《天体物理学》

第五章 吸 积 过 程

讲授： 徐仁新

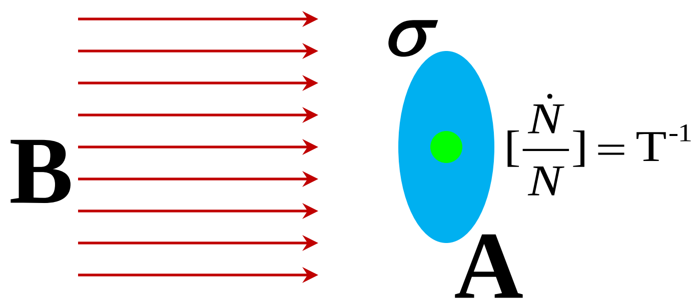
北京大学物理学院天文学系

$$A + B \rightarrow C + (\gamma, \nu, \ldots)$$

释放**能**量：依赖于相互作用

电磁 ⇒ 化学能，核力⇒ 核能…

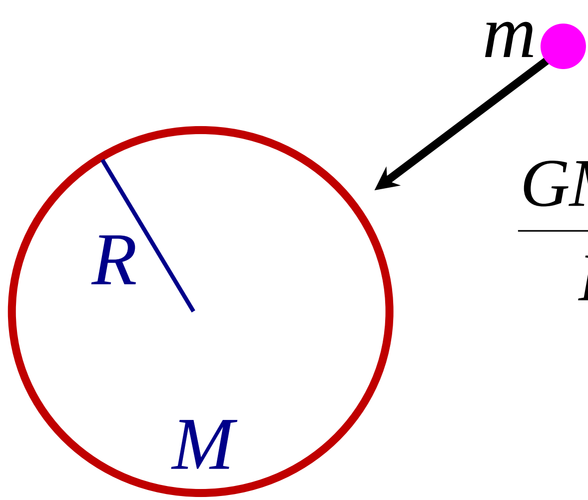
融合**方式**：一般用截面泛泛地描述微观过程



$[I] = L^{-2}T^{-1}$

为什么要研究吸积？

- **吸积**：中心天体"吸引和积累"周围物质的过程。天体通过该过程而释放**引力能**
- 考虑物质被质量M天体吸积至半径R处：



能量释放效率$\eta_g = $

$$\frac{GMm}{R}\Big/ mc^2 = G\frac{M}{c^2R} \approx 0.15\times\frac{M/M_{sun}}{R/(10^6\,\mathrm{cm})}$$

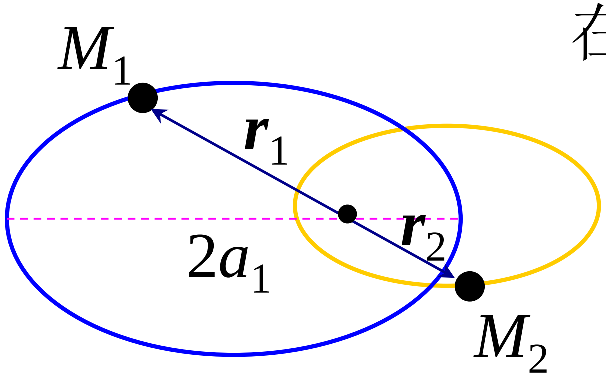
$$\gg \eta_{nucl} \sim \frac{8\,\mathrm{MeV}}{938\,\mathrm{MeV}} \sim 0.009$$

- $\Rightarrow$ 在研究**致密天体**（M/R大；白矮星、中子星、黑洞）时，吸积**因素不能忽略**！

1，Roche瓣与双星演化

双星系统的等引力势面：Roche瓣

- 考虑质量M_1、M_2质点位于$\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$处，且质点互相以Ω绕转



在质点**共转参照系**中，处于位矢$\boldsymbol{r}$的**势能**

$$\phi(\vec{r}) = -\frac{GM_1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{GM_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|} - \frac{1}{2}\left(\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)^2$$

引力势　　离心力势

- $r >> r_1$或r_2：质点质量于~质心，引力等势面近似具有**柱面**
- $r <\sim r_1$或r_2：离心势项可忽略，ϕ等势面~沿$\boldsymbol{r}_1$-$\boldsymbol{r}_2$方向的**轴对称性**

