

CT 系统参数标定及成像

摘要

CT 系统可以在不破坏样品的情况下,利用样品对 X 射线的吸收特性对生物组织和工程材料的样品进行断层成像,由此获取样品内部的结构信息。在 CT 系统安装时往往存在误差,从而影响成像质量,因此对安装好的 CT 系统的参数标定意义重大。

问题一 根据题目所给的附件 1 和附件 2 的数据,对数据进行预处理,运用中心射线法,建立从建坐标系和探测坐标系,以 Radon 变换为数学基础建立模型,将求解 CT 系统的旋转中心位置转化为求解旋转中心偏移量的问题,可求得 CT 系统的旋转中心位置。我们运用无限分割近似替代的思想,找到附件 2 中特殊位置的数据,画出灰度图,结合题目中图 2 所给模板的几何信息,可求得探测器单元之间的距离 0.2759 mm。我们首先分析得到 CT 系统每次绕旋转中心的角度都相等,然后运用欧几里得算法建立模型,得到 CT 系统每次绕旋转中心的角度为 $1^{\circ}28'$,最后得到 CT 系统的 X 射线的 180 个方向。

问题二 我们根据问题一中得到的标定参数,分析附件 3,运用滤波反投影算法,及傅立叶变换建立模型重建 CT 图像,得到未知介质在正方形托盘中的位置,几何形状运用 iRadon 算法得到吸收率等信息以及题目所给的 10 个位置处的吸收率。

问题三 我们运用问题二中建立的数学模型,结合附件 5 所给数据,得到未知介质在正方形托盘中的位置,几何形状和吸收率以及题目所给的 10 个位置处的吸收率。

问题四 我们利用平均效应对 RL 滤波函数进行了改进,建立了优化模型 MRL 滤波反投影重建图像模型,对比分析发现问题一中的参数标定的精度,稳定性有待提高。新的 MRL 滤波反投影重建图像模型以降低噪声点对重建图像的影响,提高重建图像的清晰度和精确性。

最后,我们总结了模型的优缺点和推广,认为我们的模型对 CT 系统参数标定及成像具有重要的参考意义。

关键词: 中心射线法 Radon 变换 欧几里得算法 滤波反投影算法 傅立叶变换

一、问题重述

1.1 背景

CT 系统在安装过程中可能因为多种原因而造成误差，从而影响成像的质量，因此我要利用已知结构及各参数信息的模板进行参数标定，从而确定 CT 系统的各项参数指标，并根据求出的指标对未知结构的样品进行成像。

1.2 需解决的问题

1. 根据附件 1 和附件 2 中给出的相应的均匀介质模板信息，以及题目所给图二中模板的基本数据，建立模型。确定 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置，探测单元之间的距离，以及照射过程中 CT 系统的 X 射线的 180 个方向。

2. 根据由问题 1 中已知数据进行的参数标定及建立的模型，分析附件 3 中所给数据，确定该未知介质在正方形托盘中的位置、其几何形状、吸收率等信息，并具体给出附件 4 中 10 个点的吸收率。

3. 对附件 5 中的另一未知介质的接收信息进行处理，计算出未知介质的相关信息，并给出在附件 5 所示的情况下，图 3 中 10 个位置处的吸收率。

4. 分析问题 1 中参数标定的精度和稳定性，在已建立模型的基础上进行改进，设计新的模型并建立对应的标定模型，改进标定参数的精度和稳定性。

二、问题分析

这是一个借助于已知结构的模板标定 CT 系统的参数，并据此对未知结构的样品进行成像的问题。

问题一要求我们依据附件 1 所给的模板几何信息相应的数据和附件 2 所给的对应于模板的接受信息，利用这些数据确定 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置，探测器单元之间的距离及该 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向。问题意在让我们根据现有的数据进行合理的数据分析建立一个模型。

问题二要求我们根据附件 3 所给的利用该 CT 系统得到的某未知介质的接收信息，利用（1）中得到的标定参数，确定该未知介质在正方形托盘中的位置，几何形状和吸收率等信息以及图三中 10 个位置处的吸收率。问题意在让我们建立一个模型，将附件 3 中的数据转化为未知介质的几何图形和吸收率等信息。

