

系统仿真学报
Journal of System Simulation
ISSN 1004-731X, CN 11-3092/V

《系统仿真学报》网络首发论文

题目：基于模型预测控制的轮式移动机器人轨迹规划
作者：尤波，王明睿，李智，丁亮
收稿日期：2018-07-12
网络首发日期：2019-02-28
引用格式：尤波，王明睿，李智，丁亮. 基于模型预测控制的轮式移动机器人轨迹规划[J/OL]. 系统仿真学报.
<http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.3092.V.20190226.1721.006.html>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

基于模型预测控制的轮式移动机器人轨迹规划

尤波¹, 王明睿¹, 李智¹, 丁亮²

(1. 哈尔滨理工大学, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 针对轮式移动机器人(Wheeled Mobile Robot-WMR)自身欠驱动的特点,并考虑到实际工作时的各种约束和限制,提出了一种基于模型预测控制(Model Predictive Control-MPC)的多约束轨迹规划方法。这种方法可以对车体自身的运动学约束、物理约束以及避障等约束进行集中有效的处理,可以生成符合车体自身模型特点并满足各种约束的可行轨迹,充分保证了轮式移动机器人自主行驶的可行性,安全性,高效性。仿真结果充分验证了本文方法的有效性。

关键词: 轨迹规划; 多约束; 轮式移动机器人; 模型预测控制

中图分类号: TP242

文献标识码: B

Trajectory Planning of Wheeled Mobile Robot Based on Model Predictive Control

You Bo¹, Wang Mingrui¹, Li Zhi¹, Ding Liang²

(1. Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 2. Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: Aiming at the characteristic of underactuated of the Wheeled Mobile Robot (WMR) and considering various limitations and constraints during actual operation, a trajectory planning method based on the Model Predictive Control (MPC) is proposed in this paper. This method can deal with kinematics constraints, physical constraints and obstacle avoidance constraints centrally and effectively. It can generate feasible trajectories that conform to the characteristics of the car body model and satisfy various constraints. It fully guarantees the feasibility, safety and efficiency of autonomous driving of wheeled mobile robots. The simulation results fully verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: trajectory planning; multiple constraints; wheeled mobile robot; model predictive control

引言

轮式移动机器人(Wheeled Mobile Robot-WMR)属于一种通过远程控制或在预设程序控制下的具有自主能力的无人驾驶移动平

台^[1]。随着现代科技的发展,以及传感器和视觉技术的进步,WMR的机动性和灵活性得到了很大的提高,目前被广泛应用于军事侦查、灾难救援、深空探测、物流运输等军事和民用领域^[2-4]。

无人干预情况下的自动行驶是WMR的主要特点,理想的轨迹规划则是WMR自动行驶的前提。然而WMR在执行任务时,在轨迹规划过程中必须考虑不同任务对轨迹的约束和限



收稿日期: 2018-07-12 修回日期: 2018-11-29
基金项目: 国家“863”重大项目(2009AA043803);
作者简介: 尤波(1962-),男,江苏无锡,博士研究生,教授,研究方向为智能机器人与机电控制;王明睿(1986-),男,黑龙江鸡西,硕士研究生,研究方向为机器人轨迹规划;李智(1988-),男,黑龙江哈尔滨,博士研究生,研究方向为智能机器人。

制^[5,6]。对于 WMR 这种典型的欠驱动系统,在轨迹规划时还必须考虑系统的非完整运动学约束,以及系统的物理约束,如转弯半径、速度和加速度等限制,这样才能保证生成轨迹的可行性^[7]。目前已有的轨迹规划方法主要是通过已生成路径进行插值来得到平滑的轨迹,这种方法在生成轨迹时很难有效的处理各类约束,WMR 在跟踪这类轨迹时难以表现出良好的性能^[8]。

文献[9]将三阶贝塞尔曲线应用于欠驱动系统 AGV 的轨迹规划中(AGV 与 WMR 相比都是具有非完整约束的系统),并考虑其初始状态约束、目标状态约束和运动学约束,但是文中最终只解决了曲率上的约束,并没有解决过程约束。文献[10]针对轮式机器人的急转急停问题,提出曲率映射法来解决转向处的机器人轨迹规划问题,但是这种方法也只解决了曲率约束问题,并没有有效处理包括终端约束在内的过程约束以及其它约束。文献[11]在机器人路径优化中引入预测控制的算法,以离散状态空间运动学方程为模型,通过滚动优化得出控制序列,实现了轮式机器人的轨迹规划。尽管该方法有效处理了机器人的物理约束,但却没有考虑机器人自身的运动学约束。文献[12]为解决多约束条件下智能汽车在未知环境下的全局最优轨迹规划问题,引入滚动窗口优化策略,采用六次多项式生成平滑曲率轨迹,在规划窗口中通过最优指标来规划出局部最优轨迹,文中轨迹拟合以及局部最优求解的思想与模型预测控制方法极为相似,但是该方法没有集中解决约束问题,应用较为不便。

受以上研究结果启发,本文提出一种基于模型预测控制的 WMR 轨迹规划方法。该方法利用预测控制的滚动优化机制来处理各类约束,通过基于 WMR 的数学模型和控制器的闭环控制仿真来生成可行的轨迹。该方法可以集中处理 WMR 实际应用中必须面对的各类约束,包括物理约束、运动学约束和过程约束,很好地

解决了已有方法只能处理部分约束的缺点,这也是本文主要贡献之一。论文的章节安排如下:第 1 节给出了 WMR 的运动学模型和各类约束的数学描述;第 2 节详细介绍了基于预测控制的轨迹规划方法;第 3 节给出了相应的仿真结果;最后是本文的结论。

