

第 13 章 非参数统计分析

补充 本章公式编号

13.2.1 检验单总体中位数

利用正态分布近似, 若 $n \geq 10$, 则 $B(n, 0.5)$ 近似正态分布 $N(0.5n, 0.25n)$:

$$z^* = \frac{2v^* - n}{\sqrt{n}} \text{ 或 连续性修正} \begin{cases} z^* = \frac{(v^* + 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}} & \text{if } v^* < 0.5n \\ z^* = \frac{(v^* - 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}} & \text{if } v^* > 0.5n \end{cases} \quad (13.1)$$

13.3.1 检验单总体中位数

利用正态分布(近似)。当 $n \geq 15$, 则 V 近似正态分布, 平均数 μ , 方差 σ^2 。

$$V \sim N(\mu, \sigma^2), \quad \mu = \frac{n(n+1)}{4}, \quad \sigma^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}, \quad z^* = \frac{x_+^* - \mu}{\sigma} \quad (13.2)$$

13.4.1 检验单总体样本数据随机性

利用 R 的分布, R 的分布如下:

$$P\{R = 2k\} = 2 \frac{\binom{m-1}{k-1} \binom{n-1}{k-1}}{\binom{m+n}{m}} \quad P\{R = 2k+1\} = \frac{\left[\binom{m-1}{k-1} \binom{n-1}{k} + \binom{m-1}{k} \binom{n-1}{k-1} \right]}{\binom{m+n}{m}} \quad (13.3)$$

利用正态分布, 当 $n \geq 10, m \geq 10$, 则 R 近似正态分布, 平均数 μ , 方差 σ^2 。

$$R \sim N(\mu, \sigma^2), \quad \mu = \frac{2mn + n + m}{n + m}, \quad \sigma^2 = \frac{2nm(2nm - n - m)}{(n + m)^2(n + m - 1)} \quad (13.4)$$

13.5.1 Mann-Whitney 检验

正态分布: 当 $n, m \geq 15$, 则 T 近似正态分布, 平均数 μ , 方差 σ^2 。

$$T \sim N(\mu, \sigma^2), \quad \mu = \frac{n(n+m+1)}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{nm(n+m+1)}{12} \quad (13.5)$$

13.6 Kruskal-Wallis 检验

$$\text{检验值 } H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k n_i \left(\bar{R}_i - \frac{N+1}{2} \right)^2 = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_i^2}{n_i} \right) - 3(N+1) \quad (13.6)$$

13.7 Friedman 检验

$$\text{检验值 } H = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3n(k+1) \quad (13.7)$$

13.8.2 Spearman 秩相关系数的计算

$$r_{sp} = \frac{S_{rs}}{\sqrt{S_{rr}S_{ss}}} = \frac{\sum \left(r_i - \frac{n+1}{2} \right) \left(s_i - \frac{n+1}{2} \right)}{n(n^2-1)/12} = \frac{12 \left[\sum r_i s_i - n \left(\frac{n+1}{2} \right)^2 \right]}{n(n^2-1)} \quad (13.8)$$

$$r_{sp} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)} \quad (13.9)$$

13.2 符号检验

例题 13.1: 某大医院抽样 20 个病人, 挂号及等候的时间(分钟)如下:

22, 30, 31, 40, 37, 25, 29, 14, 30, 17, 23, 32, 20, 40, 28, 26, 33, 25, 34, 21

假设中位数为 M 。

$$\text{检验: } \begin{cases} H_0: M \leq 25 \\ H_1: M > 25 \end{cases}$$

如果检验的显著水平是 0.05,

问检验的结果如何?

解答: 20 个数据有 2 个等于 25, 所以去掉。n = 18。

$$x_-^* = 6, \quad x_+^* = 18 - 6 = 12, \quad v^* = 12$$

試驗的次數(n)	18
試驗成功的次數(i)	11
試驗成功的機率(p)	0.5
輸出資料	
二項分配機率值 $p(x=i)$	0.121399
二項分配累積機率值 $p(x \leq i)$	0.881058

$$p \text{ 值} = P\{B(n, 0.5) \geq v^*\} = P\{B(18, 0.5) \geq 12\} = 1 - P\{B(18, 0.5) \leq 11\} = 1 - 0.881 = 0.119$$

检验结果: 接受 H_0 , 中位数小于 25

$$\text{利用近似正态分布: } z^* = \frac{2v^* - n}{\sqrt{n}} = \frac{2 \times 12 - 18}{\sqrt{18}} = 1.4142 \quad P(Z \geq 1.4142) = 0.079$$

$$z^* = \frac{(v^* - 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}} = \frac{(12 - 0.5) - 0.5 \times 18}{0.5\sqrt{18}} = 1.1735 \quad P(Z \geq 1.1735) = 0.1203$$

经过连续性修正, p 值较近似。

例题 13.2: 抽样 8 个体能训练者, 测验其训练前与训练后的肺活量。检验训练前与训练后的肺活量的中位数相等。如果检验的显著水平是 0.05, 问检验的结果如何?