问题三要求我们根据附件 5 所给的该 CT 系统得到的某未知介质的接收信息，利用（1）中得到的标定参数，确定该未知介质的相关信息以及图三中 10 个位置处的吸收率。我们将附件 5 中的数据带入问题二的模型中，可得到未知介质的几何图形和吸收率等信息，完成了模型的应用。

问题四要求我们分析（1）中参数标定的精度和稳定性，并在此基础上设计新模板，建立对应的标定模板，以改进标定精度和稳定性。

三、问题的假设

1. 假设题目所给出的数据完整且真实可靠。
2. 假设题目所给数据无噪声干扰。
3. 假设探测系统的带宽、信噪比、分辨率等不会影响实验结果。
4. 假设探测系统光源完全穿透物体，且不发生偏折。

四、符号说明

符号	意义
\bar{d}	探测器单元之间的距离
θ	探测坐标绕旋转中心旋转的角度
a	中心点在 x 轴方向的偏移距离
b	中心点在 y 轴方向的偏移距离
s	原点 O 到直线 L 的距离
o	旋转中心的位置
o'	偏移后的旋转中心的位置
C_p	介质的质心
\bar{x}	质心的横坐标
\bar{y}	质心的纵坐标
$p_\theta'(s)$	偏移后所得的投影数据
μ	衰减系数

I_{in}	X 射线的入射强度
I_{out}	X 射线通过物体后的强度
$\overline{s_{\theta}}$	质心在 s 轴上的坐标
β	射线源的旋转角度
γ	探测器上的投影地址
u	频域中的横坐标
v	频域中的纵坐标

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的解答

5.1.1 问题一的分析

题目要求我们对附件 1 及附件 2 中给出的数据进行分析,通过已知均匀固体介质组成的标定模板的吸收强度和该模板的接收信息建立一个合理的数学模型,从而确定 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向。

利用附件 2 所给对应于该模板的接收信息,运用中心射线法^[1],分别建立重建坐标系 xOy 和探测坐标系 sOt ,以 Radon 变换为数学基础建立模型,将求解 CT 系统的旋转中心位置的问题转化为求解旋转中心偏移量的问题,求得 CT 系统的旋转中心的位置。

利用 X 射线在穿过物质时,其强度呈指数关系衰减的特性^[2],将目标分割成许多像素,每个像素的长度为 \overline{d} (此时 \overline{d} 即为探测器单元之间的距离),当 \overline{d} 足够小时,可以使得每个小单元均可假定为均匀的密度体,因而每个小单元衰减系数就可以假定为常值,而附件 1 中给出了模板的衰减系数,借此我们可以利用附件 2 数据画出图形找到特殊位置从而求得探测器单元之间的距离 \overline{d} 。

5.1.2 数据预处理

依据附件 1 所给的模板几何信息相应的数据，我们对其进行分析发现由已知均匀介质组成的标定模板对 X 射线的吸收强度为 1，因此我们利用 MATLAB 对数据进行处理，绘制出模板的几何图形，如图 1 所示。

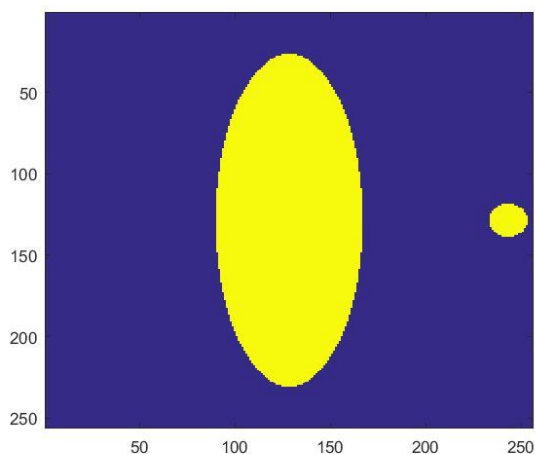


图 1 模板的几何图形

依据附件二所给的对应于模板的接受信息，我们用 Excel 工具对其数据进行了简单的分类处理，对不同大小的数据进行不同程度的灰色标记，绘制出灰度图，如图 2 所示。

