

计算机算法复习题

1 算法分析技术

1、写出下列函数的上界估计并说明结果的正确性。

(1) $T(n) = n^3 + n^2 \log n$

(2) $T(n) = n^4 + n^{2.5} \log^{20} n$

(3) $T(n) = 2^n n^4 \log^3 n + 2^n n^5 / \log^3 n$

2、求解下列递归函数。

(1) $T(n) = 9T(n/3) + n$

(2) $T(n) = T(2n/3) + 1$

(3) $T(n) = 3T(n/4) + n \log n$ (上界)

(4) $T(n) = 2T(n/2) + n \log n$ (上界)

(5) $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$

$$(6) \quad T(n) = 7T(n/2) + O(n^2)$$

$$(7) \quad T(n) = 49T(n/25) + n^{3/2} \log n$$

$$(8) \quad T(n) = \sqrt{n}$$

$$(9) \quad T(n) = \log n + \sqrt{n}$$

3、试判定函数 $f(n)$ 和 $g(n)$ 的关系 ($f(n) = O(g(n))$), $f(n) = \Omega(g(n))$, $f(n) = \Theta(g(n))$) 。并说明结果的正确性。

$$f(n) = \log n^2 ; \quad g(n) = \log n + 5$$

$$f(n) = \log n^2 ; \quad g(n) = \sqrt{n}$$

$$f(n) = n ; \quad g(n) = \log^2 n$$

$$f(n) = n \log n + n ; \quad g(n) = \log n$$

$$f(n) = 10 ; \quad g(n) = \log 10$$

$$f(n) = \log^2 n ; \quad g(n) = \log n + \sqrt{n}$$

$$f(n) = 6 * 2^n ; \quad g(n) = 100n^2$$

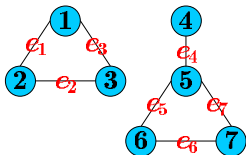
$$f(n) = 2^n n^2 \log n ; \quad g(n) = 3^{n+1}$$

4、证明：对于多项式函数 $a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \cdots + a_1 n + a_0$ ，如果 $a_m > 0$ ，则 $f(n) = O(n^m)$ ， $f(n) = \Omega(n^m)$ ， $f(n) = \Theta(n^m)$ 。

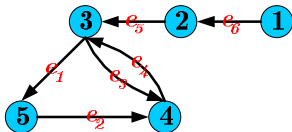
5、使用一种高级程序设计语言写出插入排序算法的程序，并分析其时间复杂性。

2 图的遍历

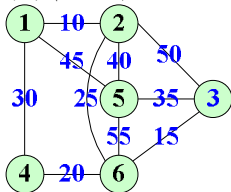
1、请分别写出下列无向图的邻接矩阵。



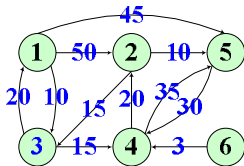
2、请分别写出下列有向图的邻接矩阵。



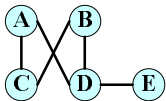
3、请写出下列无向加权图的邻接矩阵。



4、请写出下列有向加权图的邻接矩阵。



5、使用宽度优先搜索方法遍历下列无向图，请写出搜索过程中访问队列中的元素。



6、请使用伪代码或一种程序设计语言描述二叉树的 4 种遍历方法。

7、请使用伪代码或一种程序设计语言描述一般树的 4 种遍历方法（树使用儿子兄弟的方法表示）。

8、请使用伪代码或一种程序设计语言描述连通图的宽度优先搜索算法（图使用邻接矩阵表示）。

9、请使用伪代码或一种程序设计语言描述连通图的深度优先搜索算法（图使用邻接矩阵表示）。

3 分治方法

- 1、使用一种程序设计语言描述有序数组的折半搜索算法，并分析其时间复杂性。
- 2、至少列出 5 种排序算法，并说明每种算法的最好时间复杂性、最坏时间复杂性和平均时间复杂性。
- 3、编写程序实现归并排序算法和快速排序算法。
- 4、编写一个子程序，用于将2个不含重复元素的有序数组 $X[m]$ 和 $Y[n]$ 合并成一个不含重复元素的有序数组 W 。
- 5、编写一个子程序，用于将一个整数数组分成两个区间，左侧区间存放原数组中的奇数，右侧区间存放原数组中的偶数，返回右侧区间的开始位置。

4 贪心方法

1、请使用一种程序设计语言或伪代码描述 Dijkstra 最短路径算法。其中， G 是有 n 个顶点的有向图（用邻接矩阵表示）， v 是指定的源顶点。

2、使用一种程序设计语言描述最小生成树的 Prim 算法和 Kruskal 算法。其中， G 是具有 n 个顶点的图（用邻接矩阵表示）， E 是 G 中边的集合，并且已经按照权值排序，其中矩阵类型 Matrix 和边类型 Edge 已经定义。

3、请使用一种程序设计语言分别描述使用贪心方法解决装载问题和背包问题的算法。

4、用贪心方法设计一种求最大团的近似算法（该算法得到的结果可能不是最大团）。

5 动态规划方法

1、使用一种程序设计语言或伪代码描述求矩阵连乘最优次序的备忘录方法(使用递归方法)，并分析其时间复杂性。

2、使用一种程序设计语言或伪代码描述求矩阵连乘最优次序的动态规划算法(使用循环结构)，并分析其时间复杂性。

3、使用一种程序设计语言或伪代码描述求任意顶点间最短路径的动态规划算法，并分析其时间复杂性。

4、改写 Floyd 算法的程序，从一个有向图的邻接矩阵开始计算其自反传递闭包矩阵 RTC。若从顶点 i 到顶点 j 有通路，则 $RTC[i][j]=1$ ，否则 $RTC[i][j]=0$ 。要求代码的复杂性为 $O(n^3)$ ，其中 n 为图中的顶点数。

6 回溯方法

- 1、编写一个使用递归方法生成 $1 \sim n$ 的所有排列的程序。
- 2、编写一个使用递归方法生成 n 个元素的所有子集的程序。
- 3、使用一种程序设计语言或伪代码描述用回溯方法求解下列问题的算法并分析时间复杂性。

皇后问题，Hamilton 回路问题，旅行商问题，子集和问题

7 分枝限界方法

1、使用一种程序设计语言或伪代码描述旅行商问题的分枝限界算法，输入一个无向加权图，从顶点 0 出发生成一个最优旅行。

2、使用一种程序设计语言或伪代码描述最大团问题的分枝限界算法，输入一个无向图，输出该图的一个最大团。