1. 轮式移动机器人运动学建模及约束数学描述

1.1 WMR 的运动学模型建立

WMR 是一个典型的具有非完整性约束欠驱动系统,其简化运动模型如图 1 所示。

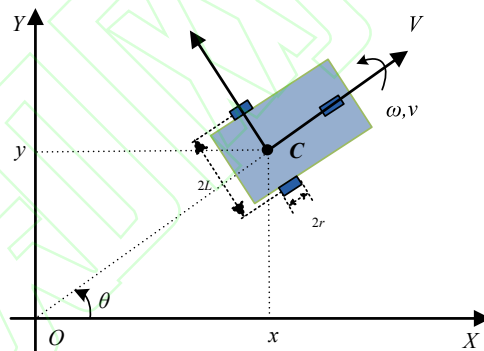


图 1 WMR 简化运动学模型

Fig.1 The Simplified Kinematic Model of WMR

图中, $[x, y]$ 为 WMR 质心 C 的笛卡尔坐标, θ 为其前进方向与 X 轴夹角, $[v, \omega]$ 分别为 WMR 的平移速度和旋转速度。 $2L$ 为后两轮轴之间的长度, $2r$ 为后轮的直径。

假设车轮在平面内做无滑动的纯滚动运动。在运动瞬间,车体的速度指向车体的主轴。随动轮仅在运动过程中起支撑作用,其在运动学模型中的影响可忽略不计。

则由 WMR 的非完整性约束 $\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$, 可得其运动学方程如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

1.2 轨迹规划中相关约束的数学描述

在实际 WMR 系统中,由于其工作环境的

复杂性以及执行任务场合的多样性，衍生出各种不同的约束问题。

1) 考虑运行安全时，往往要求运行速度 v 和角速度 ω 小于一定值，假设最大速度和最大角速度分别为 v_{\max} 和 ω_{\max} ，最小速度和最小角速度分别为 v_{\min} 和 ω_{\min} ，则该约束形式如式 2 所示。

$$\begin{cases} v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \\ \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

2) 考虑轮式移动机器人的实际机动能力以及运行安全，轮式移动机器人的线加速度 a_v 和角加速度 a_ω 应满足如下约束为

$$\begin{cases} a_{v\min} \leq a_v \leq a_{v\max} \\ a_{\omega\min} \leq a_\omega \leq a_{\omega\max} \end{cases} \quad (3)$$

其中， $a_{v\min}$ 和 $a_{\omega\min}$ 分别为线加速度和角加速度最小值， $a_{v\max}$ 和 $a_{\omega\max}$ 分别为线加速度和角加速度最大值。

在每个控制周期内，式(3)的加速度约束可转化为速度增量 Δv 和角速度增量 $\Delta \omega$ 约束，即：

$$\begin{cases} \Delta v_{\min} \leq \Delta v \leq \Delta v_{\max} \\ \Delta \omega_{\min} \leq \Delta \omega \leq \Delta \omega_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

其中， Δv_{\min} 和 $\Delta \omega_{\min}$ 分别为最小速度增量和最小角速度增量， Δv_{\max} 和 $\Delta \omega_{\max}$ 分别为最大速度增量和最大角速度增量。

3) 考虑自主避障时，主要的约束就是位置上不可行区域，该约束用集合方式给出，如 5 所示。

$$(x(t), y(t)) \in O_{2, free} \quad (5)$$

其中， $(x(t), y(t))$ 表示期望轨迹坐标值， $O_{2, free}$ 表示没有障碍物的二维平面坐标集合。

2. 基于模型预测控制的 WMR 轨迹规划

2.1 基于 MPC 的轨迹规划方案

针对传统轨迹规划方案不能有效的集中解决多约束问题的情况，本文提出一种全新的轨迹规划方案，如图 2 所示。

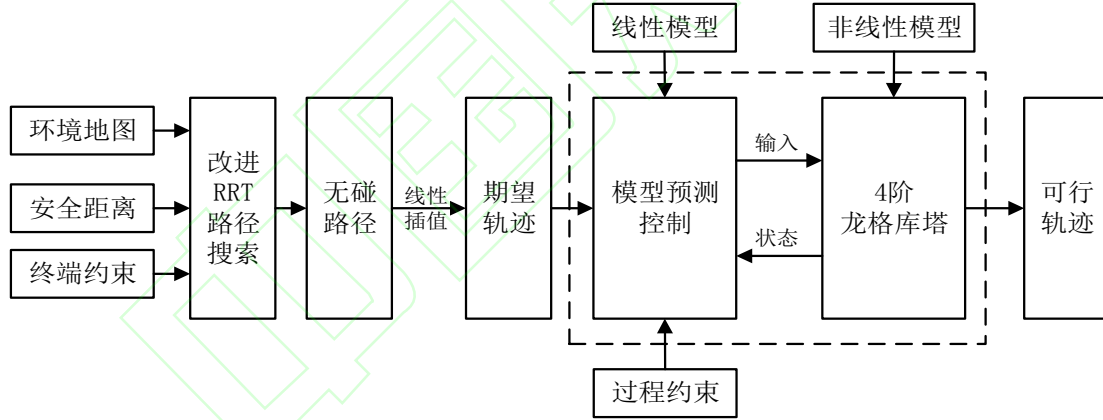


图 2 基于 MPC 的轨迹规划方案
Fig.2 The Scheme of the MPC-based Trajectory Planning

根据轨迹规划方案，在给定环境地图和轮式移动机器人状态的情况下，先由改进的 RRT 搜索出一条较为适合的无碰路径，该路径是由一系列的线段组成，将该路径按照一定的移动速度进行线性插值得到轮式移动机器人的期望轨迹，然后由基于 MPC 和四阶龙格库塔的内置轨迹生成器去跟踪期望轨迹，如果整个过程 QP 问题均有解，那么由仿真状态所生成轨迹便是满足各项条件约束的可行轨迹，其过程如下：

