{\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

KK关系

补充

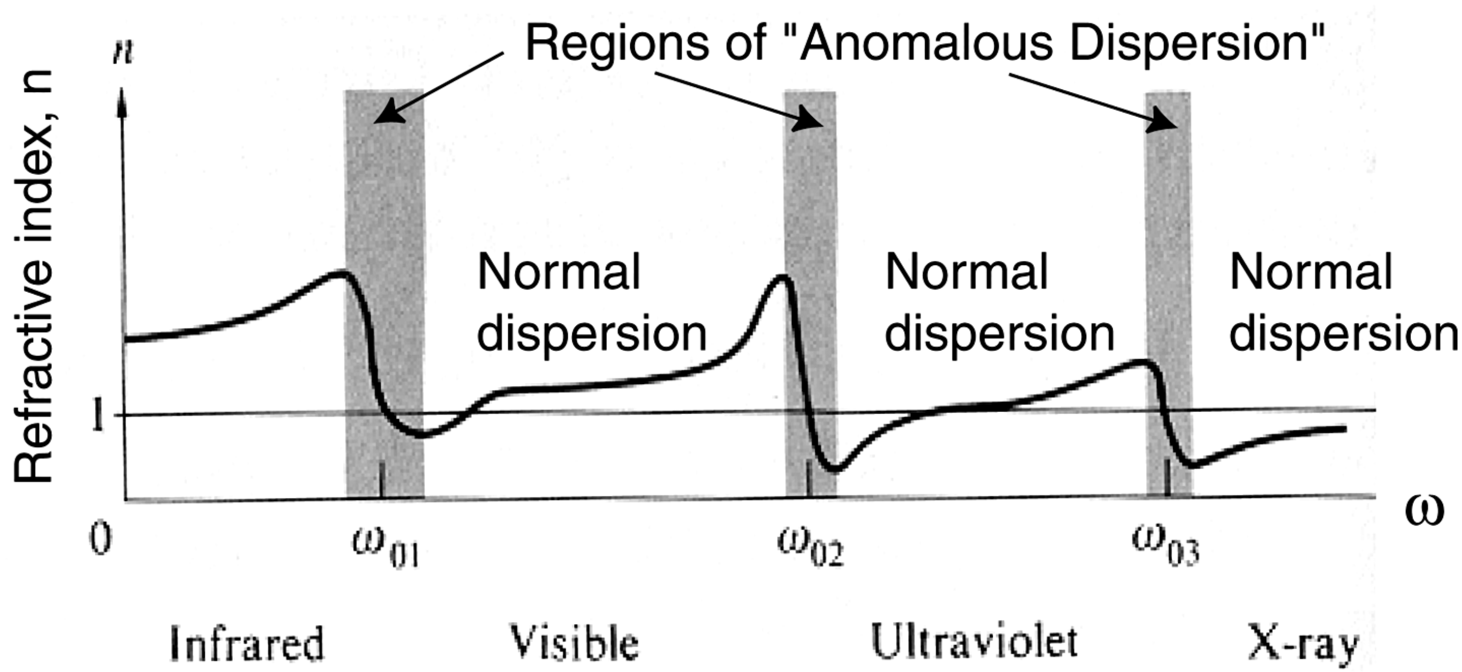
群速超光速传播



在非吸收区群速小于相速

$$v_g = c_0 / (n + \omega\, dn/d\omega)$$

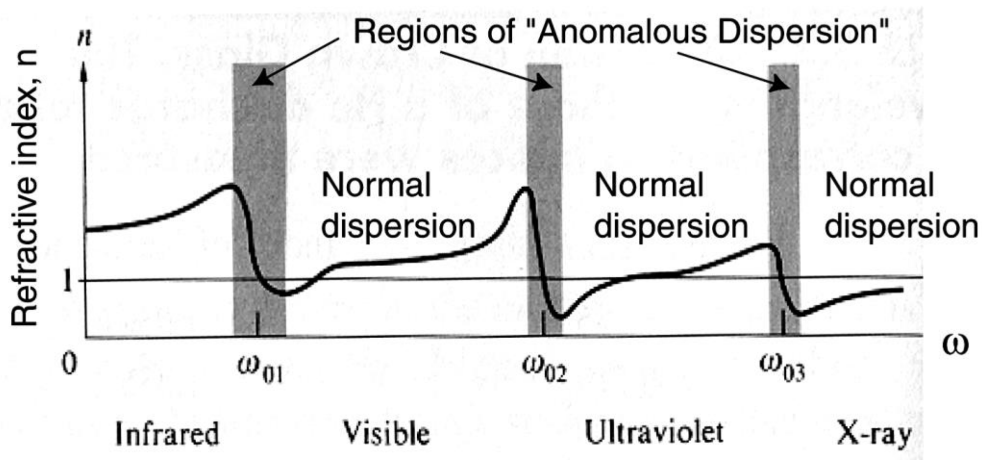
在正常色散区 $dn/d\omega$是正的，$v_g < c$