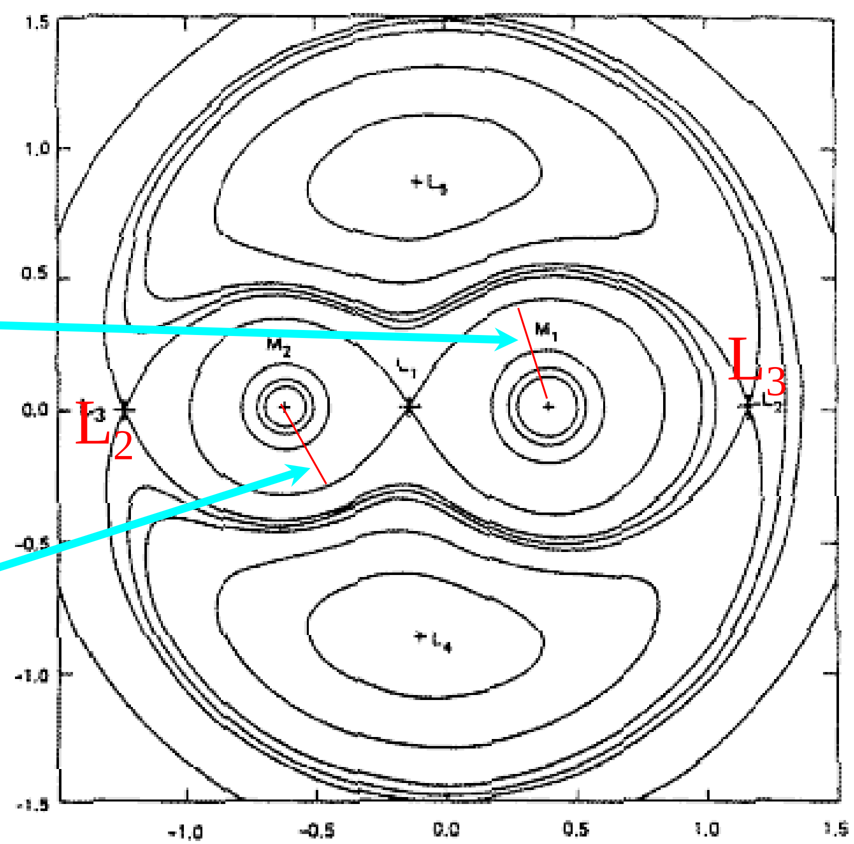
1，Roche瓣与双星演化

双星系统的等引力势面：Roche瓣

- 公转轨道平面内的等势线
  - 第一Lagrange点L_1（鞍点）
  - 临界Roche面

$$R_1 = \frac{0.49(M_1/M_2)^{2/3}}{0.6(M_1/M_2)^{2/3} + \ln[1+(M_1/M_2)^{1/3}]} a$$

$$R_2 = \frac{0.49(M_2/M_1)^{2/3}}{0.6(M_2/M_1)^{2/3} + \ln[1+(M_2/M_1)^{1/3}]} a$$