训练前 x_i	训练后 y_i	$d_i = x_i - y_i$
750	850	-100
860	880	-20
950	930	+20
830	860	-30
750	800	-50
680	740	-60
720	760	-40
810	800	+10

解答: $x_-^* = 8, \quad x_+^* = 2, \quad v^* = 2 \quad H_0$: 训练前与训练后的肺活量的中位数相等。

$$p \text{ 值} = 2P\{B(n, 0.5) \leq v^*\} = 2P\{B(8, 0.5) \leq 2\} = 0.290$$

检验结果: 训练前与训练后的肺活量的中位数相等。

13.3 符号秩检验

例题 13.3: 高速公路抽样 12 辆汽车, 时速如下:

100, 94, 95, 81, 103, 97, 90, 102, 91, 98, 88, 87

假设车速的概率分布是对称型，中位数 M 。检验： $\begin{cases} H_0: M = 90 \\ H_1: M \neq 90 \end{cases}$

如果检验的显著水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：

x_i	$y_i = x_i - 90$	$ y_i $	Rank $ y_i $	$y_i > 0$	$y_i < 0$
100	10	10	9	9	
94	4	4	4	4	
95	5	5	5	5	
81	-9	9	8		8
103	13	13	11	11	
97	7	7	6	6	
90	0	0	0		
102	12	12	10	10	
91	1	1	1	1	
98	8	8	7	7	
88	-2	2	2		2
87	-3	3	3		3
				$\sum = x_+^* = 53$	$\sum = x_-^* = 13$

因为有 $y_i = 0$ ，所以样本量减 1， $n = 11$

$$x_- = 13, x_+ = 9 + 4 + 5 + 11 + 6 + 10 + 1 + 7 = 53, v^* = 13$$

利用递归方程式(中文统计程序)，计算 p 值 = 0.083。

利用查表 A7，得 $T_L = 11$ ， $T_U = 55$ 。 $T_L \leq v^* \leq T_U$ ，接受 H_0 。

利用正态分布， $\mu = 33$ ， $\sigma = 11.25$ ， $z^* = 1.78$ ， p 值 = 0.076 ≥ 0.05 ，所以接受 H_0 。

13.4 游程检验，检验随机性

例题 13.4：统计学上课是在每周星期五，一个学期 22 周，学生缺课的人数依序如下：

1, 12, 8, 7, 3, 10, 5, 7, 15, 12, 9, 18, 12, 17, 1, 7, 18, 6, 14, 11, 5, 2

检验这学期学生缺课人数的出现次序是随机的。

如果检验的显著水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：(一) 上述资料的中位数是 8.5，每个数据减去 8.5，得到下列顺序：

— + — — — + — — + + + + + — — + — + + — —

正负号的数目 $n = m = 11$ ，计算连的数目 $r^* = 11$

代入 R 分布的计算机程序，得到： p 值 = 0.82，因为 p 值 > 0.05 ，所以接受 H_0 。

$$\text{利用正态分布：} \mu = \frac{2mn + n + m}{n + m} = 12, \sigma = \sqrt{\frac{2nm(2nm - n - m)}{(n + m)^2(n + m - 1)}} = 2.29$$

$$z^* = \frac{r^* - \mu}{\sigma} = \frac{11 - 12}{2.29} = -0.44, p \text{ 值} = 2P\{Z \geq |-0.44|\} = 0.66 > 0.05, \text{所以接受 } H_0.$$

利用查表查表 A10 得 $L_r = 7$ ， $U_r = 17$ ， $L_r < r^* < U_r$ ，所以接受 H_0 。

查表 A11，但是没有 $m = 11$ ， $n = 11$ 的 $P(R \leq r^*)$ 值。

(二) 如果用平均数 9.0909, 所以每个数据减去 9.0909:

$$m = 12, n = 10, \text{ 连的数目 } r^* = 13$$

代入计算机程序, 得到: p 值 = 0.82, 因为 p 值 > 0.05, 所以接受 H_0

$$\text{利用正态分布: } \mu = \frac{2mn + n + m}{n + m} = 11.9, \quad \sigma = \sqrt{\frac{2nm(2nm - n - m)}{(n + m)^2(n + m - 1)}} = 2.27$$

$$z^* = \frac{r^* - \mu}{\sigma} = \frac{13 - 11.9}{2.27} = 0.4845, \quad p \text{ 值} = 2P\{Z \geq |0.4845|\} = 0.63 > 0.05, \text{ 接受 } H_0.$$

13.5 Mann-Whitney 检验

例题 13.5: 实验室研究两种生产方法, 抽样产品的重量如下:

方法 A: 73, 67, 72, 46, 83, 75, 62, 90, 95

方法 B: 71, 47, 68, 87, 77, 92, 65, 86, 79, 57

检验这两种方法的产品重量分布相同。显著水平是 0.05, 问检验的结果如何?

