计算机辅助几何设计报告

“舞动的复旦”

学　　院：数学科学学院

姓　　名：李　欣　嘉

学　　号：18210180025

授课老师：吴　宗　敏

2018~2019 第二学期

撰写于 2019 年 6 月 13 日

目　录

一 舞动的复旦

正值毕业季, 看到马上毕业离校的学长学姐和本科的学弟学妹, 对复旦的感情愈加浓厚, 因此希望接住本次课程作业表达对母校的美好祝愿.

本课程作业想要使用直线和圆等基本曲线,Hermite 三次插值等插值、分段三次 Beizer、分段样条插值、分段三次 ν 样条等多种曲线. 复现一个 1274×1181 的复旦校徽的轮廓. 并按照校园标准的两种颜色进行颜色填充. 由于校徽两个圆之内的‘1905’和‘FUDAN UNIVERSITY’比较复杂, 本课程作业总共用到 915 个点 (插值点/控制点).

为了解释方便, 将校徽认为划分如图1

图 1: 课程作业中校徽的划分

在动画阶段, 将完成以下运动设计, 由于动作比较复杂共 149 帧, 过程和寓意如下:

Step 1. **日月光华同灿烂**. 逐部分画出校徽, 然后尺寸由小到大变化, 同时颜色由复旦蓝变为复旦红. 最后以复旦红的形式呈现. 寓意复旦从诞生至今, 不断壮大.

Step 2. **学术独立思想自由**. 校徽中间的‘复旦’二字做逆时针旋转 360 度. 寓意复旦氛围活泼俏皮, 在严谨科研的同时富有活力, 学术独立, 思想自由.

Step 3. **向前、向前、向前进展**. ‘复旦’周边的周边的‘1905’和‘FUDAN UNIVERSITY’字样逐字逐帧出现, 正如复旦大学成立以来的 114 年, 一步一个脚印地不停向前进展.

Step 4. **作育国士恢廓学风**.’复旦’二字开始运动, 先伸出‘左手’,‘日’下沉, 被‘左手’接住, 左手往上把‘日’托起来. 寓意复旦托起祖国的希望——‘日’代表了新生、能量、复旦培养的国家未来的接班人, 为国家培养了一大批‘国士’.

Step 5. **交相勉前程远**. 当‘日’被托到接近‘左手’的极限时,‘日’飞起, 在空中旋转 180 度, 向‘复旦’二字的最高处飞去. 寓意复旦学子在母校毕业后展翅高飞, 腾空跃起, 直冲云霄, 复旦学子前程远.

Step 6. **复旦是所有学子的港湾**. ‘日’字翻过 180 度后落在‘复旦’的‘右手’上,‘右手’接住‘日’二者一起向右下缓冲冲击力, 随后恢复. 寓意复旦学子不管毕业之后飞的多高, 母校永远张开怀抱拥抱着复旦学子, 支持着复旦学子.

Step 7. **常回家看看**. ‘日’字按原轨迹逆时针旋转 180 度, 落回左下角, 手臂伸出接住‘日’. 寓意希望复旦学子常回家看看, 踏着成长的轨迹, 重温母校的温暖.

二 效果呈现

最好的呈现效果还是观看最终动画视频, 已经发到老师邮箱, 请老师查阅. 在这里, 以图片的形式展示关键帧.

2.1 校徽原图与曲线画的校徽

首先, 展示以下校徽原图和用曲线画的校徽. 官网的高清蓝色原校徽如图3, 最终曲线画的校徽见图4.

图 3: 原校徽

图 4: 使用曲线复现的校徽

可以看出, 的曲线高度还原了原校徽的形状, 但是也可以观察出存在细微的区别, 例如原校徽中’复旦’二字离内环要比复现的近几个像素点.

2.2 动画关键帧

以关键帧的方式展示动画过程.

图 5: 颜色大小渐变的校徽

图 6: 旋转中的‘复旦’

图 7: 逐字出现周边文字

图 8: ‘左手’接住‘日’

图 9: ‘左手’托起‘日’

图 10: ‘日’旋转飞起

图 11: ‘右手’接住‘日’向下缓冲

图 12: ‘日’追溯飞起轨迹回去

图 13: ‘左手’接住归来的‘日’

三 理论基础

首先, 利用 Photoshop 打开希望复现的校徽图像, 可以获得校徽的标准的 RGB 值和像素点坐标. 整体的思路是先画出的直线和圆, 再利用采样的点 (插值点) 通过曲线画出校徽边缘, 有时需要利用采样点反求辅助点, 进而得到控制点 (分段三次 B 样条); 再利用标准的 RGB 颜色对校徽进行填充颜色; 最后通过改变控制点或插值点, 使得校徽动起来, 形成动画.

