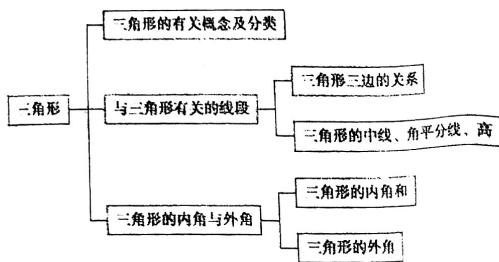


小结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

三角形是基本的几何图形，也是最简单的多边形。本章我们在小学学习的基础上，学习了三角形的有关概念及分类，探索并证明了三角形三边之间的关系以及三角形的内角和定理，了解了三角形具有稳定性。

构成几何图形的元素之间的关系是几何研究的重要内容。边和角是构成三角形的元素。对于边，我们研究了三角形三边之间的关系，并认识了三角形的中线、角平分线、高；对于角，我们研究了三角形三个内角之间的关系，得到了三角形的内角和定理，并认识了三角形的外角。

三角形的内角和定理是几何中一个很重要的结论，我们可以借助几何直观，由平行线的性质与平角的定义对它进行证明。由三角形的内角和定理，可以推理得到直角三角形两个锐角的关系及三角形外角的有关结论，这也可以进一步提升我们的推理能力。

请你带着下面的问题，复习一下全章的内容吧。

1. 按照内角的大小，三角形可以怎样分类？按照边呢？
2. 三角形的三边之间有怎样的关系？得出这个结论的依据是什么？

3. 三角形中有哪几种重要的线段？你能画出这些线段吗？
4. 三角形的三个内角之间有怎样的关系？如何证明这个结论？
5. 直角三角形的两个锐角有怎样的关系？得出这个结论的依据是什么？
6. 三角形的一个外角与和它不相邻的两个内角有怎样的关系？这个结论能由三角形的内角和定理得出吗？

复习题 (1)

复习巩固

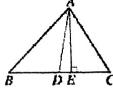
1. 下列四个条件：

- ①在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B$ 都是锐角；
- ② $\triangle ABC$ 的三个内角的度数之比是 $1:2:3$ ；
- ③在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A - \angle B = \angle C$ ；
- ④ $\triangle ABC$ 的三个外角的度数之比是 $3:4:5$ 。

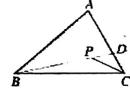
其中能确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是_____（只填序号）。

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD, AE 分别是边 BC 上的中线和高。 $AE=2$ ， $S_{\triangle ABC}=15$ 。

- 1.5. 求 BC 和 DC 的长。



(第2题)



(第3题)

3. 如图，填空：

由三角形两边的和大于第三边，得

$$AB + AD >$$

$$PD + CD >$$

将不等式左边、右边分别相加，得

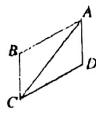
$$AB + AD + PD + CD >$$

$$\text{即 } AB + AC$$

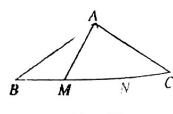
习题 14.1

复习巩固

1. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, AB 和 CD , BC 和 DA 是对应边. 写出其他对应边和对应角.



(第 1 题)

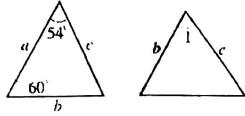


(第 2 题)

2. 如图, $\triangle ABN \cong \triangle ACM$, AB 和 AC 是对应边, $\angle B$ 和 $\angle C$ 是对应角. 写出其他对应边和对应角.

综合运用

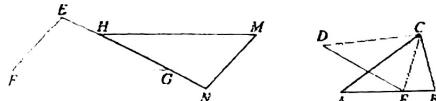
3. 图中有两个全等三角形, 其中的字母表示三角形的边长, 则 $\angle 1$ 等于多少度?



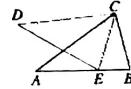
(第 3 题)

4. 如图, $\triangle EFG \cong \triangle NMH$. $\angle F$ 和 $\angle M$ 是对应角. 在 $\triangle EFG$ 中, FG 是最长边. 在 $\triangle NMH$ 中, MH 是最长边. 且 $EF=2.1$, $EH=1.1$, $NH=3.3$.

(1) 写出其他对应边及对应角; (2) 求线段 NM 及线段 HG 的长度.



