1-1

3.

下列各命题的否定是什么？

a) Steve 的笔记本电脑有大于 100GB 的空闲磁盘空间。

b) Zach 阻止来自 Jennifer 的邮件和短信。

c) $7 \cdot 11 \cdot 13 = 999$。

d) Diane 周日骑自行车骑了 100 英里[⊖]。

答：

a) Steve 的笔记本电脑没有大于100GB的空闲磁盘空间。

b) Zach没有阻止来自Jennifer的邮件或者他没有阻止来自Jennifer的短信。

c) 7×11×13 != 999 。

d) Diane没有在周日骑了100英里自行车。

5.

令 p 和 q 分别表示命题“在新泽西海岸游泳是允许的”和“在海岸附近发现过鲨鱼”。试用汉语表达下列每个复合命题。

a) $\neg q$　　b) $p \wedge q$　　c) $\neg p \vee q$

d) $p \to \neg q$　　e) $\neg q \to p$　　f) $\neg p \to \neg q$

g) $p \leftrightarrow \neg q$　　h) $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$

p:"在新泽西海岸游泳是允许的"；q："在海岸附近发现过鲨鱼"

答：

a) $\neg q$:“在海岸附近没有发现过鲨鱼”

b) $p \wedge q$:“在新泽西海岸游泳是允许的，并且在海岸附近发现过鲨鱼“

c) $\neg p \vee q$:在新泽西海岸游泳是不允许的，或者在海岸附近发现过鲨鱼

d) $p \to \neg q$:如果在新泽西海岸游泳是允许的，那么在海岸附近没有发现过鲨鱼

e) $\neg q \to p$:如果在海岸附近没有发现过鲨鱼，那么在新泽西海岸游泳是允许的

f) $\neg p \to \neg q$:如果在新泽西海岸游泳是不允许的，那么在海岸附近没有发现过鲨鱼

g) $p \leftrightarrow \neg q$: 在新泽西海岸游泳是允许的当且仅当在海岸附近没有发现过鲨鱼

h) $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$:在新泽西海岸游泳是不允许的，并且或者在新泽西海岸游泳是允许的或者在海岸附近没有发现过鲨鱼

7.

令 p、q 为如下命题：

p：你的车速超过每小时 65 英里(1 英里＝1.6 公里)。

q：你接到一张超速罚单。

用 p、q 和逻辑联结词(包括否定)写出下列命题：

a)你的车速没有超过每小时 65 英里。

b)你的车速超过每小时 65 英里，但没接到超速罚单。

c)如果你的车速超过每小时 65 英里，你将接到一张超速罚单。

d)如果你的车速不超过每小时 65 英里，你就不会接到超速罚单。

e)车速超过每小时 65 英里足以接到超速罚单。

f)你接到一张超速罚单，但你的车速没超过每小时 65 英里。

g)只要你接到一张超速罚单，你的车速就超过每小时 65 英里。

解:

a) $\neg p$

b) $p \wedge \neg q$

c) $p \rightarrow q$

d) $\neg p \rightarrow \neg q$

e) $p \rightarrow q$

f) $\neg p \wedge q$

g) $q \rightarrow p$

8.

令 p、q、r 为如下命题：

p：在这个地区发现过灰熊。

q：在乡间小路上徒步旅行是安全的。

r：乡间小路两旁的草莓成熟了。

用 p、q、r 和逻辑联结词(包括否定)写出下列命题：

a)乡间小路两旁的草莓成熟了，但在这个地区没有发现过灰熊。

b)在这个地区没有发现过灰熊，且在乡间小路上徒步旅行是安全的，但乡间小路两旁的草莓成熟了。

c)如果乡间小路两旁的草莓成熟了，徒步旅行是安全的当且仅当在这个地区没有发现过灰熊。

d)在乡间小路上徒步旅行是不安全的，但在这个地区没有发现过灰熊且小路两旁的草莓成熟了。

e)为了使在乡间小路上旅行很安全，其必要但非充分条件是乡间小路两旁的草莓没有成熟且在这个地区没有发现过灰熊。

f)无论何时在这个地区发现过灰熊且乡间小路两旁的草莓成熟了，在乡间小路上徒步旅行就不安全。

解:

