

多参数约束的垃圾分类激励模型

本文通过查阅资料,明确了沈阳市的生活垃圾分类细则,并指出垃圾处理收费标准和垃圾分类奖惩办法不合理之处。为解决该问题,提出垃圾处理收费标准,生活垃圾分类行为的数学模型,使用数学推导,得出政府垃圾处理收入,居民分类垃圾收支情况与垃圾分类的质量的函数关系,基于线性约束,调整参数 p ,使得政府管理收入与居民收入均与分类垃圾的质量成正比;基于贝叶斯纳什均衡,通过对有无意愿分类生活垃圾的人的信念的分析,找到有无意愿的人的纳什平衡点,调整参数 a , c , 不同程度上激励有无意愿的人趋向于分类垃圾;通过多情况讨论,约束参数 h ,并论证在每一种情况中,有无意愿分类生活垃圾的人均会趋向于分类垃圾。通过带入部分现实中的数据,结合题目中的垃圾分类目标,估算出参数 c ,得出结论。根据结论,给沈阳市政府提出一份政策建议,在理论层次上促进垃圾分类。

Categories and Subject Descriptors:

Additional Key Words and Phrases: 线性约束,贝叶斯纳什平衡,激励模型,博弈论

Contents

| | |
|---------------------------------|---|
| 1 沈阳市生活垃圾分类细则 | 1 |
| 1.1 生活垃圾分类 | 1 |
| 1.2 分类垃圾处理方法 | 1 |
| 2 沈阳市垃圾处理收费标准和垃圾分类奖惩方法现状 | 1 |
| 3 沈阳市垃圾处理收费标准和垃圾分类奖惩办法不合理之处 | 2 |
| 3.1 垃圾处理收费标准不合理之处 | 2 |
| 3.2 垃圾分类奖惩办法不合理之处 | 2 |
| 4 垃圾处理收费标准与生活垃圾分类行为的奖惩办法的数学模型 | 2 |
| 4.1 定义 | 2 |
| 4.2 模型假设 | 2 |
| 4.3 模型常量 | 3 |
| 4.4 公式整理 | 3 |
| 4.5 模型建立 | 3 |
| 4.6 线性调整模型参数 p | 3 |
| 4.7 基于贝叶斯纳什均衡调整模型激励参数 a 和 c | 3 |
| 4.7.1 参数调整思路 | 3 |
| 4.7.2 参数调整过程 | 3 |
| 4.8 多情况讨论约束参数 | 5 |
| 4.9 参数计算 | 5 |
| 4.10 模型结论 | 5 |

5 如何利用经济杠杆促进城市生活垃圾分类

6

1. 沈阳市生活垃圾分类细则

按照国家和省有关要求,沈阳市将生活垃圾分为有害垃圾,可回收物,餐厨垃圾,其他垃圾[1].

1.1 生活垃圾分类

- (1) 有害垃圾:废电池(镉镍电池,氧化汞电池,铅蓄电池等),废荧光灯管(日光灯管,节能灯等),废温度计,废血压计,废药品及其及包装物,废油漆,废溶剂及其包装物,废矿物油及其包装物,废杀虫剂,消毒剂及其包装物,废胶片及相纸等.
- (2) 可回收物:废纸,废塑料,废金属,废包装物,废旧纺织物,废电器电子产品,废玻璃,废纸塑铝复合包装等.
- (3) 餐厨垃圾:单位食堂,宾馆,饭店等产生的垃圾.
- (4) 其他垃圾:除有害垃圾,可回收物,餐厨垃圾之外的生活垃圾.

