

## A 题 高温作业专用服装设计

### 摘要

随着社会的发展和人们生活水平的提高，人们对于服装的要求也越来越高，其中高温防护服又称专用服装，与工作人员的安全息息相关，因此在服装材料的选取上就显得尤为重要。

针对问题一，首先我们通过查阅资料找到了附件 1 中专用服装的各个参数之间的联系，得到了各层的热流强度与热传导系数，然后根据温度场一般性规律的微分方程即导热方程计算出各层吸收与传导的热量，之后应用热传导定律与能量守恒定律，构建物体的热传导能量转移方程，最后结合附件 1 与附件 2 中的数据通过求解整个系统的热传导能量转移方程得到了各层的温度分布模型。接着我们建立了坐标系，对服装材料模型进一步分层，利用附件 1 中的数据以及我们的温度分布模型，计算得到了各层不同厚度随时间变化的温度分布，生成了温度分布的 Excel 文件。最后我们进行了模型检验，通过非参数检验抽样分析不同分层的不同厚度的温度分布曲线图，发现各层样本的温度分布服从各层总体的温度分布，因此可以证实我们模型的可靠性。

针对问题二，分析题目可知，最优 II 层厚度应该平衡考虑专业服装的轻便性与实用性。我们运用局部搜索算法，首先筛选出满足题目要求的 II 层的厚度范围 11.43-25mm，然后逐步寻找使假人皮肤外侧的温度分布进一步优化的 II 层厚度，直至找到 II 层的最优厚度，最优厚度为 12.26mm。接着我们进行了模型的检验，将 II 层的最优厚度、附件 1 与题目中的数据结合，代入问题一中的温度分布模型，绘制出此时假人外侧温度的温度分布，发现既能满足题目要求又能保证服装的轻便性与实用性，因此可以证实我们模型的真实性的。

针对问题三，由于 II 层与 IV 层厚度的取值都会影响假人外侧皮肤的温度分布，则该问题是一个二维最优化问题，因此我们运用局部搜索算法直接在题目所给的 II 层与 IV 层初始厚度范围中，结合问题一建立的温度分布模型，直接进行最优解的搜索，搜索结果为 II 层与 IV 层的最优厚度分别为 15.42mm 与 3.00mm。接着我们进行了模型的检验，将 II 层与 IV 层的最优厚度、附件 1 与题目中的数据结合，代入问题一中的温度分布模型，发现满足题目要求又能确保服装的隔热保护效能，因此可以证实我们模型的实用性。

本文在分析求解隔热专业服装的各层温度分布时，综合考虑了服装材料的比热容，热传导率，热扩散率等物质的物理特性以及材料厚度对人与服装整个系统最后所达到的稳态的影响，可以确保服装的轻便实用性，使得我们的模型具有可靠性，合理性与推广意义。

**关键词：**温度分布；热传导定律；能量守恒定律；非参数检验；局部搜索算法

## 一、问题的重述

高温防护服是在具有较大温差的环境中使用的防护性服装，起到保护在高温下作业的人，由于和人的安全息息相关，人们对于制作该服装的材料的要求都要高于其它普通服装，我们通常把这类服装称为专用服装，专用服装通常由三层织物材料构成，为了设计该专用服装，我们将恒温为  $37^{\circ}\text{C}$  的假人放在了实验室的高温环境中，测得了其皮肤外侧温度。为了降低成本、缩短研发周期，请构建相关数学模型来解决下列问题：

问题一：根据附件一和附件二所给的数据，在环境温度为  $75^{\circ}\text{C}$ 、II 层厚度为 6 mm、IV 层厚度为 5 mm、工作时间为 90 分钟的条件下，建立数学模型，计算温度分布并生成温度分布的 Excel 文件。

问题二：在环境温度为  $65^{\circ}\text{C}$ 、IV 层的厚度为 5.5 mm、工作时间为 60 分钟、假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟的条件下，确定 II 层的最优厚度。

问题三：在环境温度为  $80^{\circ}\text{C}$ 、工作时间为 30 分钟时、假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟的条件下，确定 II 层和 IV 层的最优厚度。

## 二、问题的分析

### 2.1 问题一的分析

问题一要求我们根据附件 1 中的专用服装材料的某些参数值，对环境温度为  $75^{\circ}\text{C}$ ，II 层厚度为 6mm，IV 层厚度为 5mm、工作时间为 90 分钟的情形测量得到的假人皮肤外侧的温度即附件 2，建立数学模型，计算温度分布，并生成温度分布的 Excel 文件。对附件 2 的数据进行预处理与图象化，我们发现假人皮肤外侧的温度是缓慢上升，最终达到平衡稳态，而且温度上升不是匀速的。为计算物体的温度分布，我们首先建立温度场一般性规律的微分方程即导热方程，然后由傅利叶定律可知需计算物体的热流强度与热传导系数，最后应用热传导定律与能量守恒定律，构建物体的热传导能量转移方程。通过求解物体的热传导能量转移方程，我们建立了满足题目要求的数学模型，求得了物体的温度分布与温度分布的 Excel 文件。

### 2.2 问题二的分析

问题二要求我们在环境温度为  $65^{\circ}\text{C}$ 、IV 层的厚度为 5.5 mm 的环境条件下，工作 60 分钟，并且保证假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟，确定此时的 II 层的最优厚度。显然这是一个优化问题，结合题目要求，我们利用局部搜索算法，首先筛选出满足题目要求的 II 层的厚度，然后迭代使假人皮肤外侧的温度分布逐步优化，直至不能再优化为止，求出 II 层的最优厚度。为确保我们模型的真实性和实用性，我们进行了模型的检验，利用问题一中的温度分布模型，代入 II 层的最优厚度以及题目中的相关参数，绘制出了此时的假人皮肤外侧的温度分布图，以确保结果的真实性。

### 2.3 问题三的分析

问题三要求我们在环境温度为  $80^{\circ}\text{C}$  时、工作 30 分钟时、假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ 、且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟的前提下，确定 II 层和 IV 层的最优厚度。首先分析问题，发现该问题为一个二维最优化问题，由于 II 层与 IV 层的厚度的取值都会影响最终假人皮肤外侧的温度分布，为综合考虑服装的轻便实用性与隔热保护效能，我们利用局部搜索算法在初始的 II 层与 IV 层的厚度范围中，借助问题一建立的假人皮肤外侧温度分布的数学模型，搜索 II 层与 IV 层的最优厚度。为确保我们模型的真实性与实用性，我们进行了模型的检验，利用问题一中的温度分布模型，代入 II 层与 IV 层的最优厚度以及题目中的相关参数，绘制出了此环境情况下的假人皮肤外侧的温度分布图，以检验结果的真实性。

## 三、模型的假设

- 1、假设实验室环境温度恒定不变。
- 2、假设 III 层与假人皮肤之间的空隙即 IV 层的厚度是均匀的。
- 3、假设实验时所使用的专用服装材料不会因为实验进行过程中而有所损坏。
- 4、假设温度变化对于实验材料的比热容大小的改变影响很小，可以忽略不计。
- 5、假设在计算过程中所产生的微小误差在不影响结果的前提下忽略不计。