3.1 曲线理论基础

在画校徽时, 除了直线和圆外, 主要采用了多种曲线: 三次 Hermite 插值、分段三次 B 样条、分段三次样条插值和分段三次几何连续的 ν 样条. 除此之外, 对于画起来极其繁琐的文字部分 (FUDAN UNIVERSITY) 中的重复字母 U 和 N, 采用画出第一次之后做平移 + 旋转的方式复制.

3.1.1 三次 Beizer 曲线的 Bernstein 表示

三次 Beizer 曲线在本次课程作业中用的不多, 但是其非常重要, 也是写程序的必经之路. 正如课上讲的, 给出其 Bernstein 表示.

n 次第 j 个 Bernstein 表达式为:

$$B_j^n(t) = \binom{n}{j} t^j (1-t)^{(n-j)} \tag{1}$$

给定 $n+1$ 个控制点 $b_0, b_1, \ldots, b_n$,n 次 Beizer 曲线可以表示为:

$$b_0^n(t) = \sum_{j=0}^{n} b_j B_j^n(t) \tag{2}$$

所以, 当 $n=3$ 时, 三次 Beizer 曲线的 Bernstein 表示为:

$$b_0^3(t) = b_0 B_0^3(t) + b_1 B_1^3(t) + b_2 B_2^3(t) + b_3 B_0^3(t) \tag{3}$$

其中,

$$B_0^3(t) = (1-t)^3 \tag{4}$$

$$B_1^3(t) = 3t(1-t)^2 \tag{5}$$

$$B_2^3(t) = 3t^2(1-t) \tag{6}$$

$$B_3^3(t) = t^3 \tag{7}$$

进一步整理可得:

$$b_0^3(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \tag{8}$$

再来回顾一下 Beizer 曲线的优缺点, 这些优缺点决定了在使用 Beizer 曲线时的选型和技巧.

1. **优点 1**: **仿射不变**. 在做动画时, 只需要对控制点做仿射变换, 其效果相当于对曲线做仿射变换.

2. **优点 2**: **端点插值**. 在使用三次 Beizer 曲线时, 可以固定两个插值点, 调整其余控制点画出期望的曲线.

3. **缺点**: **不能作局部修改**. 这是使用三次 Beizer 曲线的原因, 采样点密集使得曲线变化不复杂, 容易得到期望的曲线. 而 $n > 3$ 的 Beizer 的控制点是很难调整的.

3.1.2 三次有理 Bezier 曲线

在课上, 讲了二次有理 Bezier 曲线, 现在, 要使用三次有理 Bezier 曲线, 对比二次有理 Beizer 曲线的定义, 给出三次的定义:

给定四个点 $b_0, b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}^2$ 及 $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \mathbb{R}$, 其控制的三次有理 Beizer 曲线为:

$$c_0^3(t) = \frac{\omega_0 b_0 B_0^3(t) + \omega_1 b_1 B_1^3(t) + \omega_2 b_2 B_2^3(t) + \omega_3 b_3 B_0^3(t)}{\omega_0 B_0^3(t) + \omega_1 B_1^3(t) + \omega_2 B_2^3(t) + \omega_3 B_0^3(t)} \tag{9}$$

在本课程作业中, 对三次 Bezier 曲线画出的不理想的局部曲线, 使用三次有理 Bezier 曲线进行微调.

3.1.3 Hermite 三次插值

像建校年份中‘1’的边缘这种曲线 (见图13), 容易求出直线部分的导数, 在画两条直线连接处的曲线部分时, 可以让其斜率与直线部分在连接处相等.

Hermite 插值很适合画这类已知两端导数值的曲线. 采用 Hermite 三次插值, 下面, 通过课上讲过的 Hermite 基导出 Hermite 三次插值公式.

