第2章　线性表

线性结构是最常用、最简单的一种数据结构。而线性表是一种典型的线性结构。其基本特点是线性表中的数据元素是有序且是有限的。在这种结构中：

① 存在一个唯一的被称为“第一个”的数据元素；

② 存在一个唯一的被称为“最后一个”的数据元素；

③ 除第一个元素外，每个元素均有唯一一个直接前驱；

④ 除最后一个元素外，每个元素均有唯一一个直接后继。

2.1 线性表的逻辑结构

2.1.1 线性表的定义

线性表(Linear List)：是由n(n≧0)个数据元素(结点)a_1，a_2，…a_n组成的有限序列。该序列中的所有结点具有相同的数据类型。其中数据元素的个数n称为线性表的长度。

当n=0时，称为空表。

当n>0时，将非空的线性表记作：(a_1，a_2，…a_n)

2.1.1 线性表的定义

a_1称为线性表的第一个(首)结点，a_n称为线性表的最后一个(尾)结点。

a_1，a_2，…a_{i-1}都是$a_i(2 \leqq i \leqq n)$的前驱，其中a_{i-1}是a_i的直接前驱;

a_{i+1}，a_{i+2}，…a_n都是$a_i(1 \leqq i \leqq n-1)$的后继，其中a_{i+1}是a_i的直接后继。

2.1.2 线性表的逻辑结构

线性表中的数据元素a_i所代表的具体含义随具体应用的不同而不同，在线性表的定义中，只不过是一个抽象的表示符号。

- 线性表中的结点可以是单值元素(每个元素只有一个数据项)。

例1: 26个英文字母组成的字母表：（A，B，C、…、Z）

例2： 某小学从2010年到2015年各种型号的计算机拥有量的变化情况：(6，17，28，50，92，188）

例3： 一副扑克的点数 (2，3，4，…，J，Q，K，A)

- 线性表中的结点可以是记录型元素，每个元素含有多个数据项，每个项称为结点的一个域。每个元素有一个可以唯一标识每个结点的数据项组，称为关键字。

例4： 某校2022级同学的基本情况：

{(‘2022414101’，‘张里户’，‘男’，06/24/2003)，(‘2022414102’，‘张化司’，‘男’，08/12/2002) …，(‘2022414102’，‘李利辣’，‘女’，08/12/2002) }

- 若线性表中的结点是按值(或按关键字值)由小到大(或由大到小)排列的，称线性表是有序的。
- 线性表是一种相当灵活的数据结构，其长度可根据需要增长或缩短。
- 对线性表的数据元素可以访问、插入和删除。

2.1.3 线性表的抽象数据类型定义

ADT List{

数据对象：$D = \{ a_i \mid a_i \in ElemSet,\ i=1,2,\ldots,n,\ n \geqq 0 \}$

数据关系：$R = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle \mid a_{i-1}, a_i \in D,\ i=2,3,\ldots,n \}$

基本操作：

InitList(&L)

操作结果：构造一个空的线性表L；

ListLength(L)

初始条件：线性表L已存在；

操作结果：若L为空表，则返回TRUE，否则返回FALSE；

….

GetElem(L, i, &e)

初始条件：线性表L已存在，1≦i≦ListLength(L)；

操作结果：用e返回L中第i个数据元素的值；

ListInsert (L, i, &e)

初始条件：线性表L已存在，1≦i≦ListLength(L) ；

操作结果：在线性表L中的第i个位置插入元素e；

…

} ADT List

2.2 线性表的顺序存储

2.2.1 线性表的顺序存储结构

顺序存储：把线性表的结点按逻辑顺序依次存放在一组地址连续的存储单元里。用这种方法存储的线性表简称顺序表。

顺序存储的线性表的特点：

- 线性表的逻辑顺序与物理顺序一致;
- 数据元素之间的关系是以元素在计算机内“物理位置相邻”来体现。

设有非空的线性表：$(a_1, a_2, \ldots a_n)$。顺序存储如图2-1所示。

非空的线性表：
$(a_1, a_2, \ldots a_n)$

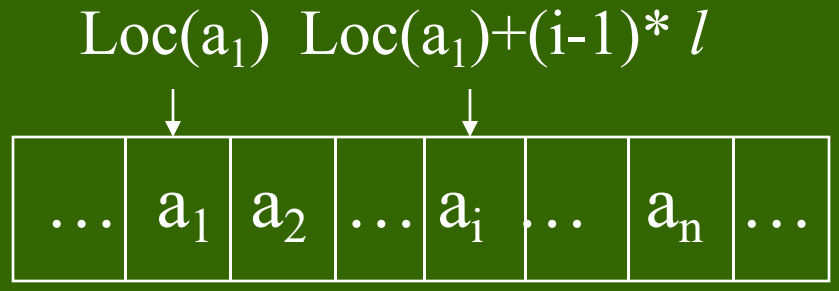


图2-1　线性表的顺序存储表示

在具体的机器环境下：设线性表的每个元素需占用*l*个存储单元，以所占的第一个单元的存储地址作为数据元素的存储位置。则线性表中第i+1个数据元素的存储位置$LOC(a_{i+1})$和第i个数据元素的存储位置$LOC(a_i)$之间满足下列关系：

$$LOC(a_{i+1})=LOC(a_i)+l$$

线性表的第i个数据元素a_i的存储位置为：

$$LOC(a_i)=LOC(a_1)+(i-1)*l$$

在高级语言(如C语言)环境下：数组具有随机存取的特性，因此，借助数组来描述顺序表。除了用数组来存储线性表的元素之外，顺序表还应该有表示线性表的长度属性，所以用结构类型来定义顺序表类型。

```
#define  OK   1
#define  ERROR   -1
#define  MAX_SIZE  100
typedef  int  Status ;
typedef  int  ElemType ;
typedef  struct  sqlist
   {   ElemType  Elem_array[MAX_SIZE] ;
       int    length ;
   } SqList ;
```

2.2.2 顺序表的基本操作

顺序存储结构中，很容易实现线性表的一些操作：初始化、赋值、查找、修改、插入、删除、求长度等。以下将对几种主要的操作进行讨论。

1 顺序线性表初始化

```
Status Init_SqList( SqList *L )
  {  L->elem_array=( ElemType
  * )malloc(MAX_SIZE*sizeof( ElemType ) ) ;
     if ( !L -> elem_array ) return  ERROR ;
     else {   L->length= 0 ;    return OK ;  }
  }
```

2　顺序线性表的插入

在线性表 $L=(a_1, \ldots a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_n)$ 中的第i(1≦i≦n)个位置上插入一个新结点e，使其成为线性表：

$L=(a_1, \ldots a_{i-1}, e, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_n)$

实现步骤

（1）将线性表L中的第i个至第n个结点后移一个位置。

（2）将结点e插入到结点a_{i-1}之后。

（3）线性表长度加1。

算法描述

```
Status Insert_SqList(Sqlist *L，int i，ElemType e)
  {  int j ;
     if ( i<0||i>L->length-1)  return  ERROR ;
     if (L->length>=MAX_SIZE)
        {   printf("线性表溢出!\n"); return ERROR ; }
     for ( j=L->length–1; j>=i-1; --j )
        L->Elem_array[j+1]=L->Elem_array[j];
           /*  i-1位置以后的所有结点后移  */
     L->Elem_array[i-1]=e;    /*  在i-1位置插入结点  */
     L->length++ ;
     return  OK ;
  }
```

时间复杂度分析

在线性表L中的第i个元素之前插入新结点，其时间主要耗费在表中结点的移动操作上，因此，可用结点的移动来估计算法的时间复杂度。

设在线性表L中的第i个元素之前插入结点的概率为P_i，不失一般性，设各个位置插入是等概率，则$P_i=1/(n+1)$，而插入时移动结点的次数为n-i+1。

总的平均移动次数： $E_{insert}=\sum p_i*(n-i+1)$ $(1\leqq i\leqq n)$

$\therefore E_{insert}=n/2$ 。

即在顺序表上做插入运算，平均要移动表上一半结点。当表长n较大时，算法的效率相当低。因此算法的平均时间复杂度为O(n)。

3　顺序线性表的删除

在线性表 $L=(a_1, \ldots a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_n)$ 中删除结点$a_i(1 \leqq i \leqq n)$，使其成为线性表：