解答: 排列上述数据的等级如下: $n = 9, m = 10$, 检验 $H_0: F_A = F_B$

资料	等级	方法	资料	等级	方法
46	1	A	73	10	A
47	2	B	75	11	A
57	3	B	77	12	B
62	4	A	79	13	B
65	5	B	83	14	A
67	6	A	86	15	B
68	7	B	87	16	B
71	8	B	90	17	A
72	9	A	92	18	B
			95	19	A

$$t^* = 1 + 4 + 6 + 9 + 10 + 11 + 14 + 17 + 19 = 91, \quad s^* = 2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 12 + 13 + 15 + 16 + 18 = 99, \quad t^* = 91$$

利用递归方程式, 计算: p 值 = 0.968。因为 p 值 > 0.05, 所以接受 H_0 。

利用查表 A8, 得到 $T_L = 66, T_U = 114, T_L \leq t^* \leq T_U$, 所以接受 H_0 。

$$\text{查表 A9, 得 } u_\alpha = 20, u_1 = 90 + \frac{90(91)}{2} - 91 = 44, u_2 = 90 + \frac{10(11)}{2} - 99 = 46, u = 44$$

$u > u_\alpha$, 接受 H_0 。

$$\text{利用正态分布, 计算: } \mu = \frac{n(n + m + 1)}{2} = \frac{9(9 + 10 + 1)}{2} = 90$$

$$\sigma^2 = \frac{nm(n + m + 1)}{12} = \frac{9(10)(9 + 10 + 1)}{12} = 150 \quad z^* = \frac{t^* - \mu}{\sigma} = \frac{91 - 90}{12.25} = 0.08$$

p 值 = $2P\{Z \geq |0.08|\} = 0.936$, 因为 p 值 > 0.05, 所以接受 H_0 。

13.6 Kruskal-Wallis 检验

例题 13.6: 在美国东部, 中部, 西部三个地区抽样几个城市, 每千人的自杀率如下表:

东部地区 A	中部地区 B	西部地区 C
2.8	2.1	2.1
5.0	2.4	4.2
7.2	3.5	4.3
8.3	7.0	4.8
10.0	12.1	6.4
13.2	13.6	6.6
13.6	14.9	8.4
	15.6	8.9

检验这三个地区的平均自杀率相等。显着水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：排列上述数据的等级如下：

资料	等级	地区	资料	等级	地区
2.1	1.5	B	7.2	13	A
2.1	1.5	C	8.3	14	A
2.4	3	B	8.4	15	C
2.8	4	A	8.9	16	C
3.5	5	B	10.0	17	A
4.2	6	C	12.1	18	B
4.3	7	C	13.2	19	A
4.8	8	C	13.6	20.5	A
5.0	9	A	13.6	20.5	B
6.4	10	C	14.9	22	B
6.6	11	C	15.6	23	B
7.0	12	B			

A: $n_1 = 7, R_1 = 4+9+13+14+17+19+20.5=96.5$

B: $n_2 = 8, R_2 = 1.5+3+5+12+18+20.5+22+23=105$

C: $n_3 = 8, R_3 = 1.5+6+7+8+10+11+15+16=74.5$

$N = n_1 + n_2 + n_3 = 23$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_i \left(\frac{R_i^2}{n_i} \right) - 3(N+1) = \frac{12}{23(24)} \left[\frac{(96.5)^2}{7} + \frac{(105)^2}{8} + \frac{(74.5)^2}{8} \right] - 3(23+1) = 1.96$$

因为 $H = 1.96 < \chi_{0.05,2}^2 = 5.991$ ，所以接受 H_0 。

13.7 Friedman 检验

例题 13.7：心理学家利用随机集区设计作实验，有三种处理，四个集区。下列样本数据：

		处 理			
		1	2	3	
集 区	1	4.7	9.4	6.3	20.4
	2	3.5	7.6	5.1	16.2
	3	0.1	5.3	1.8	7.2
	4	1.6	6.2	3.6	11.4
		9.9	28.5	16.8	55.2

检验处理之间的中位数是否全部相等，显着水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答： $k = 3, n = 4$

处 理		
1	2	3

集 区	1	1	3	2
	2	1	3	2
	3	1	3	2
	4	1	3	2
总合 R_i		4	12	8

$$H = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{i=1}^k R_i^2 - 3n(k+1) = \frac{12}{4 \cdot 3 \cdot (3+1)} (16 + 144 + 64) - 3 \times 4 \times (3+1) = 8$$

因为 $H = 8 > \chi_{0.05,2}^2 = 5.991$, 所以否定 H_0 。 p 值 = 0.0183

13.8 Spearman 等级相关系数

例题 13.8: 学生能力测验分成数学和语文两部份。抽样 10 个学生的能力测验分数如下:

学生	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数学分数	425	358	515	672	378	397	715	638	478	350
语文分数	535	375	500	550	414	435	750	515	482	410

计算 Spearman 等级相关系数。检验学生能力测验数学和语文两部份分数无相关性, 如果检验的显著水平是 0.05, 问检验的结果如何?