1.2 分类垃圾处理方法

- (1) 有害垃圾:按照便利、快捷、安全原则,设立专门场所或容器,对不同品种的有害垃圾进行分类投放、收集、暂存,在醒目位置设置有害垃圾标志。其中对列入《国家危险废物名录》的品种,按要求设置临时贮存场所。
- (2) 可回收物:按照既定的分类标准,将已分类的可回收物,送至指定的回收地点。
- (3) 餐厨垃圾:对于这类垃圾,将设置专门的容器进行单独投放,由专人清理,避免混入废餐具、塑料、饮料瓶罐、纸等不利于后续处理的杂质,做到日产日清。建立台账制度,记录垃圾的种类、数量、去向等。对这类垃圾,将采用密闭的专用车辆运送到专业单位进行处理,运输过程中加强对垃圾泄露、遗撒和臭气的控制,并对餐厨垃圾在运输、处理过程中的监控。
- (4) 其他垃圾:对这类垃圾按现行的办法处理。

2. 沈阳市垃圾处理收费标准和垃圾分类奖惩方法现状

沈阳市垃圾处理暂行费用为:每户每月2-6元[2].
沈阳市垃圾分类奖惩方法暂无现行标准.但目前已进行生活垃圾分类试点工作[1],在于洪区阳光100小区、铁西区爱心家园小区,投放智能垃圾箱.采用“互联网+积分兑换”的垃圾分类模式,由垃圾分类指导员免费为用户办理智能卡并激活,业主将分类好的垃圾凭卡扫码投放到垃圾箱中,系统会自动称重并积分,用户可凭积分获取酸奶、饮料等奖品。

3. 沈阳市垃圾处理收费标准和垃圾分类奖惩办法不合理之处

3.1 垃圾处理收费标准不合理之处

- (1) 沈阳市人口数量约为829.20万[3],生活垃圾日均产生量约为7192吨[4],以每月30天估计,人均每月生活垃圾产生量为0.026020吨. 通过对广州市生活垃圾焚烧发电垃圾处理方式的经济效益分析,可以计算出每吨垃圾的相对准确的处理费用. 焚烧发电法每吨垃圾处理费用包括焚烧厂建设费(66.21 元)和营运费(138元),而每吨垃圾发电平均收入143元,总共每吨垃圾处理费用为61.21元[5]. 沈阳市2016年户籍总人口为7304051 人,总户数为2651628户[6],则沈阳市每户平均人口为2.754553人,垃圾处理费用取平均值4元,根据以上数据算得每人每月生活垃圾处理费用为1.452141 元,每吨垃圾向居民收取55.808088元,综合以上数据,得出结论:每处理一吨的垃圾,政府亏损5.401911元. 这些费用目前全部由财政进行补贴,减弱了垃圾处理收费的积极性.
- (2) 由上述材料可见,政府即使对居民索取了生活垃圾处理费用,但仍对生活垃圾处理进行了大部分上经济上的支持,垃圾处理费用上交后没有具体的垃圾分类处理收费标准,使得多数群众仍然不分类投放垃圾,不能达到增强垃圾分类意识的目的.所以,这种垃圾处理收费标准不但耗费财力物力,而且没有促进居民对垃圾进行分类,甚至让居民对不分类处理垃圾的行为习以为常,不利于减少我市生活垃圾产出,提高我市垃圾分类水平.

3.2 垃圾分类奖惩办法不合理之处

- (1) 适用人群窄:该垃圾分类奖惩办法主要采取“互联网+积分兑换”的垃圾分类模式,需要人们掌握关于互联网方面的知识和能力,不适合如下几类人:不会使用手机的成年人,大部分的老人,幼儿等.
- (2) 可行性差:人们去扔垃圾时,本需将垃圾随手投入到垃圾箱内.若采用此垃圾分类模式,投放垃圾时则需随身携带智能卡,经扫码后将垃圾投放到垃圾箱内,等待智能垃圾箱的核对,大大增加了投放垃圾这一过程的时间.而且仅有随身携带智能卡的人才能投放垃圾进入智能垃圾桶,其余想要扔垃圾的人无法投入智能垃圾桶,造成时间的浪费.
- (3) 热情度低:居民凭借积分获取酸奶,饮料等奖品貌似很有诱惑力,但是家庭生活垃圾分类的过程也较为繁琐,在坚持几天后,居民往往会做出对比,降低换取奖品的热情,最后仍然用与往常一样的方式投放垃圾.
- (4) 设备方面:智能垃圾箱是公共设备,易受到损坏,导致其使用寿命短,维修方面的资金消耗较多;同时,智能垃圾桶的研发与生产成本较高,很难引起大厂商的投资兴趣.智能垃圾箱的功能有要对投放到垃圾箱中的垃圾是否分

类正确进行检测,进行自动称重,由于垃圾的种类复杂多样,很可能会产生判断失误的现象.