a) $r \wedge \neg p$

b) $\neg p \wedge q \wedge r$

c) $r \rightarrow (q \leftrightarrow \neg p)$

d) $\neg q \wedge \neg p \wedge r$

e) $(q \rightarrow (\neg r \wedge \neg p)) \wedge \neg((\neg r \wedge \neg p) \rightarrow q)$

f) $(p \wedge r) \rightarrow \neg q$

12.

把下列语句写成“如果 p，那么 q”的形式。[提示：参考条件语句的常用表达方式。]

a)只要吹东北风，就会下雪。

b)苹果树会开花，如果天暖持续一周。

c)活塞队赢得冠军就意味着他们打败了湖人队。

d)必须走 8 英里才能到达朗斯峰的顶峰。

e)想要得到终身教授职位，只要能世界闻名就够了。

f)如果你驾车超过 400 英里，就需要买汽油了。

g)你的保修单是有效的，只有当你购买的 CD 机不超过 90 天。

h)Jan 要去游泳，除非水太凉了。

解：

a) 如果吹东北风，那么就会下雪。
b）如果天暖持续一周，那么苹果树会开花。
c）如果活塞队赢得了冠军，那么他们打败了湖人队。
d）如果要到达朗玛峰的顶峰，那么必须走8英里。
e）如果能闻名世界，那么就能得到终身教授职位。
f）如果你驾车超过400英里，那么你就需要买 汽油了。
g）如果你的保修单是有效的，那么你购买的CD机不超过90天。
h）如果水不太凉，那么Jan就要去游泳。

19.

构造下列各复合命题的真值表。

a) $p \to (\neg q \vee r)$

b) $\neg p \to (q \to r)$

c) $(p \to q) \vee (\neg p \to r)$

d) $(p \to q) \wedge (\neg p \to r)$

e) $(p \leftrightarrow q) \vee (\neg q \leftrightarrow r)$

f) $(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$

真值表：

	p	q	r	$p \to (\neg q \vee r)$	$\neg p \to (q \to r)$	$(p \to q) \vee (\neg p \to r)$
1	T	T	T	T	T	T
2	T	T	F	F	T	T
3	T	F	T	T	T	T
4	F	T	T	T	T	T
5	T	F	F	T	T	T
6	F	T	F	T	F	T
7	F	F	T	T	T	T
8	F	F	F	T	T	T

(续)

	$(p \to q) \wedge (\neg p \to r)$	$(p \leftrightarrow q) \vee (\neg q \leftrightarrow r)$	$(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$
1	T	T	T
2	T	T	F
3	F	T	T
4	T	F	F
5	F	F	F
6	F	T	T
7	T	T	F
8	F	T	T

1-2

4.

使用命题 p“对消息进行病毒扫描”和 q“消息来自一个未知的系统”以及逻辑联结词(包括否定)来表达下列系统规范说明。

a)“每当消息来自一个未知的系统时，就对消息进行病毒扫描。”

b)“消息来自一个未知的系统，但不对消息进行病毒扫描。”

c)“每当消息来自一个未知的系统时，就有必要对消息进行病毒扫描。”

d)“当消息不是来自一个未知的系统时，就不对消息进行病毒扫描。”

a) $q \to p$

b) q ∧ ¬ p

c) q → p

d) ¬ q → ¬ p

5.

