1. 给定自然数集 N 的子集: A＝{1，2，7，8}，B＝$\{i|i^2<50\}$，C＝{i|i 可以被 3 整除且 $0\le i\le 30$}，D＝$\{i|i=2^k$ 且 $k\in Z$，$0\le k\le 6\}$。写出下列集合所包含的所有元素：

(1)$A\cup(B\cup(C\cap D))$；　　(2)$A\cap(B\cap(C\cup D))$；

(3)$B-(A\cup C)$；　　(4)$(\overline{A}\cup B)\cup D$。

2. 用谓词逻辑演算的方法证明 $A-(A-B)=A\cap B$。

3. 用集合恒等式的方法证明 $A\cup B=A\cup(B-A)$。

4. 设 A＝{a，b}，写出集合$\mathcal{P}(A)\times A$ 的所有元素。

5. 设 X＝{1，2，3，4}，R 是 X 上的二元关系，R＝{<1，1>，<3，1>，<1，3>，<3，3>，<3，2>，<4，3>，<4，1>，<4，2>，<1，2>}

(1)画出 R 的关系图。

(2)写出 R 的关系矩阵。

(3)说明 R 是否是自反、反自反、对称、传递的。

6. 若集合 A 上的二元关系 R 和 S 具有对称性，证明 $R\circ S$ 对称当且仅当 $R\circ S=S\circ R$。

7. 设 R_1 是 A 上的等价关系，R_2 是 B 上的等价关系，$A\ne\varnothing$ 且 $B\ne\varnothing$。关系 R 满足：$<<x_1, y_1>, <x_2, y_2>>\in R \Leftrightarrow <x_1, x_2>\in R_1$ 且 $<y_1, y_2>\in R_2$，证明 R 是 $A\times B$ 上的等价关系。

1. 由题意得 A＝{1，2，7，8}，B＝{0，1，2，3，4，5，6，7}，C＝{0，3，6，9，12，15，18，21，24，27，30}，D＝{1，2，4，8，16，32，64}，所以

   (1)A∪(B∪(C∩D))＝{0，1，2，3，4，5，6，7，8}

   (2)A∩(B∩(C∪D))＝{1，2}

   (3)B－(A∪C)＝{4，5}

   (4)($\overline{A}$ ∪B)∪D＝N

2. 因为

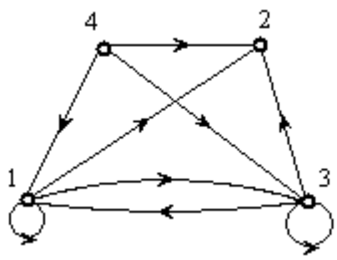
$$
\begin{aligned}
x\in(A\cup B)-C \Leftrightarrow\ & x\in(A\cup B)-C\\
\Leftrightarrow\ & x\in(A\cup B)\wedge x\notin C\\
\Leftrightarrow\ & (x\in A\vee x\in B)\wedge x\notin C\\
\Leftrightarrow\ & (x\in A\wedge x\notin C)\vee(x\in B\wedge x\notin C)\\
\Leftrightarrow\ & x\in(A-C)\vee x\in(B-C)\\
\Leftrightarrow\ & x\in(A-C)\cup(B-C)
\end{aligned}
$$

   所以，(A∪B)－C＝(A－C)∪(B－C)。

3. A－(A－B)＝A∩$\overline{A-B}$＝A∩$\overline{A\cap\overline{B}}$＝A∩($\overline{A}$∪B)＝(A∩$\overline{A}$)∪(A∩B)＝A∩B。

4. P(A)×A＝{∅，{a}，{b}，{a，b}}×{a，b}＝{<∅，a>，<∅，b>，<{a}，a>，<{a}，b>，<{b}，a>，<{b}，b>，<{a，b}，a>，<{a，b}，b>}。

5. (1)R 的关系图如图所示：



   (2) R 的关系矩阵为：

$$
M(R)=\begin{pmatrix}1&1&1&0\\0&0&0&0\\1&1&1&0\\1&1&1&0\end{pmatrix}
$$

   (3)对于 R 的关系矩阵，由于对角线上不全为 1，R 不是自反的；由于对角线上存在非 0 元，R 不是反自反的；由于矩阵不对称，R 不是对称的；

   经过计算可得

$$
M(R^2)=\begin{pmatrix}1&1&1&0\\0&0&0&0\\1&1&1&0\\1&1&1&0\end{pmatrix}=M(R)
$$

   ，所以 R 是传递的。

6. 若 R∘S 对称，则 R∘S＝$(R\circ S)^c$＝$S^c\circ R^c$＝S∘R。

   反之，若 R∘S＝S∘R，则$(R\circ S)^c$＝$(S\circ R)^c$＝$R^c\circ S^c$＝R∘S，从而 R∘S 对称。

7. 对任意的<x，y>∈A×B，由 R_1 是 A 上的等价关系可得<x，x>∈R_1，由 R_2 是 B 上的等价关系可得<y，y>∈R_2。再由 R 的定义，有<<x，y>，<x，y>>∈R，所以 R 是自反的。

对任意的<x，y>、<u，v>∈A×B，若<x，y>R<u，v>，则<x，u>∈R_1且<y，v>∈R_2。由R_1对称得<u，x>∈R_1，由R_2对称得<v，y>∈R_2。再由R的定义，有<<u，v>，<x，y>>∈R，即<u，v>R<x，y>，所以R是对称的。

对任意的<x，y>、<u，v>、<s，t>∈A×B，若<x，y>R<u，v>且<u，v>R<s，t>，则<x，u>∈R_1且<y，v>∈R_2，<u，s>∈R_1且<v，t>∈R_2。由<x，u>∈R_1、<u，s>∈R_1及R_1的传递性得<x，s>∈R_1，由<y，v>∈R_2、<v，t>∈R_2及R_2的传递性得<y，t>∈R_1。再由R的定义，有<<x，y>，<s，t>>∈R，即<x，y>R<s，t>，所以R是传递的。

综上可得，R是A×B上的等价关系。