首先由 k 时刻仿真状态，通过模型预测控制器优化，可以求得当前时刻跟踪给定路径，并满足各项条件约束所需的控制量，然后根据 k 时刻的输入和状态量，结合轮式移动机器人的系统模型，用四阶龙格库塔算法即可计算得到 $k+1$ 时刻的仿真状态。反复执行上述过程便可得到一条接近原有期望的并且物理可行的轨迹。

在内置轨迹生成器中，模型预测控制算法

利用的是轮式移动机器人线性化后的线性模型，而四阶龙格库塔算法采用的是轮式移动机器人原始的非线性运动学模型，四阶龙格库塔算法拥有五阶的截断误差^[13]，保证了仿真器尽可能接近实际系统，该算法原理大致如下：

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (6)$$

其中：

$$\begin{cases} k_1 = f(x_k) \\ k_2 = f(x_k + \frac{1}{2}hk_1) \\ k_3 = f(x_k + \frac{1}{2}hk_2) \\ k_4 = f(x_k + hk_3) \end{cases} \quad (7)$$

这里， h 为仿真步长。

2.2 模型预测控制器设计

在状态空间中设轮式移动机器人实际位姿为 $X = [x, y, \theta]^T$ ，实际速度为 $[v, \omega]^T$ 。根据轮式移动机器人的运动学模型，作如下定义

$$\begin{aligned} x &\triangleq [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [x \ y \ \theta]^T \\ u &\triangleq [v \ \omega]^T \end{aligned} \quad (8)$$

则有

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \\ \omega \end{bmatrix} \quad (9)$$

为降低控制器的设计难度，需要进一步对模型进行线性化处理。可以用状态空间表达式 $\dot{x} = f(x, u)$ 来表示。将其在参考轨迹点 (x_r, u_r) 处进行一阶泰勒展开，可以得到 WMR 的线性化误差模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &\approx f(x_r, u_r) + \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_r \\ u=u_r}} (x - x_r) \\ &\quad + \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{\substack{x=x_r \\ u=u_r}} (u - u_r) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x} - \dot{x}_r \\ \dot{y} - \dot{y}_r \\ \dot{\theta} - \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_r \sin \theta_r \\ 0 & 0 & v_r \cos \theta_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_r \\ y - y_r \\ \theta - \theta_r \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v - v_r \\ \omega - \omega_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

为了方便后文推导，这里采用一阶差分形式将系统改写为如下离散化模型

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(x_k)x_k + B(x_k)u_k \\ y_k = C(x_k)x_k \end{cases} \quad (12)$$

其中，

$$A(x_k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_r \sin \theta_r T \\ 0 & 1 & v_r \cos \theta_r T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B_k(x_k) = \begin{bmatrix} \cos \theta_r T & 0 \\ \sin \theta_r T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C(x_k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

这里， T 为控制周期。

进一步改写为控制量增量表达式，设

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (17)$$

则可以得到新的状态空间表达式

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \tilde{A}(k)\xi(k) + \tilde{B}(k)\Delta u(k) \\ \eta(k) = \tilde{C}(k)\xi(k) \end{cases} \quad (18)$$

其中，

$$\tilde{A}(k) = \begin{bmatrix} A(k) & B(k) \\ 0_{m \times n} & I_m \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}(k) = \begin{bmatrix} B(k) \\ I_m \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}(k) = [C(k) \ 0]$$

这里假设预测时域为 p ，控制时域为 c ，那么预测时域内的系统输出量为

$$Y(k) = \Phi(k)\tilde{A}(k)\eta(k) + S(k)\Delta U(k) \quad (19)$$

其中，

$$\begin{cases} Y(k) = [\eta(k), \dots, \eta(k+p)]^T \\ \Delta U(k) = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+m)]^T \\ \Phi(k) = [\tilde{C}(k), \tilde{C}(k)\tilde{A}(k), \dots, \tilde{C}(k)\tilde{A}^{c-1}(k) \\ \dots, \tilde{C}(k)\tilde{A}^{p-1}(k)]^T \end{cases} \quad (20)$$

$$S(k) = \begin{bmatrix} \tilde{C}(k)\tilde{B}(k) & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}(k)\tilde{A}(k)\tilde{B}(k) & \tilde{C}(k)\tilde{B}(k) & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \tilde{C}(k)\tilde{A}^{c-1}(k)\tilde{B}(k) & \dots & \dots & \tilde{C}(k)\tilde{B}(k) \\ \tilde{C}(k)\tilde{A}^c(k)\tilde{B}(k) & \dots & \dots & \tilde{C}(k)\tilde{A}(k)\tilde{B}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}(k)\tilde{A}^{p-1}(k)\tilde{B}(k) & \dots & \dots & \tilde{C}(k)\tilde{A}^{p-c-1}(k)\tilde{B}(k) \end{bmatrix} \quad (21)$$

优化求解中，系统的控制增量是未知的，只有通过设定合适的优化目标，并对其进行求解，才能得到控制时域内的控制序列，这里选取目标函数为

$$J_k = \sum_{i=1}^p \|\eta(k+i) - \eta_r(k+i)\|^2 + \sum_{i=1}^c \|\Delta u(k+i)\|^2 + \rho \varepsilon^2 \quad (22)$$

