第 9 章　　两总体估计检验

第 186 页 第 16 行

配对或“相依”样本的样本之间的“相关”，

9.3　双总体平均数检验，方差已知

例题 9.1： 如果公立机关与私人企业，信息人员的月薪是正态分布，下列是抽样结果：

公立机关：总体月薪标准差 $\sigma_1 = 13750$，平均数 μ_1，样本量 $n_1 = 30$，样本平均数 $\bar{x}_1 = 33335.2$。

私人企业：总体月薪标准差 $\sigma_2 = 18250$，平均数 μ_2，样本量 $n_2 = 35$，样本平均数 $\bar{x}_2 = 35558.97$。

检验 H_0：公立机关信息人员月薪等于私人企业信息人员月薪。如果检验的显着性水平是 0.05，问检验的结果如何？

R> BSDA::z.test(x, y, sigma.x=0.5, sigma.y=0.5, mu=0, alternative = "two.sided", conf.level=0.90)

解答：检验的假设是：　$H_0: \mu_1 = \mu_2$　　$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

利用古典法：

$$X_L = d_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 0 - 1.96\sqrt{\frac{13750^2}{30}+\frac{18250^2}{35}} = -1.96 \times 3977.2 = -7795.32$$

$$X_U = d_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 0 + 1.96\sqrt{\frac{13750^2}{30}+\frac{18250^2}{35}} = 1.96 \times 3977.2 = 7795.32$$

因为 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = -2223.77 \in (-7795.32, 7795.32)$，所以接受 H_0。

利用检验值法：

$$z^* = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{33335.2 - 35558.97}{\sqrt{\frac{13750^2}{30}+\frac{18250^2}{35}}} = -0.56$$

因为 $|z^*| = |-0.56| = 0.56 < z_{0.025} = 1.96$，所以接受 H_0。

利用 p 值法：　p 值 $= 2P(Z \geq |-0.56|) = 0.576$

因为 p 值$= 0.576 > 0.05$，所以接受 H_0。

利用置信区间法：

$$\bar{x}_L = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 33335.2 - 35558.97 - 1.96\sqrt{\frac{13750^2}{30}+\frac{18250^2}{35}} = -10019.04$$

$$\bar{x}_U = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 33335.2 - 35558.97 + 1.96\sqrt{\frac{13750^2}{30}+\frac{18250^2}{35}} = 5571.6$$

因为 $0 \in (-10019.04, 5571.6)$，所以接受 H_0。

例题 9.2：下列是两个地区，每平方公里稻米生产量的抽样资料：

甲地区：每平方公里稻米生产量的平均数 μ_1，共有 40 个抽样资料：

229,283,241,254,264,305,308,329,267,344,281,217,264,244,260,

315,326,310,218,267,290,303,204,246,309,258,284,299,312,299,291,

322,231,316,311,266,298,285,242,293

乙地区：每平方公里稻米生产量的平均数 μ_2，共有 32 个抽样资料：

283,315,312,348,341,340,259,340,254,336,328,233,313,300,276,339,

328,378,272,354,309,316,271,300,292,314,307,400,308,268,362,333

假设甲地区生产量的标准差为 34.6，假设乙地区生产量的标准差为 37.2。检验原假设：甲地区每平方公里稻米生产量的平均数大于或等于，乙地区每平方公里稻米生产量的平均数。如果检验的显着性水平是 0.05，问检验的结果如何？

解答：检验的假设是： $H_0: \mu_1 \geq \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ $\quad H_1: \mu_1 < \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 < 0$

$$\bar{x}_1 = 279.6, \quad \bar{x}_2 = 313.4$$

利用古典法： $x_L = d_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 0 - 1.645\sqrt{\frac{34.6^2}{40}+\frac{37.2^2}{32}} = -14.07$

因为 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = -33.8 \notin (-14.07, \infty)$，所以拒绝 H_0。

利用检验值法： $z^* = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}} = \dfrac{279.6 - 313.4}{\sqrt{\frac{34.6^2}{40}+\frac{37.2^2}{32}}} = -3.95$