在反常色散区群速可以超过真空光速

$$v_g = c_0 / (n + \omega\, dn/d\omega)$$

在反常色散区$dn/d\omega$为负, 也就是在近共振时， v_g 可以超过c_0



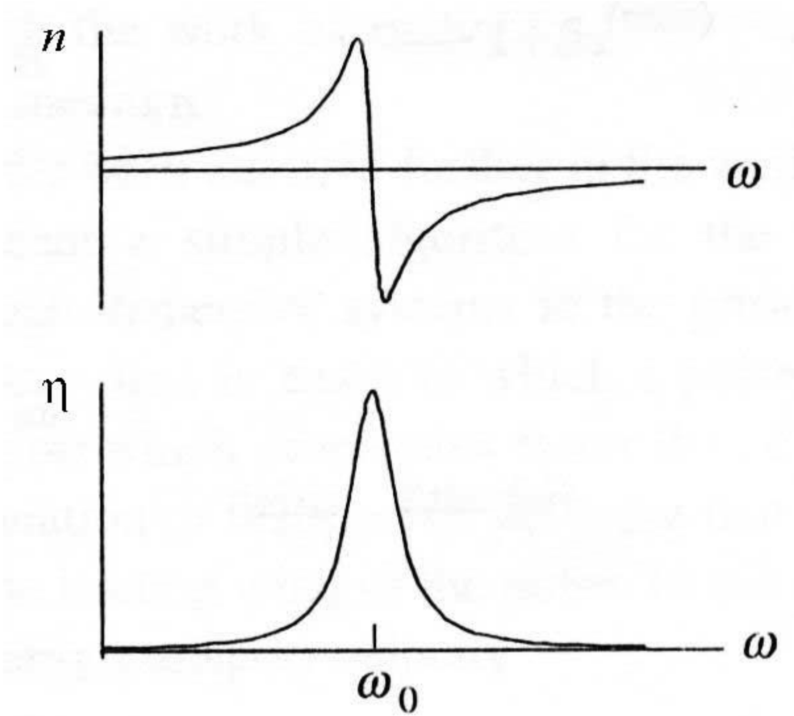
问题：1. 吸收非常强；2. 共振区通常很窄，只有在一个很窄的区域有$v_g > c_0$，超出这个频率范围 $v_g < c_0$，光脉冲（具有较宽的频谱）将分裂变形。