式中， ρ 为权重系数， ε 为松弛因子。在目标函数引入松弛因子的目的是为了保证可行解的存在。可以将多约束下的轨迹跟踪控制器设计问题描述为

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(x_k)x_k + B(x_k)\Delta u_k \\ y_{t,k} = C_t(x_k)x_k \end{cases}$$

$$\min_{\Delta U} J_k = \sum_{i=1}^p \|\eta(k+i) - \eta_r(k+i)\|^2 + \sum_{i=1}^c \|\Delta u(k+i)\|^2 + \rho \varepsilon^2 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}, k=0,1,2,\dots \\ & \Delta u_{\min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{\max}, k=0,1,2,\dots \\ & y_{t,\min} \leq y_t(k) \leq y_{t,\max}, k=0,1,2,\dots \end{aligned}$$

为了得到多约束条件下的最优控制序列，这里采用二次规划方法进行求解，即将带约束的二次最优问题转化为QP问题进行数值求解。一般二次规划问题具有如下形式^[14]

$$\begin{aligned} \min_{\Delta U} J_k &= \Delta U_k^T H \Delta U_k + G^T \Delta U_k \\ s.t. \quad & A_{t,k} \Delta U_k \leq b_{t,k} \end{aligned} \quad (24)$$

将 $Y(k) = \Phi(k)\tilde{A}(k)\eta(k) + S(k)\Delta U(k)$ 代入指标函数，得到：

$$\begin{aligned} J_k &= [\Delta U^T(k), \varepsilon]^T H [\Delta U^T(k), \varepsilon] \\ &\quad + G [\Delta U^T(k), \varepsilon] \\ s.t. \quad & \Delta U_{\min} \leq \Delta U_k \leq \Delta U_{\max} \\ & U_{\min} \leq A \Delta U_k + U_k \leq U_{\max} \end{aligned} \quad (25)$$

其中：

$$\begin{cases} H \triangleq \begin{bmatrix} S_k^T \Gamma_y S_k + R & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \\ G \triangleq \begin{bmatrix} 2e_k^T \Gamma_u^T S_k & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (26)$$

这里的 Γ_u 和 Γ_y 分别是输入和输出误差的加权矩阵， e_k 为预测时域内的跟踪误差。在每一个控制周期内完成对上式的求解后，可以得到控制时域内一系列控制输入增量

$$\Delta U_i^* = [\Delta u_i^*, \Delta u_{i+1}^*, \dots, \Delta u_{i+c-1}^*]^T \quad (27)$$

将该控制序列中第一个元素作为实际输入的控制量增量作用于实际系统，即：

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u_t^* \quad (28)$$

进入下一个控制周期后，重复上述过程，如此循环即可实现对轮式移动机器人的轨迹跟踪控制。

3. 仿真结果及分析

本节将对所提轨迹规划方法的有效性进行仿真验证。具体的仿真流程如图3所示。首先给出轮式移动机器人的系统参数，如表1所示，式(29)则给定了系统的物理约束。

$$\begin{cases} -0.5m/s \leq v \leq 0.5m/s \\ -0.2rad/s \leq \omega \leq 0.2rad/s \\ -0.2m/s \leq \Delta v \leq 0.2m/s \\ -0.03rad/s \leq \Delta \omega \leq 0.03rad/s \end{cases} \quad (29)$$

为使系统控制效果最优，需要对模型预测控制器参数进行优化，经过反复调试，得到如表

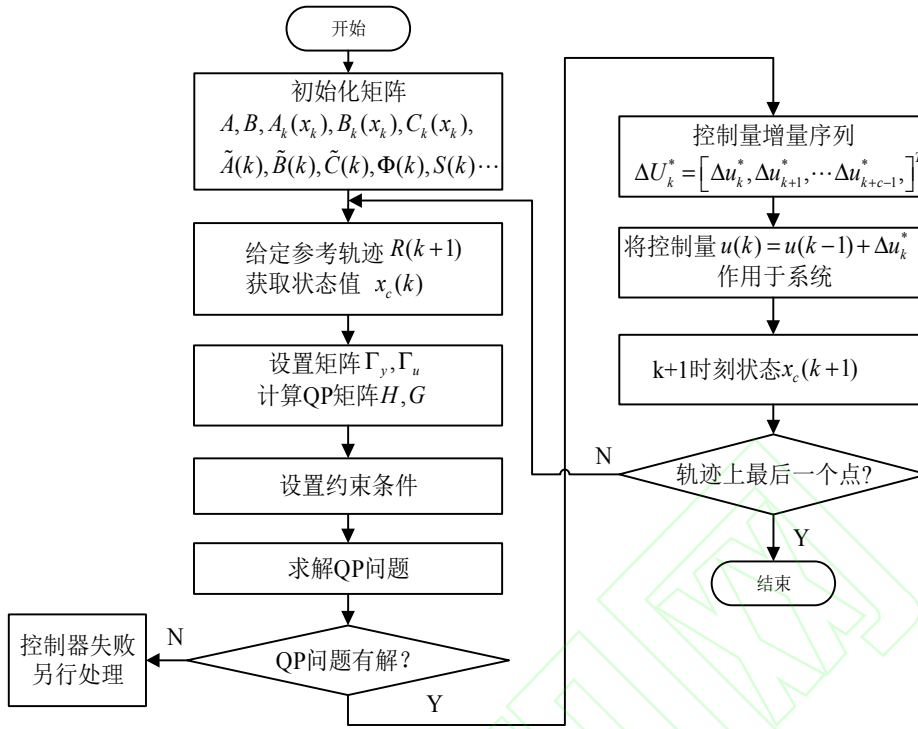


图 3 仿真流程图
Fig.3 Simulation flow chart

2 所示系统仿真参数。

表 1 系统参数表
Tab.1 System Parameters Table

系统参数	单位	数值
质量 m	kg	20
轮距 $2L$	m	1.2
车轮直径 $2r$	m	0.4

表 2 仿真参数表
Tab.2 Simulation Parameters Table

参数名称	参数值
初始状态	$x_c(0) = [2, 2, 0]^T, x_r(0) = [2, 2, 0.679]^T$
目标状态	$R_p = [60, 60, 2.8151]^T$
模型预测	预测步数: $p = 60$
控制参数	控制周期: $T = 0.1s$
	控制步数: $c = 20$
	权重系数: $\rho = 10$
	松弛因子: $\varepsilon = 10$
	误差权值: $\Gamma_y = 10 \times eye(3p)$
	控制增量权值: $\Gamma_u = eye(2c)$