#### 四、名词解释及符号说明

名词	说明
$\rho_i(i=1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层的密度
$C_i(i=1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层的比热
$k_i(1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层的热传导率
$d_i(1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层的厚度
$T_i(0,1,2,3,4)$	体外、I、II、III 和 IV 层的温度
$T_b$	假人皮肤外侧的温度
$Q_i(i=1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层吸收的能量
$Q'_i(i=1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层传导的能量
$A$	横截面积
$k_i(i=1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层的热传导率
$\alpha_i(I=1,2,3,4)$	I、II、III 和 IV 层的热扩散系数
$m_i(i=1,2,3,4)$	横截面积为 $A$ 的 I、II、III 和 IV 层对应相应的厚度的质量
$V_i(i=1,2,3,4)$	横截面积为 $A$ 的 I、II、III 和 IV 层对应相应的厚度的体积
$T_i(d_i, t)$	在 $t$ 时刻, 第 $i$ 层深度为 $d_i$ 处的温度
$q_i(d_i, t)$	第 $i$ 层单位时间通过单位面积的热流量
$\phi_i(d_i, t)$	在时间段 $t$ 内, 通过 $i$ 层横截面积为 $A$ , 厚度为 $d_i$ 的材料热量

#### 五、模型的建立与求解

##### 5.1 问题一模型的分析与求解

##### 5.1.1 问题一的分析

问题一要求我们根据附件 1 中的专用服装材料的某些参数值, 对环境温度为  $75^{\circ}\text{C}$ , II 层厚度为 6 mm, IV 层厚度为 5 mm、工作时间为 90 分钟的情形测量得到的假人皮肤外侧的温度即附件 2, 建立数学模型, 计算温度分布, 并生成温度分度的 Excel 文件。

为计算各层的温度分布，我们首先利用附件 1 基础信息计算得到各层的热流强度与热扩散率，然后根据稳态温度场一般性规律的微分方程即导热方程分别计算出各层吸收与传导的热量，最后应用热传导定律与能量守恒定律，构建整体的热传导能量转移方程。通过求解热传导能量转移方程，我们可以求得各层在时间、厚度不同维度的温度分布模型，计算各层不同厚度随时间变化的温度分布，生成温度分布的 Excel 文件，为了让解题思路更加清晰，我们绘制了思路图，如图 5-1 所示。

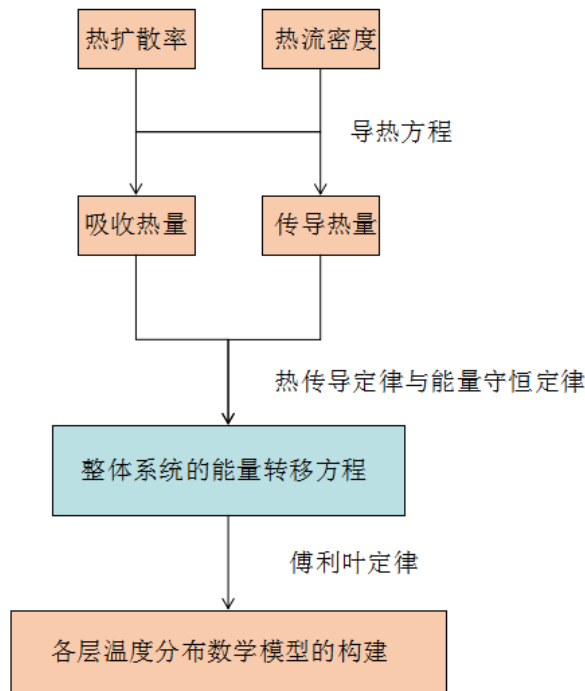


图 5-1 问题一解题思路图

### 5.1.2 问题一模型的求解

#### 1、计算各层热流密度与热扩散率

(1) 热扩散率：热导率与比热容和密度的乘积之比，只说明物体传导热量速度的快慢。

$$\alpha_i = \frac{k_i}{\rho_i \cdot C_i} \quad (1)$$

式中： $\alpha_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的热扩散系数；

$\rho_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的密度；

$C_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的比热；

$k_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的热传导率。

带入数据后计算得表 5-1：

表 5-1 各个层次的热扩散率数值表

层数 <i>i</i>	热扩散率 $\alpha_i(m^2/s)$
I	0.01715033
II	0.01765993
III	0.03035859
IV	2.03996964

(2) 热流量：单位时间内通过某一给定面积的热量。

$$\phi_i(d_i, t) = A \cdot k_i \cdot \frac{T_i(d_i, t) - T_{i+1}(d_i, t)}{d_i} \quad (2)$$

式中：A 为横截面积；

$k_i(i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的热传导率；

$d_i(1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的厚度；

$\phi_i(d_i, t)$  为在时间段  $t$  内，通过第  $i$  层横截面积为  $A$ ，厚度为  $d_i$  的材料的热量；

$T_i(d_i, t)$  为在  $t$  时刻，第  $i$  层深度为  $d_i$  处的温度；

(3) 热流强度：单位时间通过单位等温面的热流量，可以衡量热传导的强度，表示物体对导热的阻力。

$$q_i(d_i, t) = \frac{\phi_i(d_i, t)}{A} \quad (3)$$

式中：A 为横截面积；

$q_i(d_i, t)$  为第  $i$  层单位时间通过单位面积的热流量；

$\phi_i(d_i, t)$  为在时间段  $t$  内，通过第  $i$  层横截面积为  $A$ ，厚度为  $d_i$  的材料热量。

## 2、计算各层吸收与传导的热量

查阅资料可知，热量通过介质时总热量将大致分为两个部分，分别为该层介质吸收的能量和传导给下一层介质的能量，如图 5-2 所示，因此我们将分别计算各层吸收的能量和传导的能量。

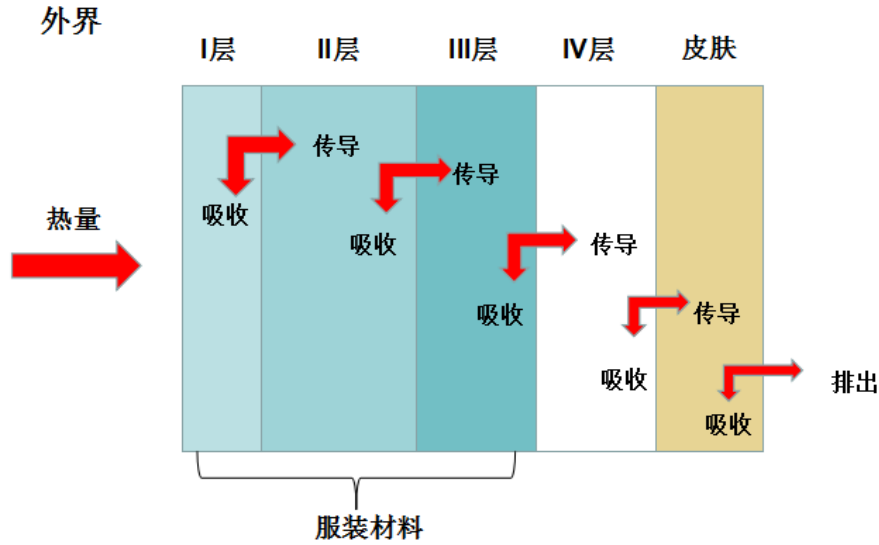


图 5-2 各个层的吸收与传导能量图

(1) 计算各层吸收的热量

由比热容的定义可知：单位质量的某种物质升高单位温度所需的热量叫做该物质的比热容  $C$ ，即  $C = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$ ，则质量为  $m$  的某种物质升高  $T$  的温度所需的热量等于该物质的比热容  $C$ 、质量  $m$  与升高温度  $T$  的乘积。因此在同一时间段，各层单位横截面积升高各自相应温度差，所需要吸收的热量为：

$$\begin{cases} Q_4 = C_4 \cdot m_4 \cdot (T_4 - T_b) \\ Q_3 = C_3 \cdot m_3 \cdot (T_3 - T_4) \\ Q_2 = C_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_3) \\ Q_1 = C_1 \cdot m_1 \cdot (T_1 - T_2) \\ m_i = \rho_i \cdot V_i = \rho_i \cdot A \cdot d_i (i=1,2,3,4) \end{cases} \quad (4)$$