下列系统规范说明一致吗？“系统处于多用户状态当且仅当系统运行正常。如果系统运行正常，则它的核心程序起作用。核心程序不起作用，或者系统处于中断模式。如果系统不处于多用户状态，它就处于中断模式。系统不处在中断模式。”

答：不一致。

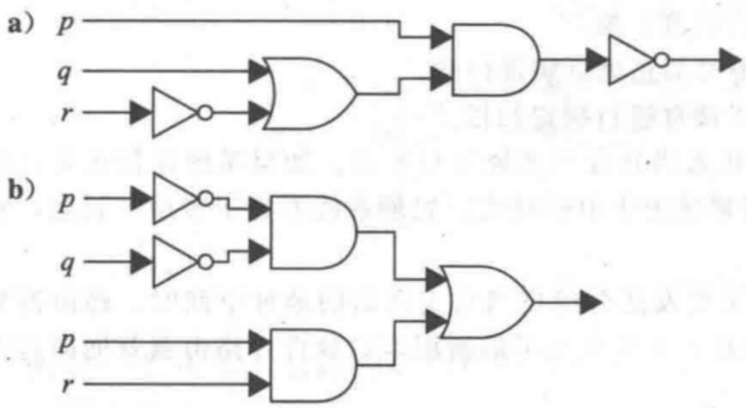
6.

下列系统规范说明一致吗？“路由器能向边缘系统发送分组仅当它支持新的地址空间时。路由器要支持新的地址空间，就必须要安装最新版本的软件。如果安装了最新版本的软件，路由器就能向边缘系统发送分组。路由器不支持新的地址空间。”

答：一致。

21.

21. 找出每个组合电路的输出。



a) 输出 ¬ (p ∧ (q ∨ ¬ r))

b) 输出 (¬ p ∧ ¬ q) ∨ (p ∧ r)

1-3

3.

用真值表验证分配律。

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

真值表：

p	q	r	p∧ (q∨r)	(p∧q)∨(p∧r)
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
T	F	T	T	T
F	F	F	F	F
F	F	T	F	F
F	T	T	F	F
F	T	F	F	F

故可验证p∧ (q∨r) ≡ (p∧q)∨(p∧r)

5.

用真值表证明下列各条件语句为永真式。

a) $(p \wedge q) \rightarrow p$

b) $p \rightarrow (p \vee q)$

c) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

d) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

e) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$

f) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$

真值表：

p	q	(p∧ q)→ p	¬ p→ (p→ q)	¬ (p→q)→ p
T	T	T	T	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

(p∧q)→ (p→q)	¬(p→q)→p	¬(p→q)→¬q
T	T	T
T	T	T
T	T	T
T	T	T

故可验证

a)(p∧ q)→ p

b)¬ p→ (p→ q)

c)¬ (p→q)→ p

d) (p∧q)→ (p→q)

e) ¬(p→q)→p

f) ¬(p→q)→¬q

为永真式。

7.

用真值表验证吸收律。

a) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

b) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

真值表：

p	**q**	**p∨(p∧q)**	**p∧(p∨q)**
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	F	F

故可验证吸收律：

p∨(p∧q) ≡ p 和 p∧(p∨q) ≡ p

12.证明(p→ r) ∧ (q → r) 和 (p ∨ q) → r 逻辑等价

> 左边 ≡ (¬ p ∨ r) ∧ (¬ q ∨ r)
>
> ≡ (¬ p ∧ ¬ q) ∨ r
>
> ≡ ¬ (p ∨ q) ∨ r
>
> ≡ (p ∨ q) → r
>
> ≡ 右边

13.证明(p→ r) ∨ (q → r) 和 (p ∧ q) → r 逻辑等价

> 左边 ≡ (¬ p ∨ r) ∨ (¬ q ∨ r)
>
> ≡ (¬ p ∨ ¬ q) ∨ r
>
> ≡ ¬ (p ∧ q) ∨ r
>
> ≡ (p ∧ q) → r
>
> ≡ 右边

15.