3.1 两种轨迹拟合方法的对比仿真

仿真中，我们用文[15]给出的改进 RRT 方法生成路径，然后再分别采用文[9]提出的基于贝塞尔曲线的方法和本文提出的基于 MPC 的方法分别生成轨迹，通过两种方法的对比，来验证本文方法的有效性和优越性。图 4 给出了一个包含避障约束的地图，根据给定的起点和终点，我们用改进 RRT 生成了相应的路径，然后分别利用基于 MPC 和基于贝塞尔曲线的两种方法生成了相应的轨迹。为方便对比，我们对图中的局部区域进行了放大，分别如图 5(a)和图 5(b)所示，显然两种方法生成的轨迹都满足环境约束（避障要求）。但是，从图 5(a)可以看出，虽然基于贝塞尔曲线的轨迹拟合方法得到的拟合轨迹更贴合改进 RRT 搜索的路径，但是该轨迹在路径转折点处过渡不平滑，速度方向存在突变，超出轮式移动机器人的实际运行过程中的机动能力，不满足轮式移动机器人的过程约束条件，而基于 MPC 的轨迹拟合方法在

路径转折点处是平滑过渡的；从图 5(b)中可以看出，基于贝塞尔曲线方法得到拟合轨迹虽然对路径的第二个拐点进行了有效的平滑，但对第一个和第三个拐点的平滑并不理想。相比而言，基于 MPC 的轨迹拟合方法则对每段路径中每个拐点都进行有效的平滑，得到了一段可行的轨迹。

3.2 不同约束条件下的对比仿真

为了充分验证本文所提方法的有效性，我们进一步修改了 WMR 的约束条件，以观察轨迹的变化，从而进一步确认方法对约束条件的适应性。这里我们将式(29)给定约束条件放宽如下

$$\begin{cases} -1.0m/s \leq v \leq 1.0m/s \\ -0.5rad/s \leq \omega \leq 0.5rad/s \\ -0.5m/s \leq \Delta v \leq 0.5m/s \\ -0.10rad/s \leq \Delta \omega \leq 0.10rad/s \end{cases} \quad (30)$$

我们利用新的约束条件进行了仿真验证，仿真结果如图 6 至图 7 所示，其中红色虚线为约束条件(29)下生成的拟合轨迹，绿色点划线为约束条件(30)下生成的拟合轨迹。显然在放宽约束后，得到的拟合轨迹更加贴合给定的路径，这与期望是一致的，因为物理约束放宽后，车的机动性就会增加，必然会提高对给定路径的跟踪能力，从而生成拟合误差更小的路径。

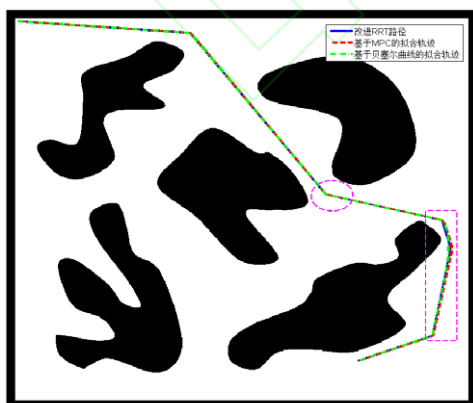
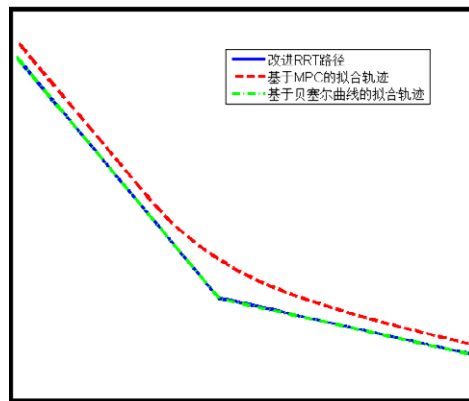
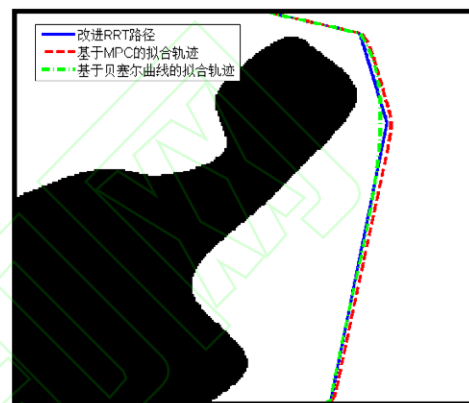