设已知

$$P(t_0) = p_0, \qquad P(t_1) = p_1 \tag{10}$$

$$P^{'}(t_0) = m_0, \qquad P^{'}(t_1) = m_1 \tag{11}$$

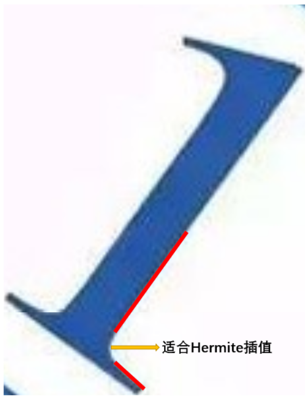

图 13: 适合 Hermite 插值部分示意图

写成 Hermite 基的形式有:

$$P_3(t) = p_0H_0^3(t) + m_0H_1^3(t) + m_1H_2^3(t) + p_1H_3^3(t) \tag{12}$$

其中,Hermite 基为:

$$H_0^3 = B_0^3 + B_1^3 \tag{13}$$

$$H_1^3 = \frac{1}{3}(t_1 - t_0)B_1^3 \tag{14}$$

$$H_2^3 = -\frac{1}{3}(t_1 - t_0)B_2^3 \tag{15}$$

$$H_3^3 = B_3^2 + B_3^3 \tag{16}$$

在 $t_1 = 1, t_0 = 0$ 的情形下, 代入可得,Hermite 三次插值表达式为:

$$P_3(t) = p_0(1 - 3t^2 + 2t^3) + p_1(3t^2 - 2t^3) + m_0(t - 2t^2 + t^3) + m_1(-t^2 + t^3) \tag{17}$$

此时, 为了使用直线导数的信息, 我们代码采用的非参数形式的 Hermite 插值表达式 (即直接使用 x 和 y 的表达式). 但上面的参数形式的表达式对分段三次样条插值做了铺垫.

3.1.4 分段三次二阶连续的 B 样条

分段三次二阶连续的 B 样条是本作业中最主要用到的曲线类型. 其原理如下:

正如课上讲的, 给定 $t_0, t_1, \ldots, t_L$, 有如下式子:

$$S(t)|_{t\in(t_j,t_{j+1})} = \sum_{l=0}^{3} b_{3j+l}B_l^3(\frac{t - t_j}{\Delta_j}) \tag{18}$$

给定 d_j, 有以下三个式子:

$$b_{3j-1}=\frac{\Delta_j d_{j-1}+(\Delta_{j-2}+\Delta_{j-1})d_j}{\Delta_{j-2}+\Delta_{j-1}+\Delta_j} \tag{19}$$

$$b_{3j+1}=\frac{(\Delta_j+\Delta_{j+1})d_j+\Delta_{j-1}d_{j+1}}{\Delta_{j-1}+\Delta_j+\Delta_{j+1}} \tag{20}$$

$$b_{3j}=\frac{\Delta_{j-1}b_{3j+1}+\Delta_j b_{3j-1}}{\Delta_{j-1}+\Delta_j} \tag{21}$$

在使用 B 样条时, 采取的策略是 t 是等距的, 即 $\Delta_{j-1}=\Delta_j=\Delta_{j+1}=\Delta$. 此时, 有

$$d_{j-1}+4d_j+d_{j+1}=6b_{3j} \tag{22}$$

要求分段三次二阶连续的 B 样条过各 b_{3_j} 点, 借鉴参考文献【3】思路, 增加两个边值条件:

$$d_2-d_0=2b_1^{'} \tag{23}$$

$$d_n-d_{n_2}=2b_{n-1}^{'} \tag{24}$$

最终得到利用分段三次 B 样条, 通过插值点反求特征多项式的顶点 $d_0, d_1, \cdots, d_{n-1}$:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \cdots & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b_1^{'} \\ 6b_1 \\ 6b_2 \\ \vdots \\ 6b_{n-1} \\ 2b_{n-1}^{'} \end{bmatrix} \tag{25}$$

这里, 无法预先知道 $b_1^{'}$ 和 $b_{n-1}^{'}$, 虽然可以通过采样点估算, 但由于工作量巨大, 不适用该课程项目.