解答: 排列等级:

学生	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数学分数 x_i	425	358	515	672	378	397	715	638	478	350
排序 r_i	5	2	7	9	3	4	10	8	6	1
语文分数 y_i	535	375	500	550	414	435	750	515	482	410
排序 s_i	8	1	6	9	3	4	10	7	5	2

以 r_i 当作变量 x_i , 以 s_i 当作变量 y_i 。

X	Y	d	x^2	y^2	xy	d^2
5	8	-3	25	64	40	9
2	1	1	4	1	2	1
7	6	1	49	36	42	1
9	9	0	81	81	81	0
3	3	0	9	9	9	0
4	4	0	16	16	16	0
10	10	0	100	100	100	0
8	7	1	64	49	56	1
6	5	1	36	25	30	1
1	2	-1	1	4	2	1
55	55	0	385	385	378	14

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} = 378 - 10(5.5)(5.5) = 75.5$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 = 385 - 10(5.5)^2 = 82.5$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 = 385 - 10(5.5)^2 = 82.5$$

$$r_{sp} = \frac{S_{rs}}{\sqrt{S_{rr}S_{ss}}} = \frac{75.5}{\sqrt{(82.5)(82.5)}} = 0.91515 \quad r_{sp} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(14)}{10(100 - 1)} = 0.91515$$

x_i 数据没有相等, 而且 y_i 数据也没有相等, 所以两个 r_{sp} 计算结果相同。

检验: $\begin{cases} H_0: \rho_s = 0 & \text{變數 X 與變數 Y 無相關性} \\ H_1: \rho_s \neq 0 & \text{變數 X 與變數 Y 有相關性} \end{cases}$

$$z^* = r_{sp} \sqrt{n-1} = (0.91515) \sqrt{10-1} = 2.75$$

因为 $|z^*| = 2.75 \geq z_{0.025} = 1.96$, 所以否定 H_0 。 p 值 = 0.0058。

查表 A12: $r_\alpha = 0.648$, $r_{sp} > r_\alpha$, 所以否定 H_0 。

例题 13.9: 抽样 10 辆汽车, 其重量(单位: 1000 磅)与每加仑哩数(mpg):

汽车	重量 x_i	每加仑哩数 y_i
1	2.7	28
2	4.1	19
3	3.5	22
4	2.7	30
5	2.2	26
6	3.9	19
7	2.2	38
8	2.2	40
9	3.5	26
10	2.2	45

计算并检验 Spearman 等级相关系数。

解答:

x	x 的等级 r_i	Y	y 的等级 s_i	D	d ²
2.7	5.5	28	6	-0.5	0.25
4.1	1	19	1.5	8.5	72.25
3.5	7.5	22	3	4.5	20.25
2.7	5.5	30	7	-1.5	2.25
2.2	2.5	26	4.5	-2	4
3.9	9	19	1.5	7.5	56.25
2.2	2.5	38	8	-5.5	30.25
2.2	2.5	40	9	-6.5	42.25
3.5	7.5	26	4.5	3	9
2.2	2.5	45	1	-7.5	56.25
					293

$$\text{Spearman 等级相关系数: } r_{sp} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(293)}{10(100 - 1)} = -0.7758$$

$$z^* = r_{sp} \sqrt{n-1} = (-0.7758) \sqrt{10-1} = -2.3274 \quad \text{p 值} = 0.01, \text{ 所以否定 } H_0。$$

查表 A12: $r_\alpha = 0.648$, $r_{sp} < -r_\alpha$, 所以否定 H_0 。

习题

1. 给大学生一篇文章，测验记忆的能力，分数是 1 到 99 分，中位数是 50 分。现在一班抽样 15 个学生，有 10 个学生分数是 50 分以上，有 5 个学生分数是 50 分以下。以 $\alpha = 0.05$ ，检验这一班学生记忆力超过平均水平。

2. 10 个减肥计划者，开始与结束的体重(英磅)如下：

开始时体重	183	144	151	163	155	159	178	184	142	137
结束时体重	177	145	145	162	151	163	173	185	139	138

利用符号检验或符号等级检验，检验这个减肥计划是否有效，显著水平 0.05。

3. 心理学家测验白领阶级和蓝领阶级的工作态度，四个蓝领阶级的分数是：23, 18, 22, 21。五个白领阶级的分数是：23, 28, 25, 24, 26。检验这两个阶级的工作态度没有差异，显著水平 0.05。分别利用(1)中位数卡方检验，(2)连检验，(3)等级总和检验，(4)t 检验。

4. 一个新药物测试 18 个病人，40 天后血压的变化如下：

-5, -1, +2, +8, -25, +1, +5, -12, -16, -9, -8, -18, -5, -22, +4, -21, -15, -11

利用符号检验或符号等级检验，检验这个药物对血压没有影响，显著水平 0.05。

5. 连续生产 50 个产品，有 11 个故障。故障品出现的次序是，第 8 个，以及第 12, 13, 14, 31, 32, 37, 38, 40, 41, 42 个。检验这个样本数据出现故障品是随机性。
6. 下列数据是连续 25 个产品的质量水平：100, 110, 122, 132, 99, 96, 88, 75, 45, 211, 154, 143, 161, 142, 99, 111, 105, 133, 142, 150, 153, 121, 126, 117, 155