图 4 两种方法所生成轨迹的对比图
Fig.4 Trajectories comparison chart of two kind of methods



(a) 图 4 第二个拐点局部放大图



(b) 图 4 第三个拐点局部放大图

图 5 拟合轨迹局部放大图

Fig.5 Partial enlargement of fitting trajectories

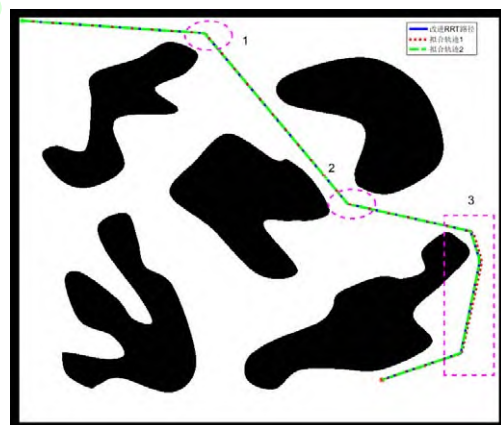
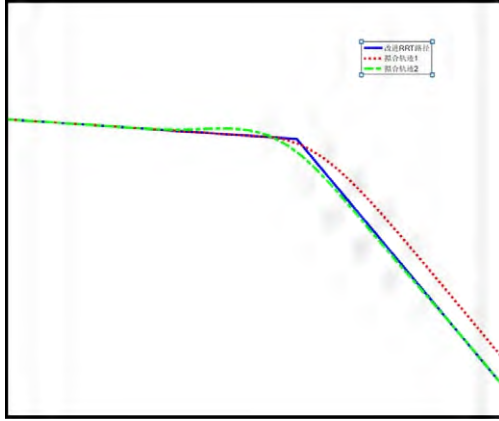
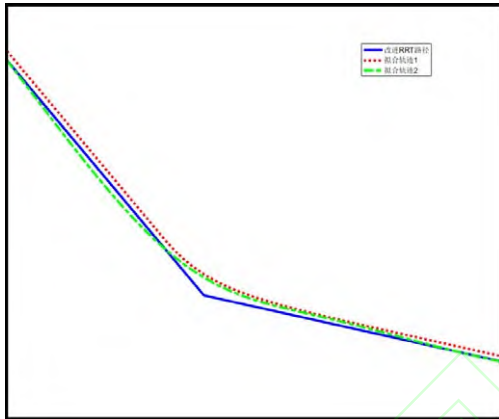


图 6 不同约束下拟合轨迹对比图

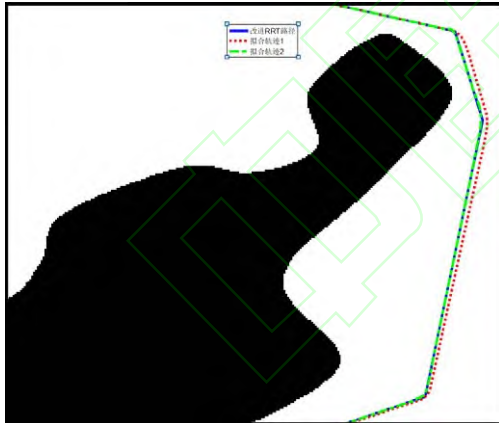
Fig.6 Fitting trajectories comparison chart under different constraints



(a) 图 6 拐点 1 局部放大图



(b) 图 6 拐点 2 局部放大图



(c) 图 6 拐点 3 局部放大图

图 7 不同约束下拟合轨迹局部放大图
Fig.7 Partial enlargement of fitting trajectory under different constraints

3.3 不同起止条件下的对比仿真

为了进一步验证本文所提方法对不同初始条件的适应能力, 我们又做了两组不同起点和终点的仿真, 仿真结果如图 8 和图 9 所示。从仿真结果可以看出, 采用本文所提方法来生成

轨迹, 所得到的拟合轨迹都满足环境约束(避障要求), 这充分说明了基于 MPC 轨迹生成方法的适应能力。

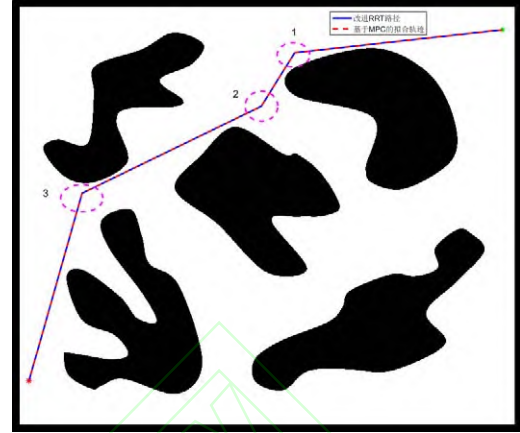


图 8 起点[77,5]和终点[3,60]约束下的拟合轨迹
Fig.8 Fitting trajectory with start point at [77,5] and end point at [3,60]



图 9 起点[48,62]和终点[25,3]约束下的拟合轨迹
Fig.9 Fitting trajectory with start point at [48,62] and end point at [25,3]

3.4 有无约束条件下的对比仿真

为了充分说明本文所提方法对多约束条件的处理能力, 我们又进行了有无约束条件下的对比仿真, 表 3 给出相应的初始和终端状态对比结果, 图 10 和图 11 给出了 WMR 在跟踪路径的仿真中各控制量的变化。

从表 3 中可以看出, 无约束条件和多约束条件下, 在误差允许范围内, 系统的状态输出结果无明显差异, 并且两种情况下, 轮式移动机器人均满足终端约束, 到达了期望的位姿; 但是从图 10 和图 11 可以看出, 无约束的情况下, 轮式移动机器人在跟踪轨迹某一点时可能

出现超限情况（如图 10 左图中控制量 ω 以及图 11 左图中控制量增量 Δv 和 $\Delta \omega$ ），控制量 ω 和控制量增量 $\Delta \omega$ 远大于实际系统最大性能，这对于实际系统而言，是不能实现的；在多约束条件下，所有约束量均限制在约束条件以内，因此基于模型预测控制的轨迹拟合方案很好的解决了多项约束条件下的轮式移动机器人轨迹规划问题。