- (5) 人力成本高:该垃圾分类模式涉及互联网及智能卡的使用,需要有专门的垃圾分类指导员及相关人员予以帮助,需要消耗较多的人力,产生较高的人力成本,所以“互联网+积分兑换”的垃圾分类模式难以持续发展且在推广及复用的方面有很大难度.

4. 垃圾处理收费标准与生活垃圾分类行为的奖惩办法的数学模型

4.1 定义

| 符号 | 定义 |
|--------|--------------------------|
| g | 每人每月产生的生活垃圾质量(t) |
| z | 政府每月处理每人生活垃圾所需金额(元) |
| k | 分类每吨生活垃圾所需要的时间成本(元) |
| w | 每人每月生活垃圾处理费用(元) |
| h | 每人每月拒绝缴纳生活垃圾处理费用的罚款(元) |
| p | 每人每月生活垃圾未分类部分的罚款(元) |
| c | 对每吨所分类生活垃圾的奖励金额(元) |
| n | 总人数(人) |
| a | 进行生活垃圾分类的人中受奖励的人数的百分比 |
| x | 对生活垃圾进行分类的质量所占的百分比 |
| Q_r | 平均每人每月生活垃圾回收政府奖励金额(元) |
| Q_t | 生活垃圾分类时间成本(元) |
| Q_g | 政府生活垃圾分类所产生的收入(元) |
| Z_x | 政府生活垃圾管理收入(元) |
| $A(x)$ | 生活垃圾分类质量达到前a百分比的居民收入(元) |
| $B(x)$ | 生活垃圾分类质量未达到前a百分比的居民收入(元) |
| $H(x)$ | 参与生活垃圾分类的居民对生活垃圾分类的信念 |
| $I(x)$ | 居民分类生活垃圾的收支多少(元) |
| $C(x)$ | 有意愿分类生活垃圾的居民数量(人) |
| $N(x)$ | 没有意愿分类生活垃圾的居民数量(人) |
| d | 参与生活垃圾分类的居民的收支平衡百分比 |

4.2 模型假设

模型部分使用真实的真实数值,并在现实基础上,加以适当的假设,以简化模型.

- (1) 假设每人每月产生的垃圾质量为常量.
- (2) 假设政府每月处理每人垃圾所需金额为常量.
- (3) 假设分类每吨垃圾所需要的时间成本及政府的分类收益人人相等且为常量.
- (4) 假设所有赏罚规则均被正确执行.
- (5) 假设垃圾分类质量测量数据无误差.
- (6) 假设已回收的垃圾无需进行垃圾处理.

4.3 模型常量

- (1) $g = 0.026020$
- (2) $z = 1.59$
- (3) $k = 2375.916$

4.4 公式整理

以居民缴纳费用为负,奖励费用为正,整理以下公式:

(1)

$$Q_r = -\frac{\sum_{i=1}^{na} gx_i c}{n}$$

(2)

$$Q_t = -kgx$$

(3)

$$Q_g = kgx$$

| | 遵守规则(元/月×人) | 不遵守规则(元/月×人) |
|-------|-------------|--------------|
| 垃圾处理费 | -w | -h |
| 垃圾分类费 | Q_r | $-gp(1-x)$ |

4.5 模型建立

(1) 政府垃圾管理总收入:

政府垃圾管理收入由垃圾处理收费,垃圾分类罚款和垃圾分类所带来的收入组成.

政府垃圾管理支出由垃圾处理费用和垃圾分类奖赏组成

$$Z_x = (-z)(1-x) + w + Q_r + gp(1-x) + Q_g$$

(2) 垃圾分类质量达到前a百分比的居民总收入:

垃圾分类质量达到前a百分比的居民收入为垃圾分类奖赏.
垃圾分类质量达到前a百分比的居民支出为垃圾处理费用,垃圾分类时间成本和未分类垃圾部分的罚金

$$A_x = (-w) + Q_t + gxc - gp(1-x)$$

(3) 垃圾分类质量未达到前a百分比的居民总收入:

垃圾分类质量未达到前a百分比的居民无收入.
垃圾分类质量未达到前a百分比的居民支出为垃圾处理费用,垃圾分类时间成本和未分类垃圾部分的罚金

$$B_x = (-w) + Q_t + 0 - gp(1-x)$$

整理得:

$$Z_x = (kg + z - gp)x + (gp + w - z) + Q_r$$

$$A_x = (p + c - k)gx + (-w - gp)$$

$$B_x = (p - k)gx + (-w - gp)$$

4.6 线性调整模型参数p

为了鼓励生活垃圾的分类回收,我们希望函数Z,A,B均为单调递增函数,达到理论上的良性循环. 所以:

$$\begin{cases} p - k > 0 \\ kg + z - gp > 0 \end{cases}$$

整理得:

$$k < p < k + \frac{z}{g}$$

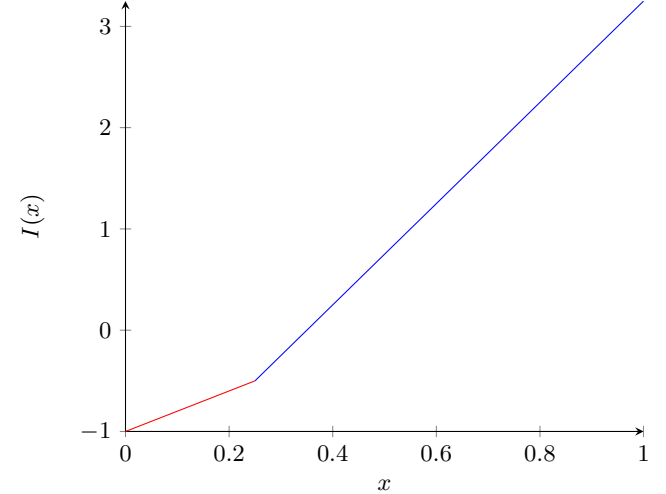
4.7 基于贝叶斯纳什均衡调整模型激励参数a和c

4.7.1 参数调整思路. 前文定义中a为,进行生活垃圾分类的人中受奖励的人数的百分比.显然,信息并不完全,模型应为不完全信息博弈模型.分析首次实行新策的情况,因为没有历史信息作为参考,所以为不完全信息静态博弈,应该选用贝叶斯纳什均衡模型.在此基础上,分析持续进行政策推行,得到模型趋向,收敛图像于定点,得出结论.

4.7.2 参数调整过程. 居民分类生活垃圾的收支多少为分段函数

$$I(x) = \begin{cases} A(x)(x \geq x_{na}) \\ B(x)(x_{na} > x \geq 0) \end{cases}$$

因为 $k_a > k_b$, 可画出示意图为:

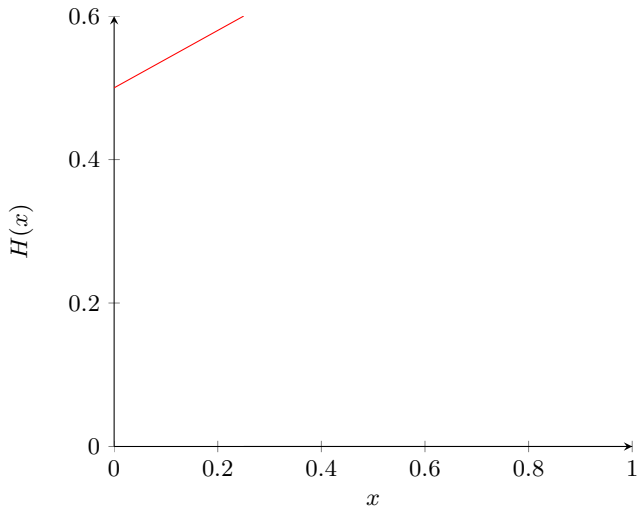


据此,提出信念的概念.正信念使得居民的垃圾分类百分比x向正方向递增,而负信念使得居民的垃圾分类百分比向负方向递减.将居民分为有意愿分类生活垃圾的人和无意愿分类生活垃圾的人.对于有意愿的居民,在0到 x_{na} 之间,虽无奖励,但是拥有得奖的信念,所以信念 $H > 0$;在 x_{na} 到1之间,得到分类生活垃圾的奖励,从而更进一步地提高信念.对于没有意愿的居民,在0到 x_{na} 之间,虽无信念,但因为罚款比较重,被迫拥有信念,所以信念随着罚款的递减而递减;在 x_{na} 与收支平衡点d之间,信念进一步降低;在收支平衡点d与1之间,没有意愿的居民不必再进行垃圾分类,所以信