验证(p→q)∧(q→r)→(p→r)为永真式

> 原式 $\equiv(\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee r)\to(\neg p\vee r)$
>
> $\equiv\neg[(\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee r)]\vee(\neg p\vee r)$
>
> $\equiv\neg(\neg p\vee q)\vee\neg(\neg q\vee r)\vee(\neg p\vee r)$
>
> $\equiv(p\wedge\neg q)\vee(q\wedge\neg r)\vee(\neg p\vee r)$
>
> $\equiv[(p\wedge\neg q)\vee\neg p]\vee[(q\wedge\neg r)\vee r]$
>
> $\equiv[(p\vee\neg p)\wedge(\neg q\vee\neg p)]\vee[(q\vee r)\wedge(\neg r\vee r)]$
>
> $\equiv[T\wedge(\neg q\vee\neg p)]\vee[(q\vee r)\wedge T]$
>
> $\equiv(\neg q\vee\neg p)\vee(q\vee r)$
>
> $\equiv(\neg q\vee q)\vee\neg p\vee r$
>
> $\equiv T\vee\neg p\vee r$
>
> $\equiv T$
>
> 为永真式。

21.

试找出一个含命题变元 p、q 和 r 的复合命题，在 p、q 和 r 中恰有两个为真时该命题为真，否则为假。[提示：构造合取式的析取。将使命题为真的每一种真值组合构成一个合取式。每个合取式都应包含三个命题变元或它们的否定。]

根据题意使命题为真的小项为m_{110},m_{101},m_{011}

所以析取范式得 $(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)$ 即为题解。

1-4

1.

令 $P(x)$表示语句“$x\leq 4$”。下列各项的真值是什么？

a) $P(0)$　　b) $P(4)$　　c) $P(6)$

P(x)表示“$x\leq 4$”.

a)P(0)为真(T)　b)P(4)为真(T)　c)P(6)为假(F)

3.

令 $P(x)$为语句“x 在每个工作日都花 5 个多小时上课”，其中 x 的论域是全体学生。用汉语表达下列各量化式。

a) $\exists xP(x)$　　b) $\forall xP(x)$

c) $\exists x\neg P(x)$　　d) $\forall x\neg P(x)$

解：

a)有一个学生在每个工作日都花5个多小时上课

b)全体学生在每个工作日都花5个多小时上课

c)有一个学生没有在每个工作日花5个多小时上课

d)全体学生都没有在每个工作日花5个多小时上课

5.

令 $P(x)$ 为语句“x 会说俄语”，$Q(x)$ 为语句“x 了解计算机语言 C++”。用 $P(x)$、$Q(x)$、量词和逻辑联结词表示下列各句子。量词的论域为你校全体学生的集合。

a)你校有个学生既会说俄语又了解 C++。

b)你校有个学生会说俄语但不了解 C++。

c)你校所有学生或会说俄语或了解 C++。

d)你校没有学生会说俄语或了解 C++。

解：

a) ∃ x (P(x) ∧ Q(x))

b) ∃ x (P(x) ∧ ¬ Q(x))

c) ∀ x (P(x) ∨ Q(x))

d) ∀ x ¬ (P(x) ∨ Q(x))

7.

如果论域为整数集合，判断下列各语句的真值。

a) $\forall n(n+1>n)$　　b) $\exists n(2n=3n)$

c) $\exists n(n=-n)$　　d) $\forall n(3n\leqslant 4n)$

a) T　　b) T　　c) T　　d) F

12.