表 3 初始与终端状态对比表

Tab.3 The initial and terminal status contrast table

	初始状态	终端状态
RRT	[2,2,0.67]	[60,60,2.8151]
无约束	[2,2,0]	[59.999,60.003,2.814]
多约束	[2,2,0]	[60.003,60.010,2.817]

综合以上对比仿真可以看出，本文所提出的基于 MPC 的轨迹生成方法是有效的，在约束优化问题有解的条件下，可以生成满足所有约束条件的可行轨迹。

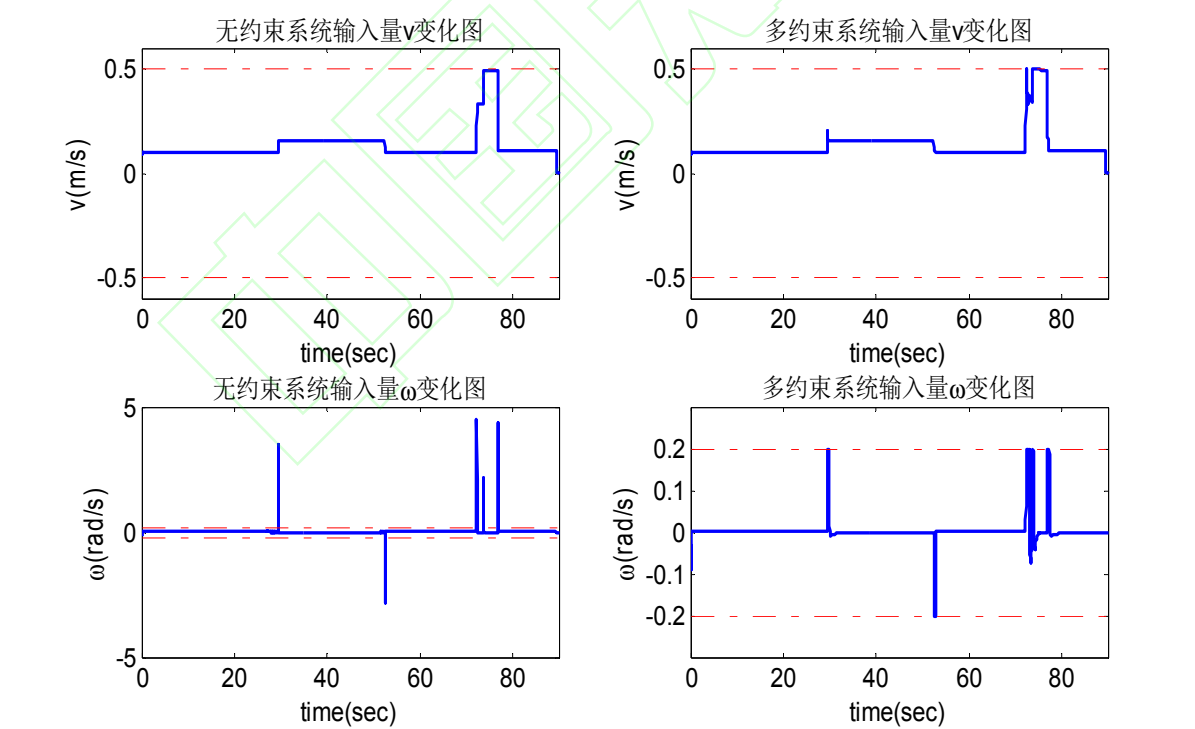


图 10 控制量约束（左边无约束，右边有约束）
Fig.10 State comparison chart (left chart is unconstrained and right one is constrained)

4. 结论

针对已有轮式移动机器人（WMR）轨迹规划方法不能有效处理各类约束的问题，本文提出了一种基于模型预测控制（MPC）的轨迹规划方法。该方法通过设计模型预测控制器来处理各类约束，然后结合四阶龙格库塔法设计了闭环控制仿真器，这样利用已有的路径作为仿真指令输入，即可生成满足各类约束的可行轨迹。该方法的特点是可以集中有效集中地解决 WMR 自身和来自于任务的各类约束，能够充分保证轮式移动机器人自主行驶的可行性，安全性和高效性。仿真结果表明，通过本方法拟合出的轨迹曲线满足给定的所有约束，充分验证了本文方法的可信性和有效性。未来的主要工作是通过实验来进一步验证该轨迹规划方法的有效性，并根据实验结果对该方法进行进一步的改进和完善。