$L=(a_1, \ldots a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n)$

实现步骤

（1）将线性表L中的第i+1个至第n个结点依此向前移动一个位置。

（2）线性表长度减1。

算法描述

```
ElemType  Delete_SqList(Sqlist *L，int i)
  { int  k ;  ElemType  x ;
```

```
if  (L->length==0)
    {  printf("线性表L为空!\n"); return ERROR;  }
else if ( i<1||i>L->length )
    {  printf("要删除的数据元素不存在!\n") ;
       return ERROR ; }
    else  {  x=L->Elem_array[i-1] ;   /*保存结点的值*/
       for ( k=i ;  k<L->length ; k++)
            L->Elem_array[k-1]=L->Elem_array[k];
                 /*  i位置以后的所有结点前移  */
       L->length--;  return (x);
       }
}
```

时间复杂度分析

删除线性表L中的第i个元素，其时间主要耗费在表中结点的移动操作上，因此，可用结点的移动来估计算法的时间复杂度。

设在线性表L中删除第i个元素的概率为P_i，不失一般性，设删除各个位置是等概率，则$P_i=1/n$，而删除时移动结点的次数为n-i。

则总的平均移动次数： $E_{delete}=\sum p_i*(n-i)$ $(1\leqq i\leqq n)$

$\therefore E_{delete}=(n-1)/2$ 。

即在顺序表上做删除运算，平均要移动表上一半结点。当表长n较大时，算法的效率相当低。因此算法的平均时间复杂度为O(n)。

4　顺序线性表的查找定位删除

在线性表 L= (a_1，a_2，…，a_n) 中删除值为x的第一个结点。

实现步骤

(1) 在线性表L查找值为x的第一个数据元素。

(2) 将从找到的位置至最后一个结点依次向前移动一个位置。

(3) 线性表长度减1。

算法描述

```
Status  Locate_Delete_SqList(Sqlist *L，ElemType x)
   /*  删除线性表L中值为x的第一个结点    */
  {  int  i=0 , k ;
```

```
    while  (i<L->length)      /*查找值为x的第一个结点*/
       {   if  (L->Elem_array[i]!=x )  i++ ;
           else
             {  for ( k=i+1; k< L->length; k++)
                    L->Elem_array[k-1]=L->Elem_array[k];
                L->length--;  break ;
             }
       }
    if  (i>L->length)
       {    printf("要删除的数据元素不存在!\n") ;
           return ERROR ;  }
    return  OK;
}
```

时间复杂度分析

时间主要耗费在数据元素的比较和移动操作上。

首先，在线性表L中查找值为x的结点是否存在；

其次，若值为x的结点存在，且在线性表L中的位置为i，则在线性表L中删除第i个元素。

设在线性表L删除数据元素概率为P_i，不失一般性，设各个位置是等概率，则$P_i=1/n$。

- 比较的平均次数：$E_{compare}=\sum p_i*i \quad (1\leqq i\leqq n)$

∴ $E_{compare}=(n+1)/2$ 。

- 删除时平均移动次数：$E_{delete}=\sum p_i*(n-i) \quad (1\leqq i\leqq n)$

∴ $E_{delete}=(n-1)/2$ 。 平均时间复杂度：$E_{compare}+E_{delete}=n$，即为O(n)

2.3 线性表的链式存储

2.3.1 线性表的链式存储结构

链式存储：用一组任意的存储单元存储线性表中的数据元素。用这种方法存储的线性表简称**线性链表**。

存储链表中结点的一组任意的存储单元可以是连续的，也可以是不连续的，甚至是零散分布在内存中的任意位置上的。

链表中结点的逻辑顺序和物理顺序不一定相同。

为了正确表示结点间的逻辑关系，在存储每个结点值的同时，还必须存储指示其直接后继结点的地址(或位置)，称为指针(pointer)或链(link)，这两部分组成了链表中的结点结构，如图2-2所示。

链表是通过每个结点的指针域将线性表的n个结点按其逻辑次序链接在一起的。

每一个结只包含一个指针域的链表，称为单链表。

为操作方便，总是在链表的第一个结点之前附设一个头结点(头指针)head指向第一个结点。头结点的数据域可以不存储任何信息(或链表长度等信息)。

data：数据域，存放结点的值。next：指针域，存放结点的直接后继的地址。

图2-2 链表结点结构

单链表是由表头唯一确定，因此单链表可以用头指针的名字来命名。

例1、线性表L=(bat，cat，eat，fat，hat)

其带头结点的单链表的逻辑状态和物理存储方式如图2-3所示。

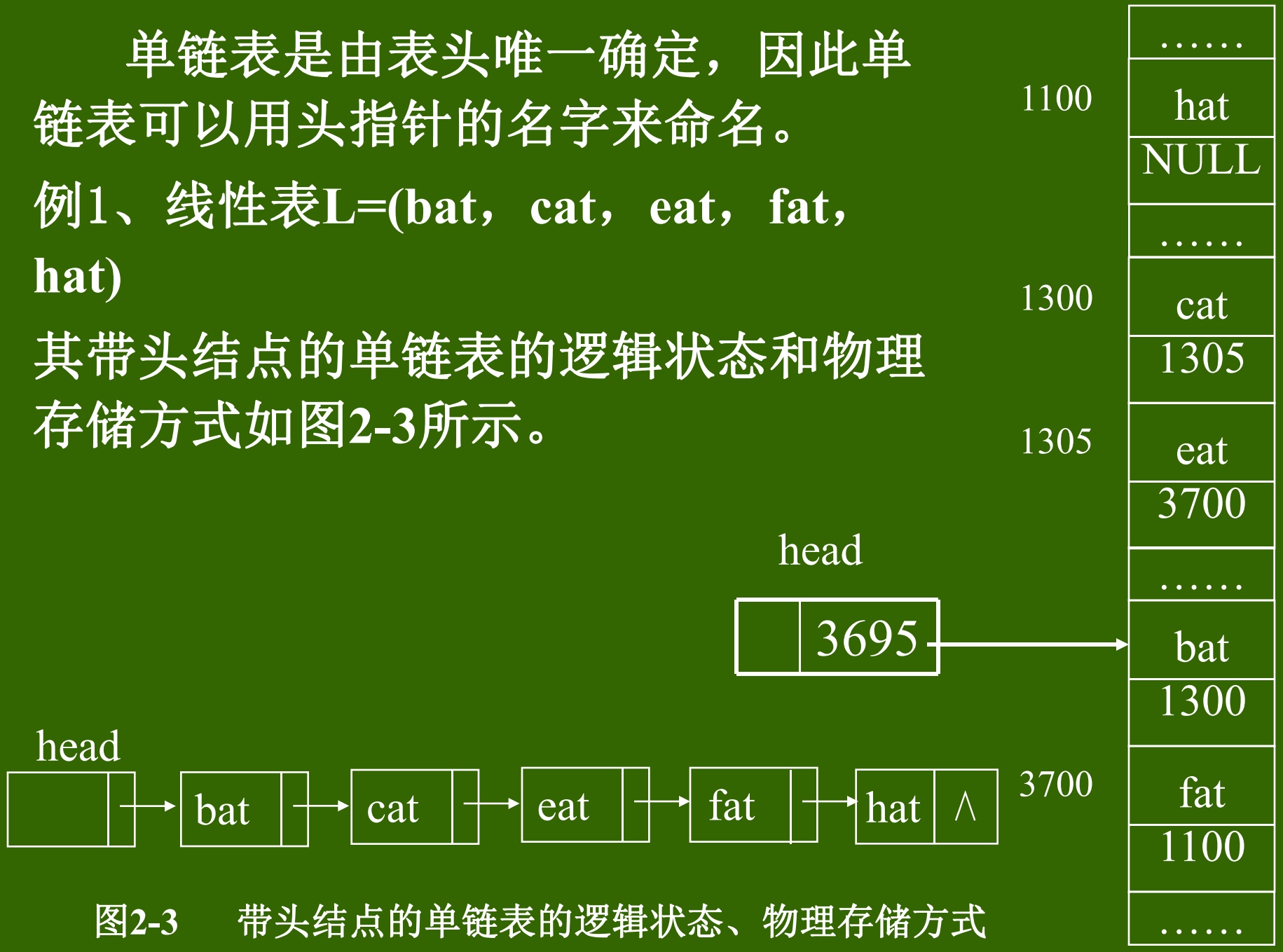


图2-3　带头结点的单链表的逻辑状态、物理存储方式

1 结点的描述与实现

C语言中用带指针的结构体类型来描述

```
typedef  struct  Lnode
  {   ElemType  data;     /*数据域，保存结点的值 */
      struct   Lnode  *next;     /*指针域*/
  }LNode;        /*结点的类型 */
```

