第 10 章 方差分析

第 209 页 倒数第 3 行

上述 i 是因素中的第 i 种处理(一共有 a 个处理)，j 是该 i 处理(该总体)的第 j 个抽样(第 i 个处理有 n_i 个抽样)，如图 10.5 所示。 总样本量 $N=\sum n_i$

10.4 一因子方差分析，样本量不等

例题 10.2：下列两种不同收入群，每天蛋白质摄食量的抽样资料：

高收入群：每天蛋白质摄食量的平均数 μ_1，一共有 10 个抽样资料：

86.0, 59.7, 68.6, 98.6, 87.7, 69.0, 80.2, 78.1, 69.8, 77.2

低收入群：每天蛋白质摄食量的平均数 μ_2，一共有 15 个抽样资料：

51.4, 76.7, 73.7, 66.2, 65.5, 49.7, 65.8, 62.1, 75.8, 62.0, 72.0, 55.0, 79.7, 65.4, 73.3

检验 H_0：高收入群每天蛋白质摄食量的平均数 μ_1 等于低收入群每天蛋白质摄食量的平均数 μ_2。如果检验的显著水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：本题是第 9.4 节双总体平均数检验，方差未知但相等的例题，现在用一因子方差分析检验。

计算： $a=2$， $N=25$， $T_1=774.9$， $T_2=994.3$， $G=1769.2$

$$A=\sum_{i=1}^{a}\frac{T_i^2}{n_i}=125955.83,\quad R=\frac{G^2}{N}=125202.74,\quad T=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i}y_{ij}^2=128289.98$$

方差分析表：

变异来源 Source	自由度 Df	平方和 SS	平均平方和 MS	F 比值 F-ratio
处理之间 Between	*1*	$SS_A=753.09$	$MS_A=753.09$	$F=7.42$
处理之内 Within	*23*	$SS_E=2334.15$	$MS_E=101.48$	
总和 Total	*24*	$SS_T=3087.24$		

因为 $F=7.42\ge F_{0.05,1,23}=4.279$，所以拒绝 H_0。

注意： F 值是双总体「独立样本」检验的 t^* 值的平方：$(t^*)^2=F$，$(t_{\alpha/2,N-2})^2=F_{\alpha,1,N-2}$

例题 9.3 的 $(t^*)^2=(2.724)^2=F$， $(t_{0.025,23})^2=(2.069)^2=F_{0.05,1,23}$， $(s_p)^2=(10.07)^2=MS_E$

例题 10.3：心理学家将学童分成 7 组，检验这 7 组学童的智商(IQ)是否不同。以下是这 7 组 随机选出的样本数据，检验这 7 组的智商没有差异。

第 1 组 3 个样本 ：105，98，110。

第 2 组 4 个样本 ：115，109，121，130。

第 3 组 5 个样本 ：103，96，105，107，112。

第 4 组 3 个样本 ：124，127，118。

第 5 组 2 个样本 ：115，112。

第 6 组 4 个样本 ：85，106，98，111。

第 7 组 2 个样本 ：79，87。

检验这 7 组的智商没有差异。如果检验的显著水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：计算：$T_1 = 313$，$T_2 = 475$，$T_3 = 523$，$T_4 = 369$，$T_5 = 227$，$T_6 = 400$，$T_7 = 166$

$$N = 23 \qquad A = \sum_{i=1}^{a} \frac{T_i^2}{n_i} = 268697.80 \qquad G = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} = 2473$$

$$R = \frac{G^2}{N} = 265901.26, \qquad T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^{\ 2} = 269613$$

方差分析表：

变异来源 Source	自由度 df	平方和 SS	平均平方和 MS	F 比值 F-ratio
处理之间 Between	6	$SS_A = 2796.54$	$MS_A = 466.09$	$F = 8.14$
处理之内 Within	16	$SS_E = 915.2$	$MS_E = 57.2$	
总和 Total	22	$SS_T = 3711.72$		

因为 $F = 8.14 \ge F_{0.05,6,16} = 2.741$，所以拒绝 H_0。

10.7 参数估计

题 10.7：四种中文输入法的抽样平均数如下：

$$\bar{y}_1 = 33,\quad \bar{y}_2 = 43,\quad \bar{y}_3 = 49,\quad \bar{y}_4 = 31,\quad \bar{\bar{y}} = 39$$