式中：  $Q_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层吸收的能量；

$C_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的比热；

$m_i (i=1,2,3,4)$  为横截面积为  $A$  的 I、II、III 和 IV 层对应相应的厚度的质量；

$V_i (i=1,2,3,4)$  为横截面积为  $A$  的 I、II、III 和 IV 层对应相应的厚度的体积；

$\rho_i (i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的密度；

$T_i (i=0,1,2,3,4)$  为体外、I、II、III 和 IV 层的温度、 $T_b$  为假人皮肤外侧温度。

(2) 计算各层传导的热量

由热流量的定义可知：单位时间内通过某一给定面积的热量等于横截面积、热导

率和温度差的乘积与厚度之比，即  $\phi_i(d_i, t) = A \cdot k_i \cdot \frac{\Delta T}{d_i}$ ，则横截面积为  $A$ ，热导率为  $k_i$ ，

厚度为  $d_i$ ，具有  $\Delta T$  温度差的物质在  $t$  时间段内的，传导的热量  $Q$  等于

$Q_i = \phi_i \cdot t = A \cdot k_i \cdot \frac{\Delta T}{d_i}$ 。因此在时间段  $t$  内，各层横截面积为  $A$  的材料，升高相应的温度，

所需要传导的热量为：

$$\begin{cases} Q_4' = A \cdot k_4 \cdot \frac{(T_4 - T_b)}{d_4} \cdot t \\ Q_3' = A \cdot k_3 \cdot \frac{(T_3 - T_4)}{d_3} \cdot t \\ Q_2' = A \cdot k_2 \cdot \frac{(T_2 - T_3)}{d_2} \cdot t \\ Q_1' = A \cdot k_1 \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d_1} \cdot t \end{cases} \quad (5)$$

式中：  $Q_i'(i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层传导的能量；

$A$  为横截面积；

$T_i(0,1,2,3,4)$  为体外、I、II、III 和 IV 层的温度、 $T_b$  为假人皮肤外侧温度；

$d_i(1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的厚度；

$k_i(i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层的热传导率。

### 3、构建整体系统的能量转移方程

由热传导定律与能量守恒定律可知：在本模型中，第  $i$  层传导的能量等于第  $i+1$  层传导与吸收的能量，即

$$\begin{cases} Q_3' = Q_4 + Q_4' \\ Q_2' = Q_3 + Q_3' \\ Q_1' = Q_2 + Q_2' \end{cases} \quad (6)$$

式中：  $Q_i(i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层吸收的能量；

$Q_i'(i=1,2,3,4)$  为 I、II、III 和 IV 层传导的能量。

### 4、求解温度分布模型

为求解不同层次的不同厚度的随时间变化的温度分布模型，我们对服装的层次分布建立直角坐标系，以第一层织物材料与空气的接触面为  $X$  轴，以垂直于第一层织物材料的方向为  $Y$  轴，建立直角坐标系，如图 5-3 所示。



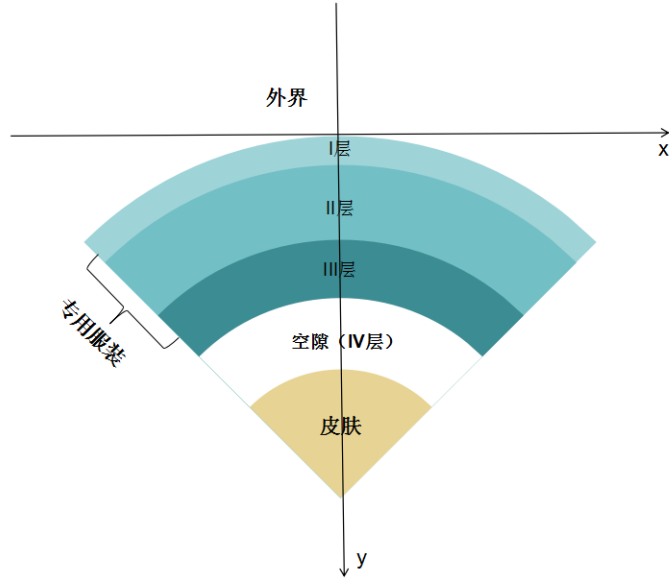


图 5-3 层次分布图

借助附件 1 与附件 2 中的数据，我们利用傅利叶定律解方程（6）得到各层的随时间和厚度不同变化的温度分布模型：

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1(d_1, t) = \frac{a_1 + b_1}{a_1} \cdot T_0 \\ T_2(d_2, t) = \frac{\prod_{i=1}^2 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^2 a_i} \cdot T_0 + \frac{a_1 + a_2}{b_2} \cdot T_1 \\ T_3(d_3, t) = \frac{\prod_{i=1}^3 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^3 a_i} \cdot T_1 + \frac{\sum_{i=1}^3 a_i}{b_3} \cdot T_2 \\ T_4(d_4, t) = \frac{\prod_{i=1}^4 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^4 a_i} \cdot T_2 + \frac{\sum_{i=1}^4 a_i}{b_4} \cdot T_3 \\ T_b(t) = \frac{\prod_{i=1}^4 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^4 a_i} \cdot T_4 \end{array} \right. \quad (7)$$

注：为简便函数式的书写，我们令  $a_i = k_i \cdot t \cdot d_{i+1}$ ， $b_i = \beta_i \cdot d_i \cdot d_{i+1} + q_{i+1} \cdot (d_{i+1}, t) \cdot d_i$ ，

$$\beta_i = C_i \cdot \rho_i \cdot d_i。$$

结合附件 1 中服装材料的参数值以及表格 5-1，利用我们的温度分布模型，我们绘制出了各层次分界面以及假人皮肤外侧的温度分布图，如图 5-4 所示，并且以 0.02mm

为基础步长，将服装材料进一步分层，结合附件 1 中的数据以及我们的温度分布模型，计算得到不同分层随时间变化的温度分布，并生成温度分布的 Excel 文件（表格文件 problem1.xlsx 详见支撑文件，另：1-10 秒的 problem1.xlsx 可见附录一）。

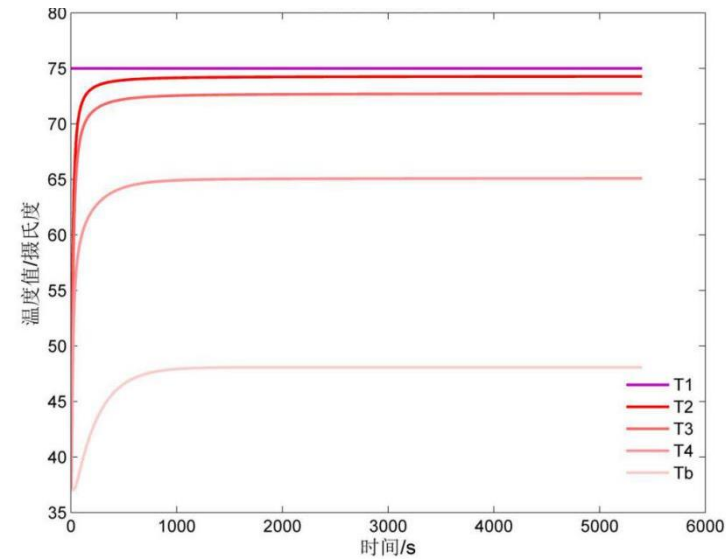


图 5-4 各层的温度分布图

5.1.3 问题一模型的检验

为确保我们模型的真实性和可靠性，我们对温度分布模型进行了非参数检验，对 II 层、III 层与 IV 层随机抽取不同厚度的层面，利用我们建立的温度分布模型，绘制出了题目环境条件下的样本的温度分布曲线以及各层分界面的温度分布曲线，如图 5-5 所示。分析图像可知，各层样本的温度分布曲线的斜率即温度上升速率以及达到平衡所需时间与各层总体温度分布情况相同，即各层样本的温度分布服从个层总体的温度分布。因此，可以证实我们温度分布模型的真实性与可靠性。