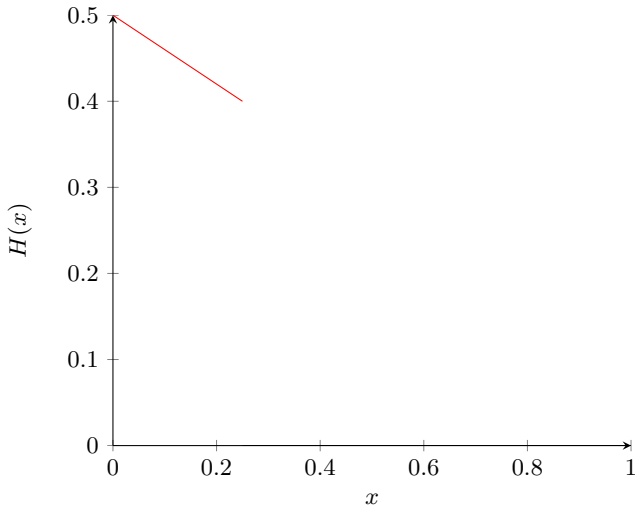
念从0开始递减为负数.

根据以上分析，汇总得:

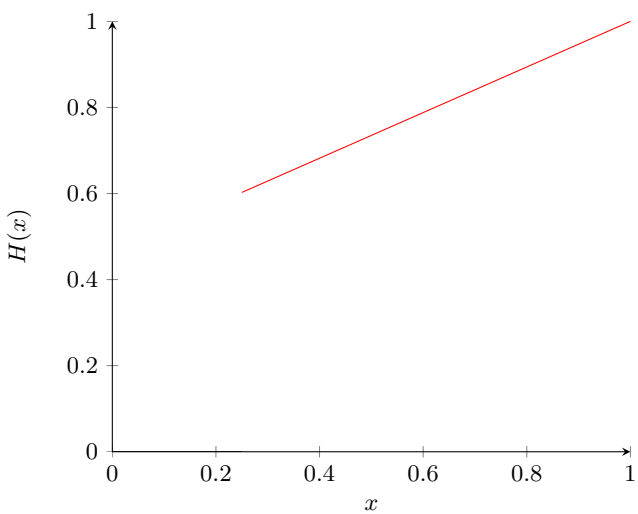
| | 有意愿 | 无意愿 |
|---------------|-------|-------|
| $[0, x_{na})$ | 图像(1) | 图像(2) |
| $[x_{na}, 1]$ | 图像(3) | 图像(4) |



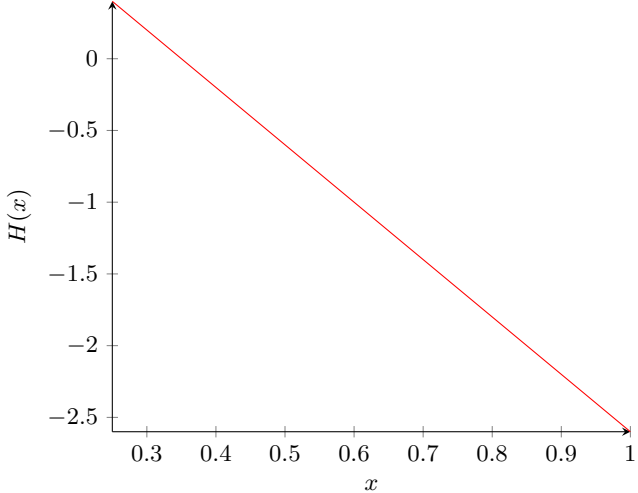
图像(1)