计算 μ，μ_2，α_2，$\mu_1 - \mu_4$ 的 95% 置信区间。

解答： μ 的 95% 置信区间：$\bar{\bar{y}} \pm t_{0.025,16}\sqrt{MS_E / N} = 39 \pm 2.120\sqrt{\dfrac{101.25}{20}} = 39 \pm 4.77$

μ_2 的 95% 置信区间：$\bar{y}_2 \pm t_{0.025,16}\sqrt{MS_E / n} = 43 \pm 2.120\sqrt{\dfrac{101.25}{5}} = 43 \pm 9.5$

α_2 的 95% 置信区间：

$$(\bar{y}_2 - \bar{\bar{y}}) \pm t_{0.025,16}\sqrt{MS_E\left(\frac{N - n_i}{n_i N}\right)} = (43 - 39) \pm 2.120\sqrt{(101.25)\frac{(20-5)}{5(20)}} = 4 \pm 8.27$$

$\mu_1 - \mu_4$ 的 95% 置信区间：

$$(\bar{y}_1 - \bar{y}_4) \pm t_{0.025,16}\sqrt{\frac{MS_E}{n_1} + \frac{MS_E}{n_4}} = (33 - 31) \pm 2.120\sqrt{\frac{2(101.25)}{5}} = 2 \pm 13.49$$

例题 10.8：心理学家利用随机集区设计作实验，有三种处理，四个集区。下列样本数据：

		处 理			
		1	2	3	
	1	4.7	9.4	6.3	20.4

集	2	3.5	7.6	5.1	16.2
区	3	0.1	5.3	1.8	7.2
	4	1.6	6.2	3.6	11.4
		9.9	28.5	16.8	55.2

检验处理之间的平均数是否全部相等，并检验集区之间的平均数是否全部相等。如果检验的显著水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,\ldots,4; \qquad j = 1,\ldots,3$

检验 $H_0^1 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_4$， $H_1^1 : H_0^1$ 不成立，集区因子的效应是显著的。

检验 $H_0^2 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_3$， $H_1^2 : H_0^2$ 不成立，处理因子的效应是显著的。

计算： $T_{1.} = 20.4 \quad T_{2.} = 16.2 \quad T_{3.} = 7.2 \quad T_{4.} = 11.4$

$T_{.1} = 9.9 \quad T_{.2} = 28.5 \quad T_{.3} = 16.8 \quad T_{..} = 55.2$

$$A = \frac{\sum T_{i.}^2}{3} = 286.8 \qquad B = \frac{\sum T_{.j}^2}{4} = 298.125 \qquad R = \frac{T_{..}^2}{12} = 253.92 \qquad T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 = 331.46$$

方差分析表：

变异来源 Source	自由度 Df	平方和 SS	平均平方和 MS	F 比值 F-ratio
处理之间 (栏) Between Treatments	2	$SS_B = 44.205$	$MS_B = 22.102$	$F_1 = 290.8$
集区之内 (列) Between Blocks	3	$SS_A = 32.880$	$MS_A = 10.960$	$F_2 = 144.2$
误差 Residual	6	$SS_E = 0.455$	$MS_E = 0.076$	
总和 Total	11	$SS_T = 77.54$		

因为 $F_1 = 290.8 \geq F_{0.05,2,6} = 5.143$，所以拒绝 H_0^1。

因为 $F_2 = 144.2 \geq F_{0.05,3,6} = 4.757$，所以拒绝 H_0^2。

习题

1. 比较四种减肥方法，抽样血压如下：

A 方法	**B 方法**	**C 方法**	**D 方法**
140	160	200	200
120	110	220	180
80	110	220	180
120	130	190	170
130	150	150	130
120	100	210	210
120	140	230	150
120	100	190	170
120	130	180	170