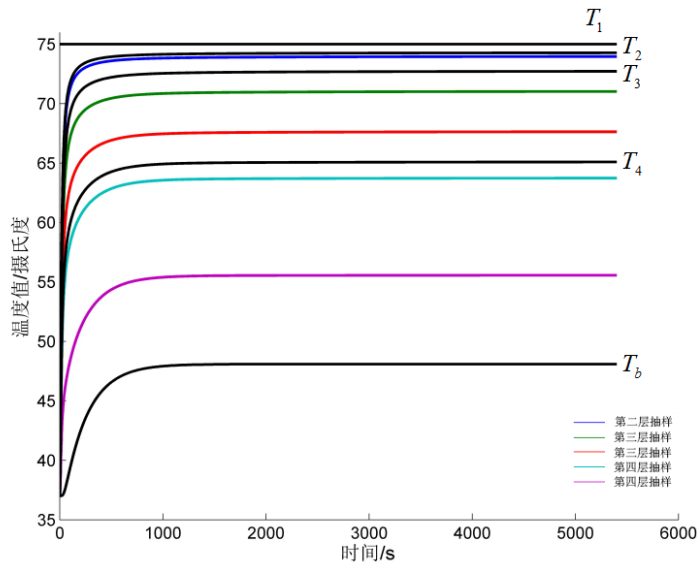


图 5-5 各层分界面与样本的温度分布曲线图

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 问题二的分析

问题二要求我们在环境温度为 65°C、IV 层的厚度为 5.5 mm 的环境条件下，工作 60 分钟，并且保证假人皮肤外侧温度不超过 47°C，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟，确定此时的 II 层的最优厚度。显然这是一个优化问题，结合题目要求，我们利用局部搜索算法，首先筛选出满足题目要求的 II 层的厚度，然后迭代使假人皮肤外侧的温度分布逐步优化，直至不能再优化为止，求出 II 层的最优厚度。为确保我们模型的真实性与实用性，我们进行了模型的检验，利用问题一中的温度分布模型，代入 II 层的最优厚度以及题目中的相关参数，绘制出了此环境情况下的假人皮肤外侧的温度分布图，以检验结果的真实性。

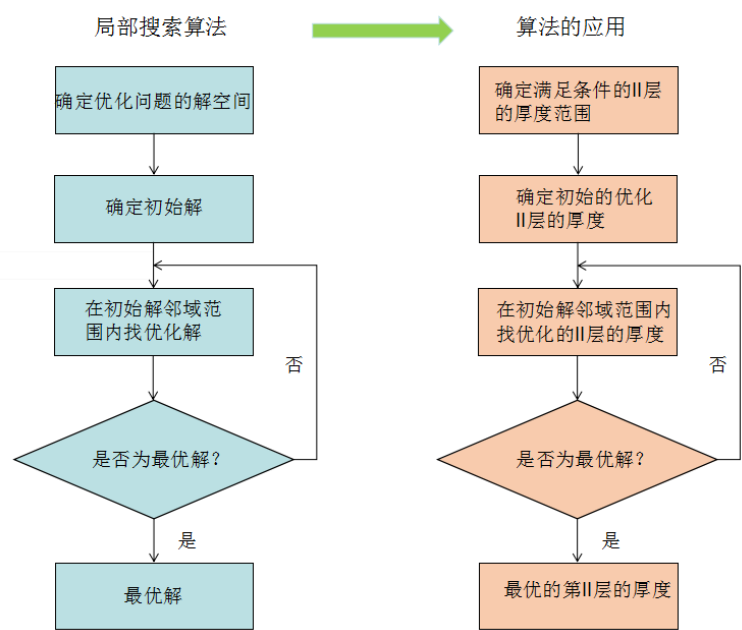


图 5-6 问题二解题思路图

5.2.2 问题二模型的求解

经查阅资料可知，局部搜索算法可以分为 3 步：①确定优化问题的解空间；②确定初始解，并在初始解的邻域按照一定规则，找到一个优化解；③循环第②步直至找到最优解。对应我们问题一建立的假人皮肤外侧的温度分布模型，将进行以下 3 步来进行搜索 II 层的最优厚度：①确定满足条件的 II 层的厚度范围；②确定初始的优化 II 层的厚度，并在初始厚度的领域内寻找能够满足进一步优化假人皮肤外侧温度分布的 II 层的厚度；③循环第②步直至找到最优的假人皮肤外侧温度分布对应的 II 层的厚度。

1、确定满足条件的 II 层的厚度范围

由题目易得，初始的 II 层的厚度范围为 0.6–25mm, 为满足在环境温度为 65°C、IV 层的厚度为 5.5 mm 时，工作 60 分钟，并且保证假人皮肤外侧温度不超过 47°C，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的条件，我们利用问题一建立的假人皮肤外侧温度分布模型对满足条件的 II 层的厚度范围进行了讨论与求解。

参考表 5-3 中的数据：

表 5-2 各层各个参数数值表

分层	密度(kg/m <sup>3</sup> )	比热(J/(kg·°C))	热传导率(W/(m·°C))	厚度 (mm)
I 层	300	1377	0.082	0.6
II 层	862	2100	0.37	—
III 层	74.2	1726	0.045	3.6
IV 层	1.18	1005	0.028	5.5

将相应数值代入问题一的模型即公式（7），筛选出满足条件的 II 层的厚度范围

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1(d_1, t) = \frac{a_1 + b_1}{a_1} \cdot T_0 \\ T_2(d_2, t) = \frac{\prod_{i=1}^2 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^2 a_i} \cdot T_0 + \frac{a_1 + a_2}{b_2} \cdot T_1 \\ T_3(d_3, t) = \frac{\prod_{i=1}^3 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^3 a_i} \cdot T_1 + \frac{\sum_{i=1}^3 a_i}{b_3} \cdot T_2 \\ T_4(d_4, t) = \frac{\prod_{i=1}^4 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^4 a_i} \cdot T_2 + \frac{\sum_{i=1}^4 a_i}{b_4} \cdot T_3 \\ T_b(t) = \frac{\prod_{i=1}^4 (a_i + b_i)}{\prod_{i=1}^4 a_i} \cdot T_4 \end{array} \right. \quad (7)$$

注：式中  $a_i = k_i \cdot t \cdot d_{i+1}$ ， $b_i = \beta_i \cdot d_i \cdot d_{i+1} + q_{i+1} \cdot (d_{i+1}, t) \cdot d_i$ ， $\beta_i = C_i \cdot \rho_i \cdot d_i$ ，代入表 5-3 中各层次各个参数数值即可计算得到。

经筛选假人皮肤外侧的温度分布曲线，得满足条件的 II 层的厚度范围为 11.43mm-25mm。

## 2、求解 II 层的最优厚度

考虑到专业服装的轻便实用性与隔热保护效能，我们选取 11.43mm 作为 II 层的初始最优厚度，以 0.01mm 为步长，在区间[11.43, 25]中迭代寻找下一个最优解。在寻找过程中，我们分析各个可行解即满足条件的 II 层的厚度对应的假人皮肤外侧温度分布曲线，发现 II 层的厚度不仅影响整体系统达到平衡稳态的时间与速率，而且影响整体

系统达到平衡稳态的平衡外侧皮肤温度。因此我们不仅要考虑整体系统达到平衡的时间与速率，以满足工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，而且要考虑整体系统达到平衡稳态时的假人皮肤外侧温度，以满足超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟。