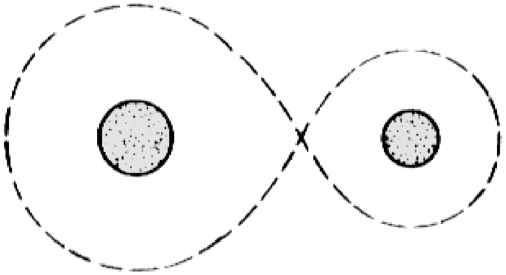


  - L_2和L_3也是不稳定鞍点
  - $M_1 > M_2$
  - ϕ递增：L_1、L_2、L_3、L_4=L_5

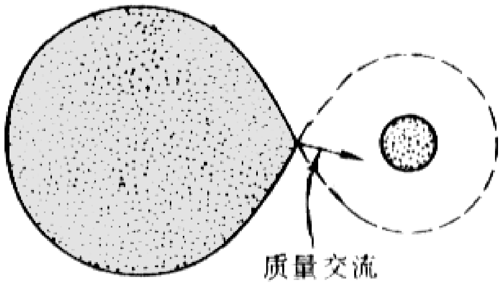
1，Roche瓣与双星演化

双星系统的分类：

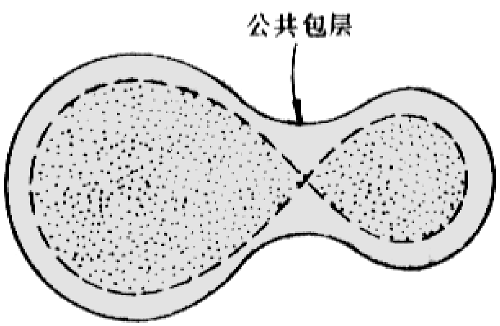
- 依恒星体积相对于Roche瓣的大小
  - 不相接双星
    接近Roche瓣时：星风吸积
  - 半相接双星 ⇒ 物质交流
  - 相接双星 ⇒ 公共包层（**CE**）



(a) 不相接双星



(b) 半相接双星



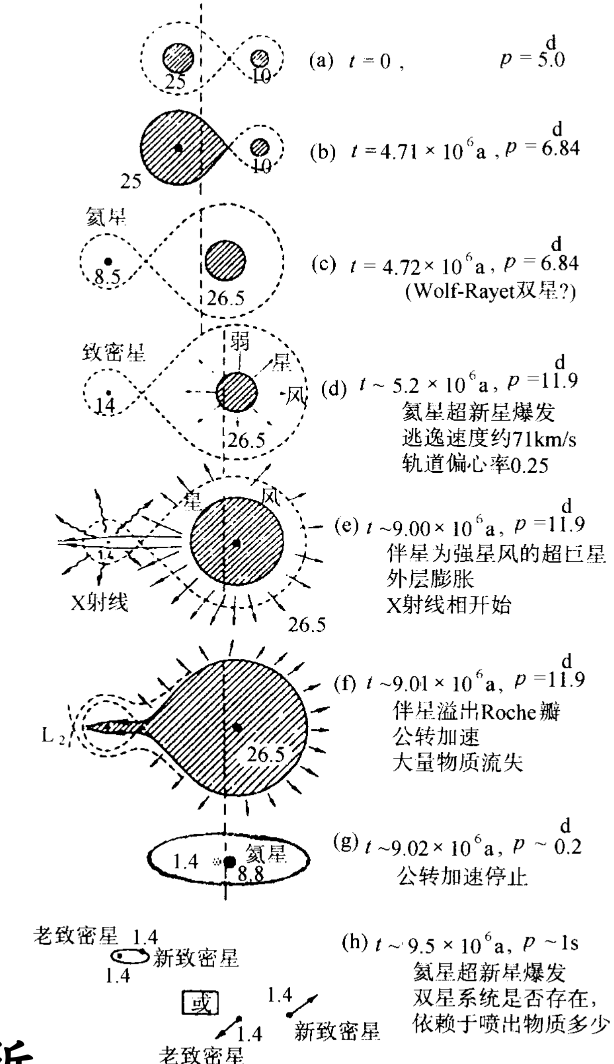
(c) 相接双星

1，Roche瓣与双星演化

双星演化一例：(25+10) $M_\odot$

- (a)：未演化的密近双星
- (b)：充满Roche瓣
- (c)：氦星（Wolf-Rayet星?）双星
- (d)：超新星爆发
- (e)：X射线双星（星风吸积）
- (f)： X射线双星（经L_1点吸积）
- (g)： （氦星 + 中子星）双星
- (h)：第二次超新星爆发⇒双中子星系统?
  - PSR B1913+16（Hulse-Taylor双星）
  - PSR J0737-3039A和PSR J0737-3039B

⇒ **检验包括GR在内引力理论的重要场所**



2，吸积产能率与光子能量

致密天体吸积能够**高效**地释放能量：

- 引力能释放效率依赖于M/R值

$$\boxed{\eta_{\mathrm{g}} = G\frac{M}{c^2 R} \approx 0.15 \times \frac{M/M_{\mathrm{sun}}}{R/(10^6\,\mathrm{cm})}}$$

- 白矮星：$R \sim 10^9$cm，$\eta_{\mathrm{g}} <\sim \eta_{\mathrm{nucl}}$
- 中子星：$R \sim 10^6$cm，$\eta_{\mathrm{g}} \sim 0.15$
- 黑洞？若最小稳定圆轨道半径r_{ms}以内不能向外辐射，