2 结点的实现

结点是通过动态分配和释放来的实现，即需要时分配，不需要时释放。实现时是分别使用C语言提供的标准函数：malloc()，realloc()，sizeof()，free()。

动态分配　　p=(LNode*)malloc(sizeof(LNode));

函数malloc分配了一个类型为LNode的结点变量的空间，并将其首地址放入指针变量p中。

动态释放　free(p) ;

系统回收由指针变量p所指向的内存区。P必须是最近一次调用malloc函数时的返回值。

3　最常用的基本操作及其示意图

(1) 结点的赋值

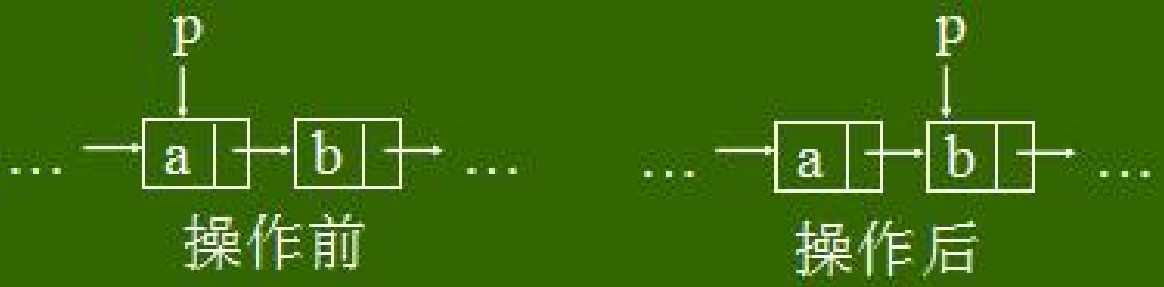
```
LNode  *p;
p=(LNode*)malloc(sizeof(LNode));
p->data=20;  p->next=NULL ;
```

(2) 常见的指针操作

① q=p ;

② q=p->next ;

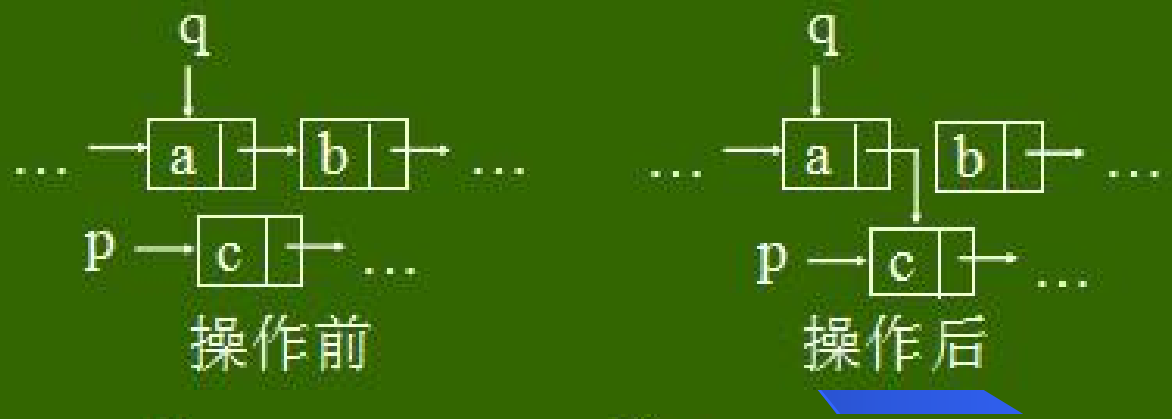
③ p=p->next ;



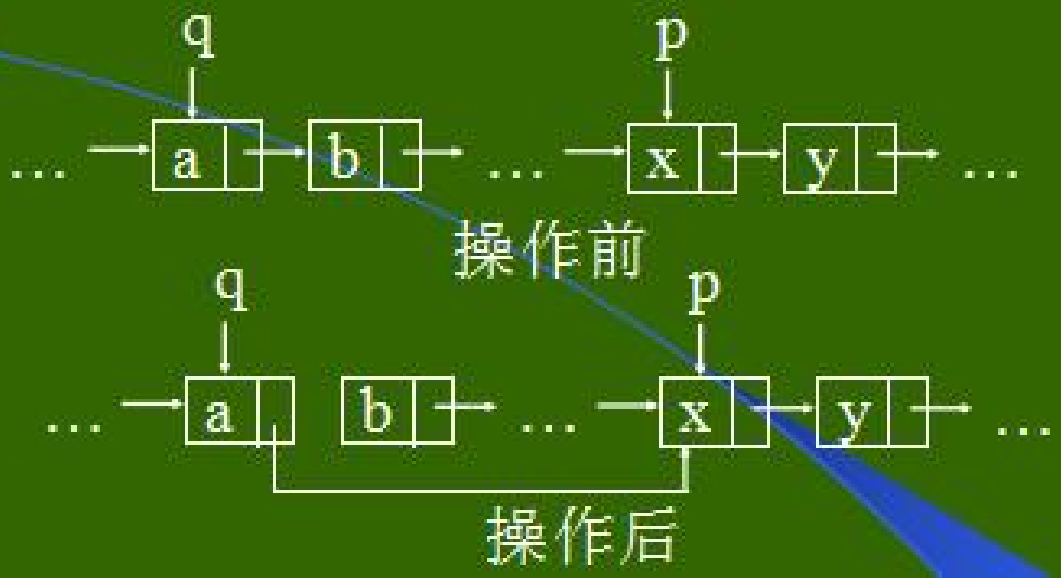
(2) 常见的指针操作

④ q->next=p ;