超光速实验

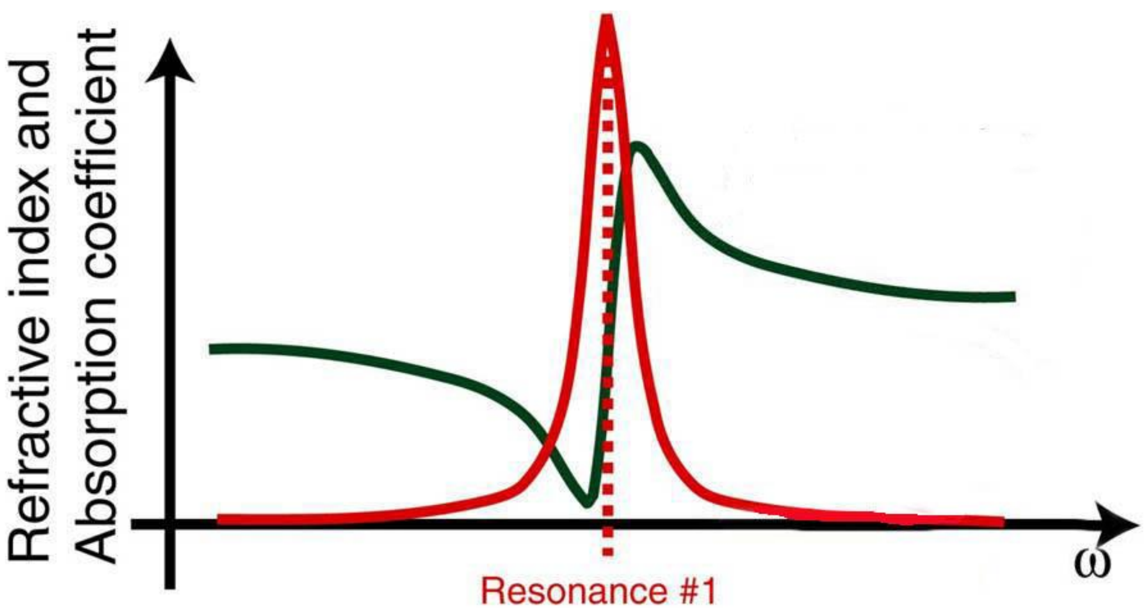
条件：1. 在一个比较大的频率范围内获得负的$dn/d\omega$;