(第 4 题)

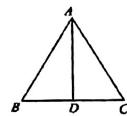


(第 5 题)

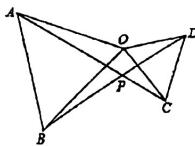
拓广探索

5. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, CA 和 CD , CB 和 CE 是对应边. $\angle ACD$ 和 $\angle BCE$ 相等吗? 为什么?

6. 如图所示, 已知 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 且 B , D , C 在同一条直线上, 那么 AD 与 BC 是怎样的位置关系? 为什么?

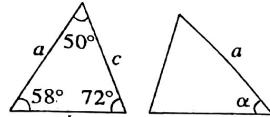
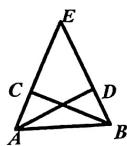


7. 已知: 如图, 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中, $OA=OB$, $OC=OD$, 若 $\angle AOB=\angle COD=60^\circ$,

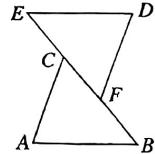


①求证: $AC=BD$; ②求 $\angle APB$ 的度数.

例 如图, $\triangle ABC \cong \triangle BAD$, 点 A 和点 B, 点 C 和点 D 是对应顶点, $\angle BAC = 65^\circ$, $\angle ABC = 26^\circ$, AC, BD 的延长线相交于点 E. 求 $\angle CBD, \angle AEB$ 的度数.



3. 已知图中的两个三角形全等, 则 $\angle \alpha$ 的度数是 _____.
4. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $BF = 4$, $EF = 7$, 求 $\angle DEF$ 的度数和 CF 的长.



当堂反馈

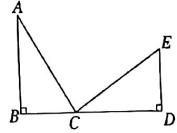
1. 下列图形中, 属于全等形的是()



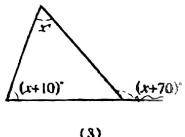
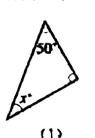
2. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\triangle DEF$ 的周长为 13, $AB + BC = 7$, 则 AC 的长为()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. 如图, $\angle B = 90^\circ$, $\triangle ABC \cong \triangle CDE$, B, C, D 三点共线. 求证: $AC \perp CE$.

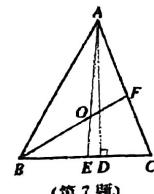


4. 求出下列各图形中 x 的值.



(第4题)

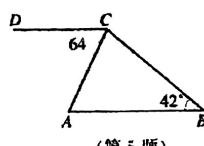
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, AE , BF 是角平分线, 且 AE , BF 相交于点 O . $\angle BAC=50^\circ$, $\angle C=70^\circ$. 求 $\angle DAC$ 和 $\angle BOA$ 的度数.



(第7题)

综合运用 ▶

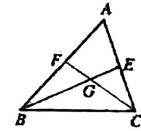
5. 如图, $\angle B=42^\circ$, $\angle A$ 比 $\angle C$ 小 10° , $\angle ACD=61^\circ$. 求证 $AB \parallel CD$.



(第5题)

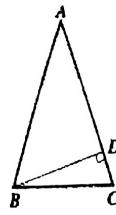
8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE , CF 是角平分线且 BE , CF 相交于点 G . 求证:

$$(1) \angle BGC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB); \quad (2) \angle BGC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A.$$



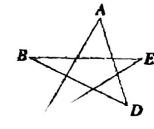
(第8题)

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=\angle ABC=2\angle A$, BD 是边 AC 上的高. 求 $\angle DBC$ 的度数.



(第6题)

9. 如图, 连接 AC , AD , BD , BE , CE , 求证 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$.



(第9题)

复习题 18**复习巩固**

1. 下列各式中，哪些是整式？哪些是分式？

$$\frac{b}{3}, \frac{1}{n}, \frac{1}{a+5}, \frac{a+5}{15}, \frac{z}{x^2y}, \frac{2ab}{(a+b)^2}.$$

2. 计算：

$$(1) \frac{s-2t}{3s} \cdot \frac{6s^2}{s+2t};$$

$$(2) \frac{x-y}{x+y} \div (x-y)^2; \quad (3) \frac{2a}{a+1} + \frac{2}{a+1};$$

$$(4) \frac{u-2v}{u+2v} - \frac{2}{u^2-4v^2};$$

$$(5) (x^2y^3)^{-1}; \quad (6) \left(\frac{-3x}{5y}\right)^2$$

3. 计算：

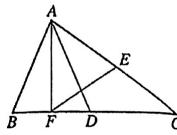
$$(1) \frac{2m}{3n} \cdot \left(\frac{3n}{p}\right)^2 \div \frac{mn}{p^2}; \quad (2) a^2b^4 \cdot (ab^2)^{-2};$$

$$(3) \frac{x^2-16}{x^2+8x+16} + \frac{x}{x-4}; \quad (4) \left(\frac{pq}{2r}\right)^3 \div \frac{2p}{r^2} + \frac{1}{2q};$$

$$(5) 1 \div \left(2x + \frac{1-x^2}{x}\right); \quad (6) \frac{a-b}{a} \div \left(a - \frac{2ab-b^2}{a}\right);$$