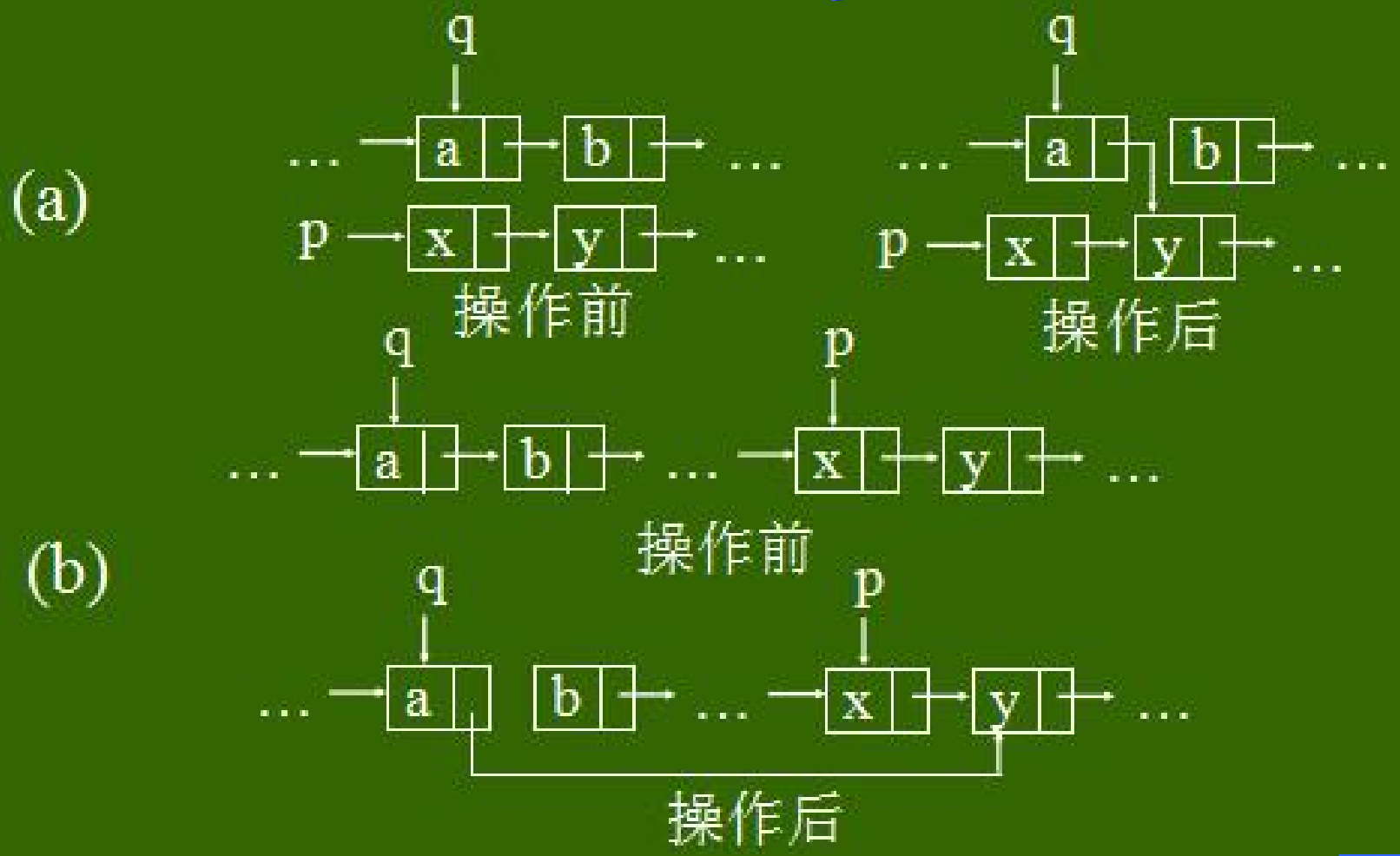
(a)



(b)

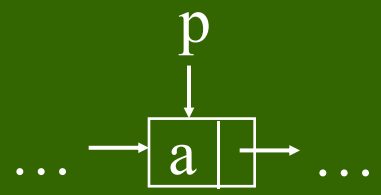


⑤ q->next=p->next ;

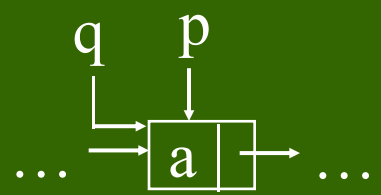


(2) 常见的指针操作

① q=p ;

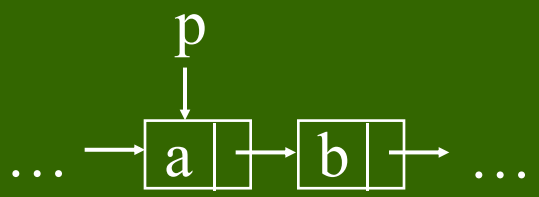


操作前

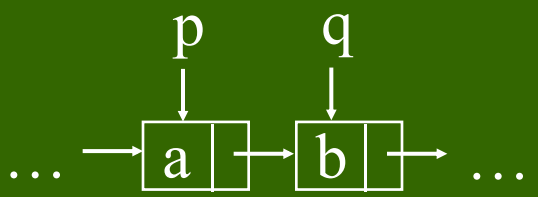


操作后

② q=p->next ;

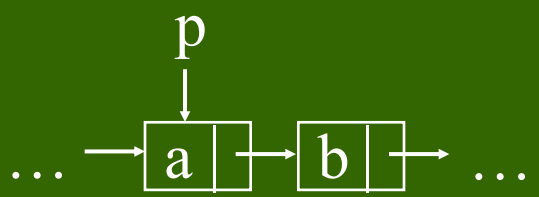


操作前

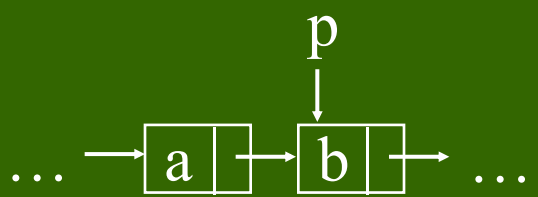


操作后

③ p=p->next ;



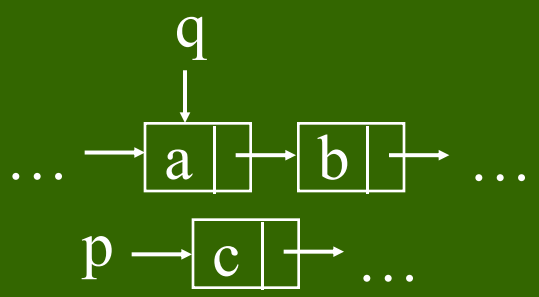
操作前



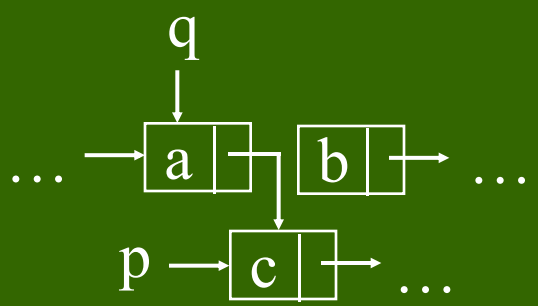
操作后

④ q->next=p ;

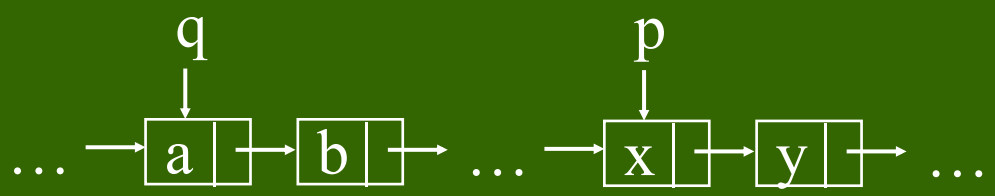
(a)



操作前



操作后



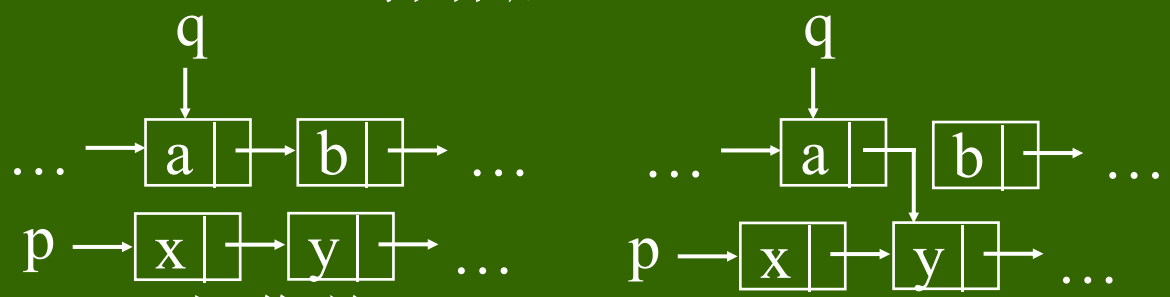
操作前

(b)

⑤ q->next=p->next ;