2. 在这个范围内吸收要小，群速色散小。

方法：利用光脉冲产生增益（代替吸收），使色散曲线反转，
在两个共振峰之间可以获得小的吸收和近线性的负斜率。

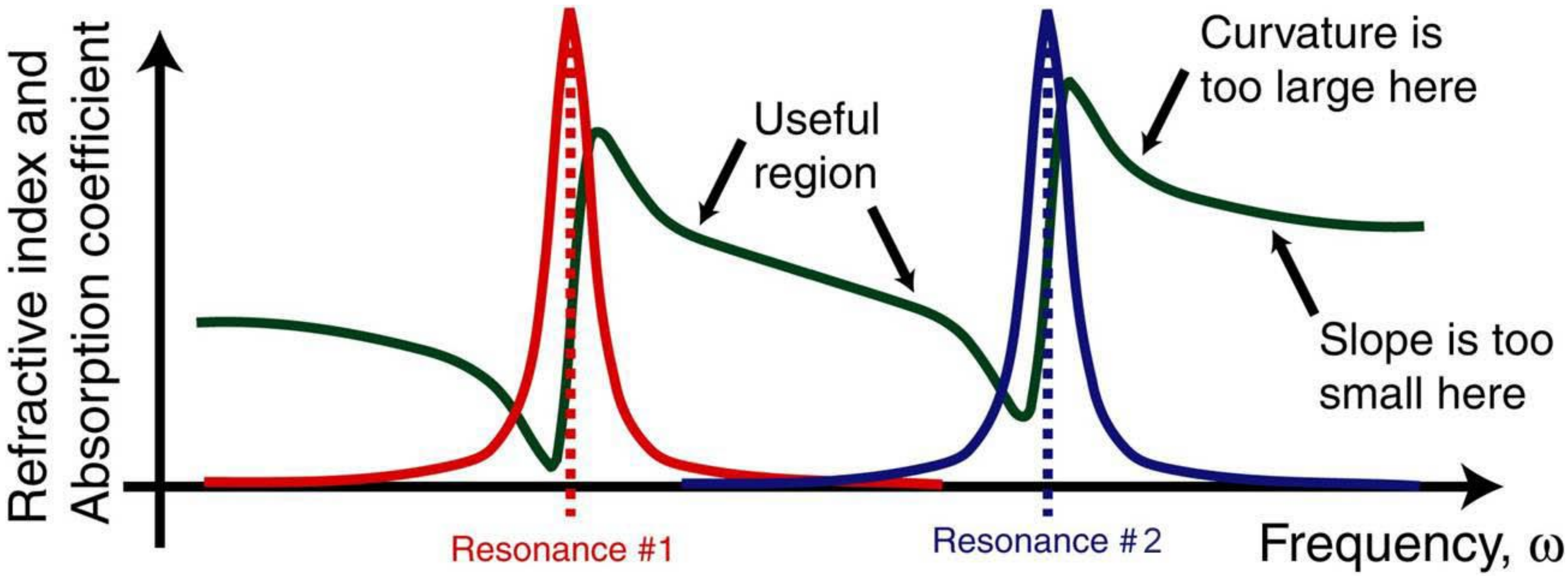

n
ω
η
ω
ω0

吸收的情况


Refractive index and
Absorption coefficient
ω
Resonance #1

增益的情况

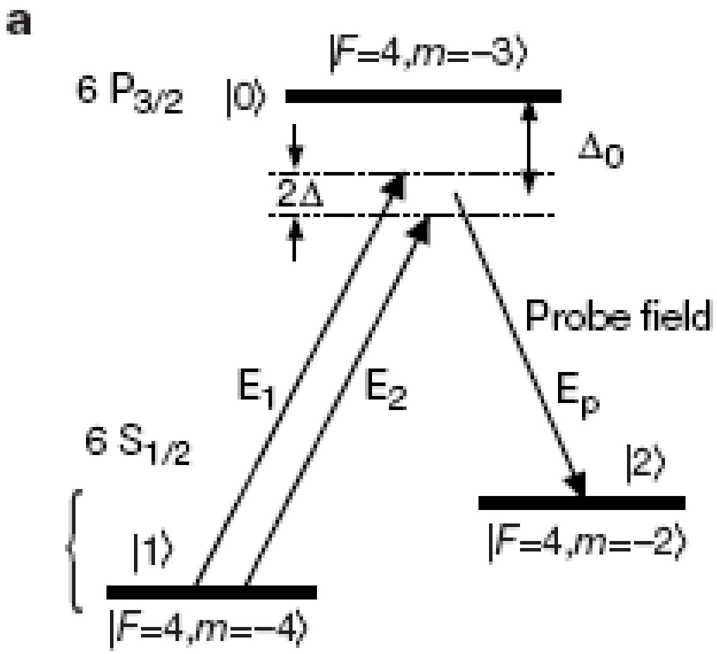
两个共振峰的情况

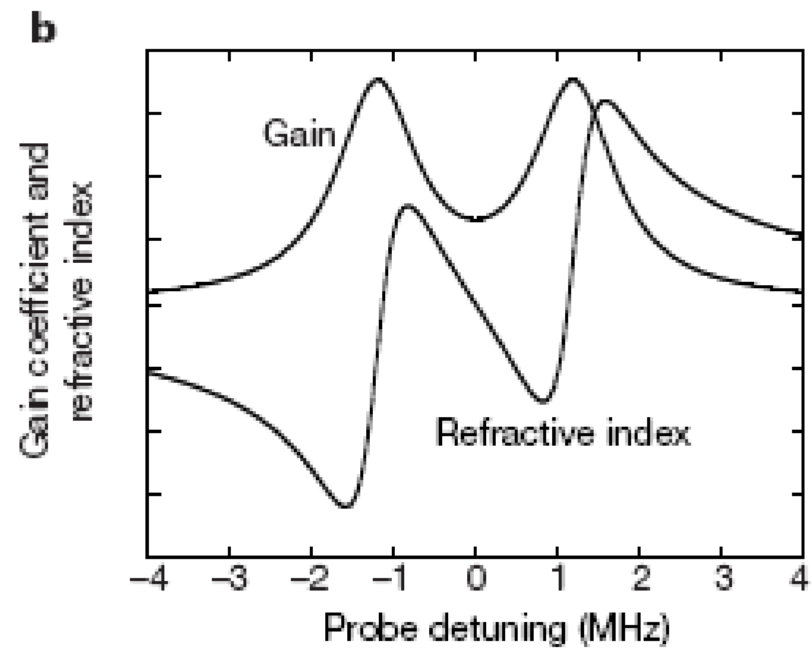

Refractive index and
Absorption coefficient
Useful
region
Curvature is
too large here
Slope is too
small here
Resonance #1
Resonance #2
Frequency, ω