我们以  $0.01\text{mm}$  为步长，在区间  $[11.43, 25]$  中迭代，求解每一个 II 层的厚度对应的假人皮肤外侧温度分布曲线，然后对温度分布曲线进行分析与筛选，寻找一个能使服装更轻便，而且隔热保护效能较好的 II 层的厚度。经过 R 语言编程的计算与筛选，我们发现当 II 层的厚度为  $12.26\text{mm}$  时，服装整体的轻便实用性与假人皮肤外侧温度分布即服装的隔热保护效能均达到一个较好的平衡，如表 5-4 所示，我们计算得到在 II 层的厚度为  $12.26\text{mm}$  时，每 5 分钟假人皮肤外侧的温度值。由表格可知，在工作 60 分钟时，假人皮肤外侧的温度没有超过  $75^{\circ}\text{C}$ ，而且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间少于 5 分钟。

表 5-3 假人皮肤外侧的温度分布值

时间 (min)	0	5	10	15	20	25	30
温度 ( $^{\circ}\text{C}$ )	38.00	39.21	39.58	40.23	40.82	41.18	41.56
时间 (min)	35	40	45	50	55	60	
温度 ( $^{\circ}\text{C}$ )	42.29	42.84	43.26	43.58	43.84	44.04	

### 5.2.3 问题二模型的检验

为确保我们模型的真实性和实用性，我们进行了模型的检验，利用问题一中的温度分布模型，代入 II 层的最优厚度以及题目中的相关参数，绘制出了此环境情况下的假人皮肤外侧的温度分布图，如图 5-5 所示。分析图像可知，在 II 层的厚度为最优厚度  $12.26\text{mm}$  时，假人皮肤外侧的温度分布曲线满足工作 60 分钟时，皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟的条件。因此，该温度分布曲线图证实了我们模型的真实性与 II 层最优厚度的实用性。

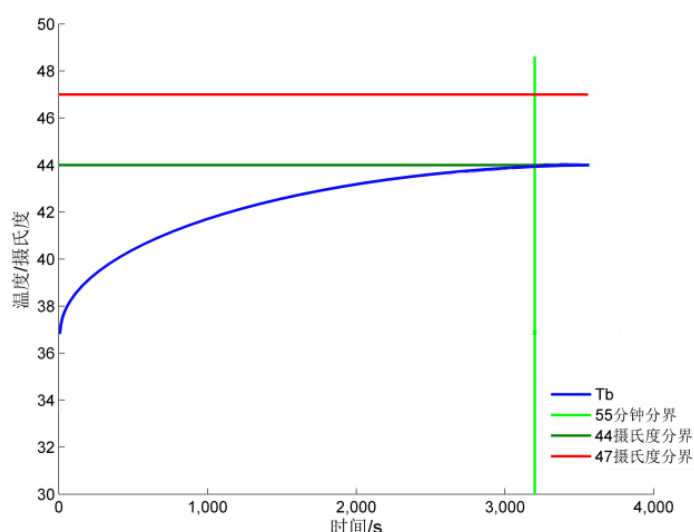


图 5-7 最优解时假人皮肤外侧的温度分布曲线图

### 5.3 问题三模型的建立与求解

### 5.3.1 问题三的分析

问题三要求我们在环境温度为  $80^{\circ}\text{C}$  时、工作 30 分钟时、假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ 、且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟的前提下，确定 II 层和 IV 层的最优厚度。首先分析问题，发现该问题为一个二维最优化问题，由于 II 层与 IV 层的厚度的取值都会影响最终假人皮肤外侧的温度分布，为综合考虑服装的轻便实用性与隔热保护效能，我们利用局部搜索算法在初始的 II 层与 IV 层的厚度范围中，借助问题一建立的假人皮肤外侧温度分布的数学模型，搜索 II 层与 IV 层的最优厚度。为确保我们模型的真实性与实用性，我们进行了模型的检验，利用问题一中的温度分布模型，代入 II 层与 IV 层的最优厚度以及题目中的相关参数，绘制出了此环境情况下的假人皮肤外侧的温度分布图，以检验结果的真实性。

### 5.3.2 问题三模型的求解

分析题目易得，II 层与 IV 层的厚度的取值都会影响最终假人皮肤外侧的温度分布，则该问题为一个二维最优化问题。为综合考虑服装的轻便实用性与隔热保护效能，我们利用局部搜索算法在初始的 II 层与 IV 层的厚度范围中，借助问题一建立的假人皮肤外侧温度分布的数学模型，搜索 II 层与 IV 层的最优厚度。

通过题目条件可知，当环境温度为  $80^{\circ}\text{C}$  时，为了使假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟，有二种情况可以满足题目条件：第一种为温度一直上升，但上升过程缓慢，在工作 30 分钟时温度小于等于  $44^{\circ}\text{C}$ ；第二种为温度上升较快，但达到后平衡稳态就不再上升，此时有一个临界值，即在 25 分钟时温度达到最高  $44^{\circ}\text{C}$ 。由于假人皮肤外侧温度分布函数  $T_i(d_i, t)$  是关于时间  $t$  的不减函数，因此上述两个条件可以合并，因此这两种情况可以形成一个满足条件的区域，即下图 5-6 中的阴影部分。

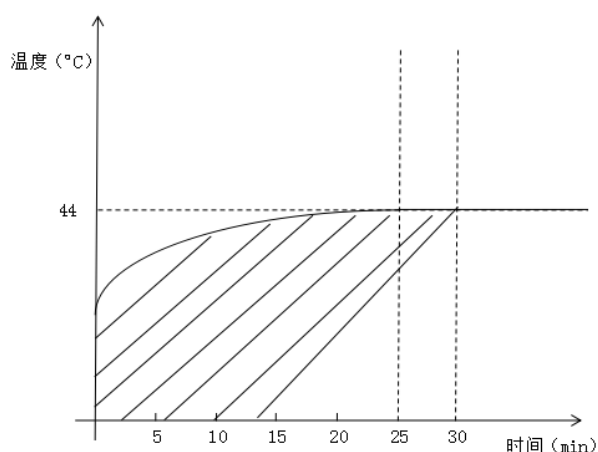


图 5-8 满足条件的温度分布区域图

表 5-4 各层的各个参数数值表

分层	密度(kg/m <sup>3</sup> )	比热(J/(kg·°C))	热传导率(W/(m·°C))	厚度(mm)
I 层	300	1377	0.082	0.6
II 层	862	2100	0.37	—
III 层	74.2	1726	0.045	3.6
IV 层	1.18	1005	0.028	—

将相应数值代入将相应数值代入问题一的模型即公式(7)，利用局部搜索算法在图 5-6 的满足条件的温度分布区域图中，搜索对应的 II 层与 IV 层的最优厚度。R 语言编程计算得：II 层的最优厚度为 15.42mm，IV 层的最优厚度为 3.00mm。

### 5.3.3 问题三模型的检验

为确保我们模型的真实性和模型的检验，我们进行了模型的检验，利用问题一中的温度分布模型，代入 II 层与 IV 层的最优厚度以及题目中的相关参数，绘制出了此时的假人皮肤外侧的温度分布图，如图 5-7 所示。分析图像可知，在 II 层的厚度为最优厚度 15.26mm，IV 层的最优厚度为 3.00mm 时，假人皮肤外侧的温度分布曲线满足工作 60 分钟时，皮肤外侧温度不超过 47℃，且超过 44℃的时间不超过 5 分钟的题目要求条件。因此，该温度分布曲线图证实了我们模型的真实性与 II 层与 IV 层最优厚度的可靠性。