  Schwarzschild黑洞：$\eta_{\mathrm{g}} \sim 0.06$

  极端Kerr黑洞：$\eta_{\mathrm{g}} \sim 0.45$

2，吸积产能率与光子能量

致密天体吸积产生**高能**辐射（X或γ）：

- 若引力能只转化为一个光子（**完全不热化**）

$$\varepsilon_1 \approx \frac{GMm_{\rm p}}{R} = 137\mathrm{MeV}\,\frac{M}{M_{\rm sun}}\,\frac{10\mathrm{km}}{R}$$

- 若引力能以接近黑体的热辐射形式释放（**完全热化**）

$$\varepsilon_2 \approx k\left(\frac{L}{4\pi\sigma R^2}\right)^{1/4} \approx 1.67\mathrm{keV}\left(\frac{L}{L_{\rm Edd}}\right)^{1/4}\sqrt{\frac{10\mathrm{km}}{R}}$$

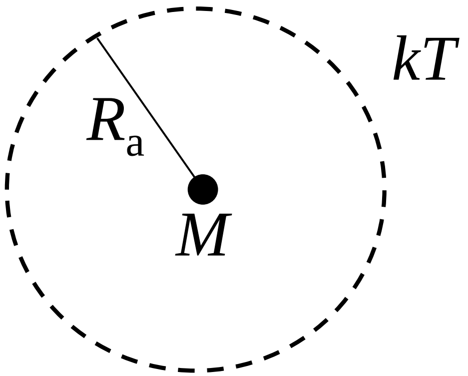
- 实际情况下，吸积粒子具有**不充分的热化**

$$\varepsilon_2 < h\nu < \varepsilon_1$$

3，球吸积

静止介质的吸积：（吸积流总角动量为零）

- 考虑温度T的介质处于质量M天体的引力场（忽略介质自引力）



前提：粒子自由程 $<< R_a$

定义**吸积半径R_a**：

此处粒子动能与引力势能之和为零

$$kT - \frac{GMm}{R_a} \approx 0 \Rightarrow \boxed{R_a \approx \frac{GMm}{kT} \approx \frac{GM}{c_s^2}}$$

