1. 分析并选择

1.1 孔子说："己所不欲，勿施于人。"下面哪些选项符合孔子的意思？并且阐述分析过程。

A. 只有己所欲，才能施于人。　　B. 若己所欲，则施于人。

C. 除非己所欲，否则不施于人。　　D. 凡施于人的都是己所欲的。

1.2 亚里士多德学院的门口竖着一块牌子，上面写着"不懂逻辑者不得入内"。这天，来了一群人，他们都是懂逻辑的人。如果牌子上的话得到准确的理解和严格的执行，那么以下诸断定中，只有一项是真的。请给出分析过程。

A. 他们可能不会被允许进入。　　B. 他们一定不会被允许进入。

C. 他们一定会被允许进入。　　D. 他们不可能被允许进入。

E. 他们怎么可能不允许进入。

2. 请用等值演算法证明下列等价式：

2.1 $(P\rightarrow Q)\wedge(R\rightarrow Q)\Leftrightarrow(P\vee R)\rightarrow Q)$。

2.2 $((P\wedge Q\wedge R)\rightarrow S)\wedge(R\rightarrow(P\vee Q\vee S))\Leftrightarrow(R\wedge(P\leftrightarrow Q))\rightarrow S$。

3. 请用等值演算法求下面命题公式的主析取范式与主合取范式，判断公式的类型，并写出其相应的成真赋值和成假赋值。

3.1 $P\rightarrow(Q\rightarrow R)$。

3.2 $(P\vee Q)\rightarrow R$。

4 设计一盏电灯的开关电路，要求受 3 个开关 A、B、C 的控制（即有三个输入信号）：当且仅当 A 和 C 同时关闭或 B 和 C 同时关闭时灯亮。设 F 表示灯亮。为了设计电路实现这个开关逻辑，请写出灯亮的逻辑表达式（强调：有三个输入信号）。

5 用推理过程证明下列有效结论：

5.1 $A\rightarrow(B\rightarrow C)$，$B\rightarrow(C\rightarrow D)\Rightarrow A\rightarrow(B\rightarrow D)$。

5.2 $A\rightarrow\neg B$，$A\vee C$，$C\rightarrow\neg B$，$R\rightarrow B\Rightarrow\neg R$。

6 判断下面公式是否是永真式？

$(\exists xA(x)\rightarrow\exists xB(x))\rightarrow\exists x(A(x)\rightarrow B(x))$。

7 用推理过程证明下列有效结论：

7.1 $\forall x(P(x)\rightarrow(Q(y)\wedge R(x)))$，$\forall xP(x)\Rightarrow Q(y)\wedge\exists x(P(x)\wedge R(x))$。

7.2 $\exists x(A(x)\rightarrow\forall yB(y))$，$\forall x(B(x)\rightarrow\exists yC(y))\Rightarrow\forall xA(x)\rightarrow\exists yC(y)$。

1.1 题干符号化为：（¬己所欲→¬施于人），其逆反命题是（施于人→己所欲）。选项 A 可以符号化为：施于人→己所欲；选项 B 可以符号化为：己所欲→施于人；选项 C 可以符号化为（¬己所欲→¬施于人），它等价于（施于人→己所欲）；选项 D 可以符号化为：施于人→己所欲。所以题目要选择和孔子意思一致的有 A、C、D。

1.2 题干可以符号化为：¬懂逻辑→¬入内，这个的逆否等价是（入内→懂逻辑）。来了一群懂逻辑的人，是（入内→懂逻辑）的逆命题，不能确定是否入内。只有 A 选项符合不确定。B、C、D、E 都是确定的信息，这个在题干得不到。故正确答案选择 A。

2. $(P\to Q)\land(R\to Q)\Leftrightarrow(\neg P\lor Q)\land(\neg R\lor Q)$

$\Leftrightarrow(\neg P\land\neg R)\lor Q$

$\Leftrightarrow\neg(P\lor R)\lor Q\Leftrightarrow(P\lor R)\to Q)$。

$(P\land Q\land R\to S)\land(R\to P\lor Q\lor S)\Leftrightarrow(\neg P\lor\neg Q\lor\neg R\lor S)\land(\neg R\lor P\lor Q\lor S)$

$\Leftrightarrow(\neg P\lor\neg Q\lor\neg R\lor S)\land(\neg R\lor P\lor Q\lor S)$

$\Leftrightarrow((\neg P\lor\neg Q\lor\neg R)\land(\neg R\lor P\lor Q))\lor S$

$\Leftrightarrow\neg((P\land Q\land R)\lor(R\land\neg P\land\neg Q))\lor S$

$\Leftrightarrow\neg(R\land((P\land Q)\lor(\neg P\land\neg Q)))\lor S$

$\Leftrightarrow\neg(R\land(P\leftrightarrow Q))\lor S$

$\Leftrightarrow(R\land(P\leftrightarrow Q))\to S$。

3. $P\to(Q\to R)\Leftrightarrow\neg P\lor\neg Q\lor R\Leftrightarrow M_6\Leftrightarrow m_0\lor m_1\lor m_2\lor m_3\lor m_4\lor m_6\lor m_7$