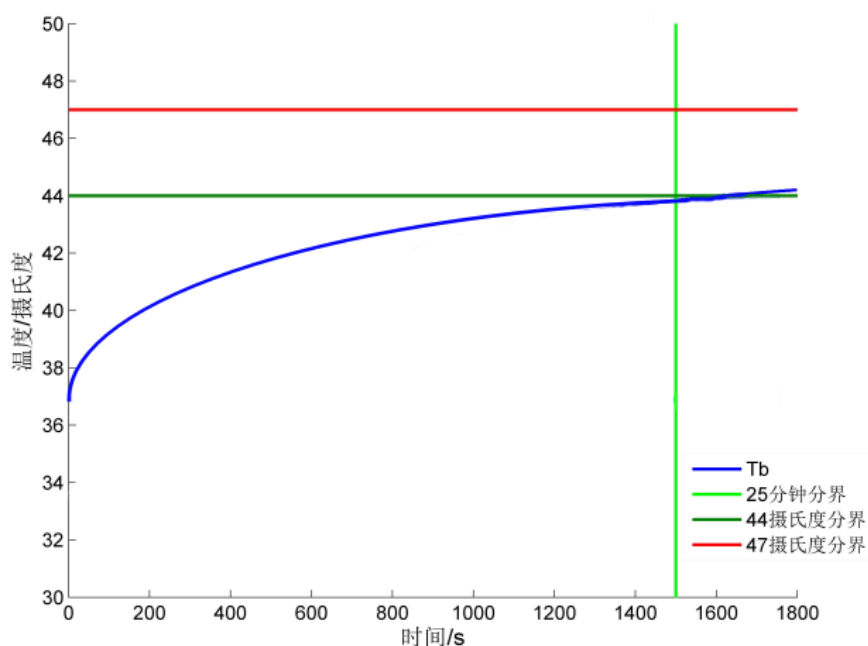


图 5-9 最优解时假人皮肤外侧温度分布曲线图

## 六、模型的评价、改进与推广

### 6.1 模型的评价

#### 6.1.1 模型的优点

1、模型具有较高的合理性，本文所构建的模型是在题目所给附件数据的基础上，并同时通过对数据的深层次分析所建立的模型，通过对模型的检验也发现，该模型具有较高的合理性。

2、模型的建立是按照问题解决的思路进行的，利用已有公式定理，经过推导演算而成，在理论上保证了模型的准确性。

3、模型的简历过程中，历经多次检验，保证了模型的可靠性。

4、本文中所建立的数学模型具有较高的应用价值和推广价值，可以广泛应用于实际生活中，从而更高效快速的解决生活中的实际问题。

5、本文所构建的模型能够大幅度地降低专用服装的研发成本，缩短研发周期，对于专用服装材料各层织物厚度的选取具有较大的帮助。

#### 6.1.2 模型的缺点

1、较少考虑其它人为因素、环境因素等不可控因素对于实验所构建模型的影响。

2、模型的构建过程中可能忽略了一些实际因素，模型还可以得到进一步改善。

### 6.2 模型的改进

1、考虑其它人为因素、环境因素等因素，使所构建的模型得到进一步的优化和完善。

2、在一定温度下，采用更加精密的仪器来测量服装织物材料不同层次的温度变化，得到更完善的数据，从而构建更加严密的模型。

3、防护服与假人皮肤不均匀。可以通过误差累计分布，评估厚度的变化趋势，进而写出模型，对第四层进行优化分析。

### 6.3 模型的推广

本文所构建的模型可以进一步应用于电的传导，光在介质的传导等诸多方面，从而有更好的广泛的实用性。本文模型还可以进一步推广到生产生活中：如家用电饭煲的热评估，保温杯的保温性评估等等。

## 七、参考文献

- [1] 潘斌. 热防护服装热传递数学建模及参数决定反问题[D]. 浙江理工大学出版社. 2017:1-47.
- [2] 李俊, 何佳臻, 王云仪. 常用高温及低温防护服隔热性能的对比[J]. 纺织学报. 34(10): 121-126, 2013.
- [3] 俞昌铭. 热传导及其数值分析[M]. 清华大学出版社. 1981.
- [4] 华涛. 热防护服热防护性能的分析与探讨[J]. 产业用纺织品. 20(8):28-31, 2004.



[5] 哈尔滨工业大学（威海）汽车工程学院. 第九章热量传递的基本方式. <http://www.doc88.com/p-2025615027454.html>. 2018-9-14.

[6] 许维珍. 热传导中应用数学建模的讨论 [J]. 赤峰学院学报（自然科学版）. 24(4):26-29, 2008.

## 附录：

1、问题一生成的 1-10 秒的 problem1.xlsx（表格完整版，见支撑材料）

温度 (°C)	时间 (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	层数										
第一层厚度 (mm)	0.6	37.00	37.60	38.48	39.61	40.92	42.34	43.83	45.33	46.81	48.24
第二层厚度 (mm)	0.2	37.00	37.58	38.45	39.56	40.86	42.28	43.75	45.24	46.72	48.15
	0.4	37.00	37.56	38.42	39.52	40.80	42.21	43.68	45.16	46.63	48.05
	0.6	37.00	37.55	38.39	39.47	40.75	42.14	43.60	45.08	46.54	47.96
	0.8	37.00	37.53	38.35	39.43	40.69	42.08	43.52	44.99	46.45	47.86
	1	37.00	37.52	38.32	39.39	40.64	42.01	43.45	44.91	46.35	47.76
	1.2	37.00	37.50	38.29	39.34	40.58	41.94	43.37	44.82	46.26	47.67
	1.4	37.00	37.49	38.26	39.30	40.52	41.88	43.30	44.74	46.17	47.57
	1.6	37.00	37.47	38.23	39.26	40.47	41.81	43.22	44.66	46.08	47.47
	1.8	37.00	37.45	38.20	39.21	40.41	41.74	43.14	44.57	45.99	47.38
	2	37.00	37.44	38.17	39.17	40.36	41.68	43.07	44.49	45.90	47.28
	2.2	37.00	37.42	38.14	39.12	40.30	41.61	42.99	44.41	45.81	47.19
	2.4	37.00	37.41	38.11	39.08	40.25	41.54	42.92	44.32	45.72	47.09
	2.6	37.00	37.39	38.08	39.04	40.19	41.48	42.84	44.24	45.63	46.99
	2.8	37.00	37.38	38.05	38.99	40.13	41.41	42.77	44.15	45.54	46.90
	3	37.00	37.36	38.02	38.95	40.08	41.34	42.69	44.07	45.45	46.80
	3.2	37.00	37.35	37.99	38.90	40.02	41.28	42.61	43.99	45.36	46.71
	3.4	37.00	37.33	37.96	38.86	39.97	41.21	42.54	43.90	45.27	46.61
	3.6	37.00	37.31	37.93	38.82	39.91	41.14	42.46	43.82	45.18	46.51
	3.8	37.00	37.30	37.90	38.77	39.85	41.08	42.39	43.74	45.09	46.42
	4	37.00	37.28	37.87	38.73	39.80	41.01	42.31	43.65	45.00	46.32
	4.2	37.00	37.27	37.84	38.69	39.74	40.94	42.23	43.57	44.91	46.23
	4.4	37.00	37.25	37.81	38.64	39.69	40.88	42.16	43.48	44.82	46.13
	4.6	37.00	37.24	37.78	38.60	39.63	40.81	42.08	43.40	44.73	46.03
	4.8	37.00	37.22	37.75	38.55	39.57	40.74	42.01	43.32	44.64	45.94
	5	37.00	37.21	37.72	38.51	39.52	40.68	41.93	43.23	44.54	45.84
	5.2	37.00	37.19	37.69	38.47	39.46	40.61	41.85	43.15	44.45	45.75
	5.4	37.00	37.17	37.66	38.42	39.41	40.54	41.78	43.06	44.36	45.65
	5.6	37.00	37.16	37.63	38.38	39.35	40.48	41.70	42.98	44.27	45.55
	5.8	37.00	37.14	37.60	38.34	39.29	40.41	41.63	42.90	44.18	45.46
	6	37.00	37.13	37.57	38.29	39.24	40.34	41.55	42.81	44.09	45.36
第三层厚度 (mm)	0.2	37.00	37.12	37.55	38.26	39.19	40.28	41.46	42.70	43.96	45.21