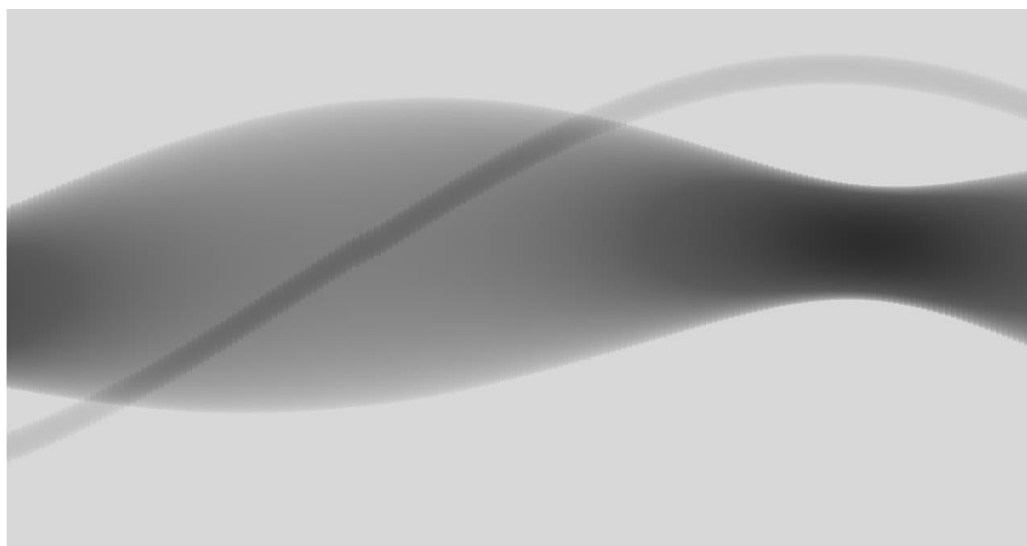


图 2 附件 2 数据的灰度图

5.1.3 CT 系统的旋转中心位置模型的建立与求解

经查阅资料，我们了解到理论上在二维图像重建过程中，X 射线平行扫描要求其中心位置的射线经过旋转中心，与探测器垂直，并且垂足为探测器中点。但在实际的 CT

系统安装过程中，很难非常精确地满足这些要求，因此在这种情况下重建得到的图像和标准的图像会有一些的位置偏移，因此我们将求解 CT 系统的旋转中心位置的问题转化为求解旋转中心偏移量的问题。

以物体模板圆的圆心为原点建立重建坐标系 xOy ，如图 1 所示，设探测器系统 ABCD 设计的旋转中心为 O ，建立探测坐标系 sOt ，其中 s 轴沿着探测器方向， t 轴为与探测器垂直的方向，图 2 表示重建坐标系不动，而探测坐标系围绕 O 逆时针旋转 θ 的情形，此时重建中心与设计的旋转中心重合，可以进行精确重建。