(1) 建立方差分析表，检验不同方法平均血压没有差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异。

(3) 计算每种方法的平均血压的 95% 置信区间。

(4) 检验方差是否相等。

2. 比较三种设计系统，效能如下：

A	147	188	162	144	157	179	165	180	
B	143	161	167	145	173	160	154		
C	173	152	194	186	166	194	178	192	186

(1) 建立方差分析表，检验不同系统平均效能没有差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异。

(3) 计算每个系统的平均效能的 95% 置信区间。

(4) 检验方差是否相等。

3. 比较 三种肥料，每单位收获量如下：

A	31.0	31.8	28.3	29.7	28.0	27.1	32.6	
B	40.0	39.6	35.3	33.0	35.7	33.7	37.4	38.6
C	41.4	42.5	36.0	36.4	36.8	38.1		

(1) 建立方差分析表，检验不同肥料平均收获没有差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异。

(3) 计算每种肥料的平均收获的 95% 置信区间。

(4) 检验方差是否相等。

4. 比较大学毕业生起薪，抽出三所大学毕业生，每小时薪水（美元）如下：

A 大学	11.25	11.25	12.35	12.25	12.00	11.85
B 大学	12.50	13.05	13.12	13.35	12.55	12.60
C 大学	11.75	12.00	10.85	11.61	12.10	12.15

(1) 建立方差分析表，检验不同大学平均起薪没有差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异。

(3) 计算每所大学平均起薪的 95 % 置信区间。

(4) 检验方差是否相等。

5. 比较四家公司，每家抽样 30 人，考试成绩如下：

公司 A $\bar{x}_1 = 57.8$ $s_1 = 14.3$

公司 B $\bar{x}_2 = 62.3$ $s_2 = 19.4$

公司 C $\bar{x}_3 = 58.4$ $s_3 = 16.5$

公司 D $\bar{x}_4 = 48.9$ $s_4 = 12.6$

(1) 建立方差分析表，检验不同公司平均成绩没有差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异。

(3) 计算每个公司的平均成绩的 95% 置信区间。

(4) 检验方差是否相等。

6. 四个实验室的实验结果资料如下：

A	58.7	61.4	60.9	59.1	58.2
B	62.7	64.5	63.1	59.2	60.3
C	55.9	56.1	57.3	55.2	58.1
D	60.7	60.3	60.9	61.4	62.3

(1) 建立方差分析表，检验不同实验室有否差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异在那里。

(3) 检验方差是否相等。

7. 四个处理的实验结果数据如下：

A	11.01	12.09	10.55	11.26	10.05				
B	11.38	10.67	12.33	10.08	9.58	10.12			
C	11.02	10.67	11.50	10.31					
D	6.04	8.65	7.76	10.13	9.36	10.31	8.30	9.48	8.89

(1) 建立方差分析表，检验不同处理有否差异。($\alpha = 0.05$)

(2) 若有差异，利用多重比较法，决定其差异。

(3) 检验方差是否相等。

8. 某电视观众收视习惯的调查单位，想知道北中南部三个县市的人民收视习惯是否相同，从三个县市收视观众中各随机抽样 10 名，得到以下的前一周收视时间(以小时计)：

北	中	南
24	29	24
32	34	19
19	36	20
24	28	16
26	35	14
25	28	23
31	33	18
18	35	21
23	29	17
27	36	15

假设收视时间为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验南部三个县市收视观众每周收视时间是否相同?

(2) 请计算南部三个县市收视观众每周收视时间检验之 p-value。

9. 某药厂的研究员做研究调查三种止痛药的成份效果，因此抽样 30 位病人，每种成份止痛药各以 10 位测试使用，每位病人使用止痛药之后给药剂打分数，得到各种成份止痛药从服用到开始生效止痛的时间(以分钟计)：

止痛药成份 1	止痛药成份 2	止痛药成份 3
5	3	7
9	6	8
7	4	8
10	8	9
9	2	7
4	2	6
8	5	7
6	3	7
9	7	8
8	1	6

假设服用到开始生效止痛的时间为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验三种成份止痛药从服用到开始生效止痛的时间是否相同?

(2) 请计算三种成份止痛药从服用到开始生效止痛的时间检验之 p-value。

10. 某比萨连锁店的营销经理想知道比萨店的顾客状况，特别是比萨店、汉堡店与炸鸡店的顾客年龄是否相同，因此从这三种店(比萨店、汉堡店与炸鸡店)中各抽样 12 位顾客，得到这些顾客的年龄(以年计):

比萨店	汉堡店	炸鸡店
24	27	24
20	21	27
24	17	35
16	34	24
36	33	39
25	25	27
28	19	38
31	17	31
23	26	25
19	20	28
25	18	36
17	35	23

假设顾客的年龄为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验三种店顾客的年龄是否相同?