铯蒸气中增益协助超光速传播

Gain-assisted superluminal light propagation

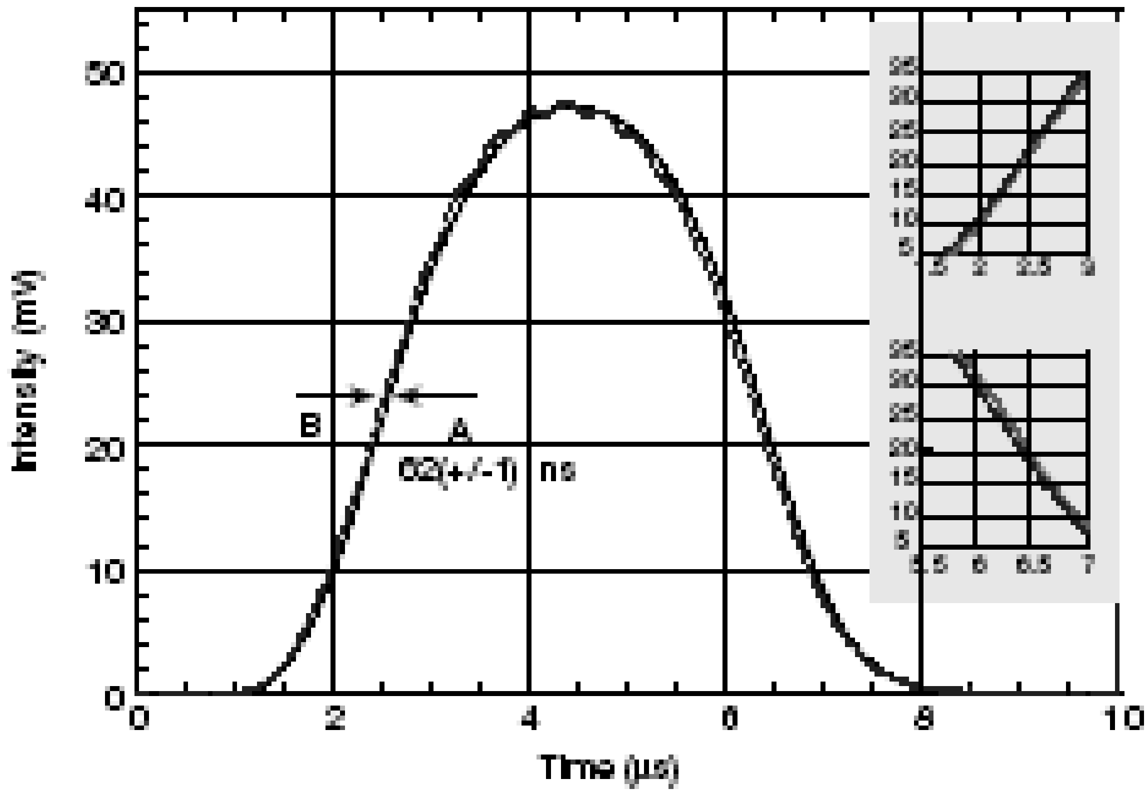
Nature 406 (2000, July, 20) 277, L.J. Wang et. al.





λ = 852 nm, Δn = -1.8 $\times$ 10^{-6}, $\Delta\nu$ = 1.9 MHz

理论值： $n_g = n + \omega \dfrac{dn}{d\omega} = -332.6$



3.7 μs脉冲光通过介质—— 6 cm铯蒸气

E_1,E_2 存在时与不存在时通过介质的时间差为 $t - t_0 = -62 \pm 1$ns

<u>实验值</u>: $n_g = \dfrac{c}{v_g} = \dfrac{L/t_0}{L/(t_0+\Delta t)} = \dfrac{t_0+\Delta t}{t_0} = \dfrac{0.2-62}{0.2} = -309$