观察到, 需要画的大部分曲线都是环形闭合曲线, 对起始点 (也即终止点) 进行重复, 以此来预设 $b_1^{'}=b_{n-1}^{'}=0$. 对原校徽点进行采样后, 即获得三次 B 样条的控制点 (此时也是插值点) 后, 通过该边值条件, 可以反求出 $d_0, d_1, \cdots, d_n$. 进而求出 b_{3j-1} 和 b_{3j+1}, 进而可分段画出 Beizer 曲线. 为了编程方便, 对其进行了推导, **注意, 以下是根据课上内容自行推导的过程, 根据结果来看, 推导应该是无误的.**

根据式19, 式21, 式20, 有以下四个式子:

$$b_{3j} = \frac{1}{6}(d_{j-1} + 4d_j + d_{j+1}) \tag{26}$$

$$b_{3j+1} = \frac{1}{3}(2d_j + d_{j+1}) \tag{27}$$

$$b_{3j+2} = \frac{1}{3}(d_j + d_{j+1}) \tag{28}$$

$$b_{3j+3} = \frac{1}{6}(d_j + 4d_{j+1} + d_{j+2}) \tag{29}$$

再结合式8, 得到由反求的辅助点 $d_0, d_1, \cdots, d_n$ 画过 b_j 的三次 B 样条的表达式:

$$b_j^3(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/6 & 1/2 & -1/2 & 1/6 \\ 1/2 & -1 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/6 & 2/3 & 1/6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{j-1} \\ d_j \\ d_{j+1} \\ d_{j+2} \end{bmatrix} \tag{30}$$

当然, 由于分段三次 B 样条的二阶连续性, 还有选取其它四个点的方案, 仍可以画出过 b_j 的三次 B 样条, 在实际操作时, 采用的是每使用完四个点 $d_{j-1}, d_j, d_{j+1}, d_{j+2}$ 后, 向后平移一个点, 即使用 $d_j, d_{j+1}, d_{j+2}, d_{j+3}$, 这样有些许冗余, 但是保证了当辅助点 d 的数目不能被 4 整除时, 的代码仍是有效的.

3.1.5 分段三次样条插值

分段三次 B 样条已经可以满足课程作业需要, 为了让校徽的曲线组成更加多样性, 还使用了基于 Hermite 插值的三次样条插值. 这里结合使用的参数, 详细说明其原理.

在课程第九章已经学到, 任给 $L+1$ 个点 $P_0, \cdots, P_L \in \mathbf{R}^2$,$\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$ 可求得, 那么存在有 2 个自由度 (m_0, m_L) 的二阶连续的解. 其中,

$$\alpha_j = \Delta_j, \quad \beta_j = 2(\Delta_{j-1} + \Delta_j), \quad \gamma_j = \Delta_{j-1} \tag{31}$$

$$S_j = 3\left(\frac{\Delta P_{j-1}}{\Delta_{j-1}^2} + \frac{\Delta P_j}{\Delta_j^2}\right) \tag{32}$$

在课程作业中, 取 $\Delta_{j-1} = \Delta_j = \Delta_{j+1} = 1$, 此时, 有:

$$\alpha_j = 1, \quad \beta_j = 4, \quad \gamma_j = 1 \tag{33}$$

$$S_j = 3(P_{j+1} - P_{j-1}) \tag{34}$$

进而, 可以利用下式反求各点的导数值,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{L-1} \\ m_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_{L-1} \\ m_L \end{bmatrix} \tag{35}$$

此时, 仍通过起始点和终止点的重复取点, 使得初始位置 (也即终止位置) 的导数为 0, 即在计算中使用 $m_0 = m_L = 0$. 通过上式取出各插值点的导数后, 采用式17可画出分段三次样条插值曲线. 在的校徽中, **I**, **V**, **R** 都是使用该曲线绘制而成.

3.1.6 分段三次二阶几何连续的 ν 样条

为了让校徽的轮廓曲线更加多样, 同时也画了分段三次, 二阶几何连续的 ν 样条. 其在保证了 c^1 的基础上, 使得 $S_k''(t_k) - S_{k-1}''(t_k) = \nu_k S'(t_k)$. 此时, 式33变为：

$$\alpha_j = 1, \quad \beta_j = 2(2 + \frac{1}{2}\nu_k), \quad \gamma_j = 1 \tag{36}$$

需要注意的一点是: 上课笔记中 S_j 也发生了变化, 根据自己的理解, 认为是课上笔误造成的. 在实际代码实现时,ν_k 被赋予了比较小的数.

3.2 动画生成理论基础

Beizer 曲线等具有放射不变性, 由于分段三次 B 样条利用通过矩阵乘法, 利用插值点 (也是控制点) 反解了辅助点, 因此直接对插值点进行变换, 代入反解公式, 即可求得变换后的辅助点, 进而得到变换后的曲线, 达到控制校徽部件的目的. 动画的生成由基本的线性变换和沿轴旋转组成.