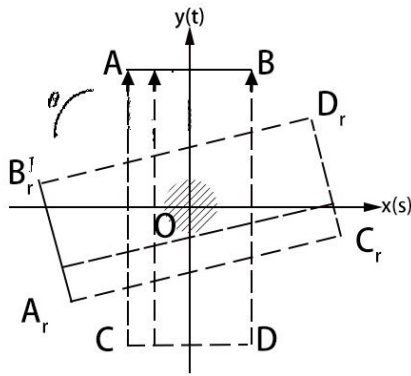


图 3 旋转中心不偏移的坐标系

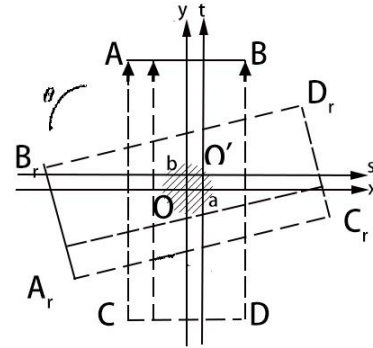


图 4 旋转中心偏移的坐标系

但实际情况探测系统的旋转中心会发生平移，假设由 O 点移到 O' 点，在 x 轴方向平移距离 a ，在 y 轴方向平移距离 b ，此时的探测坐标系为 $sO't'$ ，如图（）所示。虽然探测坐标系围绕旋转中心不断变化，但 O' 点在 xOy 中坐标始终为 (a,b) 可以看出，对投影造成影响的偏移量只有 a 。

$$Rf(s,\theta)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x,y)\delta(x\cos\theta+y\sin\theta)dx dy(1)$$

式中： $f(x,y)$ 为待重建物体函数，如图 3 所示；

$Rf(s,\theta)$ 为视角 θ 视沿直线 L 的 Radon 变换，

即 $f(x,y)$ 为沿直线 L 的投影，简记 $p(s,\theta)$ ；

s 为原点 O 到直线 L 的距离。

设物体函数的质心为 $C(\bar{x},\bar{y})$ 则有

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y) dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx dy} \quad (2)$$

$$\bar{y} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} yf(x,y) dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx dy} \quad (3)$$

令 $M = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx dy$, 对一固定视角 θ , 记 $p(s, \theta)$ 为 $p_\theta(s)$, 则可证

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta(s) ds = M \quad (4)$$

设 $p_\theta(s)$ 的质心为点 C_p , 在 s 轴上坐标为 \bar{s}_θ , 则有

$$\bar{s}_\theta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} sp_\theta(s) ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta(s) ds} \quad (5)$$

由于

$$p_\theta(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s, t) dt \quad (6)$$

则

$$\bar{s}_\theta = \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} sf(s, t) dt ds \quad (7)$$

由于坐标系 sOt 与 xOy 的变换关系为:

$$\begin{cases} s = x \cos \theta + y \sin \theta \\ t = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (8)$$

从而有:

$$\begin{cases} x = s \cos \theta - t \sin \theta \\ y = s \sin \theta + t \cos \theta \end{cases} \quad (9)$$

由于雅可比行列式 $|J(x,y)| = 1$ 则积分变量代换后有:

$$\begin{aligned} \bar{s}_\theta &= \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x \cos \theta + y \sin \theta) f(x,y) dx dy \\ &= \cos \theta \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y) dx dy}{M} + \sin \theta \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} yf(x,y) dx dy}{M} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \cos \theta \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x, y)dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dx dy} + \sin \theta \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} yf(x, y)dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dx dy} \\
&= \cos \theta \cdot \bar{x} + \sin \theta \cdot \bar{y}
\end{aligned} \tag{10}$$

即物体质心 C 在探测器上的投影必与投影函数的质心 C_p 重合。

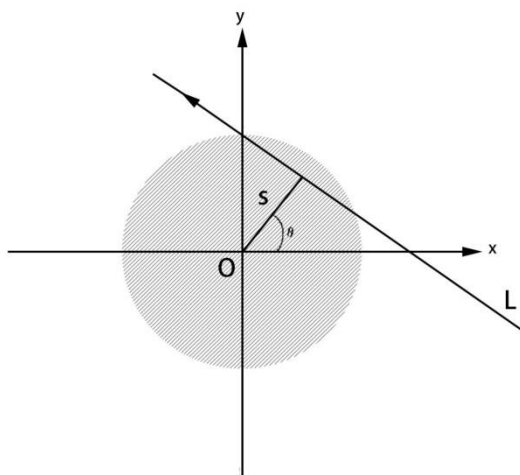


图 5 二维 Radon 变换示意图

当旋转中心由 O 偏移到 O' 时, 他们在探测器上的投影分为 O_p 和 O_p' 。易知 $O_p O_p' = a$, 设旋转中心偏移后所获得的投影数据为 $p_{\theta}'(s)$, 其质心设为 C_p' , 则有 $C_p C_p' = a$ 。