	0.4	37.00	37.12	37.54	38.24	39.15	40.21	41.38	42.59	43.83	45.05
	0.6	37.00	37.12	37.53	38.21	39.10	40.15	41.29	42.48	43.69	44.90
	0.8	37.00	37.11	37.52	38.18	39.06	40.08	41.20	42.37	43.56	44.74
	1	37.00	37.11	37.50	38.16	39.01	40.02	41.12	42.26	43.43	44.59
	1.2	37.00	37.11	37.49	38.13	38.97	39.95	41.03	42.15	43.30	44.43
	1.4	37.00	37.10	37.48	38.10	38.92	39.89	40.94	42.04	43.16	44.28
	1.6	37.00	37.10	37.46	38.08	38.88	39.82	40.85	41.93	43.03	44.12
	1.8	37.00	37.10	37.45	38.05	38.83	39.76	40.77	41.82	42.90	43.97
	2	37.00	37.09	37.44	38.02	38.79	39.69	40.68	41.71	42.77	43.81
	2.2	37.00	37.09	37.43	37.99	38.74	39.63	40.59	41.60	42.63	43.66
	2.4	37.00	37.09	37.41	37.97	38.70	39.56	40.50	41.49	42.50	43.50
	2.6	37.00	37.08	37.40	37.94	38.65	39.49	40.42	41.38	42.37	43.35
	2.8	37.00	37.08	37.39	37.91	38.61	39.43	40.33	41.27	42.24	43.19
	3	37.00	37.08	37.38	37.89	38.56	39.36	40.24	41.16	42.10	43.04
	3.2	37.00	37.07	37.36	37.86	38.52	39.30	40.16	41.06	41.97	42.88
	3.4	37.00	37.07	37.35	37.83	38.47	39.23	40.07	40.95	41.84	42.73
	3.6	37.00	37.07	37.34	37.80	38.43	39.17	39.98	40.84	41.71	42.57
第四层厚度 (mm)	0.2	37.00	37.06	37.32	37.77	38.37	39.08	39.86	40.68	41.52	42.35
	0.4	37.00	37.06	37.31	37.74	38.31	38.99	39.74	40.53	41.33	42.13
	0.6	37.00	37.06	37.30	37.71	38.26	38.91	39.62	40.38	41.14	41.90
	0.8	37.00	37.06	37.28	37.68	38.20	38.82	39.50	40.22	40.95	41.68
	1	37.00	37.05	37.27	37.64	38.14	38.73	39.38	40.07	40.76	41.46
	1.2	37.00	37.05	37.26	37.61	38.09	38.65	39.27	39.91	40.58	41.23
	1.4	37.00	37.05	37.24	37.58	38.03	38.56	39.15	39.76	40.39	41.01
	1.6	37.00	37.04	37.23	37.55	37.97	38.47	39.03	39.61	40.20	40.79
	1.8	37.00	37.04	37.22	37.51	37.91	38.39	38.91	39.45	40.01	40.57
	2	37.00	37.04	37.20	37.48	37.86	38.30	38.79	39.30	39.82	40.34
	2.2	37.00	37.04	37.19	37.45	37.80	38.21	38.67	39.15	39.64	40.12
	2.4	37.00	37.03	37.18	37.42	37.74	38.13	38.55	38.99	39.45	39.90
	2.6	37.00	37.03	37.16	37.39	37.69	38.04	38.43	38.84	39.26	39.67
	2.8	37.00	37.03	37.15	37.35	37.63	37.95	38.31	38.69	39.07	39.45
	3	37.00	37.03	37.13	37.32	37.57	37.87	38.19	38.53	38.88	39.23
	3.2	37.00	37.02	37.12	37.29	37.51	37.78	38.07	38.38	38.69	39.01
	3.4	37.00	37.02	37.11	37.26	37.46	37.69	37.95	38.23	38.51	38.78
	3.6	37.00	37.02	37.09	37.23	37.40	37.61	37.83	38.07	38.32	38.56
	3.8	37.00	37.02	37.08	37.19	37.34	37.52	37.72	37.92	38.13	38.34
	4	37.00	37.01	37.07	37.16	37.29	37.43	37.60	37.77	37.94	38.11
	4.2	37.00	37.01	37.05	37.13	37.23	37.35	37.48	37.61	37.75	37.89
	4.4	37.00	37.01	37.04	37.10	37.17	37.26	37.36	37.46	37.56	37.67

	4.6	37.00	37.01	37.03	37.06	37.11	37.17	37.24	37.31	37.38	37.45
	4.8	37.00	37.00	37.01	37.03	37.06	37.09	37.12	37.15	37.19	37.22
假人皮肤外侧温度 (°C)		37	37	37	37	37	37	37	37	37	37

## 2、第一问求解模型程序（R 语言）

将附件二的数据去掉表头保存为 shuju.txt 文件

```
rou = c(300, 862, 74.2, 1.18);
C= c(1377, 2100, 1726, 1005);
k=c(0.082, 0.37, 0.045, 0.028);
d=c(0.6, 6, 3.6, 5)/1000;#厚度，要修改
T1=75;
t=60;
Tb=37.88;
data<-read.table("E:/2018 国赛/shuju.txt", sep='\\t', stringsAsFactor=F)
T<-function(rou, C, k, d, T1, t, Tb)
{
  beta=C*rou*d;
  q=k*60;
  qd=NULL;
  for(i in 1:3)
  {
    qd=c(qd, q[i]*d[i+1])
  }
  #print(qd)

  beta_ddqd=NULL;
  for(i in 1:3)
  {
    beta_ddqd<-c(beta_ddqd, beta[i+1]*d[i]*d[i+1]+q[i+1]*d[i])
  }
  #print(beta_ddqd)

  a1=qd[1];a2=qd[2];a3=qd[3];
  b1=beta_ddqd[1];b2=beta_ddqd[2];b3=beta_ddqd[3];
  T4=(T1+(a1+b1)*(a2+b2)*b3*Tb/(a1*a2*a3)-b1*b3*Tb/(a1*a3))/((a1+b1)*(a2+b
```

```

2)*(a3+b3)/(a1*a2*a3)-b1*(a3+b3)/(a1*a3)-b2*(a1+b1)/(a1*a2))
  T3=(b3+a3)*T4/a3-b3*Tb/a3
  T2=(b2+a2)*T3/a2-b2*T4/a2
  return(cbind(T1, T2, T3, T4, Tb))
}

datam=NULL;
for(i in 1:dim(data)[1])
{
  datam<-rbind(datam, T(rou, C, k, d, T1, data[i, 1], data[i, 2]))
}
head(datam)
tail(datam)
write.table(cbind(1:dim(datam)[1], datam), "C:/Users/lenovo/Desktop/2018 年数
学建模
/problem1.txt", sep="\t", col.names=c("time", "F1", "F2", "F3", "F4", "Fb"), row.na
mes=F, quote=F)