注意：$c_s=(P/\rho)^{1/2}=(kT/m)^{1/2}$（$P=kT\rho/m$）

与粒子微观运动速度同量级

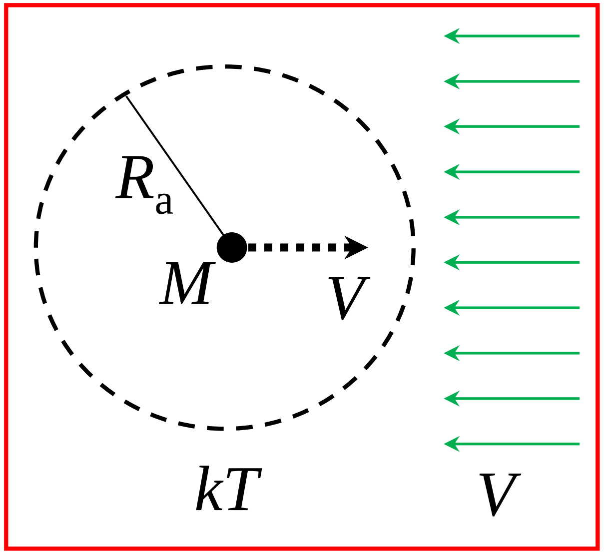
- 由于扩散作用，中心天体的**吸积率**：

$$\boxed{\dot{M} \sim \pi R_a^2 c_s \rho}$$

3，球吸积

运动介质的吸积：（吸积流总角动量为零）

- 粒子动能 $\sim kT + mV^2/2 \sim m(c_s^2 + V^2)$：$c_s^2 \rightarrow c_s^2 + V^2$



此时的**吸积半径**R_a：

$$\boxed{R_a \approx \frac{GM}{c_s^2 + V^2}}$$

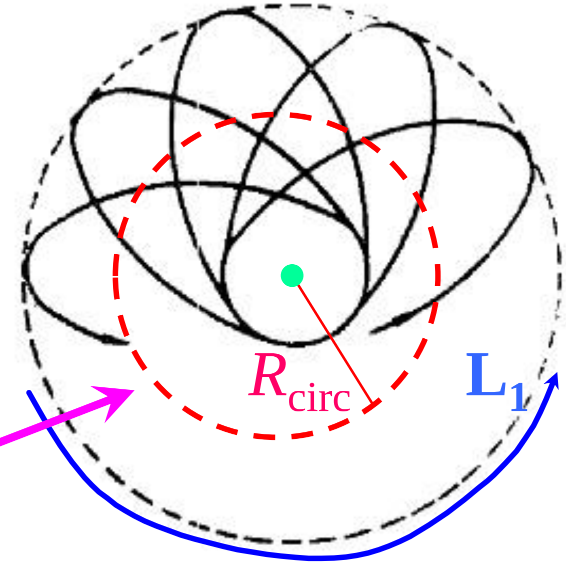
可见：“运动”不利于吸积

- 此时中心天体的**吸积率**（如**星风吸积**情形）：

$$\boxed{\dot{M} \sim \pi R_a^2 (c_s^2 + V^2)^{1/2} \rho}$$

- 充满**Roche瓣**后经过L_1物质流如何被吸积呢？

4，盘吸积

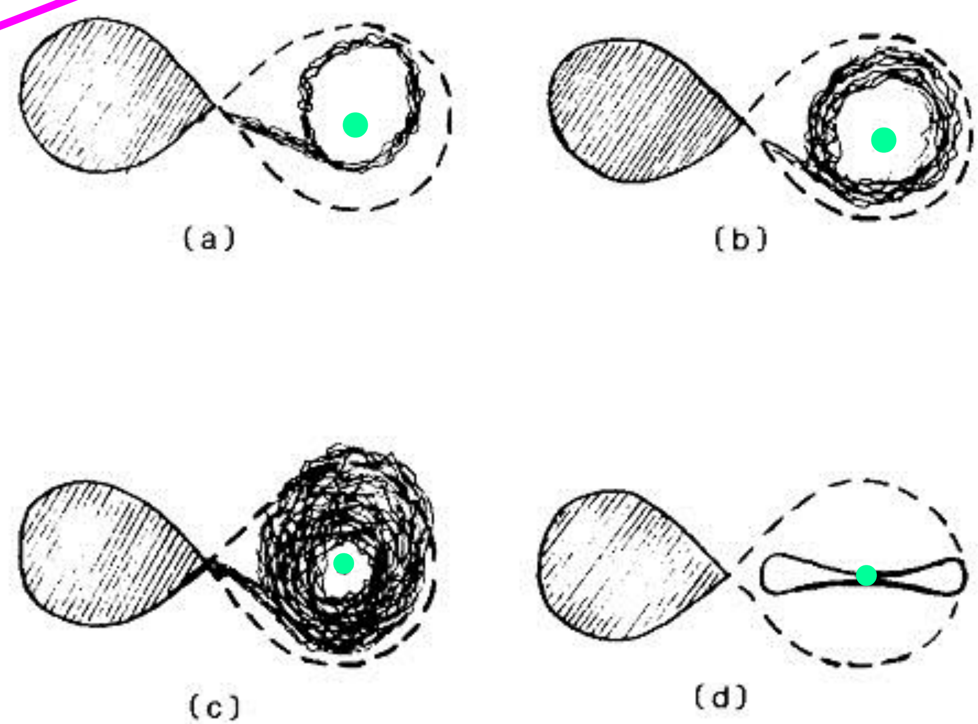


吸积盘的形成：（角动量非零）

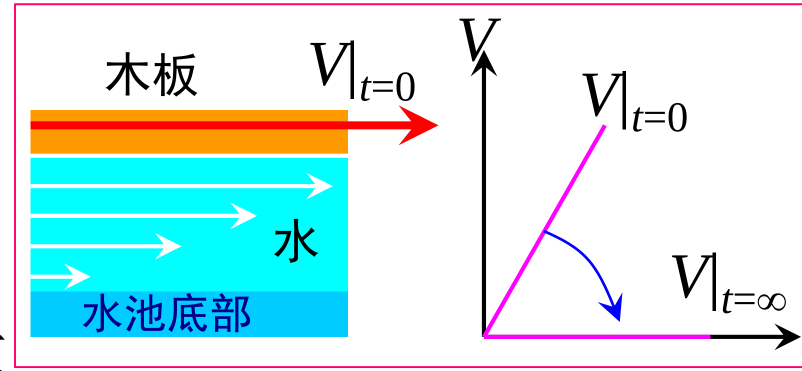
- 角动量足够高的吸积流才能构成盘吸积
  - 吸积流能量耗散率远高于角动量损失率
    近似：角动量“**守恒**”
  - 定角动量**最低能量轨道**
    ——圆轨道，$l = rv$
  - 圆化半径R_{circ}
    确定比角动量圆轨道半径

$$m\frac{v^2}{R_{circ}} = G\frac{mM_*}{R_{circ}^2} \Rightarrow \boxed{R_{circ} = \frac{l^2}{GM_*}}$$