使用谓词、量词和逻辑联结词，以两种方式将下列语句翻译成逻辑表达式。首先，令论域为班上的学生；其次，令论域为所有人。

a)班上有人会说印地语。

b)班上的每个人都很友好。

c)班上有个学生不是出生在加利福尼亚。

d)班上有个学生曾演过电影。

e)班上没有学生上过逻辑编程课程。

解：

情况一：令论域为班上全体学生；情况二：令论域为所有人。

a) 令P(x) 表示x会说印地语， Q(x) 表示x在班上

一：∃ x P(x)　　二：∃ x (Q(x) ∧ P(x))

b) 令P(x)表示x很友好，Q(x) 表示x在班上

一：∀ x P(x)　　二：∀ x (Q(x) → P(x))

c) 令P(x) 表示x出生在加利福尼亚，Q(x) 表示x在班上

一：∃ x (¬ P(x))　　二：∃ x (Q(x) ∧ ¬ P(x))

d) 令 P(x)表示x曾演过电影，Q(x) 表示x在班上

一：$\exists x\ P(x)$　　　　　二：$\exists x\ (Q(x) \land P(x))$

e) 令P(x) 表示x上过逻辑编程课程，Q(x) 表示x在班上

一：$\forall x\ \neg P(x)$　　　　　二：$\forall x\ (Q(x) \to \neg P(x))$

19.

用谓词和量词表达下列语句。

a)航空公司的一位乘客可以被确认为贵宾资格，如果该乘客在一年中飞行里程超过 25 000 英里，或在一年内乘坐航班次数超过 25 次。

b)一名男选手可获准参加本次马拉松比赛，如果他以往最好成绩在 3 小时内；而一名女选手可获准参加马拉松比赛，如果她以往最好成绩在 3.5 小时内。

c)一名学生要想取得硕士学位，必须至少修满 60 个学分，或至少修满 45 个学分并通过硕士论文答辩，并且所有必修课程的成绩不低于 *B*。

d)有某个学生在一个学期内修了 21 个学分课程并且成绩都为 *A*。

解：

a) 令A(x)表示x是航空公司指定年份的贵宾乘客，B(x,y) 表示乘客x在一年中飞行里程超过y英里，C(x,y)表示乘客x在一年内乘坐航班次数超过y次。

所以$\forall x\ ([B(x,25000) \lor C(x,25)] \to A(x))$

b) 令A(x)表示某人x可以参加本次马拉松比赛，B(x) 表示某人x是男的，C(x,y)表示某人x以往最好成绩在y小时内。

所以$\forall x\ (((B(x) \land C(x,3)) \lor (\neg B(x) \land C(x,3.5))) \to A(x))$

c) 令A(x)表示学生x取得硕士学位，B(y)表示学生至少修满y个学分，C(x) 表示x通过硕士论文答辩，D(z, y)表示学生在必修课程z上的成绩不低于y。

所以$\forall x\ A(x) \to (B(60) \lor (B(45) \land C(x))) \land \forall z\ D(z,B)$

d) 令S(x,y)表示学生x在一个学期内修了y个学分课程，B(x，y)表示x的成绩都为y。

所以$\exists x\ (S(x,21) \land B(x,A))$

1-6

3.

使用推理规则证明前提“Randy 很用功”、“如果 Randy 很用功，则他是一个笨孩子”以及“如果 Randy 是一个笨孩子，则他不会得到工作”蕴含着结论“Randy 不会得到工作”。

设a 是“Randy很用功”，b是“Randy是个笨孩子”，c是“Randy不会得到工作”

证明：

步骤	理由
1, a	前提引入
2, $a \to b$	前提引入
3, b	假言推理，用1, 2
4, $b \to c$	前提引入
5, c	假言推理，用3, 4

5.

对下列的每组前提，可以得出什么样的相关结论？试解释从前提获得每个结论时所使用的推理规则。

a)“如果我某天休假，则那天下雨或下雪”。“我在周二休假或在周四休假”。“周二出太阳”。“周四未下雪。”

b)“如果我吃了辣的食物，则我会做奇怪的梦”。“如果我睡觉时打雷，则我会做奇怪的梦”。“我没有做奇怪的梦。”

c)“我或者聪明或者幸运。”“我不幸运。”“如果我幸运，则我将赢得大奖。”

d)“每个主修计算机科学的人都有一台个人计算机。”“Ralph 没有个人计算机。”“Ann 有一台个人计算机。”

e)“对公司有利的就对美国有利。”“对美国有利的就对你有利。”“对公司有利的就是你购买许多东西。”

f)“所有的啮齿类动物都啃咬它们的食物。”“老鼠是啮齿类动物。”“野兔不啃咬它们的食物。”“蝙蝠不是啮齿类动物。”