依据附件 2 所给的对应于模板的接受信息, 借助 MATLAB 编程求出模板圆的在重建图像中的质心位置 C_p' , 然后求得 $C_p C_p' = a = 2.396\text{mm}$, 进而 $O_p O_p' = a = 2.396\text{mm}$, 因此 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置为 。

5.1.4 探测器单元之间的距离模型的建立与求解

查阅资料, 我们了解到 X 射线在穿过物质时, 其强度呈指数关系衰减的特性。将目标分割成许多像素, 每个像素的长度为 \bar{d} (此时 \bar{d} 即为探测器单元之间的距离), 当 \bar{d} 足够小时, 可以使得每个小单元均可假定为均匀的密度体, 因而每个小单元衰减系数就可以假定为常值。为建立 CT 图像, 就必须求出每个小单元的衰减系数, 建立 CT 图像的基本方程为:

$$\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \dots + \mu_m = -\sum_{i=1}^{\bar{d}} \ln\left(\frac{I_{out}}{I_{in}}\right) \quad (11)$$

即为：

$$\sum_{i=1}^m \mu_i = -\ln \prod_{i=1}^{\bar{d}} \left(\frac{I_{out}}{I_{in}}\right) \quad (12)$$

我们借助 MATLAB 将附件 2 中的数据带入公式（12）后求得： $\bar{d}=0.2759$ mm。

5.1.5 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向模型的建立与求解

理论上，CT 系统的旋转中心位置应该位于正方形托盘的正中央，但在 CT 的安装过程中，难以完全精确调节一致。由 5.1.3 和 5.1.4 可知，该 CT 系统的旋转中心位置不在正方形托盘的正中央，探测器单元之间的距离 $\bar{d}=0.2759$ mm。总结以上已知的标定参数，进一步分析附件 2 的数据，利用 MATLAB 的 images 函数绘制出附件 2 数据的 Chromatic 图像，如图 6 所示。

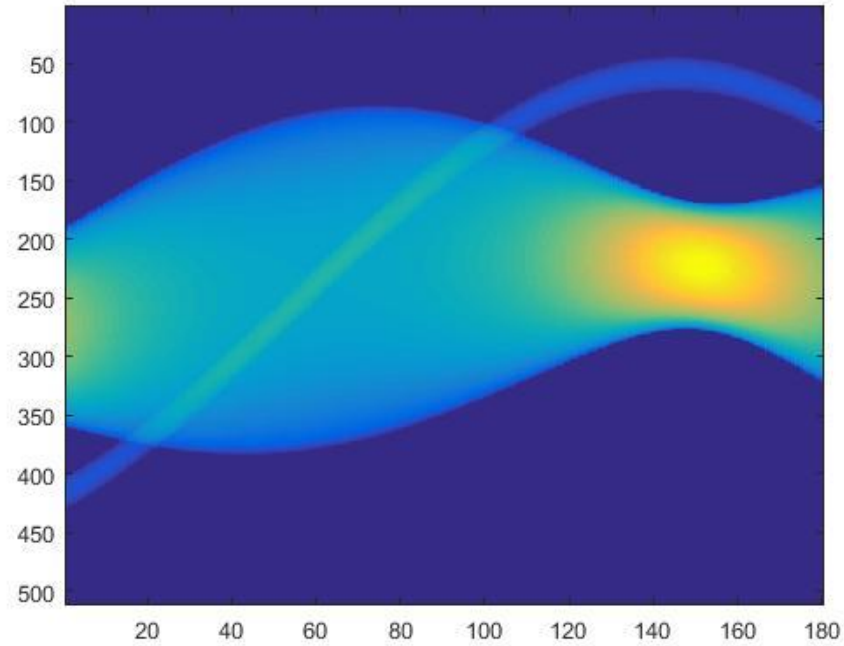


图 6 附件二数据的 Chromatic 图

由图 6 可以看出，附件二的数据中绕旋转中心逆时针旋转 180 次的 X 射线照射从 512 个探测器上得到的数据所构成的 512×180 的矩阵。

在 512×180 的矩阵取 X 射线照射模板的特殊位置得到的接收信息，以模板的某一点为参考对象，即以 512×180 矩阵的某几行为研究对象进行比对分析。

由数据分析可知， $p(\beta, \gamma) = p(\beta + \pi - 2\gamma, -\gamma)$ ，因此可以得到 CT 系统每次绕旋转中心逆时针旋转的角度是一样的^[3]。