- 吸积盘**形成**示意：$R \ll R_{circ}$



4，盘吸积



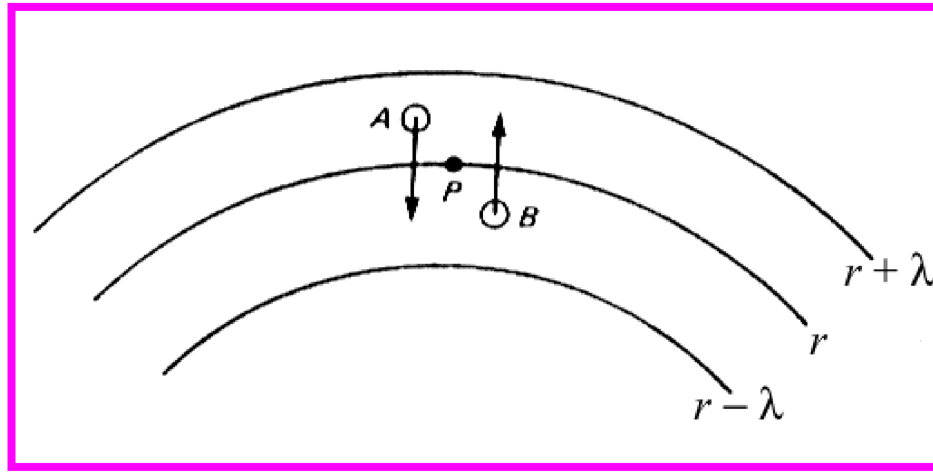
吸积盘的基本特征：

- 忽略吸积盘自身引力 → Kepler盘

$$\Omega_K = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

- 考虑盘中两层物质的交换

  λ~自由程，v_t~交换速度



- 单位质量物质导致***角动量差***：

  $r^2\Delta\Omega \sim r^2(\mathrm{d}\Omega/\mathrm{d}r)\lambda$

- 外层作用于内层的***力矩***（逆盘角动量方向）：

$H\rho$

$$G(r) = 2\pi r H v_t \rho \cdot r^2 \Omega' \lambda \approx 2\pi r^3 \nu \Sigma \Omega' \propto \nu \Sigma r^{1/2}$$

动力学粘滞系数~ λv_t

4，盘吸积

吸积盘的基本特征：

- 某层受外、内层作用的**净力矩**：

$G(r+\mathrm{d}r)$-$G(r)$=$(\partial G/\partial r)\mathrm{d}r \Rightarrow$ 盘内物质角动量向外传递 $\Rightarrow$ 吸积！

- **净力矩**对 r 与 $r+\mathrm{d}r$ 间一层物质单位时间的**作功**

$$\Omega\frac{\partial G}{\partial r}\mathrm{d}r=\left[\frac{\partial}{\partial r}(G\Omega)-G\Omega'\right]\mathrm{d}r$$

- 第一项：所传递的转动动能（白矮星和中子星✓，黑洞✗）
- 第二项：粘滞作用所释放能量。

盘单位面积的**辐射功率**：

假设：粘滞产热 = 热辐射

$$D(r)=\frac{2\pi r^3\nu\Sigma\Omega'\cdot\Omega'\cdot\mathrm{d}r}{2\times 2\pi r\mathrm{d}r}=\frac{1}{2}\nu\Sigma(r\Omega')^2\propto\nu\Sigma r^{-3}$$