因为 $z^* = -3.95 < -z_{0.05} = -1.645$，所以拒绝 H_0。

利用 p 值法： p 值 $= P(Z \leq -3.95) = 0$

因为 p 值 $= 0 < 0.05$，所以拒绝 H_0。

利用置信区间法：

$$\bar{x}_U = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + z_\alpha\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} = 279.6 - 3313.4 + 1.645\sqrt{\frac{34.6^2}{40}+\frac{37.2^2}{32}} = -19.73$$

因为 $0 \notin (-\infty, -19.73)$，所以拒绝 H_0。

9.4 双总体平均数检验，方差未知但相等

例题 9.3：下列两种不同收入群，每天蛋白质摄食量(正态分布)的抽样资料：

高收入群：86.0, 59.7, 68.6, 98.6, 87.7, 69.0, 80.2, 78.1, 69.8, 77.2

低收入群：51.4, 76.7, 73.7, 66.2, 65.5,49.7,65.8,62.1,75.8,62.0,72.0,55.0,79.7,65.4,73.3

检验 H_0：高收入群每天蛋白质摄食量的平均数 μ_1，小于或等于，低收入群每天蛋白质摄食量的平均数 μ_2。如果检验的显着性水平是 0.05，请问检验的结果如何？

R> t.test(x1,x2, var.equall=T)

解答：检验的假设是：　$H_0: \mu_1 \le \mu_2$　　$H_1: \mu_1 > \mu_2$

$$\bar{x}_1 = 77.49,\ s_1 = 11.34;\qquad \bar{x}_2 = 66.29,\ s_2 = 9.17$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} = \sqrt{\frac{(10-1)(11.34)^2 + (15-1)(9.17)^2}{10+15-2}} = 10.07$$

利用古典法：$x_u = d_0 + t_{\alpha,23} s_p \sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{15}} = 0 + (1.714)(10.07)(0.408) = 7.046$

因为 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 11.2 \ge x_U = 7.046$，所以拒绝 H_0。

利用检验值法：$$t^* = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - d_0}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{77.49 - 66.29}{10.07\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{15}}} = 2.724$$

因为 $t^* = 2.724 > t_{0.05,23} = 1.714$，所以拒绝 H_0。

利用 p 值法：p 值$= P(t_{23} \ge 2.724) = 0.006$

因为 p 值$= 0.006 < 0.05$，所以拒绝 H_0。

利用置信区间法：$\bar{x}_L = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{\alpha,23} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} = 11.2 - 7.046 = 4.154$

因为 $0 \notin (4.154, \infty)$，所以拒绝 H_0。

9.5　双总体平均数检验，方差未知且不等

例题 9.4: 采购人员要比较两种品牌机器的寿命(正态分布)，以下是寿命的抽样资料：

品牌 A：6.9,7.3,7.8,7.4,7.2,6.6,6.2,8.2,7.6,5.7,5.5,6.9

品牌 B：8.7,7.0,8.7,6.7,7.8,8.6,6.1,7.5,7.7,7.5,11.2,6.1,6.3,7.0,10.7

检验原假设：品牌 A 的平均寿命 μ_1 等于品牌 B 的平均寿命，如果检验的显着性水平是 0.05，问检验的结果如何？

R> t.test(x1,x2, var.equall=F)

解答：检验的假设是：　$H_0: \mu_1 = \mu_2$　　$H_1: \mu_1 \ne \mu_2$

$$\bar{x}_1 = 6.94,\ s_1 = 0.82;\qquad \bar{x}_2 = 7.84,\ s_2 = 1.53$$

$$\Delta = \frac{\left[\left(s_1^2/n_1\right)+\left(s_2^2/n_2\right)\right]^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)}{n_1-1}+\frac{\left(s_2^2/n_2\right)}{n_2-1}} = \frac{\left[\left(0.82^2/12\right)+\left(1.53^2/15\right)\right]^2}{\frac{\left(0.82^2/12\right)}{12-1}+\frac{\left(1.53^2/15\right)}{15-1}} = 22$$

利用古典法：

$$\bar{x}_L = d_0 - t_{\alpha/2,\Delta}\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right)+\left(s_2^2/n_2\right)} = 0 - t_{0.025,22}\sqrt{\left(0.82^2/12\right)+\left(1.53^2/15\right)} = -0.955$$

$$\bar{x}_U = d_0 + t_{\alpha/2,\Delta}\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right)+\left(s_2^2/n_2\right)} = 0 + t_{0.025,22}\sqrt{\left(0.82^2/12\right)+\left(1.53^2/15\right)} = 0.955$$

