1. 简单连通图 G 有 12 条边，度数为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数均小于 3，则图 G 中至少有几个结点？【 】

A．8　　B．9

C．10　　D．11

2. 简单连通图 G 有 12 条边，度数为 3 的结点有 6 个，图 G 中至多有几个结点？【 】

A．12　　B．13

C．14　　D．15

3. 给定无向完全图 K4，在图同构意义下有多少个互不同构的生成子图和子图？【 】

A．10，16　　B．11，16

C．10，18　　D．11，18

4．下列哪种无向图不一定是树？【 】

A．每对结点间都有路的图　　B．有 n 个结点 n-1 条边的连通图

C．无回路的连通图　　D．连通但删去任意边后便不连通的图

5．一颗树有 2 个 4 度顶点，3 个 3 度顶点，其余是树叶，则该树中叶的个数是【 】

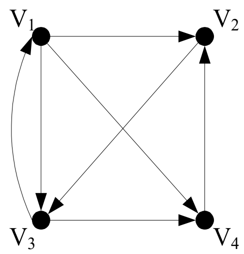
A．12　　B．9

C．15　　D．16

6. 在图同构意义下，试画出具有三个结点的所有简单有向图（没有自环，没有同方向的多重边）。

7. 设 G 为至少有两个结点的简单连通图，请证明：G 中至少有两个结点度数相同。

8. 有向图 D=<V,E>如下图所示，求下图对应的距离矩阵和可达性矩阵



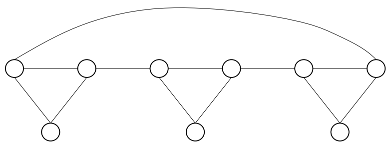
9. 设 G 是面数 r 小于 12 的简单连通平面图，G 中每个结点的度数至少为 3。证明 G 中必存在至多由 4 条边围成的面，即在所有的面中，次数最少的那个面，其次数一定小于等于 4。

10. 给定二部图 $G=\langle V_1, V_2, E\rangle$，且 $|V_1 \cup V_2| = m$，$|E| = n$，请证明 $n \le m^2/4$。

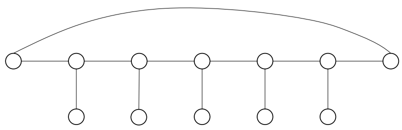
11. 设 T 为任意一棵完全二叉树，m 为边数，t 为树叶数，试证明 $m=2t-2$，其中 $t \ge 2$。