如何知道 ν、Σ？

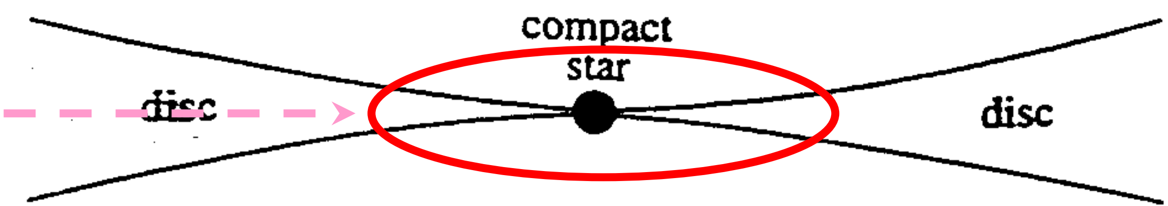
盘半径 r 较小处：引力能释放效率高，那里高光度且光子能量也较高。

4，盘吸积

几种**吸积盘模型**：

- “标准”吸积盘：又称α盘（Shakura和Sunyaev，1973）
  假设$\nu=\alpha H c_s$，对于$H \ll R$（几何薄）、近似黑体辐射（光学厚，充分热化）情形，由守恒律 ⇒ **完备代数方程**
- α盘解的示意图：

内区是不稳定的！



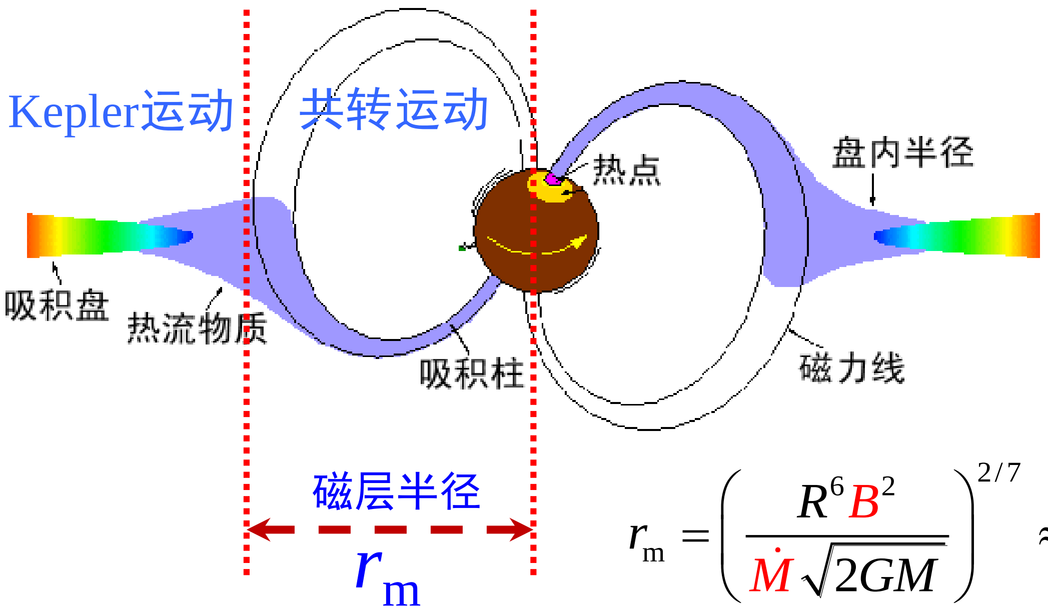
- 其它吸积盘模型
  - SLE盘：热不稳定
  - 辐射压主导厚盘：slim盘
  - 离子压主导厚盘：ADAF盘

种类	几何特性	光学特性
α盘	薄	厚
SLE盘	薄	薄
slim盘	厚	厚
ADAF盘	厚	薄

5，磁中子星的吸积

磁中子星吸积的特殊性：

- 中子星一般具有**强偶极磁场**（极冠区~10^8G-10^{12}G）
- **远离中子星**处，可忽略**磁场**对吸积物质的**作用**
- **接近中子星**处，因**磁冻结**，吸积磁流体具有与该星**共转趋势**
- 磁层半径：吸积流明显受$\boldsymbol{B}$作用处（由$\rho_{\rm particle} \sim \rho_{\rm B}$定，习题1）