因为 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = -0.9 \in (-0.955, 0.955)$，所以接受 H_0。

利用检验值法：

$$t^* = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - d_0}{\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right)+\left(s_2^2/n_2\right)}} = \frac{6.94-7.84}{\sqrt{\left(0.82^2/12\right)+\left(1.53^2/15\right)}} = -1.954$$

因为 $t^* = -1.954 \in (-2.074, 2.074)$，所以接受 H_0。

利用 p 值法： p 值 $= 2P(t_{22} \le -1.954) = 2(0.032) = 0.064$

因为 p 值 $= 0.064 > 0.05$，所以接受 H_0。

利用置信区间法：

$$\bar{x}_L = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{\alpha/2.\Delta}\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right)+\left(s_2^2/n_2\right)} = 6.94-7.84 - t_{0.025,22}\sqrt{\left(0.82^2/12\right)+\left(1.53^2/15\right)} = -1.855$$

$$\bar{x}_U = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + t_{\alpha/2.\Delta}\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right)+\left(s_2^2/n_2\right)} = 6.94-7.84 + t_{0.025,22}\sqrt{\left(0.82^2/12\right)+\left(1.53^2/15\right)} = 0.055$$

因为 $0 \in (-1.855,\ 0.055)$，所以接受 H_0 。

9.6 双总体平均数检验，样本是匹配数据

例题 9.5: 下列是 10 个参加减肥计划者，6 周前与 6 周后 的体重(单位公斤)：

六周前	六周后	d_i	d_i^2
70	69	1	1
103	94	9	81
78	75	3	9
64	67	-3	9
73	71	2	4
96	89	7	49
84	82	2	4
55	55	0	0
74	68	6	36
90	86	4	16
787	756	31	209

检验原假设：减肥计划在六周内对体重没有影响。如果检验的显着性水平是 0.05，问检验的结果如何？

R> t.test(x1,x2, paired =T)

解答：μ_1 是六周前的平均体重，μ_2 是六周后的平均体重。

检验的假设是： $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

$$\bar{d} = 3.1 \qquad s_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} = 3.542$$

利用古典法： $x_L = d_0 - t_{\alpha/2,n-1}\dfrac{s_d}{\sqrt{n}} = 0-(2.262)\dfrac{3.542}{\sqrt{10}} = -2.534$

$$x_U = d_0 + t_{\alpha/2,n-1}\frac{s_d}{\sqrt{n}} = 0+(2.262)\frac{3.542}{\sqrt{10}} = 2.534$$

因为 $\bar{d} = 3.1 \notin (-2.534,\ +2.534)$，所以拒绝 H_0。

利用检验值法：$t^* = \dfrac{\bar{d}-d_0}{s_d/\sqrt{n}} = \dfrac{3.1}{3.542/\sqrt{10}} = 2.767$

因为 $t^* = 2.767 > t_{0.025,9} = 2.262$，所以拒绝 H_0。

利用 p 值法： p 值 $= 2P(t_9 \geq 2.767) = 0.0218$

因为 p 值 $= 0.0218 < 0.05$，所以拒绝 H_0。

利用置信区间法：$\bar{x}_L = \bar{d} - t_{\alpha/2,n-1}\dfrac{s_d}{\sqrt{n}} = 3.1-(2.262)\dfrac{3.542}{\sqrt{10}} = 0.5664$

$$\bar{x}_U = \bar{d} + t_{\alpha/2,n-1}\frac{s_d}{\sqrt{n}} = 3.1+(2.262)\frac{3.542}{\sqrt{10}} = 5.6336$$

因为 $d_0 = 0 \notin (0.5664,\ 5.6336)$，所以拒绝 H_0。

例题 9.6: 减肥计划，6 周前与 6 周后分别抽出各 10 个体重(单位公斤)，利用「独立」样本检验(第 10.6 节)：

六周前	70	103	78	64	73	96	84	55	74	90
六周后	69	94	75	67	71	89	82	55	68	86

检验原假设 ： 减肥计划在六周内对体重没有影响 。

如果检验的显着性水平是 0.05 ，问检验的结果如何 ？

解答：检验的假设是： $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$\bar{x}_1 = 78.7,\ s_1^2 = 217.12; \qquad \bar{x}_2 = 75.6,\ s_2^2 = 143.16$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} = \sqrt{180.14} = 13.42$$