```

### 3、生成 problem1.xlsx 程序（R 语言）

```

rou = c(300, 862, 74.2, 1.18);
C= c(1377, 2100, 1726, 1005);
k=c(0.082, 0.37, 0.045, 0.028);
d=c(0.6, 6, 3.6, 5)/1000;#厚度，要修改
fun<-function(datam1, d) #对每层进行
{
  d1=seq(0, d, by=0.0002) #以 0.2 为分隔，进行分组
  fun2<-function(x, d1, d)
  {
    return(x[2]+(x[1]-x[2])*(1-d1/d));
  }
  temp<-NULL
  for(i in 1:length(d1))
  {
    temp<-cbind(temp, apply(datam1, 1, fun2, d1[i], d))
  }
  return(temp)
}

```

```

}
datan<-NULL
for(i in 1:(dim(datam)[2]-1))
{
datan<-cbind(datan,fun(datam[,i:(i+1)],d[i]))
}
write.table(cbind(1:dim(datan)[1],datan),"C:/Users/lenovo/Desktop/2018 年数学建模/problem1.txt",sep="\t",col.names=F,row.names=F,quote=F)

```

#### 4、图 5-4 程序 (MATLAB)

```

data=importdata('C:/Users/lenovo/Desktop/2018 年数学建模/problem1.txt');
datam=data.data;
figure
plot(datam(:,1),datam(:,2),'-',datam(:,1),datam(:,3),'-',datam(:,1),datam(:,4),'-',datam(:,1),datam(:,5),'-',datam(:,1),datam(:,6),'-')
title('各层温度分布')
xlabel('时间/s')
ylabel('温度值/摄氏度')
legend('T1','T2','T3','T4','Tb')
print -djpeg -r600 '各层温度分布图'

```

#### 5、图 5-5 程序 (MATLAB)

```

data=importdata('C:/Users/lenovo/Desktop/problem1.txt');
datam=data;
figure
plot(datam(:,1),datam(:,9),'-',datam(:,1),datam(:,37),'-',datam(:,1),datam(:,45),'-',datam(:,1),datam(:,53),'-',datam(:,1),datam(:,65),'-')

data=importdata('C:/Users/lenovo/Desktop/2018 年数学建模/problem1.txt');
datam=data.data;
hold on
p=plot(datam(:,1),datam(:,2),'-',datam(:,1),datam(:,3),'-',datam(:,1),datam(:,4),'-',datam(:,1),datam(:,5),'-',datam(:,1),datam(:,6),'-')
set(p,'Color','k')
legend('第二层抽样','第三层抽样','第三层抽样','第四层抽样','第四层抽样','T1','T2','T3','T4','Tb')

```

```

xlabel('时间/s')
ylabel('温度值/摄氏度')
print -djpeg -r600 '问题一验证各层温度分布图'

```

## 6、第二问模型求解程序（R 语言）

```

best<-function(t,T1,Tb)
{

  fun<-function(d2,t,T1,Tb)  #对单个 d2 求解方程值
  {
    #d2 第二层厚度
    #t 时间
    #T1 最外层温度
    #Tb 人体表面温度
    rou = c(300,862,74.2,1.18);
    C= c(1377,2100,1726,1005);
    k=c(0.082,0.37,0.045,0.028);
    d=c(0.6,0,3.6,5.5)/1000;
    d[2]=d2/1000;
    beta=C*rou*d;
    q=k*t;
    qd=NULL;
    for(i in 1:3)
    {
      qd=c(qd,q[i]*d[i+1])
    }

    beta_ddqd=NULL;
    for(i in 1:3)
    {
      beta_ddqd<-c(beta_ddqd,beta[i+1]*d[i]*d[i+1]+q[i+1]*d[i])
    }
    a1=qd[1];a2=qd[2];a3=qd[3];
    b1=beta_ddqd[1];b2=beta_ddqd[2];b3=beta_ddqd[3];

    T4=(T1+(a1+b1)*(a2+b2)*b3*Tb/(a1*a2*a3)-b1*b3*Tb/(a1*a3))/((a1+b1)*(a2+b

```

```

2)*(a3+b3)/(a1*a2*a3)-b1*(a3+b3)/(a1*a3)-b2*(a1+b1)/(a1*a2))
  T3=(b3+a3)*T4/a3-b3*Tb/a3
  Tb=Tb*(1+sample(runif(50, max=0.1), 1)+sample(seq(-0.1, 0.1, 20), 1))+2;
  return(c(d2, T3, T4, Tb))
}

z=seq(0.6, 25, by=0.01)#在区间[0.6, 25]上以步长 0.01 进行搜索
result=fun(z[1], t, T1, Tb) #记录结果
for(i in 2:length(z))
{
  temp=fun(z[i], t, T1, Tb);
  if(result[2]>temp[2])
  {
    result<-temp
  }
  else(result[2]==temp[2])
  {
    result<-rbind(result, temp)
  }
}
result[,4]=sort(result[,4], decreasing=TRUE)
return(result)
}
x<-best(55*60, 65, 44)
y<-best(60*60, 65, 47)
z<-cbind(x[,1], x[,4], y[,4])
jiegua<-subset(z, z[,2]<44&z[,3]<47)
jiegua

```

## 6、问题三的求解程序

```

best<-function(t, T1, Tb)
{

  fun<-function(d2, d4, t, T1, Tb)    #对单个 d2 求解方程值
  {
    #d2 第二层厚度

```



```

#t 时间
#T1 最外层温度
#Tb 人体表面最高温度
rou = c(300, 862, 74.2, 1.18);
C= c(1377, 2100, 1726, 1005);
k=c(0.082, 0.37, 0.045, 0.028);
d=c(0.6, 0, 3.6, 1)/1000;
d[2]=d2/1000;
d[4]=d4/1000;
beta=C*rou*d;
q=k*t;
qd=NULL;
for(i in 1:3)
{
  qd=c(qd, q[i]*d[i+1])
}

beta_ddqd=NULL;
for(i in 1:3)
{
  beta_ddqd<-c(beta_ddqd, beta[i+1]*d[i]*d[i+1]+q[i+1]*d[i])
}
a1=qd[1];a2=qd[2];a3=qd[3];
b1=beta_ddqd[1];b2=beta_ddqd[2];b3=beta_ddqd[3];


$$T4 = (T1 + (a1 + b1) * (a2 + b2) * b3 * Tb / (a1 * a2 * a3) - b1 * b3 * Tb / (a1 * a3)) / ((a1 + b1) * (a2 + b2) * (a3 + b3) / (a1 * a2 * a3) - b1 * (a3 + b3) / (a1 * a3) - b2 * (a1 + b1) / (a1 * a2))$$


$$T3 = (b3 + a3) * T4 / a3 - b3 * Tb / a3$$


Tb=Tb*(1+sample(runif(50, max=0.1), 1)+d[2]+d[4]+sample(seq(-0.1, 0.1, 20), 1)))+2;

return(c(d2, d4, T3, T4, Tb))
}

z=seq(0.6, 25, by=0.1)#在区间[0.6, 25]上以步长 0.1 进行搜索
z1=seq(0.6, 6.4, by=0.1)

```

```

result=fun(z[1], z1[1], t, T1, Tb) #记录结果
l<-length(z)
l1<-length(z1)
#print(z1)
for(i in 1:l)#对每个 d2 可能取值进行搜索
{
    for(j in 1:l1)
    {
        temp=fun(z[i], z1[j], t, T1, Tb);
        result<-rbind(result, temp)
    }
}
result[, 5]=sort(result[, 5], decreasing=TRUE)
return(result)
}
x<-best(25*60, 80, 44)
y<-best(30*60, 80, 47)
z<-cbind(x[, 1], x[, 2], x[, 5], y[, 5])
jieguo<-subset(z, z[, 3]<44&z[, 4]<47)
jieguo

```