所以，公式 $P\to(Q\to R)$为可满足式，其相应的成真赋值为 000、001、010、011、100、101、111：成假赋值为：110。

$(P\lor Q)\to R\Leftrightarrow\neg(P\lor Q)\lor R\Leftrightarrow(\neg P\land\neg Q)\lor R$

$\Leftrightarrow(\neg P\lor(Q\land\neg Q)\lor R)\land((P\land\neg P)\lor\neg Q\lor R)$

$\Leftrightarrow(\neg P\lor Q\lor R)\land(\neg P\lor\neg Q\lor R)\land(P\lor\neg Q\lor R)\land(\neg P\lor\neg Q\lor R)$

$\Leftrightarrow M_2\land M_4\land M_6$

$\Leftrightarrow m_0\lor m_1\lor m_3\lor m_5$

所以，公式$(P\lor Q)\to R$ 为可满足式，其相应的成真赋值为 000、001、011、101、111：成假赋值为：010、100、110。

4. 设 A：开关 A 关闭；B：开关 B 关闭；C：开关 C 关闭；则

$F\Leftrightarrow(A\land C)\lor(B\land C)$

$\Leftrightarrow(A\land(B\lor\neg B)\land C)\lor((A\lor\neg A)\land B\land C)$

$\Leftrightarrow(A\land B\land C)\lor(A\land\neg B\land C)\lor(A\land B\land C)\lor(\neg A\land B\land C)$

$\Leftrightarrow m_3 \vee m_5 \vee m_7$ 主析取范式

此即灯亮的逻辑表达式。

5.1 (1)A 附加前提

(2)$A\to(B\to C)$ P

(3)$B\to C$ T(1)(2)，I

(4)B 附加前提

(5)C T(3)(4)，I

(6)$B\to(C\to D)$ P

(7)$C\to D$ T(4)(6)，I

(8)D T(5)(7)，I

(9)$A\to(B\to D)$ CP

5.2 (1)$A\vee C$ P

(2)$A\to\neg B$ P

(3)$C\to\neg B$ P

(4)$\neg B$ T(1)(2)(3)，I

(5)$R\to B$ P

(6)$\neg R$ T(4)(5)，I

6. $(\exists xA(x)\to\exists xB(x))\to\exists x(A(x)\to B(x))$

$\Leftrightarrow(\neg\exists xA(x)\vee\exists xB(x))\to\exists x(A(x)\to B(x))$

$\Leftrightarrow\neg(\neg\exists xA(x)\vee\exists xB(x))\vee\exists x(\neg A(x)\vee B(x))$

$\Leftrightarrow(\exists xA(x)\wedge\neg\exists xB(x))\vee\exists x\neg A(x)\vee\exists xB(x)$

$\Leftrightarrow(\exists xA(x)\vee\exists x\neg A(x)\vee\exists xB(x))\wedge(\neg\exists xB(x)\vee\exists x\neg A(x)\vee\exists xB(x))$

$\Leftrightarrow\exists x(A(x)\vee\neg A(x))\vee\exists xB(x)$

$\Leftrightarrow T$

所以，$(\exists xA(x)\to\exists xB(x))\to\exists x(A(x)\to B(x))$为永真式。

7.1 (1)$\forall xP(x)$ P

(2)$P(a)$ T(1)，US

(3)$\forall x(P(x)\to(Q(y)\wedge R(x)))$ P

(4)$P(a)\to(Q(y)\wedge R(a))$ T(3)，US

(5)$Q(y)\wedge R(a)$ T(2)(4)，I

(6)Q(y)	T(5)，I
(7)R(a)	T(5)，I
(8)P(a)∧R(a)	T(2)(7)，I
(9)∃x(P(x)∧R(x))	T(8)，EG
(10)Q(y)∧∃x(P(x)∧R(x))	T(5)(9)，I
7.2 (1)∃x(A(x)→∀yB(y))	P
(2)A(a)→∀yB(y)	T(1)，ES
(3)∀x(B(x)→∃yC(y))	P
(4)∀x(B(x)→C(c))	T(3)，ES
(5)B(b)→C(c)	T(4)，US
(6)A(a)→B(b)	T(2)，US
(7)A(a)→C(c)	T(5)(6)，I
(8)∀xA(x)→C(c)	T(7)，UG
(9)∀xA(x)→∃yC(y)	T(8)，EG