(1) 检验这个样本数据是随机性

(2) 检验这个样本数据是正态分布，平均数 124，标准偏差 33

7. 力立化学制药公司想引进安全训练课程，安安与成泰两家安全认证顾问公司都想与其合作，为了解究竟哪家公司的课程较适合，力立化学抽样 20 位程度相同的员工，10 位参予安安、另外 10 位参予成泰两家提供的课程并参与考试(两家安全公司总分都是 25 分)，以下为 20 位员工参与两家安全公司课程的成绩：

安安课程	14	21	17	14	17	19	20	16	17	19
成泰课程	20	18	22	15	23	21	19	15	22	21

已经确定这些考试成绩并不是正态分布，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5% 的显著水平检验成泰课程的成绩高于安安课程的成绩？

(2) 请计算成泰课程的成绩高于安安课程的成绩检验之 p -value。

8. 每年富豪财务管理公司的人事部门都会进行员工考核，每位员工都会得到 1~7 分的考核分数，1 分代表非常不满意、而 7 分则是非常满意。富豪财务管理公司的总经理看过今年的考核资料后直觉今年较去年的考核分数低，为了解是否真有这个现象，富豪财务管理公司人事部门随机抽样 10 位员工，以下为 10 位员工今年与去年的考核资料：

员工编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
今年考核	4	7	3	6	5	4	5	6	4	5
去年考核	4	6	2	4	4	3	5	5	3	3

已经确定这些考核分数并不是正态分布，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5% 的显著水平检验富豪财务管理公司的总经理的直觉？

(2) 请计算富豪财务管理公司的总经理的直觉检验之 p -value。

9. 一般来说，每次漫画出版公司要出版漫画集前都会先询问专家读者的意见，如果专家读者认为可行才出版。嘻哈漫画出版公司日前接到两套漫画手稿均为类似的题材，但鉴于财务限制只能先出版一套，为了解哪套漫画较受欢迎，嘻哈漫画公司将此两份手稿分别请 30 位专家读者先看过，其中 10 位认为第一份较佳、而另外 20 位则认为第二份较好。

(1) 请用 5% 的显著水平检验第二份较第一份好的状况？

(2) 请计算第二份较第一份好的状况检验之 p -value。

10. 顶城超级市场除贩卖知名品牌的牛奶外，也贩卖顶城自己品牌的牛奶，顶城总经理认为其自有品牌牛奶不但较知名品牌牛奶浓郁且价格也较合理。为证明其理解的正确性举行了试味实验，随机抽样 50 位询问试味实验者，每位实验者都尝试两份牛奶(知名品牌、顶城品牌)，试味后试味实验者再给予意见，其中 32 位认为知名品牌较佳、而其他 18 位则认为顶城品牌较好。

(1) 请用 5% 的显著水平检验知名品牌较顶城品牌的牛奶味道较好？

(2) 请计算知名品牌较顶城品牌的牛奶味道较好检验之 p -value。

11. 景美区活动中心的管理组长想要了解到活动中心美食区购买食物的顾客年龄，目前美食区的分布为：热食、饮料与甜点。景美区活动中心的管理组长觉得购买这三种食物的顾客年龄不相同，为了解是否真有这个现象，景美区活动中心的管理组长随机抽样 30 位顾客，以下为 30 位顾客购买的食物与其年龄数据：

买甜点年龄	23	19	25	17	36	25	28	31	24	16
买饮料年龄	26	20	18	35	33	25	19	17	17	34
买热食年龄	25	28	36	23	39	27	38	31	35	22

已经确定这些顾客年龄资料并不是正态分布，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5% 的显著水平检验景美区活动中心顾客年龄是否因购买食物而不同？

(2) 请计算景美区活动中心顾客年龄是否因购买食物而不同检验之 p -value。

12. 健力运动中心的执行长想要了解到运动中心健身的顾客类型，目前到健力运动中心约有四类：家庭主妇、青少年、上班族与中年主管。健力运动中心的执行长认为这四类顾客到运动中心健身的频率不同，为了解是否真有这个现象，健力运动中心的执行长整理过去两周(14 天)的四类顾客数如下：

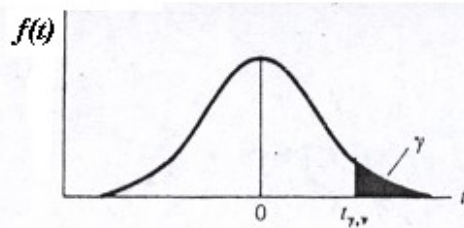
日	中年主管	青少年	上班族	家庭主妇
1	14	15	17	10
2	10	10	14	11
3	17	15	18	7
4	13	14	19	7
5	14	15	19	10
6	10	10	16	11
7	15		18	
8	12	15	17	7
9	13	14	19	6
10	9	15	16	9
11	16	10	16	10
12	12	15	17	5
13	15	14	14	7
14	8		12	

已经确定这四类顾客数资料并不是正态分布，请根据这个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5% 的显著水平检验健力运动活动中心四类顾客数是否频率不同？