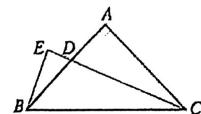
$$(7) 1 - \frac{a-b}{a+2b} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+4ab+4b^2}; \quad (8) \left(x-y+\frac{4xy}{x-y}\right) \left(x+y-\frac{4xy}{x+y}\right).$$

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=8$ 、点 D 、 E 分别在 BC 、 AC 上， F 是 BD 的中点。若 $AB=AD$ ， $EF=EC$ ，求 EF 的长。



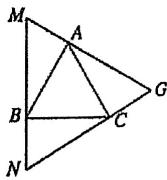
(第 12 题)

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ， CD 平分 $\angle ACB$ ， $BE \perp CD$ ，与线段 CD 的延长线交于点 E 。试探究线段 BE 和 CD 的数量关系，并证明你的结论。



(第 14 题)

13. 如图，过等边三角形 ABC 的顶点 A 、 B 、 C 依次作 AB 、 BC 、 CA 的垂线 MG 、 MN 、 NG ，三条垂线围成 $\triangle MNG$ 。求证： $\triangle MNG$ 是等边三角形。



(第 13 题)

本章学业水平测试题

(时间: 45 min, 满分: 100 分)

一、选择题(共 6 题, 每题 6 分, 共 36 分)

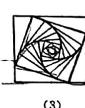
1. 下列图形中为轴对称图形的是()。



(1)



(2)



(3)



(4)

- (A) (1) (2) (B) (1) (4) (C) (2) (3) (D) (3) (4)

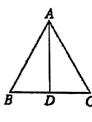
2. 下列说法正确的是()。

- (A) 如果两个三角形全等, 那么它们必是关于某条直线成轴对称的图形
 (B) 如果两个三角形关于某条直线成轴对称, 那么它们是全等三角形
 (C) 等腰三角形是以一条边上的中线为对称轴的轴对称图形
 (D) 一条线段是以经过该线段中点的直线为对称轴的轴对称图形
3. 等腰三角形的一个角是 80° , 则它的底角是()。

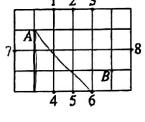
- (A) 50° (B) 80° (C) 50° 或 80° (D) 20° 或 80°

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 BC 的中点, 下列结论不正确的是()。

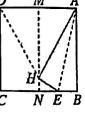
- (A) $\angle B=\angle C$ (B) $AD \perp BC$ (C) AD 平分 $\angle BAC$ (D) $AB=2BD$



(第 4 题)



(第 5 题)



(第 6 题)

5. 台球桌面上有 A , B 两球, 若要将 B 球射向桌面某一点, 一次反弹后击中 A 球, 则如图所示 8 个点中, 可以瞄准的点共有()。

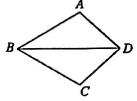
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 4 个 (D) 6 个

6. 如图, 先将正方形纸片对折, 折痕为 MN , 再把点 B 折叠在折痕 MN 上, 折痕为 AE , 点 B 在 MN 上的对应点为 H , 沿 AH 和 DH 剪下得到 $\triangle ADH$, 则下列选项中正确的是()。

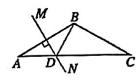
- (A) $AH=DH \neq AD$ (B) $AH=DH=AD$
 (C) $AH=AD \neq DH$ (D) $DH=AD \neq AH$

二、填空题(共 4 题, 每题 6 分, 共 24 分)

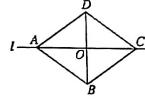
7. 几何图形中有许多轴对称图形, 写出一个轴对称图形: _____.

8. 如图, 四边形 $ABCD$ 是轴对称图形, BD 所在的直线是它的对称轴, $AB=3.1$, $CD=2.3$. 则四边形 $ABCD$ 的周长为_____.