3.2.1 基本的线性变换

首先是颜色渐进变换的公式, 初始的 RGB 为蓝色 (设为 (R_0, G_0, B_0)), 最终的 RGB 为红色 (设为 (R_1, G_1, B_1)), 设颜色渐变共进行 F 帧 (即动画总共 $F+1$ 帧, 下同), 则在第 k 时刻的颜色 RGB 值为:

$$(R_k, G_k, B_k) = (R_0, G_0, B_0) \times (1 - \frac{k}{F}) + (R_1, G_1, B_1) \times \frac{k}{F}, \quad k \in \{0, 1, \ldots, F\} \tag{37}$$

由于已经把校徽的圆心设为坐标轴的原点, 因此直接使用缩放因子 α, 即可实现校徽的放大操作. 设放大后的图像是初始时刻的 M 倍, 放大操作帧数为 F, 对初始时刻上一像素点坐标 (x_0, y_0), 在第 k 帧缩放因子和该点的坐标为:

$$\alpha = \frac{M}{F} \tag{38}$$

$$(x_k, y_k) = k \times \alpha \times (x_0, y_0) \tag{39}$$

3.2.2 沿点旋转

本作业中, 沿点旋转有两种情形: ‘复旦’沿圆心旋转 360 度和‘左手/右手’沿关节旋转. 这两种旋转的原理有所不同.

‘复旦’沿圆心旋转一周, 而圆心的坐标为原点, 因此可以直接对其坐标进行旋转, 假设 F 帧后回到原来位置, 则对于初始位置为 $(0, 0)$ 的像素点, 在第 k 帧的坐标位置为:

$$\theta_k = \frac{k\pi}{F} \tag{40}$$

$$x_k = x_0 \cos\theta_k - y_0 \sin\theta_k \tag{41}$$

$$y_k = x_0 \sin\theta_k + y_0 \cos\theta_k \tag{42}$$

而对于‘左手/右手’沿关节旋转, 计算公式则相对复杂, 假设像素点 (x_0, y_0) 绕着点 (x_c, y_c) 旋转角度 θ 后变为了 (x_1, y_1), 则变换前后的坐标关系式为:

$$r = \sqrt{(x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2} \tag{43}$$

$$\Delta\theta = \arctan(\frac{y_0 - y_c}{x_0 - x_c}) \tag{44}$$

$$\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta \tag{45}$$

$$x_1 = x_0 - r\cos\theta_1 \tag{46}$$

$$y_1 = y_0 + r\sin\theta_1 \tag{47}$$

3.2.3 组合方式

通过以上两种方式的组合, 实现了‘日’的旋转飞行, 即为‘日’的中心点 O_r(大致位置取样) 设置好飞行直线, 剩余的点在飞行过程中相对于 O_r 做匀角速度的旋转, 即可完成‘日’的旋转飞行.

通过以上两种方式的组合, 还可以完成相同字母的复制, 由于字母环绕在内环与外环之间, 让圆心 O 与字母某一明显的像素点 P 连线, 例如‘N’的右下角点. 估计两个位置连线的夹角

β. 然后先让 P 先做平移, 平移到期望的位置, 再固定 P 让其余点绕 P 旋转角度 β, 微微调整 β 后即可完成字母的复制.

四 绘图过程详情

首先, 画出校徽的外环和内环, 估计原校徽的圆心和半径, 以及内环和外环的宽, 直接用 MATLAB 画 4 个圆即可.

4.1 画‘复旦’、‘1905’和‘FUDAN UNIVERSITY’的轮廓

在画‘复旦’、‘1905’和‘FUDAN UNIVERSITY’的轮廓时, 的策略都相同:

step 1. 对原校徽采样, 也即获得插值点, 对于形状变化较大的部分采样密集, 越接近直线的部分采样越少, 但对于直线至少采样三个点;

step 2. 针对采样点, 将复杂的图形进行分割, 例如对‘复旦’分为多个部分, 一方面方便画轮廓, 一方面为后面的动画做准备;

step 3. 采用五种方案画轮廓:

- 方案 1. 插值曲线, 直接把采样点看做插值点, 利用插值曲线 (例如分段三次样条插值) 画轮廓;
- 方案 2. 控制点曲线, 根据采样点和形状估计控制点, 手动设置控制点, 利用三次 Beizer 曲线画轮廓, 往往在小的连接处这样做;
- 方案 3. 通过采样点反求辅助点, 再求控制点或直接用辅助点的表达式, 画轮廓 (分段三次 B 样条), 因为该方案最方便, 因此大部分曲线都是该方案画的;
- 方案 4. 直线, 直接取直线两端采样点, 利用 MATLAB 直接画直线.
- 方案 5. 对于重复的字母‘U’、‘N’、‘I’, 采用平移 + 旋转的方式进行复制.

step 4. 根据画的结果调整采样点和控制点等, 直到达到很好的效果.