- (2) 请计算健力运动活动中心四类顾客数是否频率不同检验之 p -value。
13. 第 9 章双总体平均数检验，例题 9.3 请用 Mann-Whitney 检验中位数是否有差异性。
 14. 第 10 章习题 1, 2, 3, 4, 请分别用 Kruskal-Wallis 检验是否有差异性。
 15. 第 11 章习题 1, 3, 4, 6, 7, 8, 请分别计算 Spearman 等级相关系数。

表A2 t 分配機率表



自由度 ν	$t_{.10}$	$t_{.05}$	$t_{.025}$	$t_{.01}$	$t_{.005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Note: For example, if $\gamma = .05$ and $\nu = 15$, then $t_{\gamma, \nu} = t_{.05, 15} = 1.753$.

表A3 卡方 分配機率表



自由度	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.0000393	0.0001571	0.0009821	0.0039321	0.0157908	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.0100251	0.0201007	0.0506356	0.102587	0.210720	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.0717212	0.114832	0.215795	0.351846	0.584375	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	0.206990	0.297110	0.484419	0.710721	1.063623	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	0.411740	0.554300	0.831211	1.145476	1.61031	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.675727	0.872085	1.237347	1.63539	2.20413	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	0.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150	19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589	74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

 $f(x)$

12

 α

0

 F_{α} x

表A4 F 機率分配臨界值



ν_2	ν_1	分子自由度								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5
2	1	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
3	1	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
4	1	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
5	1	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
6	1	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
7	1	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
8	1	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
9	1	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
10	1	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
11	1	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
12	1	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
13	1	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
14	1	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
15	1	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
16	1	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
17	1	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
18	1	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
19	1	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
20	1	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
21	1	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
22	1	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
23	1	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
24	1	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
25	1	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
26	1	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
27	1	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
28	1	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
29	1	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
30	1	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
40	1	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
60	1	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
120	1	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96
∞	1	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88

分母自由度

$$q_{\alpha,k,v} ; \alpha = 0.05$$

表 A5 ANOVA 多重分析法 Student 和 Tukey 临界值

ν	k																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	18.0	27.0	32.8	37.1	40.4	43.1	45.4	47.4	49.1	50.6	52.0	53.2	54.3	55.4	56.3	57.2	58.0	58.8	59.6	
2	6.08	8.33	9.80	10.9	11.7	12.4	13.0	13.5	14.0	14.4	14.7	15.1	15.4	15.7	15.9	16.1	16.4	16.6	16.8	
3	4.50	5.91	6.82	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46	9.72	9.95	10.2	10.3	10.5	10.7	10.8	11.0	11.1	11.2	
4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.52	8.66	8.79	8.91	9.03	9.13	9.23	
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21	
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59	
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.10	7.17	
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87	
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.64	
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83	5.93	6.03	6.11	6.19	6.27	6.34	6.40	6.47	
11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.13	6.20	6.27	6.33	
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21	
13	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	5.99	6.05	6.11	
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.55	5.64	5.71	5.79	5.85	5.91	5.97	6.03	
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.78	5.85	5.90	5.96	
16	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90	
17	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.54	5.61	5.67	5.73	5.79	5.84	
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79	
19	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.31	5.39	5.46	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75	
20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.49	5.55	5.61	5.66	5.71	
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.49	5.55	5.59	
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.47	
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82	4.90	4.98	5.04	5.11	5.16	5.22	5.27	5.31	5.36	
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24	
120	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13	
∞	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.68	4.74	4.80	4.85	4.89	4.93	4.97	5.01	

表A6 迴歸殘差分析 DW 統計值的臨界值 $\alpha = .05$

n	$k = 1$		$k = 2$		$k = 3$		$k = 4$		$k = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

From J. Durbin and G. S. Watson, "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, II," *Biometrika*, 1951, 30, 159-178. Reproduced by permission of the *Biometrika* trustees.

表A7 符號等級檢定的臨界值

n	(a) $\alpha = .025$ One-Tail 單尾 $\alpha = .05$ Two-Tail 雙尾		(b) $\alpha = .05$ One-Tail 單尾 $\alpha = .10$ Two-Tail 雙尾	
	T_L	T_U	T_L	T_U
6	1	20	2	19
7	2	26	4	24
8	4	32	6	30
9	6	39	8	37
10	8	47	11	44
11	11	55	14	52
12	14	64	17	61
13	17	74	21	70
14	21	84	26	79
15	25	95	30	90
16	30	106	36	100
17	35	118	41	112
18	40	131	47	124
19	46	144	54	136
20	52	158	60	150
21	59	172	68	163
22	66	187	75	178
23	73	203	83	193
24	81	219	92	208
25	90	235	101	224
26	98	253	110	241
27	107	271	120	258
28	117	289	130	276
29	127	308	141	294
30	137	328	152	313