(2) 请计算三种店顾客的年龄检验之 p-value。

11. 某文教基金想了解台北市各学区的教师状况，特别是五个最拥挤学区的教师年龄是否相同，因此从这五个学区中各抽样 12 位教师，得到这些教师的年龄(以年计):

学区 1	学区 2	学区 3	学区 4	学区 5
40	38	35	44	52
52	47	27	36	54
27	40	28	45	48
44	50	32	47	55
39	48	26	50	47
58	49	25	48	60
41	39	36	45	53
53	48	28	37	55
28	41	29	46	49
45	51	33	48	56
40	49	27	51	48
59	50	26	49	61

假设教师年龄为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验五个学区的教师年龄是否相同?

(2) 请计算五个学区的教师年龄检验之 p-value。

(3) 请用 Tukey 多项比较方法找出教师年龄不同的学区。

(4) 请用 Fisher's LSD 多项比较方法找出教师年龄不同的学区。

(5) 请问上述两个方法所得到的结论是否相同?

12. 某房屋设计师想比较四种不同室内漆的成本，因此从负责的工地中选择了这 40 间相同面积的房间，各 10 间使用相同的室内漆，得到室内漆的成本如下:

1	2	3	4
610	404	599	272
354	663	426	405
234	521	429	197
399	518	621	363
278	499	426	297
358	374	414	538
379	562	322	181
548	505	460	318
196	375	494	412
444	438	637	499

假设室内漆成本为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验四种室内漆的成本是否相同?

(2) 请计算四种室内漆的成本检验之 p-value。

(3) 请用 Tukey 多项比较方法找出成本不同的室内漆。

(4) 请用 Fisher's LSD 多项比较方法找出成本不同的室内漆。

(5) 请问上述两个方法所得到的结论是否相同?

13. 某保险公司为比较公司内所有车祸鉴定人的评等状况，因此从过去一周的车祸中随机选择了这 15 辆车，请公司中的 3 位车祸鉴定人分别针对这些车祸鉴定车子损坏状况，得到每辆车需偿付的车祸保险金如下:

车祸	鉴定人 1	鉴定人 2	鉴定人 3
1	650	600	750
2	930	910	1010
3	440	450	500
4	750	710	810
5	1190	1050	1250
6	1560	1270	1450
7	750	700	850
8	1030	1010	1110
9	540	550	600
10	850	810	910
11	1290	1150	1350
12	1660	1370	1550
13	550	590	650
14	340	440	400
15	1460	1170	1350

假设每辆车需偿付的车祸保险金为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验 3 位车祸鉴定人鉴定需偿付的车祸保险金是否相同?

(2) 请计算 3 位车祸鉴定人鉴定需偿付的车祸保险金检验之 p-value。

14. 某食品检验公司发展出 4 种新的方法，可以从 5 种食物(牛肉、鸡肉、猪肉、蛋与牛奶)中检验出细菌的含量，为比较 4 种新的检验方法适用的食物状况，因此用这 4 种新的检验方法检验 5 种受污染的食物，得到每种检验方法每种食物细菌的含量如下:

食物	检验方法 1	检验方法 2	检验方法 3	检验方法 4
牛肉	47	53	36	68
鸡肉	53	61	48	75
猪肉	68	85	55	45
蛋	25	24	20	27
牛奶	44	48	38	46

假设每种检验方法每种食物细菌的含量为正态分布且方差相等，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显著水平检验 4 种检验方法每种食物细菌的含量是否相同?