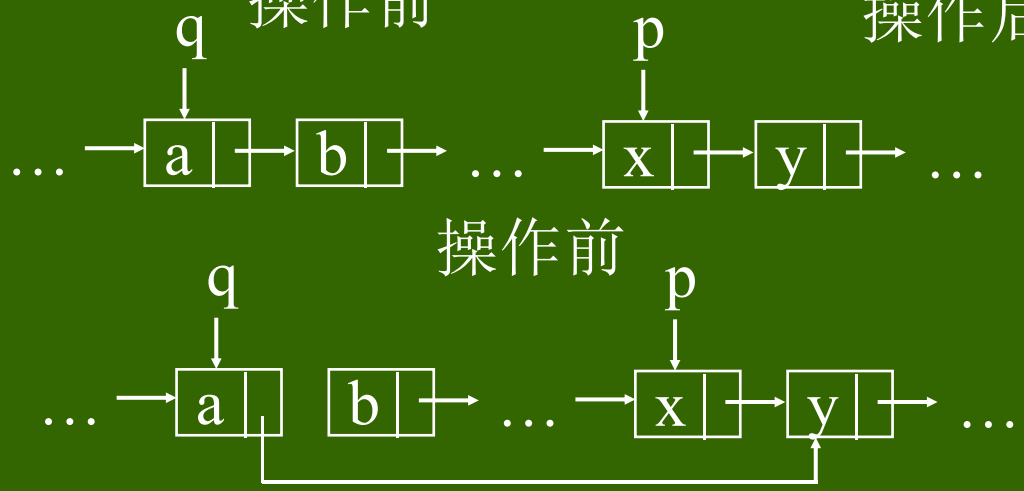
操作后

(a)



操作前　　操作后

(b)



操作前

操作后

2.3.2 单线性链式的基本操作

1 建立单链表

假设线性表中结点的数据类型是整型，以32767作为结束标志。动态地建立单链表的常用方法有如下两种：头插入法，尾插入法。

(1) 头插入法建表

从一个空表开始，重复读入数据，生成新结点，将读入数据存放到新结点的数据域中，然后将新结点插入到当前链表的表头上，直到读入结束标志为止。即每次插入的结点都作为链表的第一个结点。

算法描述

```
LNode  *create_LinkList(void)
  /*  头插入法创建单链表,链表的头结点head作为返回值  */
  {    int data ;
       LNode *head, *p;
       head= (LNode  *) malloc( sizeof(LNode));
       head->next=NULL;        /*  创建链表的表头结点head  */
       while (1)
          {   scanf("%d", &data) ;
              if (data==32767)  break ;
              p= (LNode  *)malloc(sizeof(LNode));
              p–>data=data;     /*  数据域赋值  */
```

```
            p–>next=head–>next ;  head–>next=p ;
                    /*  钩链，新创建的结点总是作为第一个结点  */
        }
    return (head);
}
```

(2)　尾插入法建表

头插入法建立链表虽然算法简单，但生成的链表中结点的次序和输入的顺序相反。若希望二者次序一致，可采用尾插法建表。该方法是将新结点插入到当前链表的表尾，使其成为当前链表的尾结点。

算法描述

```
LNode  *create_LinkList(void)
   /*  尾插入法创建单链表,链表的头结点head作为返回值  */
  {   int data ;
      LNode *head, *p, *q;
      head=p=(LNode  *)malloc(sizeof(LNode));
      p->next=NULL;        /*  创建单链表的表头结点head  */
      while (1)
         {    scanf("%d",& data);
            if (data==32767)  break ;
            q= (LNode  *)malloc(sizeof(LNode));
            q–>data=data;     /*   数据域赋值  */
            q–>next=p–>next;  p–>next=q; p=q ;
```

```
        /*钩链，新创建的结点总是作为最后一个结点*/
    }
    return (head);
}
```

无论是哪种插入方法，如果要插入建立的单线性链表的结点是n个，算法的时间复杂度均为O(n)。

对于单链表，无论是哪种操作，只要涉及到钩链(或重新钩链)，如果没有明确给出直接后继，钩链(或重新钩链)的次序必须是“先右后左”。

2 单链表的查找

(1) **按序号查找** 取单链表中的第i个元素。

对于单链表，不能象顺序表中那样直接按序号i访问结点，而只能从链表的头结点出发，沿链域next逐个结点往下搜索，直到搜索到第i个结点为止。因此，**链表不是随机存取结构**。

设单链表的长度为n，要查找表中第i个结点，仅当1≦i≦n时，i的值是合法的。

算法描述

```
ElemType   Get_Elem(LNode *L ,   int  i)
   {    int j ;   LNode *p;
        p=L->next;  j=1;      /*  使p指向第一个结点  */
        while  (p!=NULL && j<i)
           {   p=p–>next;  j++;  }        /*  移动指针p , j计数  */
        if  (j!=i)  return(-32768) ;
        else       return(p->data);
            /*   p为NULL 表示i太大;  j>i表示i为0  */
   }
```

移动指针p的频度：

i<1时： 0次; i∈[1,n]： i-1次； i>n： n次。

∴时间复杂度: O(n)。

(2) 按值查找

按值查找是在链表中，查找是否有结点值等于给定值key的结点？若有，则返回首次找到的值为key的结点的存储位置；否则返回NULL。查找时从开始结点出发，沿链表逐个将结点的值和给定值key作比较。

算法描述

```
LNode  *Locate_Node(LNode *L，  int key)
/*  在以L为头结点的单链表中查找值为key的第一个结点  */
    {   LNode *p=L–>next;
        while  ( p!=NULL&& p–>data!=key)    p=p–>next;
        if  (p–>data==key)   return p;
        else
            {    printf(“所要查找的结点不存在!!\n”);
                 retutn(NULL);
            }
        }
```

算法的执行与形参key有关，平均时间复杂度为O(n)。

3 单链表的插入

插入运算是将值为e的新结点插入到表的第i个结点的位置上，即插入到a_{i-1}与a_i之间。因此，必须首先找到a_{i-1}所在的结点p，然后生成一个数据域为e的新结点q，q结点作为p的直接后继结点。

算法描述

```
void  Insert_LNode(LNode *L，int i，ElemType e)
    /*  在以L为头结点的单链表的第i个位置插入值为e的结点 */
  {   int  j=0;  LNode *p，*q;
      p=L–>next ;
      while  ( p!=NULL&& j<i-1)
         {  p=p–>next;  j++;   }
```

```
    if  (j!=i-1)     printf("i太大或i为0!!\n ");
    else
       {  q=(LNode *)malloc(sizeof(LNode));
          q–>data=e;   q–>next=p–>next;
          p–>next=q;
       }
  }
```

设链表的长度为n，合法的插入位置是1≦i≦n。算法的时间主要耗费移动指针p上，故时间复杂度亦为O(n)。

4 单链表的删除

(1) 按序号删除

删除单链表中的第i个结点。

为了删除第i个结点a_i，必须找到结点的存储地址。该存储地址是在其直接前趋结点a_{i-1}的next域中，因此，必须首先找到a_{i-1}的存储位置p，然后令p–>next指向a_i的直接后继结点，即把a_i从链上摘下。最后释放结点a_i的空间，将其归还给“存储池”。

设单链表长度为n，则删去第i个结点仅当$1 \leqq i \leqq n$时是合法的。则当i=n+1时，虽然被删结点不存在，但其前趋结点却存在，是终端结点。故判断条件之一是p–>next!=NULL。显然此算法的时间复杂度也是O(n)。

算法描述

```
void  Delete_LinkList(LNode *L，  int i)
    /*  删除以L为头结点的单链表中的第i个结点    */
   {  int  j=1;  LNode *p，  *q;
      p=L;  q=L->next;
      while  ( p->next!=NULL&& j<i)
         {  p=q;  q=q–>next;  j++;  }
      if  (j!=i)     printf(“i太大或i为0!!\n ”);
      else
         {  p–>next=q–>next;   free(q);    }
   }
```

(2) 按值删除

删除单链表中值为key的第一个结点。

与按值查找相类似，首先要查找值为key的结点是否存在？若存在，则删除；否则返回NULL。

算法描述

```
void  Delete_LinkList(LNode *L，  int key)
   /*  删除以L为头结点的单链表中值为key的第一个结点  */
   {     LNode *p=L,  *q=L–>next;
       while  ( q!=NULL&& q–>data!=key)
           {  p=q;  q=q–>next;   }
       if  (q–>data==key)
           {  p->next=q->next;  free(q);   }
       else
           printf(“所要删除的结点不存在!!\n”);
   }
```