利用古典法： $\bar{x}_L = d_0 - t_{\alpha/2.18}s_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}} = 0-(2.101)(13.42)\sqrt{\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}} = -12.609$

$$\bar{x}_U = d_0 + t_{\alpha/2.18}s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} = 0+(2.101)(13.42)\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{10}} = +12.609$$

因为 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 3.1 \in (-12.609,\ +12.609)$，所以接受 H_0。

利用检验值法：　$t^* = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - d_0}{s_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}} = \dfrac{3.1}{13.42/\sqrt{0.2}} = 0.5165$

因为 $t^* = 0.5165 < t_{0.025,18} = 2.101$，所以接受 H_0。

利用 p 值法：　p 值 $= 2P(t_{18} \ge 0.5165) = 0.6118$，

因为 p 值$= 0.308 > 0.05$，所以接受 H_0。

这一个减肥计划，我们分别用「匹配样本」与「独立样本」去检验，结果不同。相依样本损失自由度(自由度减半)，但是反而增加显着性(拒绝H_0)。如果不是匹配相依样本，不能硬要用匹配样本去检验，否则可能造成误差。

双总体匹配样本平均数的检验，可以将一些外在的变量消除掉，所以检验结果可能较显着 (平均数有显着的差异)。

9.7　双总体方差检验

例题 9.7： 两种机器的生产零件 ，以下是零件的抽样数目及抽样标准差 ：

机器 A ：抽样数目 $n_1 = 25$ ，抽样标准差 $s_1 = 0.1$

机器 B ：抽样数目 $n_2 = 21$ ，抽样标准差 $s_2 = 0.18$

检验原假设：机器 A 的标准差 等于 机器 B 的标准差 。

如果检验的显着性水平是 0.05 ，问检验的结果如何？

R> var.test(x, y, ratio=1, alternative = "two.sided", conf.level=0.95)

解答：检验的假设是：　$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$　　　$H_1: \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$

$t_1 = \max\{s_1^2, s_2^2\} = (0.18)^2$，$t_2 = \min\{s_1^2, s_2^2\} = (0.1)^2$

$r_1 = t_1$的樣本數 $= 21$，$r_2 = t_2$的樣本數 $= 25$

利用古典法：$S_U^2 = F_{\frac{\alpha}{2}, r_1-1, r_2-1} = F_{0.025,20,24} = 2.33$

因为 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{0.0324}{0.01} = 3.24 > 2.33$ ，所以拒绝 H_0。

利用检验值法：$f^* = \frac{t_1}{t_2} = 3.24$，因为 $f^* = 3.24 > F_{0.025,20,24} = 2.33$，所以拒绝 H_0。

利用 p 值法：p 值$= 2P\left(F_{20,24} \ge 3.24\right) = 0.007$，因为 $0.007 < 0.05$，所以拒绝 H_0。

利用置信区间法：$\bar{S}_U^2 = \frac{t_2}{t_1} F_{\frac{\alpha}{2}, r_1-1, r_2-1} = \frac{0.01}{0.0324} F_{0.025,20,24} = (0.309)(2.33) = 0.72$

因为 $\bar{S}_U^2 = 0.72 < 1$，所以拒绝 H_0。

9.8　　双总体比例检验，利用正态分布

例题 9.8： 两条生产线，要检验其不良率相等，抽样资料如下：

生产线 A：抽样数目 $n_1 = 100$，不良品数目 $x_1 = 6$，不良率 $\hat{p}_1 = 0.06$

生产线 B：抽样数目 $n_2 = 100$，不良品数目 $x_2 = 3$，不良率 $\hat{p}_2 = 0.03$

如果检验的显着性水平是 0.05，问检验的结果如何？

R> x <- c(x1, x2) ; n <- c(n1,n2) ; prop.test(x, n, correct=F)

解答：检验的假设是： $H_0: p_1 = p_2$　　　$H_1: p_1 \neq p_2$

$$s_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \sqrt{\left(\frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1+n_2}\right)\left(1-\frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1+n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{6+3}{200}\right)\left(1-\frac{9}{200}\right)\left(\frac{2}{100}\right)} = 0.0293$$