(2) 请计算 4 种检验方法每种食物细菌的含量检验之 *p*-value。

10.4 多重比较法补充

1. Tukey 多重比较法

若 $\left|\overline{y}_j - \overline{y}_i\right| \geq q_{\alpha,a,N-a}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$，则接受 $H_1: \mu_i \neq \mu_j$

以上 n 是处理的相同样本量。若处理的样本量不同，要将样本量 n 改为 $n_i, i=1,\ldots,a$ 的调合平均数：$n = \dfrac{a}{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}+\ldots+\dfrac{1}{n_a}}$，$q_{\alpha,a,N-a}$ 的值可以从附录表 A.10 中查到。

例题 10.4a：上述四种中文输入法的 Tukey 多重比较法如下：

$$q_{\alpha,a,a(n-1)}\sqrt{\frac{MS_E}{n}} = q_{0.05,4,16}\sqrt{\frac{101.25}{5}} = 4.046(4.5) = 18.2$$

$\left|\overline{y}_{j.} - \overline{y}_{i.}\right|$ 和 18.2 比较。

结果是：六个假设都不能拒绝。

2. Duncan's 多重比较法

$\overline{y}_{i.}$ 由小到大排列，如果 $\overline{y}_{i.}, \overline{y}_{j}$，$i<j$，令 $\mathrm{r} = j - i + 1$。

$\left|\overline{y}_{j.} - \overline{y}_{i.}\right| \geq \mathrm{d}_{\alpha,\mathrm{r},a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$，则接受 $H_A: \mu_i \neq \mu_j$

$d_{\alpha,r,a(n-1)}$ 的值可以从附录表 A.9 中查到。

注意 $\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 的分子中没有 $\sqrt{2}$，因为 $\sqrt{2}$ 已经放到 d_α 中。

以 a=4 为例，以上比较如下：

	$\overline{y}_{2.}$	$\overline{y}_{3.}$	$\overline{y}_{4.}$
$\overline{y}_{1.}$	$(\overline{y}_{2.} - \overline{y}_{1.})^{\#}$	$(\overline{y}_{3.} - \overline{y}_{1.})^{+}$	$(\overline{y}_{4.} - \overline{y}_{1.})^{*}$
$\overline{y}_{2.}$		$(\overline{y}_{3.} - \overline{y}_{2.})^{\#}$	$(\overline{y}_{4.} - \overline{y}_{2.})^{+}$

$\bar{y}_{3.}$ | $(\bar{y}_{4.}-\bar{y}_{2.})^{\#}$

$(\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.})^{\#}$ 和 $d_{\alpha,2,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 作比较。

$(\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.})^{+}$ 和 $d_{\alpha,3,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 作比较。

$(\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.})^{*}$ 和 $d_{\alpha,4,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 作比较。

例题 10.4b：上述四种中文输入法 的 Duncan's 多重比较法 如下 ：

$d_{\alpha,r,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 计算如下：　$d_{0.05,2,16}\sqrt{\dfrac{101.25}{5}}=2.998(4.50)=13.5$

$d_{0.05,3,16}\sqrt{\dfrac{101.25}{5}}=3.144(4.50)=14.1$　$d_{0.05,4,16}\sqrt{\dfrac{101.25}{5}}=3.235(4.50)=14.6$

		$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$
		33	43	49
$\bar{y}_4$	31	$2^{\#}$	12^{+}	18^{*}
$\bar{y}_1$	33		$10^{\#}$	16^{+}
$\bar{y}_2$	43			$6^{\#}$

#和 13.5 作比较　+和 14.1 作比较　*和 14.6 作比较

结果是：　否定 $H_0^2:\mu_1=\mu_3$ 和 $H_0^6:\mu_3=\mu_4$ 。

3. Student-Newman-Keul's 多重比较法

$\bar{y}_{i.}$ 由小到大排列 ，如果 $\bar{y}_{i.},\bar{y}_{j}$， $i<j$， 令 $r=j-i+1$ 。

$\left|\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.}\right|\geq q_{\alpha,r,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$，　则接受 $H_A:\mu_i\neq\mu_j$

$q_{\alpha,r,a(n-1)}$ 的值可以从附录表 A.10 中查到。

注意 $\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 的分子中没有 $\sqrt{2}$，因为 $\sqrt{2}$ 已经放到 q_α 中。

以 a = 4 为例，以上比较如下：

	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$
$\bar{y}_{1.}$	$(\bar{y}_{2.}-\bar{y}_{1.})^{\#}$	$(\bar{y}_{3.}-\bar{y}_{1.})^{+}$	$(\bar{y}_{4.}-\bar{y}_{1.})^{*}$
$\bar{y}_{2.}$		$(\bar{y}_{3.}-\bar{y}_{2.})^{\#}$	$(\bar{y}_{4.}-\bar{y}_{2.})^{+}$
$\bar{y}_{3.}$			$(\bar{y}_{4.}-\bar{y}_{2.})^{\#}$