算法的执行与形参key有关，平均时间复杂度为O(n)。

从上面的讨论可以看出，链表上实现插入和删除运算，无需移动结点，仅需修改指针。解决了顺序表的插入或删除操作需要移动大量元素的问题。

变形之一：

删除单链表中值为key的所有结点。

与按值查找相类似，但比前面的算法更简单。

基本思想：从单链表的第一个结点开始，对每个结点进行检查，若结点的值为key，则删除之，然后检查下一个结点，直到所有的结点都检查。

算法描述

```
void  Delete_LinkList_Node(LNode *L，  int key)
   /*  删除以L为头结点的单链表中值为key的第一个结点  */
   {     LNode *p=L,  *q=L–>next;
        while  ( q!=NULL)
           {  if (q–>data==key)
                    {  p->next=q->next;  free(q);  q=p->next;  }
              else
                    {  p=q;  q=q–>next;   }
           }
   }
```

变形之二：

删除单链表中所有值重复的结点，使得所有结点的值都不相同。

与按值查找相类似，但比前面的算法更复杂。

基本思想：从单链表的第一个结点开始，对每个结点进行检查：检查链表中该结点的所有后继结点，只要有值和该结点的值相同，则删除之；然后检查下一个结点，直到所有的结点都检查。

算法描述

```
void  Delete_Node_value(LNode *L)
   /*  删除以L为头结点的单链表中所有值相同的结点  */
   {    LNode *p=L->next, *q, *ptr;
       while  ( p!=NULL)   /*  检查链表中所有结点  */
          {   *q=p, *ptr=p–>next;
              /*  检查结点p的所有后继结点ptr  */
              while (ptr!=NULL)
                  {  if (ptr–>data==p->data)
                         {  q->next=ptr->next;  free(ptr);
                            ptr=q->next;  }
                     else  {  q=ptr;  ptr=ptr–>next;   }
                  }
```

```
        p=p->next ;
    }
}
```