(第 8 题)



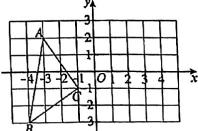
(第 9 题)



(第 10 题)

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BA=BC$, $\angle ABC=120^{\circ}$, 线段 AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于 D , 连接 BD . 若 $AD=2$, 则 $CD=$ _____.10. 如图, 四边形 $ABCD$ 沿直线 l 对折后重合, 如果 $AD \parallel BC$, 则结论: ① $AB \parallel CD$; ② $AB=CD$; ③ $AB \perp BC$; ④ $AO=OC$ 中正确的是_____ (填序号).

三、解答题(共 4 题, 每题 10 分, 共 40 分)

11. 如图, 写出 $\triangle ABC$ 各顶点的坐标以及 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ 的各顶点坐标, 并画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$.

(第 11 题)

4. A, B两种机器都被用来搬运化工原料。A型机器比B型机器每小时多搬运30 kg。A型机器搬运900 kg所用时间与B型机器搬运600 kg所用时间相等。两种机器每小时分别搬运多少化工原料？
5. 王芳3 h清点完一批图书的一半，刘伟加入清点另一半图书的工作，两人合作1.2 h清点完另一半图书。刘伟单独清点这批图书需要几小时？
6. 一个圆柱形容器的容积为 $V \text{ m}^3$ ，开始用一根小水管向容器内注水，水面高度达到容器高度一半后，改用一根口径为小水管2倍的大水管注水，向容器中注满水的全过程共用时 $t \text{ min}$ 。求两根水管各自的注水速度。（提示：要考虑大水管的注水速度是小水管注水速度的多少倍。）
7. 改良玉米品种后，迎春村玉米平均每公顷增加产量 $a \text{ t}$ 。原来产 $m \text{ t}$ 玉米的一块土地，现在的总产量增加了 30 t 。原来和现在平均每公顷玉米的产量各是多少？
8. 两个小组同时开始攀登一座450 m高的山。第一组的平均登高速度是第二组的1.2倍，他们比第二组早15 min到达顶峰。两个小组的平均登高速度各是多少？如果山高为 $h \text{ m}$ ，第一组的平均登高速度是第二组的 α 倍，并比第二组早 $t \text{ min}$ 到达顶峰，那么两组的平均登高速度各是多少？

当堂反馈

1. 已知直角三角形中 30° 角所对的直角边为 4 cm，则斜边的长为（ ）

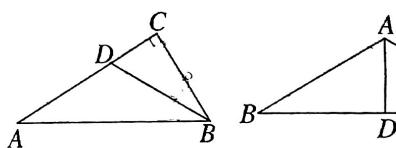
- A. 2cm B. 4 cm

- C. 6cm D. 8 cm

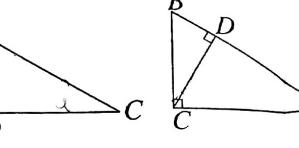
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$.

若 $AD = 6$ ，则 CD 的长为（ ）

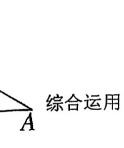
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



第 2 题图



第 3 题图

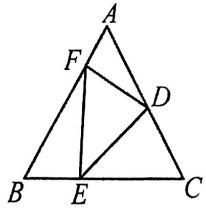


第 4 题图

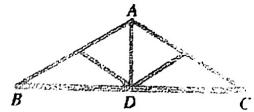
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 12$, $\angle BAC = 120^\circ$ ，则底边上的中线 AD 的长为_____.

4. 如图，在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, CD 是 $\triangle ABC$ 的高，且 $BD = 1$ ，则 AD 的长为_____.

5. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上，将 $\triangle CED$ 沿着 DE 折叠，使点 C 落在边 AB 上的点 F 处，且 $DF \perp AB$ ，求证： $BF = 2BE$.



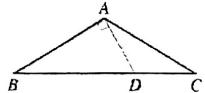
7. 如图，厂房屋顶钢架外框是等腰三角形，其中 $AB = AC$ ，立柱 $AD \perp BC$. 且顶角 $\angle BAC = 120^\circ$. AD 与 AB 有什么数量关系？



(第 7 题)

综合运用

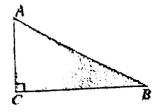
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$, $\angle B = 30^\circ$, $AD \perp AB$, 交 BC 于点 D . 若 $AD = 2$ ，求 BC 的长.



(第 12 题)

拓广探索

15. 如图，要把一块三角形的土地均匀分给甲、乙、丙三户农民。如果 $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. 要使这三家农户所得土地的大小、形状都相同，请你试着分一分，并在图上画出来。



(第 15 题)