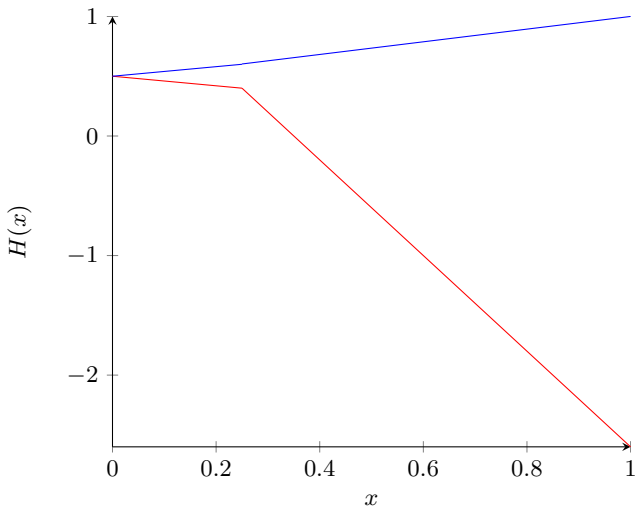
图像(2)



图像(3)



图像(4) 将以上四种情况再汇总，得出信念H与x的函数图像:



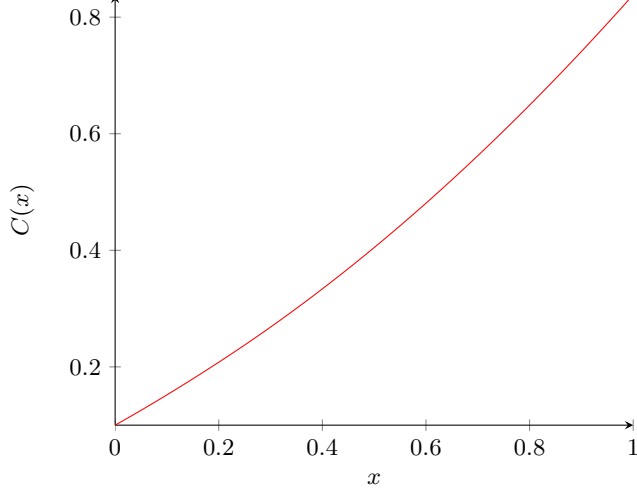
图像(5)

根据信念的定义,可得出:

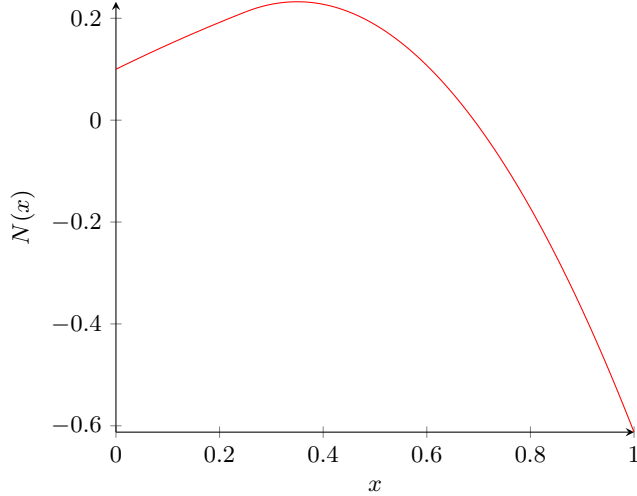
$$C'(x) = H_c(x)$$

$$N'(x) = H_n(x)$$

示意图如下:



图像(6)



图像(7)

根据信念的定义,理想人不会选择损坏自己利益的策略,所以,有意愿分类生活垃圾的人在 $x=1$ 处取得纳什平衡点,无意愿分类生活垃圾的人在 $x=b$ 处取得纳什平衡点。观察图像(5),在折点 $x = x_{na}$ 处, $|k|$ 变大,故 x_{na} 越大,图像(5)与x轴围成的面积越大,即,

$$\int_0^1 C(x) dx + \int_0^1 N(x) dx.$$

越大,参与垃圾分类的人数越多,所以 x 在 $x_{na} = b$ 处取得最大值。

4.8 多情况讨论约束参数

(1) 居民不缴纳垃圾处理费:使

$$h > w$$

, 理性人会选择利益更高的,即缴纳垃圾处理费。

(2) 居民分类垃圾的百分比 x 小于 x_{na} :根据图像(5),无论有无垃圾分类的意愿,信念均大于0,且居民收入 $B(x)$ 递增。即,居民会向分类更多垃圾的方向发展。