表A8 Wilcoxon 等級總和檢定的臨界值

(a) $\alpha = .025$ 單尾 ; $\alpha = .05$ 雙尾

(a) $\alpha = .025$ 单尾, $\alpha = .05$ 双尾																
$n_2 \backslash n_1$	3		4		5		6		7		8		9		10	
	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U
4	6	18	11	25	17	33	23	43	31	53	40	64	50	76	61	89
5	6	21	12	28	18	37	25	47	33	58	42	70	52	83	64	96
6	7	23	12	32	19	41	26	52	35	63	44	76	55	89	66	104
7	7	26	13	35	20	45	28	56	37	68	47	81	58	95	70	110
8	8	28	14	38	21	49	29	61	39	73	49	87	60	102	73	117
9	8	31	15	41	22	53	31	65	41	78	51	93	63	108	76	124
10	9	33	16	44	24	56	32	70	43	83	54	98	66	114	79	131

(b) $\alpha = .05$ 單尾 ; $\alpha = .10$ 雙尾

b) $\alpha = .05$ 单尾 $\alpha = .10$ 双尾																
$n_1 \backslash n_2$	3		4		5		6		7		8		9		10	
	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U	T_L	T_U
3	6	15	11	21	16	29	23	37	31	46	39	57	49	68	60	80
4	7	17	12	24	18	32	25	41	33	51	42	62	52	74	63	87
5	7	20	13	27	19	36	26	46	35	56	45	67	55	80	66	94
6	8	22	14	30	20	40	28	50	37	61	47	73	57	87	69	101
7	9	24	15	33	22	43	30	54	39	66	49	79	60	93	73	107
8	9	27	16	36	24	46	32	58	41	71	52	84	63	99	76	114
9	10	29	17	39	25	50	33	63	43	76	54	90	66	105	79	121
10	11	31	18	42	26	54	35	67	46	80	57	95	69	111	83	127

表A9 Mann-Whitney U 檢定的臨界值

雙尾檢定 $\alpha = 0.10$; 單尾檢定 $\alpha = 0.05$

$\begin{matrix} m \\ n \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																			0	0
2					0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3			0	0	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5		0	1	2	4	5	6	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6		0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7		0	2	4	6	8	11	13	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8		1	3	5	8	10	13	15	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9		1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10		1	4	7	11	14	17	20	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11		1	5	8	12	16	19	23	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12		2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13		2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14		2	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15		3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16		3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83	89	95	101	107
17		3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18		4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	0	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	130
20	0	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

雙尾檢定 $\alpha = 0.05$; 單尾檢定 $\alpha = 0.025$

$\begin{matrix} m \\ n \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2								0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3					0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4				0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5			0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6			1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7			1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8		0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9		0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10		0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11		0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12		1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13		1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14		1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15		1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16		1	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17		2	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18		2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19		2	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20		2	8	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

表A10 連檢定的臨界值 (a) 接受域下限 L_r (b) 接受域上限 U_r ; $\alpha = 0.05$

L_r	m																			
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2	
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	
6		2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	
7		2	2	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	
8		2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9	
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9	
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10	
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10	
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11	
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13	
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13	
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14	

(a)

U_r	m																			
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2											6	6	6	6	6	6	6	6	6	
3					8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
4				9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
5			9	10	10	11	11	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
6		8	9	10	11	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	14	14	
7		8	10	11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15	16	16	16	16	16	
8		8	10	11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17	
9		8	10	12	13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18	
10		8	10	12	13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	
11		8	10	12	13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21	
12	6	8	10	12	13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22	
13	6	8	10	12	14	15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	
14	6	8	10	12	14	15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24	
15	6	8	10	12	14	15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25	
16	6	8	10	12	14	16	17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	26	
17	6	8	10	12	14	16	17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	27	
18	6	8	10	12	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27	
19	6	8	10	12	14	16	17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27	
20	6	8	10	12	14	16	17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28	

(b)