5 单链表的合并

设有两个有序的单链表，它们的头指针分别是La、Lb，将它们合并为以Lc为头指针的有序链表。合并前的示意图如图2-4所示。

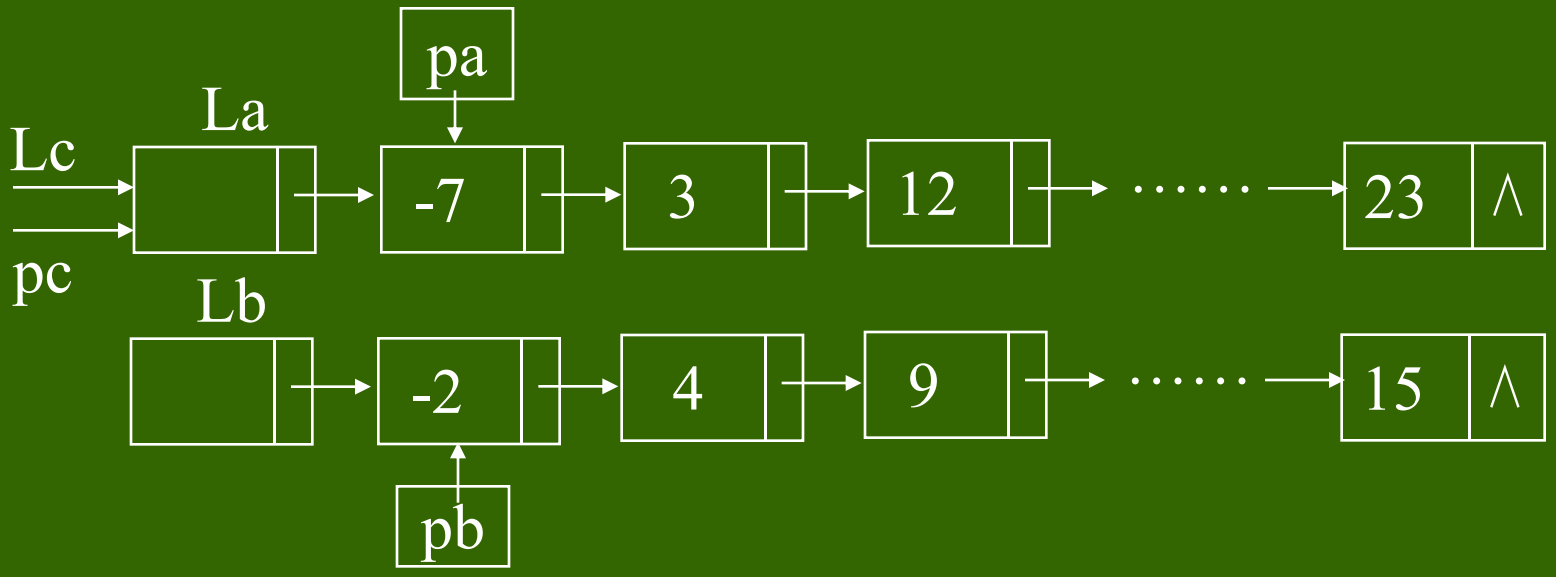


图2-4　两个有序的单链表La，Lb的初始状态

合并了值为-7，-2的结点后示意图如图2-5所示。

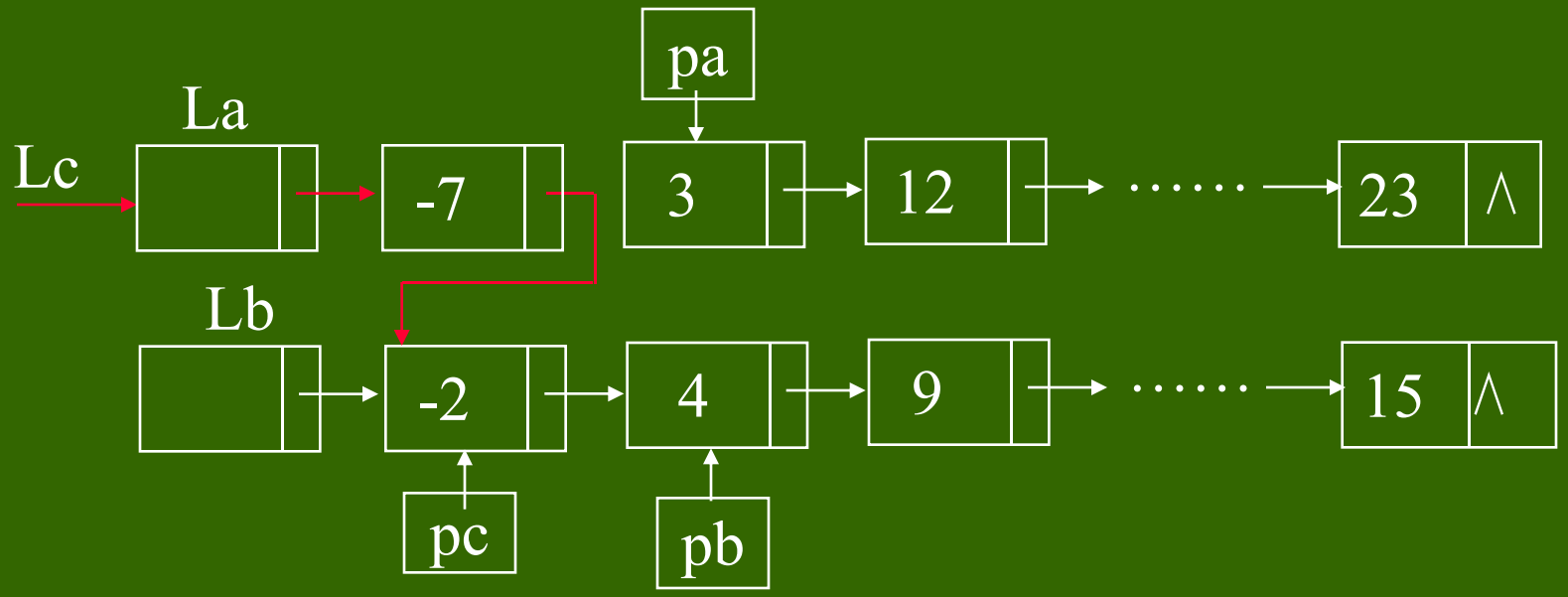


图2-5　合并了值为-7，-2的结点后的状态

算法说明

算法中pa，pb分别是待考察的两个链表的当前结点，pc是合并过程中合并的链表的最后一个结点。

算法描述

```
LNode  *Merge_LinkList(LNode *La，  LNode *Lb)
    /*  合并以La, Lb为头结点的两个有序单链表   */
   {    LNode *Lc,  *pa ,  *pb ,  *pc, *ptr ;
        Lc=La ;  pc=La  ;    pa=La->next ;  pb=Lb->next  ;
        while (pa!=NULL  && pb!=NULL)
            {  if  (pa->data<pb->data)
                    {   pc->next=pa ;  pc=pa ;   pa=pa->next  ;   }
               /*  将pa所指的结点合并，pa指向下一个结点  */
               if  (pa->data>pb->data)
                    {   pc->next=pb ;  pc=pb ;   pb=pb->next  ;   }
               /*  将pa所指的结点合并，pa指向下一个结点  */
```

```
        if  (pa->data==pb->data)
            {   pc->next=pa ;  pc=pa ;   pa=pa->next  ;
                ptr=pb ; pb=pb->next ; free(ptr) ;   }
        /*  将pa所指的结点合并，pb所指结点删除  */
    }
    if  (pa!=NULL)  pc->next=pa ;
   else   pc->next=pb ;    /*将剩余的结点链上*/
   free(Lb) ;
   return(Lc) ;
}
```

算法分析

若La，Lb两个链表的长度分别是m，n，则链表合并的时间复杂度为O(m+n)。

2.3.3 循环链表

循环链表(Circular Linked List)：是一种头尾相接的链表。其特点是最后一个结点的指针域指向链表的头结点，整个链表的指针域链接成一个环。

从循环链表的任意一个结点出发都可以找到链表中的其它结点，使得表处理更加方便灵活。

图2-6是带头结点的单循环链表的示意图。

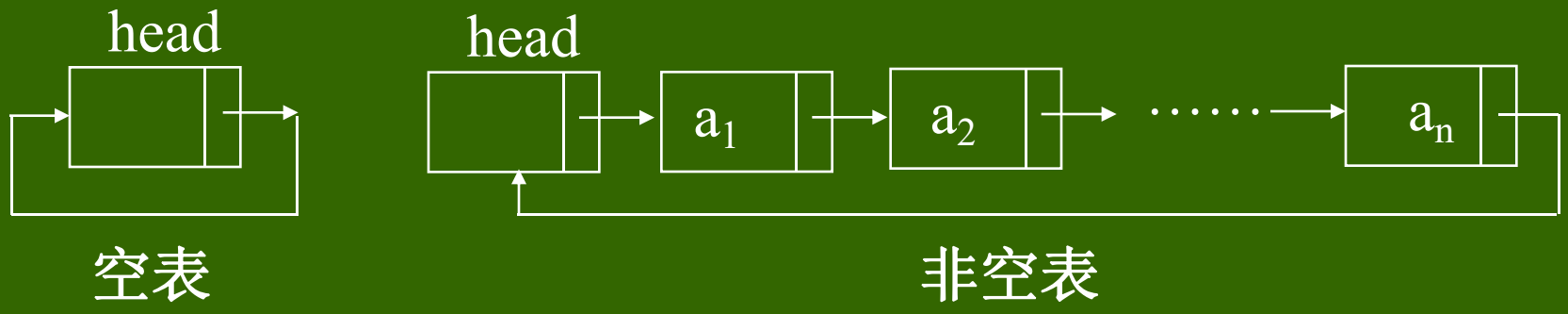


图2-6　单循环链表示意图

循环链表的操作

对于单循环链表，除链表的合并外，其它的操作和单线性链表基本上一致，仅仅需要在单线性链表操作算法基础上作以下简单修改：

(1) 判断是否是空链表：**head->next==head** ；

(2) 判断是否是表尾结点：**p->next==head** ；

2.4 双向链表

双向链表(Double Linked List)：指的是构成链表的每个结点中设立两个指针域：一个指向其直接前趋的指针域prior，一个指向其直接后继的指针域next。这样形成的链表中有两个方向不同的链，故称为双向链表。

和单链表类似，双向链表一般增加头指针也能使双链表上的某些运算变得方便。

将头结点和尾结点链接起来也能构成循环链表，并称之为双向循环链表。

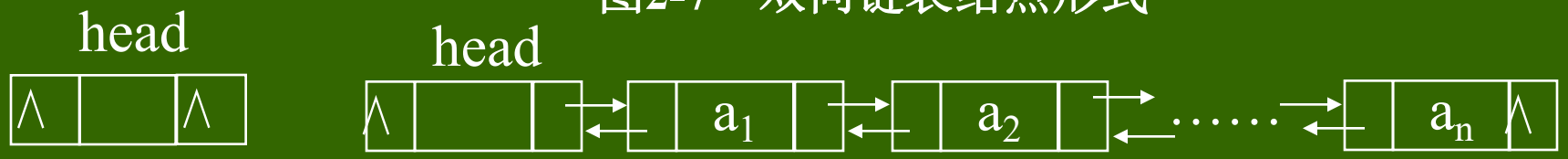
双向链表是为了克服单链表的单向性的缺陷而引入的。

1　双向链表的结点及其类型定义

双向链表的结点的类型定义如下。其结点形式如图2-7所示，带头结点的双向链表的形式如图2-8所示。

```
typedef struct Dulnode
    {    ElemType  data ;
         struct Dulnode  *prior , *next ;
    }DulNode ;
```

图2-7　双向链表结点形式



空双向链表　　非空双向链表

图2-8　带头结点的双向链表形式

双向链表结构具有对称性，设p指向双向链表中的某一结点，则其对称性可用下式描述：

(p->prior)->next=p=(p->next)->prior ;

结点p的存储位置存放在其直接前趋结点p->prior的直接后继指针域中，同时也存放在其直接后继结点p->next的直接前趋指针域中。

2 双向链表的基本操作

(1) 双向链表的插入 将值为e的结点插入双向链表中。插入前后链表的变化如图2-9所示。

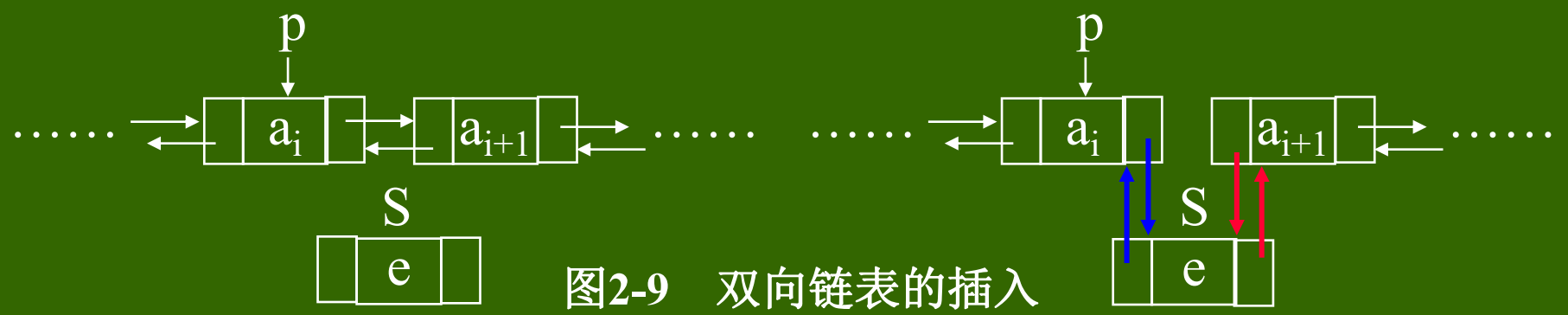


图2-9 双向链表的插入

① 插入时仅仅指出直接前驱结点，钩链时必须注意先后次序是：“先右后左”。部分语句组如下：

```
S=(DulNode *)malloc(sizeof(DulNode));
S->data=e;
S->next=p->next;   p->next->prior=S;
p->next=S;  S->prior=p;    /* 钩链次序非常重要   */
```