利用古典法： $p_L = -z_{\alpha/2}s_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = -(1.96)(0.0293) = -0.05743$

$$p_U = +z_{\alpha/2}s_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = (1.96)(0.0293) = 0.05743$$

因为 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0.03 \in (-0.05743,\ \ 0.5743)$，所以接受 H_0。

利用检验值法： $z^* = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - d_0}{s_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}} = \dfrac{0.06-0.03}{0.0293} = 1.024$

因为 $z^* = 1.024 < z_{0.025} = 1.96$，所以接受 H_0。

利用 p 值法： p 值 $= 2P(Z \geq |1.024|) = 2(0.1539) = 0.3078$

因为 p 值$= 0.3078 > 0.05$，所以接受 H_0。

利用置信区间法： $p_L = p_1 - p_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}s_{p_1-p_2} = 0.06 - 0.03 - (1.96)(0.0293) = -0.027$

$$p_U = p_1 - p_2 + z_{\frac{\alpha}{2}}s_{p_1-p_2} = 0.06 - 0.03 + (1.96)(0.0293) = 0.087$$

因为 $0 \in (-0.027, 0.087)$，所以接受 H_0。

习题

1. 测试一种退热剂替代阿司匹林的可行性，将九只受实验的动物放在不寻常的高温之下，然后给它们吃这种退热剂。以下为服用前后的温度比较，试用 99% 的置信区间，判断此药为有效的假设是否正确。

服用前	107.2	111.4	109.3	106.5	113.7	108.4	107.7	111.9	109.3
服用后	106.1	111.7	105.4	107.2	109.8	108.8	106.9	109.6	110.5

(提示：如果该药未能降低温度，但是却接受它是有效的错误当作第一类错误，同时 $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$，所以 $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$)

2. 甲公司抽样 200 个电灯泡做调察，发现其中 24 个有损坏；乙公司则抽样 180 个灯泡， 损坏数为 27 个。

(1) 以 95% 的置信区间，算出两公司之间灯泡损坏比例的实际差异。

(2) 在 95% 的信赖度，欲得到置信区间半径不大于 0.10，需要多少样本？(假设抽样成本相等)

(3) 在 95% 的信赖度，检验两公司故障率是否相同 。

3. 一交通工程师测试两个交通信号的装置，看看那一个较有效率，他使用每星期的塞车次数做为测试标准。甲装置在 11 个星期中，每星期的平均塞车次数为 26.1 次，标准差 5.6 次； 乙装置则在 13 个星期中，每星期平均塞车 22.4 次，标准差 6.3 次。设 检验水平为 0.05，你对此二装置下何结论？

. (提示：先检验两总体方差是否相等，结果是相等)

. (提示：因为 $\bar{x}_1 = 26.1 > \bar{x}_2 = 22.4$，所以 $H_0: \mu_1 \le \mu_2$)

4. 欲比较两种品牌的维他命胶囊中维他命 E 的成分，二品牌各取 12 颗胶囊做样本，结果甲牌平均包含 5000 USP 单位的维他命 E，标准差为 400 单位；乙牌则平均含有 4700 USP 单位，标准差 300 单位。设显着性水平 0.05，你能对这两种品牌间维他命 E 成分的差异做结论吗？(提示：先检验两总体方差是否相等，结果是相等)

5. 随机抽样甲公司 80 位保险推销员，发现有 56 位反对公司现行津贴计划的修改；同样的计划在乙公司，随机抽样的 75 位乙公司保险推销员当中，反对修改的有 44 人。以 99% 的置信区间，检验两公司之间，赞成此修改计划之推销员的比例是否有差异。

6. 一项医药调查，对感染肺尘病的天竺鼠做比较两种药效的研究，第一种药 44 只天竺鼠中有 17 只死亡；另一种药 52 只天竺鼠中死了 24 只。若显着性水平 0.01，你能对这两种药效的差异做出结论吗？ (提示：因为 $p_1 = 0.39 > p_2 = 0.46$，所以 $H_0: \pi_1 \le \pi_2$)