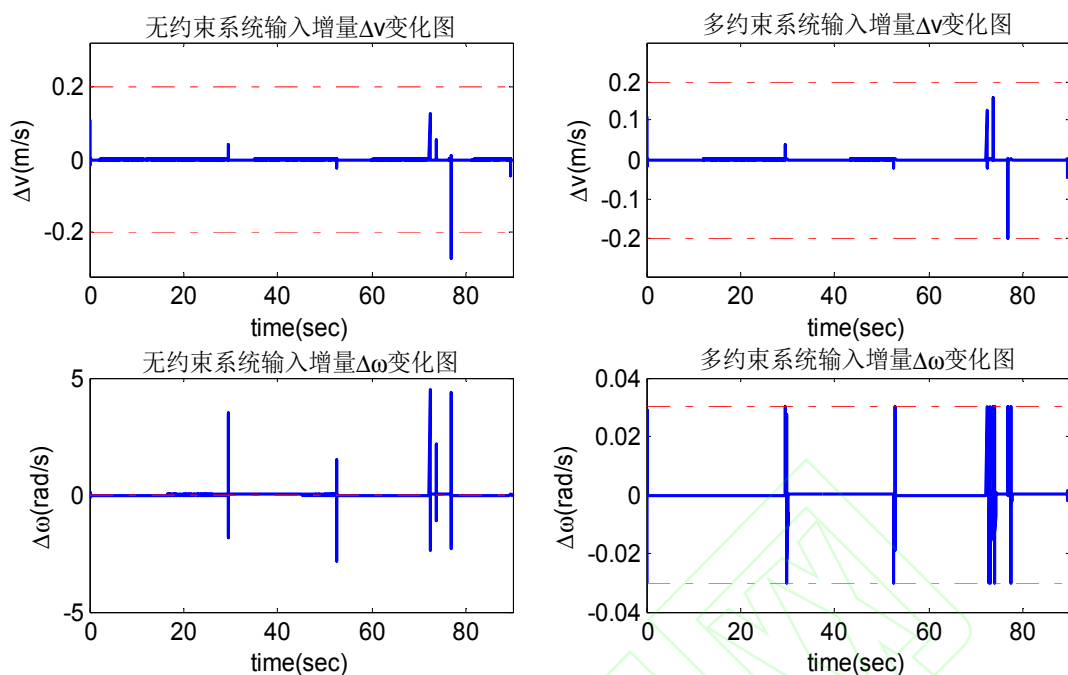


图 11 控制量增量约束 (左边无约束, 右边有约束)
Fig.11 Control constraint (no constraint on the left, constraint on the right)

参考文献

- [1] 曲道奎. 中国机器人产业发展现状与展望[J]. 中国科学院院刊, 2015(3): 342-346.
Qu Daokui. China's robot industry development status and prospects [J]. 2015(3): 342-346.
- [2] 曹江丽. 水下机器人路径规划问题的关键技术研究 [D]. 哈尔滨工程大学, 2009, 1-3.
Cao Jiangli. Research on Key Technology of AUV Path Planning Issues [D]. Harbin Engineering University, 2009, 1-3.
- [3] 陈成, 何玉庆, 卜春光, 等. 基于四阶贝塞尔曲线的无人车可行轨迹规划[J]. 自动化学报, 2015, 41(03): 486-496.
Chen Cheng, He Yuqing, Bu Chunguang, et al. Feasible Trajectory Generation for Autonomous Vehicles Based on Quartic Bézier Curve. Acta Automatica Sinica. 2015, 41(03): 486-496.
- [4] 邓宗全, 范雪兵, 高海波, 等. 载人月球车移动系统综述及关键技术分析[J]. 宇航学报, 2012, 33(6): 675-688.
Deng Zongquan, Fan Xuebing, Gao Haibo, et al. Review and Key Techniques for Locomotive System of Manned Lunar Rovers [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(6): 675-688.
- [5] A. Vivake, D. Damon, C. Colin. The Development of Wheels for the Lunar Roving Vehicle[J]. Journal of Terramechanics, (S0022-4898) 2009, 46: 89-103.
- [6] 谭民, 王硕. 机器人技术研究进展[J]. 自动化学报, 2013, 39(7): 963-972.
Tan Min, Wang Shuo. Research Progress on Robotics [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(7): 963-972.
- [7] Howard T M, Kelly A. Optimal rough terrain trajectory generation for wheeled mobile robots [J]. The International Journal of Robotics Research, (S0278-3649) 2007, 26(2): 141-166.
- [8] Thomas M. Howard, Colin J. Green, Alonzo Kelly. Receding Horizon Model-Predictive Control for Mobile Robot Navigation of Intricate Paths [J]. Field and Service Robotics. Berlin, (S1610-7438) 2010, 12(1):69-78.
- [9] 刘学问 陶 钧 徐海巍. 基于三阶贝塞尔曲线的 AGV 轨迹规划研究 [J]. 工业控制计算机, 2018, 31(1): 113-114.
Liu Xuwen, Tao Jun, Xu Haiwei. Feasible Trajectory Generation for AGV Based on Cubic Bézier Curve [J]. Industrial Control Computer, 2018, 31(1): 113-114.
- [10] 吴建民, 王民钢. 基于视觉的轮式移动机器人导航问题研究[J]. 计算机工程, 2014, 40(8):143-146.

-
- Wu Jianmin, Wang Mingang. Research on Wheeled Mobile Robot Navigation Problem Based on Vision [J]. Computer Engineering, 2014, 40(8): 143-146.
- [11] 陈薇, 蒋旭云. 关于轮式移动机器人路径规划控制仿真 [J]. 计算机仿真, 2016, 33(5): 367-371.
- Chen Wei, Jiang Xuyun. The Simulation of Wheeled Robot Path Planning Control [J]. Computer Simulation, 2016, 33(5): 367-371.
- [12] 张琳, 章新杰, 郭孔辉. 未知环境下智能汽车轨迹规划滚动窗口优化方法[J]. 吉林大学学报, 2017, 40(8): 143-146.
- Zhang Lin, Zhang Xinjie, Guo Konghui. Rolling Window Optimization for Intelligent Vehicle Trajectory Planning at Unknown Environment [J]. Journal of Jilin University, 2017, 40(8): 143-146.
- [13] Jameson A, Schmidt W, Turkel E. Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes[J]. AIAA paper, (S0001-1452)1981, 1259-1981.
- [14] 陈虹, 模型预测控制[M]. 科学出版社, 2013, 214-215.
- Chen Hong, Model Predictive Control [M], Science China Press, 2013, 214-215.
- [15] 杜明博, 梅涛, 陈佳佳. 复杂环境下基于 RRT 的智能车辆运动规划算法 [J]. 机器人, 2015, 37(4): 443-450.
- DU Mingbo, MEI Tao, CHEN Jiajia. RT-based Motion Planning Algorithm for Intelligent Vehicle in Complex Environments[J]. ROBOT, 2015, 37(4): 443-450.