② 插入时同时指出直接前驱结点p和直接后继结点q，钩链时无须注意先后次序。部分语句组如下：

```
S=(DulNode *)malloc(sizeof(DulNode));
S->data=e;
p->next=S;        S->next=q;
S->prior=p;         q->prior=S;
```

(2) 双向链表的结点删除

设要删除的结点为p，删除时可以不引入新的辅助指针变量，可以直接先断链，再释放结点。部分语句组如下：

```
p->prior->next=p->next;
p->next->prior=p->prior;
free(p);
```

注意：

与单链表的插入和删除操作不同的是，在双向链表中插入和删除必须同时修改两个方向上的指针域的指向。

2.5 一元多项式的表示和相加

1 一元多项式的表示

一元多项式 $p(x)=p_0+p_1x+p_2x^2+\ldots+p_nx^n$，由n+1个系数唯一确定。则在计算机中可用线性表(p_0，p_1，p_2，…，p_n)表示。既然是线性表，就可以用顺序表和链表来实现。两种不同实现方式的元素类型定义如下：

(1) 顺序存储表示的类型

```
typedef struct
  { float  coef;   /*系数部分*/
    int    expn;   /*指数部分*/
  } ElemType ;
```

(2) 链式存储表示的类型

```
typedef struct ploy
  {  float coef ;    /*系数部分*/
     int   expn ;    /*指数部分*/
     struct ploy  *next ;
  } Ploy ;
```

2 一元多项式的相加

不失一般性，设有两个一元多项式：

$P(x)=p_0+p_1x+p_2x^2+\ \dots\ +p_nx^n$ ，

$Q(x)=q_0+q_1x+q_2x^2+\ \dots\ +q_mx^m$ $(m<n)$

$R(x)=P(x)+Q(x)$

$R(x)$由线性表$R((p_0+q_0)$，(p_1+q_1)，(p_2+q_2)，…，(p_m+q_m)，…，$p_n)$唯一表示。

(1) 顺序存储表示的相加

线性表的定义

```
typedef  struct
   {   ElemType  a[MAX_SIZE] ;
       int    length ;
   }Sqlist  ;
```

用顺序表示的相加非常简单。访问第5项可直接访问：L.a[4].coef ， L.a[4].expn

(2) 链式存储表示的相加

当采用链式存储表示时，根据结点类型定义，凡是系数为0的项不在链表中出现，从而可以大大减少链表的长度。

一元多项式相加的实质是：

- 指数不同： 是链表的合并。
- 指数相同： 系数相加，和为0，去掉结点，和不为0，修改结点的系数域。

算法之一：

就在原来两个多项式链表的基础上进行相加，相加后原来两个多项式链表就不在存在。当然再要对原来两个多项式进行其它操作就不允许了。

算法描述

```
Ploy  *add_ploy(ploy  *La，  ploy  *Lb)
  /*  将以La ，Lb为头指针表示的一元多项式相加  */
   {   ploy  *Lc , *pc , *pa , *pb ,*ptr ;   float  x ;
       Lc=pc=La ; pa=La->next ; pb=Lb->next ;
       while (pa!=NULL&&pb!=NULL)
          {  if  (pa->expn<pb->expn)
                {  pc->next=pa ; pc=pa ; pa=pa->next ;    }
                  /*  将pa所指的结点合并，pa指向下一个结点  */
              if  (pa->expn>pb->expn)
                {  pc->next=pb ; pc=pb ;  pb=pb->next ;    }
                  /*  将pb所指的结点合并，pb指向下一个结点  */
```

```
else
   {  x=pa->coef+pb->coef ;
      if  (abs(x)<=1.0e-6)
          /*  如果系数和为0，删除两个结点  */
         {  ptr=pa ; pa=pa->next ;  free(ptr) ;
            ptr=pb ; pb=pb->next ;  free(ptr) ;  }
      else     /*  如果系数和不为0，修改其中一个结点的系数域，删除另一个结点  */
         {   pc->next=pa ; pa->coef=x ;
             pc=pa ; pa=pa->next ;
             ptr=pb ; pb=pb->next ; free(pb) ;
         }
```

```
        }
    }     /* end of while */
  if  (pa==NULL)  pc->next=pb ;
  else  pc->next=pa ;
  return (Lc) ;
}
```

算法之二：

对两个多项式链表进行相加，生成一个新的相加后的结果多项式链表，原来两个多项式链表依然存在，不发生任何改变，如果要再对原来两个多项式进行其它操作也不影响。

算法描述

```
Ploy  *add_ploy(ploy  *La，  ploy  *Lb)
  /*  将以La ，Lb为头指针表示的一元多项式相加，生成一个新的结果多项式  */
   {   ploy  *Lc , *pc , *pa , *pb , *p ;   float  x ;
       Lc=pc=(ploy *)malloc(sizeof(ploy)) ;
       pa=La->next ; pb=Lb->next ;
       while (pa!=NULL&&pb!=NULL)
          {  if  (pa->expn<pb->expn)
                {  p=(ploy *)malloc(sizeof(ploy)) ;
                   p->coef=pa->coef ; p->expn=pa->expn ;
                   p->next=NULL ;
```

```
        /* 生成一个新的结果结点并赋值 */
        pc->next=p ; pc=p ; pa=pa->next ;
    }
    /* 生成的结点插入到结果链表的最后，pa指向下一个结点 */
if (pa->expn>pb->expn)
  { p=(ploy *)malloc(sizeof(ploy)) ;
    p->coef=pb->coef ; p->expn=pb->expn ;
    p->next=NULL ;
        /* 生成一个新的结果结点并赋值 */
     pc->next=p ; pc=p ; pb=pb->next ;
    }   /* 生成的结点插入到结果链表的最后，pb指向下一个结点 */
```

```
if  (pa->expn==pb->expn)
    {  x=pa->coef+pb->coef ;
       if  (abs(x)<=1.0e-6)
            /*  系数和为0，pa, pb分别直接后继结点  */
          {  pa=pa->next ; pb=pb->next ;  }
       else    /*  若系数和不为0，生成的结点插入到结果链表的最后，  pa, pb分别直接后继结点  */
          {  p=(ploy *)malloc(sizeof(ploy)) ;
             p->coef=x ; p->expn=pb->expn ;
             p->next=NULL ;
                /*  生成一个新的结果结点并赋值  */
             pc->next=p ; pc=p ;
             pa=pa->next ; pb=pb->next ;
```

```
                }
            }
    }     /* end of while */
if  (pb!=NULL)
    while(pb!=NULL)
        {   p=(ploy *)malloc(sizeof(ploy)) ;
            p->coef=pb->coef ; p->expn=pb->expn ;
            p->next=NULL ;
                /*  生成一个新的结果结点并赋值  */
              pc->next=p ; pc=p ; pb=pb->next ;
        }
```

```
    if  (pa!=NULL)
        while(pa!=NULL)
            {   p=(ploy *)malloc(sizeof(ploy)) ;
                p->coef=pb->coef ; p->expn=pa->expn ;
                p->next=NULL ;
                    /*  生成一个新的结果结点并赋值  */
                pc->next=p ; pc=p ; pa=pa->next ;
            }
    return (Lc) ;
}
```

习 题 二

1　简述下列术语：线性表，顺序表，链表。

2　何时选用顺序表，何时选用链表作为线性表的存储结构合适?各自的主要优缺点是什么?

3　在顺序表中插入和删除一个结点平均需要移动多少个结点?具体的移动次数取决于哪两个因素?

4　链表所表示的元素是否有序?如有序，则有序性体现于何处?链表所表示的元素是否一定要在物理上是相邻的?有序表的有序性又如何理解?

5　设顺序表L是递增有序表，试写一算法，将x插入到L中并使L仍是递增有序表。

6　写一求单链表的结点数目ListLength(L)的算法。

7 写一算法将单链表中值重复的结点删除，使所得的结果链表中所有结点的值均不相同。

8　写一算法从一给定的向量A删除值在x到y(x≤y)之间的所有元素(注意：x和y是给定的参数，可以和表中的元素相同，也可以不同)。

9 设A和B是两个按元素值递增有序的单链表，写一算法将A和B归并为按按元素值递减有序的单链表C，试分析算法的时间复杂度。