12. 假设 A~E 五个字母的权重分别为 2、3、5、7、8，求做最优二叉树，算出该树的树权，以及每个字母对应的前缀码。

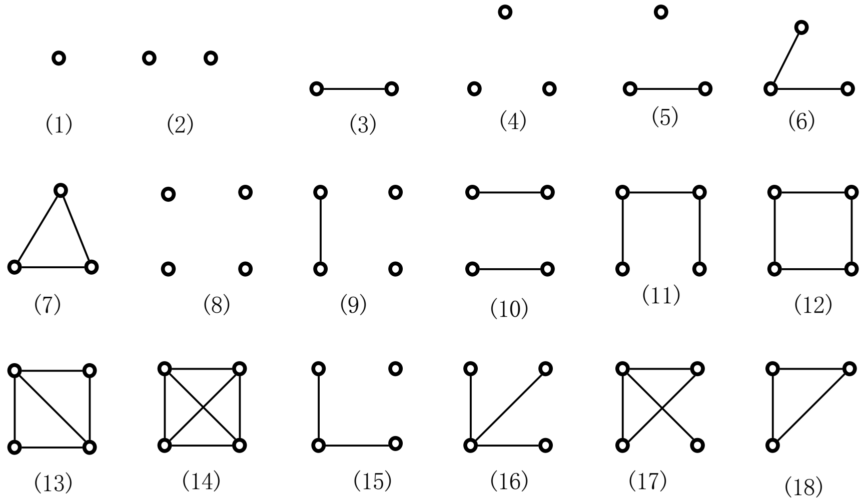
1. B



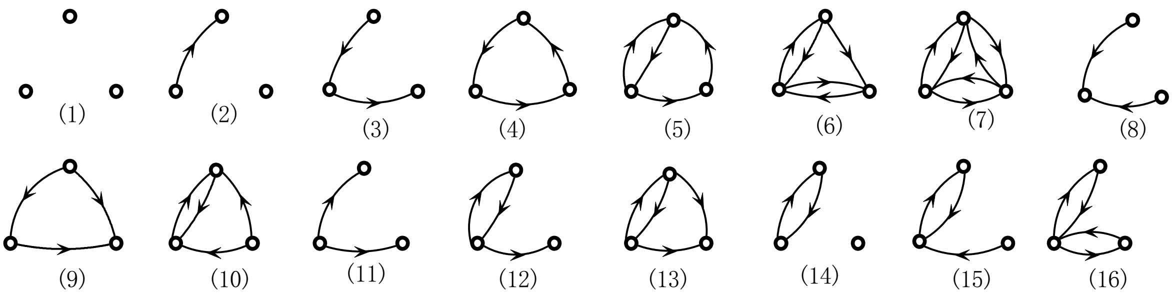
2. A



3. D



4. C
5. B
6. 具有三个结点的所有非同构的简单有向图共 16 个，如图所示：



7. 证明：因为 G 为简单连通图，所以每个结点的度数都小于等于 n-1。因而 G 中结点的度的取值只能是 1，2，…，n-1 这 n-1 个数。根据假设，图中总共有 n 个结点，由抽屉原理可知，取 n-1 个值的 n 个结点的度至少有两个是相同的。

8. 解：图的邻接矩阵为：

$$A=\begin{bmatrix}0&1&1&1\\0&0&1&0\\1&0&0&1\\0&1&0&0\end{bmatrix}\qquad A^2=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&0&0&1\\0&2&1&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$

$$A^3=\begin{bmatrix}1&2&2&2\\0&2&1&1\\1&1&2&1\\1&0&0&1\end{bmatrix}\qquad A^4=\begin{bmatrix}2&3&3&3\\1&1&2&1\\2&2&2&3\\0&2&1&1\end{bmatrix}$$

故距离矩阵 $D=\begin{bmatrix}2&1&1&1\\2&3&1&2\\1&2&2&1\\3&1&2&3\end{bmatrix}$，可达性矩阵 $P=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{bmatrix}$。

9. 证明：假设图中有 n 个节点，m 条边，r 个面，由欧拉公式有

$n-m+r=2$， （1）

又由已知条件得 $r<12$ 且 $3n\le 2m$， （2）

将（2）其代入（1）得 $2<\frac{2}{3}m-m+12$，$m<30$。 （3）

若所有的面均至少由 5 条边围成，则

$5r\le 2m$，$r\le\frac{2}{5}m$， （4）

将（2）、（4）代入（1）得

$2\le\frac{2}{3}m-m+\frac{2}{5}m$，$m\ge 30$。 （5）

（3）与（5）是矛盾的，因而必存在至多由 4 条边围成的面。

10. 证明：设$|V_1|=m_1$，则$|V_2|=m-m_1$，于是 $n\le m_1(m-m_1)=m_1m-m_1^2$。因为$(\frac{m}{2}-m_1)^2\ge 0$，

即 $\frac{m^2}{4}\ge mm_1-m_1^2$，所以 $n\le m^2/4$。

11. 证明　设 T 中结点数为 n，分支结点数为 i，根据正则二叉树的定义得下面等式成立：

$n=i+t$　　(1)

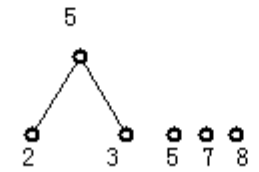
$m=2i$　　(2)

$m=n-1$　　(3)

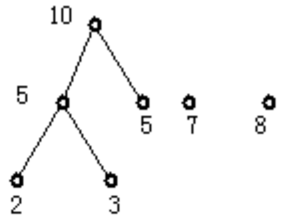
由以上三式整理得 $m=2t-2$。

12. 解(1)构造最优二叉树的全部过程如图所示。树的权为$(2+3)\times3+(5+7+8)\times2=55$。

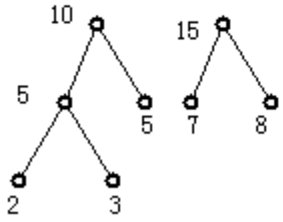
(2)该二叉树对应的 2 元前缀码为{A: 000，B: 001，C: 01，D: 10，E: 11}。



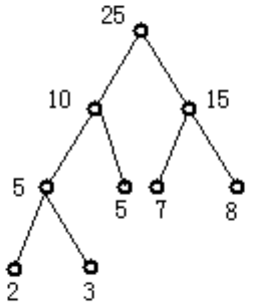
（1）



（2）



（3）



（4）