吸积流：

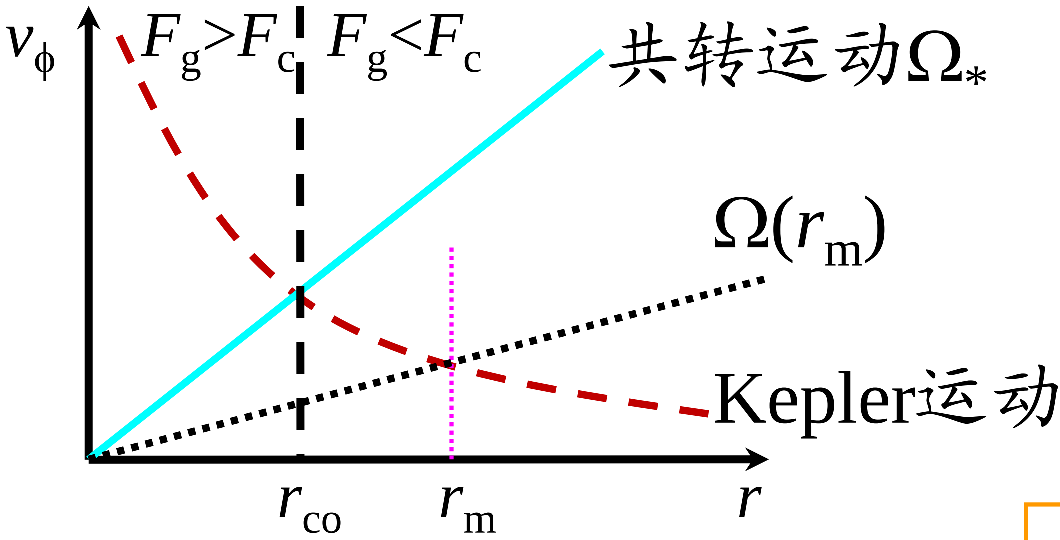
- Kepler运动
- 共转运动

$$r_{\rm m} = \left(\frac{R^6 B^2}{\dot{M}\sqrt{2GM}} \right)^{2/7} \approx 3.2\times10^{10}\, B_{12}^{4/7} R_6^{12/7} M_1^{-1/7} \dot{M}_{10}^{-2/7}\,{\rm cm}$$

5，磁中子星的吸积

吸积流能否一定落至磁中子星表面？

- 共转流体不仅受引力F_g作用，而且还受**离心力**F_c作用！



- 描述星体自转相对快慢的物理量：**快度** $\omega_s \equiv \dfrac{\Omega_*}{\Omega_k(r=r_m)}$

$$\boxed{\omega_s = 1 \Leftrightarrow r_m = r_{co}}$$

- 是否$\omega_s < 1$时吸积流一定落至中子星表面？

5，磁中子星的吸积

吸积流能否一定落至磁中子星表面?

- 即使$\omega_s < 1$，只有发生某些磁流体力学不稳定性的情况下，大规模吸积才是可能的：
  - **R-T不稳定性**：引力场中高密度流体位于低密度流体之上而导致的一种不稳定性。平行于流体分界面**磁场**具有**抑制这种不稳定性发生**的能力
  - **K-H不稳定性**：两相流体作平行于分界面相对运动而导致的一种不稳定性。平行于流速方向的**磁场**具有**抑制这种不稳定性发生**的能力
- **临界快度ω_c**：不稳定性开始发生时的快度
- 某些数值计算发现： $\omega_c \sim 0.35$

5，磁中子星的吸积

磁中子星吸积加速与吸积减速：

- $\omega_s < \omega_c$时，吸积物质大规模地流至星表面，**吸积加速**
- $\omega_s > \omega_c$时：**螺旋桨**效应，**吸积减速**
  - 盘内物质粘滞驱动的向内吸积流达约r_m处，因被强迫共转，吸积流受离心力主导而被抛离中心天体 $\Rightarrow$ **螺旋桨效应**
  - 螺旋桨过程中提取了中心天体自转能 $\Rightarrow$ **吸积减速**
- 盘与磁层间耦合作用使得中子星获得力矩可以写成：

$$I\dot{\Omega} = \dot{M} \cdot r_m v_K(r_m) \cdot n$$

$\boxed{n = 1\text{：临界逃逸}}$

一般认为n是无量纲函数$n=n(\omega_s)$。某些数值结果给出关系：

$$n(\omega_s) \approx f\,(1-\omega_s / \omega_c)$$

其中无量纲参数：$f \in [1, 2]$，$\omega_c \in (0, 1)$。

总　结

0，为什么要研究吸积?

1，Roche瓣与双星演化

2，吸积产能率与光子能量

3，球吸积

4，盘吸积

5，磁中子星的吸积

作　业

习题：1、3