7. 两公司各提出灯泡样本以供投标之用，甲公司 300 个灯泡样本的平均寿命为 1025 小时， 标准差 133 小时；乙公司 300 个样本的平均寿命则为 1007 小时，标准差 56 小时。如果灯泡的寿命为决定投标的主要标准，那么这个样本是否提供了足够的信息来决定投标结果(显着性水平 0.05)？若可以，何者得标？(提示：先检验两总体方差是否相等，结果是不等)

8. 承上题，是否能做出“两总体的方差相等”的结论？如果显着性水平 0.01，试求两方差之比。

9. 承上题，假设灯泡用于仓库天花板上，且每 1030 小时即更换，现在得标的评估标准是， 灯泡寿命是否超过 1030 小时。此时这个样本是否提供了足够的信息来决定投标结果(显着性水平 0.05)？若可以，何者得标？ (提示：分别检验 $H_0: \mu \ge 1030$)

10. 下面的统计量数为取自两个不同总体的独立样本：

样本 1：$n_1 = 60, \bar{x}_1 = 136, {s_1}^2 = 86$

样本 2：$n_2 = 60, \bar{x}_2 = 112, {s_2}^2 = 137$

(1) 求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 98% 置信区间。(提示：先检验两总体方差是否相等，结果是相等)

(2) 以 $\alpha = 0.02$，检验 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 20$ 对 $H_A: \mu_1 - \mu_2 \ne 20$。

(3) 以 $\alpha = 0.05$，检验 $H_0: \mu_1 - \mu_2 \le 20$ 对 $H_A: \mu_1 - \mu_2 > 20$。

11. 比较城市与乡村学生音乐性向成绩，分别就高年级学生抽出 100 位城市学生与 90 位乡村学生，为两个独立随机样本，其成绩有关统计资料如下：

城市：样本 $n_1 = 100$，平均数 $\bar{x}_1 = 81.2$，标准差 $s_1 = 7.6$

乡村：样本 $n_2 = 90$，平均数 $\bar{x}_2 = 76.4$，标准差 $s_2 = 8.2$

(1) 就城市与乡村两个不同总体的平均数差，求 98% 置信区间。

(2) 以 $\alpha = 0.05$，检验 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 20$ 对 $H_A: \mu_1 - \mu_2 \ne 20$。

12. 实验消除手术后痛苦之药物，欲判断药物 A 之消除痛苦时间是否较药物 B 为长。以 55 位病人服用药物 A 与 58 位病人服用药物 B，药物 A 与药物 B 比较其消除痛苦时间。其有关统计资料如下 ：

A ：平均数 $\bar{x}_1 = 5.64$，标准差 $s_1 = 1.25$

B ：平均数 $\bar{x}_2 = 5.03$，标准差 $s_2 = 1.82$

(1) 建立 H_0 与 H_A。

(2) 以 $\alpha = 0.10$，说明检验的统计式，求拒绝域，并求 p 值。

(3) 求 $\mu_A - \mu_B$ 之 90% 置信区间。

(4) 只以药物 A 的资料 ，求 μ_A 之 95% 置信区间 。

. (提示：先检验两总体方差是否相等，结果是不等)

. (提示：因为 $\bar{x}_1 = 5.64 > \bar{x}_2 = 5.03$，所以 $H_0: \mu_1 \le \mu_2$)

13. 某生产线工厂可采用的工作设计有二 ，今以 10 个工人采用工作设计 1；12 个工人采用工作设计 2，作时间研究。求得有关统计资料如下 ：

设计 1：平均数 $\bar{x}_1 = 78.3$，标准差 $s_1 = 4.8$

设计 2：平均数 $\bar{x}_2 = 85.6$，标准差 $s_2 = 6.5$

是否显示工作设计 2 的平均工作时间较长 $\alpha = 0.05$？

. (提示：先检验两总体方差是否相等，结果是相等)

. (提示：因为 $\bar{x}_1 = 78.3 < \bar{x}_2 = 85.6$，所以 $H_0: \mu_1 \ge \mu_2$)

14. 比较二种训练课程，对提高技能性工作之效果，随机选取 20 人中 10 个工人接受课程 A，其余的工人接受课程 B。上完训练课程后，对所有受训的工人测验其完成此项技能工作之时间，所得数据如下：

课程 A:	15	20	11	23	16	21	18	16	27	24
课程 B:	23	31	13	19	23	17	28	26	25	28

(1) 是否显示接受课程 A 的工人，平均完成此项工作之时间，小于接受课程 B 的工人？

. (提示：先检验两总体方差是否相等，结果是相等)