(3) 居民分类垃圾的百分比 x 大于等于 x_{na} 且小于平衡点 b :根据图像(5),无论有无垃圾分类的意愿,信念均大于0,且居民收入 $A(x)$ 递增。即,居民会向分类更多垃圾的方向发展。

(4) 居民分类垃圾的百分比 x 大于等于平衡点 b :根据图像(5),有意愿的信念大于0,无意愿的信念小于0,且居民收入 $A(x)$ 递增,但是根据图像(6)(7), $C(x) > N(x)$, 所以,居民同样会向分类更多垃圾的方向发展。

综合以上情况,居民均向分类更多垃圾的方向良性发展。

4.9 参数计算

当 $A(x) = 0$ 时,

$$b = \frac{w + gp}{g(p + c - k)}$$

$$x_{na} = b$$

根据题目, 期望

$$x_{na} = 35\%$$

根据现实数据,

$$w = 2$$

化简得:

$$c = \frac{20w + g(7k + 13p)}{7g}$$

根据4.6中的限制条件:

$$k < p < k + \frac{z}{g}$$

p 趋近于 k ,假设 $p=k$, 算得:

$$c = 6898.140$$

4.10 模型结论

通过数学推导,建立政府垃圾管理收入,居民收入与分类质量占比的数学模型,并基于线性调整,贝叶斯纳什均衡调整和多情况调整,调节模型的参数 p, c, a, h ,根据以上理论,计算参数的估计值,使得居民无论有无分类垃圾的意愿,均会趋向分类垃圾的方向发展。

5. 如何利用经济杠杆促进城市生活垃圾分类

如何促进城市生活垃圾分类一直是垃圾处理的一大难题，国务院办公厅更是发布了《生活垃圾分类制度实施方案》，并要求到2020年底，生活垃圾回收利用率达到35%以上。我们小组通过对政府生活垃圾管理收入，居民分类生活垃圾收入和生活垃圾分类质量的研究，得出了带有多参数的数学模型。此数学模型能够通过有理有据的分析，在理论层面上促进生活垃圾分类。

此数学模型采用线性约束，使得政府的垃圾管理收入与垃圾分类质量成正比；在生活垃圾分类方面，通过贝叶斯纳什均衡，使得无论有无意愿分类垃圾的人，均会趋向分类垃圾；在实际情况，满足无论何种情况，无论有无意愿，均会趋向垃圾分类。

具体而言，我们收取每人每月2元垃圾处理费用，收取大于2元(例如3元)拒绝缴纳费用的罚款，奖励分类垃圾质量在前65%的人每千克生活垃圾6.8元，惩罚不分类垃圾的人每千克生活垃圾2.4元。

采用这种政策，并严格执法，持续实行，可以在理论上使得居民生活垃圾回收质量达到生活垃圾总质量的35%及以上。

REFERENCES

- 沈阳市政府. 沈阳生活垃圾分类工作细则[EB/OL]. 2017-12-07 16:26[2018.4.21].
<http://www.shenyang.gov.cn/zwgk/system/2018/01/26/010203709.shtml>.
- 沈阳市政府. 沈阳生活垃圾处理收费方案或4月听证[EB/OL]. 2012-02-23 09:19[2018.4.21].
<http://www.shenyang.gov.cn/zwgk/system/2012/02/23/000027199.shtml>.
- 百度百科. 沈阳[EB/OL]. [20180421].
https://baike.baidu.com/item/%E6%B2%88%E9%98%B3/13034?fr=kg_qa.
- 辽沈晚报. 沈阳将对生活垃圾处理收费[EB/OL]. 2014-04-25[2018.4.21]. <http://ln.qq.com/a/20140425/025324.htm>.
- 环卫科技网. 城市生活垃圾处理的经济效益分析[EB/OL]. 2016-2-25 13:38:18[2018.4.21].
<http://huanbao.bjx.com.cn/news/20160225/710938-2.shtml>.
- 沈阳市统计局. 沈阳统计年鉴(2016)人口主要综合指标[R]. 沈阳市:沈阳市统计局, 2016.