课程作业中对‘复旦’、‘1905’和‘FUDAN UNIVERSITY’的分割、采样点/控制点个数及曲线类型如表1, 注意, 点的个数包括曲线连接数重复的点.

通过以上步骤, 画出的不带填充的轮廓图如图14

4.2 分割模块填充颜色

在保证画出的轮廓是闭合的情况下, 使用 MATLAB 的 patch 函数即可完成颜色填充, 填充 RGB 按照标准校徽蓝色和红色填充.

表 1: 校徽轮廓分割、采样点/控制点个数及曲线类型

分割	采样点/控制点个数	曲线类型
‘日’外圆	23	分段三次 B 样条
‘日’上内圆	22	分段三次 B 样条
‘日’下内圆	17	分段三次 B 样条
‘左手’	15	分段三次 B 样条
‘躯干’	41	分段三次 B 样条
‘头’	19	分段三次 B 样条
‘右手’	16	分段三次 B 样条
右上环外圆	18	分段三次 B 样条
右上环内圆	18	分段三次 B 样条
右中环外圆	15	分段三次 B 样条
右中环内圆	13	分段三次 B 样条
右下部外轮廓	43	分段三次 B 样条
右下部内轮廓	9	分段三次 B 样条
‘1’	23	直线 + 三次 Hermite 插值
‘9’的内圆	9	分段三次 B 样条
‘9’的外圆	26	分段三次 B 样条
‘0’的内圆	16	分段三次 ν 样条
‘0’的外圆	17	分段三次 ν 样条
‘5’	33	直线 + 分段三次 B 样条
‘F’	52	分段三次 B 样条
第一个‘U’	49	分段三次 B 样条
‘D’内圈	11	分段三次 B 样条
‘D’外圈	23	分段三次 B 样条
‘A’内圈	9	分段三次 B 样条
‘A’外圈	34	分段三次 B 样条
第一个‘N’	40	分段三次 B 样条
第二个‘U’	0	平移 + 旋转
第二个‘N’	0	平移 + 旋转
第一个’I’	26	三次样条插值
‘V’	31	三次样条插值
‘E’	53	分段三次 ν 样条
‘R’内圈	12	三次样条插值
‘R’外圈	36	三次样条插值
‘S’	37	分段三次 B 样条
第二个‘I’	28	三次样条插值
‘T’	35	分段三次 B 样条
‘Y’	44	分段三次 B 样条
合计 37 个部分	**913 个点**	**5 种曲线**

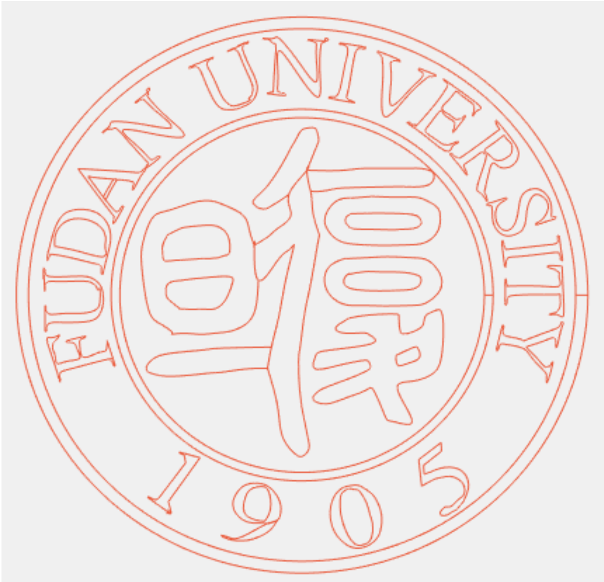

图 14: 创作过程中未填充颜色的校徽

4.3 改变采样点/控制点实现动画

实现动画的理论部分已经在第三章详细介绍, 下面介绍实现动画过程中的详细操作, 将其总结为下表2:

表 2: 动画实现过程详情

动画阶段	动画描述	实现技术	帧数
日月光华同灿烂 1	按部分画‘复旦’	多种曲线	21
日月光华同灿烂 2	‘复旦’由小变大, 颜色渐变	线性变换	11
学术独立思想自由	逆时针旋转一周	绕原点旋转	11
向前、向前，向前进展	逐字出现周边文字	多种曲线	20
作育国士恢廓学风 1	‘日’往下落	控制点平移	11
作育国士恢廓学风 2	‘日’和‘左手’向下缓冲	绕轴旋转 + 平移	11
作育国士恢廓学风 3	‘左手’将‘日’托起, 越来越快	绕轴旋转 + 平移	13
交相勉前程远	‘日’飞起, 旋转 180 度	匀速运动 + 绕轴旋转	14
复旦是所有学子的港湾	‘右手’接住‘日’, 向下缓冲	绕轴旋转 + 旋转	6
常回家看看	‘日’返回, ‘左手’接住‘日’	倒放, 改变速度	31
合计 10 个部分	**流畅, 符合常识**	**5 种技巧**	**149 帧**

需要注意的一点是, 保存的视频文件先 1 倍速播放然后 2 倍速播放, 以获得更好的观看效果. 在运行代码时, 应运行 demo.py 文件, **运行时间会在 1 分钟左右** (我本地电脑测速).

基于此, 我们还可以做出更多动画效果, 让‘复旦’的其它部分也动起来, 由于时间有限, 作业仅能做到此.

五 总结与心得

我一直觉得复旦的校徽是全国高校中最好看的校徽, 因此很早就有重新画校徽, 让校徽动起来的想法. 这种想法在选了吴老师的计算机辅助几何设计这门课后愈加强烈, 最终选择在课程作业中完成该项目, 表达对母校的敬意.

复现校徽与自由地画其它东西不同, 它有固定的像素点位置, 我们要做的是逼近它. 因此不得不采用插值的方法, 针对控制点的方法, 我结合课上的知识和课外书, 找到了分段三次 B 样条的反求辅助点的方法, 解决了分段画曲线时, 密集采样导致的调整控制点困难的问题. 密集采样的原因是‘复旦’形状复杂, 轮廓多变. 当然, 为了感受调整控制点的乐趣, 在最开始写程序阶段, 仍采用了三次 Beizer 曲线和三次有理 Beizer 曲线. 同时, 在只使用分段三次 B 样条即可完成任务的情况下, 为了多实现几种学过的曲线, 我又将部分轮廓改为用三次 Hermite 插值、分段样条插值和分段三次的 ν 样条.

本作业除了理论、代码和设计外, 比较大的工作量体现在对点进行采样上, 尤其是对周边‘FUDAN UNIVERSITY’和‘1905’的采样. 作业总共采样 913 个点, 我发现, 由于三次曲线的局限性, 对于一些比较曲折的轮廓, 需要密集采样. 而对于直线, 分段三次 B 样条在仅仅取直线两个端点和中间一点的情况下, 也可以很好地将直线画出来. 在采样并画轮廓时, 我发现了很多问题, 例如由于输错一个坐标值导致出现坏的曲线，或者与原轮廓差距很大. 最常出现的问题还是在连接处出现问题, 尤其是对‘复旦’的分割导致分割后的两个部分有时不能很好地拼接. 最终还是通过多组实验, 修正了问题. 最后实现了一个很逼真的校徽.

在使校徽动起来的过程, 采用的都是我可以想到的变换方式, 有时两种变换需要时机契合, 例如‘日’飞到‘右手’中后, 为了体现逼真的效果, 即要让‘日’旋转, 又要让‘右手’沿轴旋转. 难以通过理论的方式给出很完美的参数, 只有多次试验才可以找到比较美观的配合时机.

最后, 感谢吴老师一学期的授课, 学生受益匪浅!

参 考 文 献

[1] 吴宗敏等编著, 2016. 数值逼近. 北京：科学出版社.

[2] 殷国富等编著, 2000. 计算机辅助设计技术与应用. 北京: 科学出版社.

[3] 崔洪斌等编著, 2002. 计算机辅助设计基础及应用. 北京: 清华大学出版社.

[4] 孙家广等编著, 1988. 计算机辅助设计技术基础. 北京：清华大学出版社.