. (提示： 因为 $\bar{x}_1 = 19.1 < \bar{x}_2 = 23.3$，所以 $H_0: \mu_1 \ge \mu_2$)

(2) 说明对总体所作的任何假设。

(3) 二课程之完成工作时间的总体的平均差之 95%置信区间 。

15. 某大学商学院的学生必修统计课，该学院开出两班统计课，从每班修课学生中各随机抽样 40 名，得到以下的期末分数: 第一班样本平均数为 76 分、标准差为 8 分；第二班样本平均数为 71 分、标准差为 7.5 分，假设期末分数为正态分布(总分为 100 分)，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 若商学院想知道这两班的统计课期末分数是否相同，请用 5%的显着性水平检验？

(2) 请计算此次统计课期末分数检验之 p 值。

(3) 请用 95%的置信区间检验这两班的统计课期末分数是否相同？

16. 某就业网站调查商学院毕业生的每月起薪，分别从两个系(财金与国际企业)毕业生中各随机抽样 50 名，得到以下的系起薪(以千计): 财金系样本平均数为 35、标准差为 24；国际企业系样本平均数为 30、标准差为 12，假设商学院毕业生的每月起薪为正态分布，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 若就业网站想知道这两个系毕业生的每月起薪是否相同，请用 10%的显着性水平检验？

(2) 请计算此次这两个系毕业生的每月起薪检验之 p 值。

(3) 请用 90%的置信区间检验这两个系毕业生的每月起薪是否相同？

17. 某大型肉类处理工厂想测试两种冷冻设备，了解这它们储存肉类的能力，分别准备 16 大块肉放入 C 牌冷冻设备、另外 16 大块肉放入 K 牌冷冻设备，测试每块肉经过多少小时之后开始不新鲜腐坏，得

到以下的包鲜时间信息(以小时计): C 牌冷冻设备样本平均数为 106.2 小时、标准差为 12.6 小时；K 牌冷冻设备样本平均数为 92.8 小时、标准差为 13.2 小时，假设冷冻设备的包鲜时间为正态分布，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 若肉类处理工厂想知道这两种冷冻设备的包鲜时间是否相同，请用 5%的显着性水平检验?

(2) 请计算此次这两种冷冻设备的包鲜时间检验之 p 值。

(3) 请用 95%的置信区间检验这两种冷冻设备的包鲜时间是否相同?

18. 某快餐餐馆经理想了解其促销活动的效果，针对其所推出的香辣鸡肉堡折扣 20%，且只促销一周，因此促销活动前测量一周每天的销售金额、另外促销活动后测量一周每天的销售金额，得到以下香辣鸡肉堡一周每天的销售金额信息(以 NT$100 计):

周(天)	促销活动后	促销活动前
星期日	18.1	16.6
星期一	10.0	8.8
星期二	9.1	8.6
星期三	8.4	8.3
星期四	10.8	10.1
星期五	13.1	12.3
星期六	20.8	18.9

假设香辣鸡肉堡一周每天的销售金额为正态分布，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显着性水平检验两种香辣鸡肉堡一周每天的销售金额的方差是否相同?

(2) 若快餐餐馆经理想知道这两种香辣鸡肉堡一周每天的销售金额是否相同，请用 5%的显着性水平检验?

(3) 请计算此次这两种香辣鸡肉堡一周每天的销售金额检验之 p 值。

(4) 请用 95%的置信区间检验这两种香辣鸡肉堡一周每天的销售金额是否相同?

19. 某零售业营销公关顾问正研究每的家庭每周食物的花费，研究过程中他发现夫妻对家庭每周食物花费的观点是不太相同的，因此抽样 10 对夫妻，针对先生与太太分别调查其认知中的家庭每周食物花费金额，得到以下先生与太太家庭每周食物花费金额信息(以 NT 元计):

样本号码	先生	太太
1	3800	2700
2	2800	3000
3	2150	1850
4	3500	3200
5	2100	1800
6	4100	3900
7	2500	2500
8	3600	3200
9	1800	1700

10	4000	3300

假设家庭每周食物花费金额为正态分布，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显着性水平检验先生与太太分认知中的家庭每周食物花费金额的方差是否相同?