表A11 連檢定統計量 R 的累積機率 $P(R \leq r)$

(m, n)	r								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(2, 3)	.200	.500	.900	1.000					
(2, 4)	.133	.400	.800	1.000					
(2, 5)	.095	.333	.714	1.000					
(2, 6)	.071	.286	.643	1.000					
(2, 7)	.056	.250	.583	1.000					
(2, 8)	.044	.222	.533	1.000					
(2, 9)	.036	.200	.491	1.000					
(2, 10)	.030	.182	.455	1.000					
(3, 3)	.100	.300	.700	.900	1.000	1.000			
(3, 4)	.057	.200	.543	.800	.971	1.000			
(3, 5)	.036	.143	.429	.714	.929	1.000			
(3, 6)	.024	.107	.345	.643	.881	1.000			
(3, 7)	.017	.083	.283	.583	.833	1.000			
(3, 8)	.012	.067	.236	.533	.788	1.000			
(3, 9)	.009	.055	.200	.491	.745	1.000			
(3, 10)	.007	.045	.171	.455	.706	1.000			
(4, 4)	.029	.114	.371	.629	.886	.971	1.000		
(4, 5)	.016	.071	.262	.500	.786	.929	.992	1.000	
(4, 6)	.010	.048	.190	.405	.690	.881	.976	1.000	
(4, 7)	.006	.033	.142	.333	.606	.833	.954	1.000	
(4, 8)	.004	.024	.109	.279	.533	.788	.929	1.000	
(4, 9)	.003	.018	.085	.236	.471	.745	.902	1.000	
(4, 10)	.002	.014	.068	.203	.419	.706	.874	1.000	
(5, 5)	.008	.040	.167	.357	.643	.833	.960	.992	1.000
(5, 6)	.004	.024	.110	.262	.522	.738	.911	.976	.998
(5, 7)	.003	.015	.076	.197	.424	.652	.854	.955	.992
(5, 8)	.002	.010	.054	.152	.347	.576	.793	.929	.984
(5, 9)	.001	.007	.039	.119	.287	.510	.734	.902	.972
(5, 10)	.001	.005	.029	.095	.239	.455	.678	.874	.958
(6, 6)	.002	.013	.067	.175	.392	.608	.825	.933	.987
(6, 7)	.001	.008	.043	.121	.296	.500	.733	.879	.966
(6, 8)	.001	.005	.028	.086	.226	.413	.646	.821	.937
(6, 9)	.000	.003	.019	.063	.175	.343	.566	.762	.902
(6, 10)	.000	.002	.013	.047	.137	.288	.497	.706	.864
(7, 7)	.001	.004	.025	.078	.209	.383	.617	.791	.922
(7, 8)	.000	.002	.015	.051	.149	.296	.514	.704	.867
(7, 9)	.000	.001	.010	.035	.108	.231	.427	.622	.806
(7, 10)	.000	.001	.006	.024	.080	.182	.355	.549	.743
(8, 8)	.000	.001	.009	.032	.100	.214	.405	.595	.786
(8, 9)	.000	.001	.005	.020	.069	.157	.319	.500	.702
(8, 10)	.000	.000	.003	.013	.048	.117	.251	.419	.621
(9, 9)	.000	.000	.003	.012	.044	.109	.238	.399	.601
(9, 10)	.000	.000	.002	.008	.029	.077	.179	.319	.510
(10, 10)	.000	.000	.001	.004	.019	.051	.128	.242	.414

表 A11b 连检验统计量 R 的累积机概率

$P(R \leq r)$

(m, n)	r									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(2, 3)										
(2, 4)										
(2, 5)										
(2, 6)										
(2, 7)										
(2, 8)										
(2, 9)										
(2, 10)										
(3, 3)										
(3, 4)										
(3, 5)										
(3, 6)										
(3, 7)										
(3, 8)										
(3, 9)										
(3, 10)										
(4, 4)										
(4, 5)										
(4, 6)										
(4, 7)										
(4, 8)										
(4, 9)										
(4, 10)										
(5, 5)										
(5, 6)	1.000									
(5, 7)	1.000									
(5, 8)	1.000									
(5, 9)	1.000									
(5, 10)	1.000									
(6, 6)	.998	1.000								
(6, 7)	.992	.999	1.000							
(6, 8)	.984	.998	1.000							
(6, 9)	.972	.994	1.000							
(6, 10)	.958	.990	1.000							
(7, 7)	.975	.996	.999	1.000						
(7, 8)	.949	.988	.998	1.000	1.000					
(7, 9)	.916	.975	.994	.999	1.000					
(7, 10)	.879	.957	.990	.998	1.000					
(8, 8)	.900	.968	.991	.999	1.000	1.000				
(8, 9)	.843	.939	.980	.996	.999	1.000	1.000			
(8, 10)	.782	.903	.964	.990	.998	1.000	1.000			
(9, 9)	.762	.891	.956	.988	.997	1.000	1.000	1.000		
(9, 10)	.681	.834	.923	.974	.992	.999	1.000	1.000	1.000	
(10, 10)	.586	.758	.872	.949	.981	.996	.999	1.000	1.000	1.000

表A12 Spearman 相關係數的臨界值 (雙尾檢定)
(單尾檢定 要除以 2)

n	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.02$	$\alpha = 0.01$
5	0.900	—	—	—
6	0.829	0.886	0.943	—
7	0.714	0.786	0.893	—
8	0.643	0.738	0.833	0.881
9	0.600	0.683	0.783	0.833
10	0.564	0.648	0.745	0.794
11	0.523	0.623	0.736	0.818
12	0.497	0.591	0.703	0.780
13	0.475	0.566	0.673	0.745
14	0.457	0.545	0.646	0.716
15	0.441	0.525	0.623	0.689
16	0.425	0.507	0.601	0.666
17	0.412	0.490	0.582	0.645
18	0.399	0.476	0.564	0.625
19	0.388	0.462	0.549	0.608
20	0.377	0.450	0.534	0.591
21	0.368	0.438	0.521	0.576
22	0.359	0.428	0.508	0.562
23	0.351	0.418	0.496	0.549
24	0.343	0.409	0.485	0.537
25	0.336	0.400	0.475	0.526
26	0.329	0.392	0.465	0.515
27	0.323	0.385	0.456	0.505
28	0.317	0.377	0.448	0.496
29	0.311	0.370	0.440	0.487
30	0.305	0.364	0.432	0.478