$(\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.})^{\#}$ 和 $q_{\alpha,2,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 作比较。

$(\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.})^{+}$ 和 $q_{\alpha,3,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 作比较。

$(\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.})^{*}$ 和 $q_{\alpha,4,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 作比较。

例题 10.4c： 上述四种中文输入法的 Student-Newman-Keul's 多重比较法 如下 ：

$q_{\alpha,r,a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n}}$ 计算如下： $q_{0.05,2,16}\sqrt{\dfrac{101.25}{5}}=2.998(4.50)=13.5$

$q_{0.05,3,16}\sqrt{\dfrac{101.25}{5}}=3.649(4.50)=16.4$ $q_{0.05,4,16}\sqrt{\dfrac{101.25}{5}}=4.046(4.50)=18.2$

		$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$
		33	43	49
$\bar{y}_4$	31	$2^{\#}$	12^{+}	18^{*}
$\bar{y}_1$	33		$10^{\#}$	16^{+}
$\bar{y}_2$	43			$6^{\#}$

#和 13.5 作比较 +和 16.4 作比较 *和 18.2 作比较

结果是：六个假设都不能否定。

5. Bonferroni's 多重比较法

若 $\left|\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.}\right|\geq t_{\frac{\alpha}{2m},a(n-1)}\sqrt{\dfrac{MS_E}{n_i}+\dfrac{MS_E}{n_j}}$ m 是 $H_0:\mu_i=\mu_j$ 的数目

则接受 $H_A:\mu_i\neq\mu_j$。

例题 10.4d： 上述四种中文输入法的 Bonferroni's 多重比较法如下：

$$t_{\frac{\alpha}{2m},a(n-1)}\sqrt{\frac{2MS_E}{n}}=t_{\frac{0.05}{12},16}\sqrt{\frac{2(101.25)}{5}}=3.005(6.36)=19.11$$

$\left|\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.}\right|$ 和 19.11 比较 。

结果是：六个假设都不能否定。

6. Scheffé's 多重比较法

若 $\left|\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.}\right|\geq\sqrt{(a-1)F_{\alpha,a-1,a(n-1)}}\sqrt{\dfrac{2MS_E}{n}}$ ， 则接受 $H_A:\mu_i\neq\mu_j$。

例题 10.4e： 上述四种中文输入法的 Scheffé's 多重比较法如下：

$$\sqrt{(a-1)F_{\alpha,a-1,a(n-1)}}\sqrt{\frac{2MS_E}{n}}=\sqrt{3F_{0.005,3,16}}\sqrt{\frac{2(101.25)}{5}}=\sqrt{3(3.239)}\sqrt{40.5}=19.8$$

$\left|\bar{y}_{j.}-\bar{y}_{i.}\right|$ 和 19.8 比较 。

结果是：六个假设都不能否定。

一因子方差分析，样本数不等的多重比较法，比照样本数相等的多重比较法，只是 Fisher，Bonferroni 和 Scheffé's 的标准误要改为：

$$\sqrt{\frac{MS_E}{n_i}+\frac{MS_E}{n_j}}$$

但是 Duncan，Student-Newman-Keul 和 Tukey 多重比较法，只适合样本数相等，所以要将样本数 n 改为 n_i， $i=1,\ldots,a$ 的调合平均数：

$$n=\frac{a}{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}+\ldots+\dfrac{1}{n_a}}$$

然后，再进行多重比较法。

以下是六种多重检定法的比较 。

Fisher　Duncan　Student　Tukey　Bonferroni　Scheffé's

———— 接受 H_0 置信区间愈大 ————→

———— 接受 H_0 概率愈大 ————→

———— 拒绝 H_0 概率愈小 ————→

———— 判定力愈低 ————→

———— 第一类误差愈小 ————→

———— 第二类误差愈大 ————→

———— 判定真正差异（显著）的可能性愈小 ————→

———— 判定错误差异的可能性愈小 ————→

———— 愈保守 ————→