(2) 若零售业营销公关顾问想知道先生与太太分认知中的家庭每周食物花费金额是否相同，请用 5%的显着性水平检验?

(3) 请计算此次先生与太太分认知中的家庭每周食物花费金额检验之 p 值。

(4) 请用 95%的置信区间检验先生与太太分认知中的家庭每周食物花费金额是否相同?

20. 某基金经理人想研究两种不同的投资项目，虽然确定投资项目 A 的平均收益高于项目 B 的平均收益，但是她担心投资项目 A 的收益风险高于项目 B 的收益风险，因此抽样 10 个月的投资项目 A 与 12 个月的项目 B 之收益，得到投资项目 A 与 12 个月项目 B 之方差信息: 项目 A 方差为 224；项目 B 方差为 116，假设投资项目的收益为正态分布，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显着性水平检验投资项目 A 与投资项目 B 分的收益风险是否相同?

(2) 请计算此次投资项目 A 与投资项目 B 分的收益风险检验之 p 值。

(3) 请用 95%的置信区间检验投资项目 A 与投资项目 B 分的收益风险是否相同?

21. 某健康医疗调查员研究医院的急诊室的效率，因此从 T 医院抽样 20 位急诊室的病人，另从 I 医院抽样 20 位急诊室的病人，得到 T 医院与 I 医院急诊室病人等待时间之方差信息: T 医院急诊室病人等待时间之方差为 124；I 医院急诊室病人等待时间之方差为 186，假设急诊室病人等待时间为正态分布，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显着性水平检验 T 医院与 I 医院急诊室病人等待时间之方差是否相同?

(2) 请计算此次投资 T 医院与 I 医院急诊室病人等待时间之方差检验之 p 值。

(3) 请用 95%的置信区间检验 T 医院与 I 医院急诊室病人等待时间之方差是否相同?

22. 某药厂的研究员做研究调查两种感冒药治疗头痛效果，因此抽样 400 位病人使用 G 牌感冒药，另抽样 250 位病人使用 L 牌感冒药，得到 G 牌感冒药与 L 牌感冒药治疗头痛效果是否有效之病人数信息: 204 位 G 牌感冒药病人认为有效；112 位 L 牌感冒药病人认为有效，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显着性水平检验 G 牌感冒药与 L 牌感冒药病人治疗头痛效果是否相同?

(2) 请计算 G 牌感冒药与 L 牌感冒药病人治疗头痛效果检验之 p 值。

(3) 请用 95%的置信区间检验 G 牌感冒药与 L 牌感冒药病人治疗头痛效果是否相同?

23. 某电视节目调查想知道收视者对目前电视节目的想法，因此抽样 1200 位北区的收视者，另抽样 1200 位南区的收视者，得到北区与南区的收视者中认为电视节目太多暴力之人数信息: 956 位北区收视者认为电视节目太多暴力；860 位南区收视者认为电视节目太多暴力，请根据这两个样本回答以下的问题。

(1) 请用 5%的显着性水平检验北区与南区收视者认为电视节目太多暴力比例是否相同?

(2) 请计算北区与南区收视者认为电视节目太多暴力比例检验之 p 值。

(3) 请用 95%的置信区间检验北区与南区收视者认为电视节目太多暴力比例是否相同?

24. 为了研究公立大学教授与私立大学教授薪资间的差异，由私立大学教授中抽出 100 名，发现其年薪平均为 800,000 元，标准差为 6000 元；由公立大学教授中抽出 200 名，发现其年薪平均为 850000 元，标准差为 7000 元，试以 98%置信区间，估计公立大学教授与私立大学教授薪资间的差额。(假设两总体方差相等)

25. 某出租公司有很多车辆，为决定购用 A 或 B 型轮胎，各抽取 12 个轮胎作试验，以估计其方差，试验

结果得 $s_1 = 3100$ 哩，$s_2 = 3800$ 哩，假定两总体近似正态分布，求方差比例的 90%置信区间及其点估计值。

(提示：$\left[\frac{s_1^2}{s_2^2}F_{1-\frac{\alpha}{2},n_2-1,n_1-1},\frac{s_1^2}{s_2^2}F_{\frac{\alpha}{2},n_2-1,n_1-1}\right]$)