解：

a) 有效结论是“我周二没有休假” “我周四休假了” “周四下雨了”

b) 有效结论是“我没有吃过辣的食物并且没有打雷”

c) 有效结论是“我是聪明的”

d) 有效结论是“Ralph 不是主修计算机科学的学生”

e) 有效结论是你购买许多东西对美国有利而且对你有利”

f) 有效结论是“老鼠啃咬它们的食物和兔子不是鼠类”

8.

判断下列论证是否正确并解释原因。

a)班上的所有学生都懂逻辑。Xavier 是这个班上的学生。因此，Xavier 也懂逻辑。

b)每个计算机专业的学生都要学离散数学。Natasha 在学离散数学，因此，Natasha 是计算机专业的。

c)所有鹦鹉都喜欢水果。我养的鸟不是鹦鹉，因此，我养的鸟不喜欢水果。

d)每天吃麦片的人都很健康。Linda 不健康，因此，Linda 没有每天吃麦片。

a) 正确，原因：运用全称量词实例化和假言推理

b) 错误，原因：肯定结论的谬误

c) 错误，原因：否定假设的谬误

d) 正确，原因：运用全称量词实例化和假言推理

12.

指出如下试图证明"如果 $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ 为真，那么 $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ 为真"的论证中有哪些错误。

1. $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$	前提引入
2. $\exists x P(x)$	化简律，用(1)
3. $P(c)$	存在实例，用(2)
4. $\exists x Q(x)$	化简律，用(1)
5. $Q(c)$	存在实例，用(4)
6. $P(c) \wedge Q(c)$	合取律，用(3)和(5)
7. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$	存在引入

从题目的推理过程看出，两处错误：

1，第1）步，引入的条件与题设条件不同（应该是印刷错误）

2，第5）步，使得Q(x)为真的存在实例不一定与使得P(x)为真的存在实例是同一个。

14.

用推理规则证明：如果 $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ 和 $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ 为真，则 $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ 为真。

证明：

步骤	理由
1, $\forall x (P(x) \wedge R(x))$	前提引入
2, $P(a) \wedge R(a)$	全称实例，由 1
3, $P(a)$	化简律，由 2
4, $\forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$	前提引入
5, $P(a) \rightarrow (Q(a) \wedge S(a))$	全称实例，由 4
6, $Q(a) \wedge S(a)$	假言推理，由 3,5
7, $S(a)$	化简律，由 6
8, $R(a)$	化简律，由 2
9, $R(a) \wedge S(a)$	合取律，由 7,8
10, $\forall x (R(x) \wedge S(x))$	全称引入，由 9

15.

用推理规则证明：如果 $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ 和 $\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$，$\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ 和 $\exists x \neg P(x)$ 为真，则 $\exists x \neg R(x)$ 为真。

证明：

步骤	理由
1,$\exists x \neg P(x)$	前提引入
2,$\neg P(a)$	存在实例，由1
3,$\forall x (P(x) \vee Q(x))$	前提引入
4,$P(a) \vee Q(a)$	全称实例，由3
5,Q(a)	析取三段论，由2,4
6, $\forall x (\neg Q(x) \vee S(x))$	前提引入
7,$\neg Q(a) \vee S(a)$	全称实例，由6
8,S(a)	析取三段论，由5,7
9,$\forall x (R(x) \rightarrow \neg S(x))$	前提引入
10, $R(a) \rightarrow \neg S(a)$	全称实例，由9
11,$\neg R(a)$	取拒式，由8,10
12,$\exists x \neg R(x)$	存在引入，由11

Perfect!