为确定 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向，只需要确定 CT 系统每次绕旋转中心旋转的角度，我们将特殊位置的附件 2 数据带入欧几里德算法，计算得出 CT 系统每次绕旋转中心旋转的角度为 $1^\circ 28'$ 。

5.2 问题二的求解

5.2.1 问题二的分析

问题二要求我们根据附件 3 所给的利用该 CT 系统得到的某未知介质的接收信息，利用问题一中得到的标定参数：CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离、CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向，确定该未知介质在正方形托盘中的位置，几何形状和吸收率等信息以及图三中 10 个位置处的吸收率，因此我们需要对附件三中的数据进行合理的分析，求出该位置在正方形托盘中的各个位置的吸收率，进而确定该位置介质在正方形托盘中的位置和几何形状，以及图 3 所给的 10 个位置的吸收率。因此我们运用滤波反投影法，以 RL 滤波函数为数学基础，建立模型，以确定该未知介质在正方形托盘中的位置和几何形状，以及题目所给的 10 个位置的吸收率。

5.2.2 滤波反投影重建模型的建立与求解

在附件 2 中，我们获得了 180 次不同方向的投影数据，并利用 MATLAB 对该数据进行了处理，获得了投影函数。运用两次傅立叶变换对图像进行修正，利用问题 1 中的极坐标模型

$$\begin{cases} u = \rho \cos \theta \\ v = \rho \sin \theta \end{cases} \quad (13)$$

傅立叶反变换模型

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{2\pi j(ux+vy)} du dv \quad (14)$$

综合二式可得密度函数表达式

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(\rho, \theta) e^{2\pi j\rho(x \cos \beta + y \sin \beta)} \rho d\rho d\theta \quad (15)$$

由于傅立叶函数在二维空间具有对称性，故有

$$F(\rho, \theta) = F(-\rho, \theta + \pi) \quad (16)$$

由问题一可得探测器转动角度为 π ，故我们将积分上限改为 π 。

$$f(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} F(\rho, \theta) e^{2\pi j \rho (x \cos \theta + y \sin \theta)} |\rho| d\rho d\theta \quad (17)$$

对每一个角度的投影函数进行滤波处理，获得经修正后的投影函数

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} F_\theta(\rho) |\rho| e^{2\pi j \rho (x \cos \theta + y \sin \theta)} d\rho d\theta \\ &= \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(\rho) |\rho| e^{2\pi j \rho s} d\rho \right] \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) ds \\ &= \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta'(s) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) ds \end{aligned} \quad (18)$$

又对此修正后的投影函数进行反投影处理，即

$$p_\theta'(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\rho) |\rho| e^{2\pi j \rho s} d\rho \quad (19)$$

得出我们需要的密度函数 $f(x, y)$ ，组合后即重建后的 CT 图像，如 7 图所示。



图 7 附件 3 中未知介质的图像

由此图可得出该未知介质的位置及形状。

5.2.3 各点吸收率求解模型的建立与求解

物体的密度函数 $f(x, y)$ 与 Radon 空间的函数 $g(s, \theta)$ 有明确的映射关系，为了求出每一位点的吸收率，我们利用问题二中获得的 $f(x, y)$ ，进行 Radon 反变换。我们将滤波反投影算法得出的整个截面离散网格化，每个格子对应一个吸收系数，把每根扫描积分路径经过的格子按照权重作累加，进行累计加权处理，令他们等于相应 Radon 值。并与傅立叶变换相结合，相应的关系如图 8 所示^[5]。

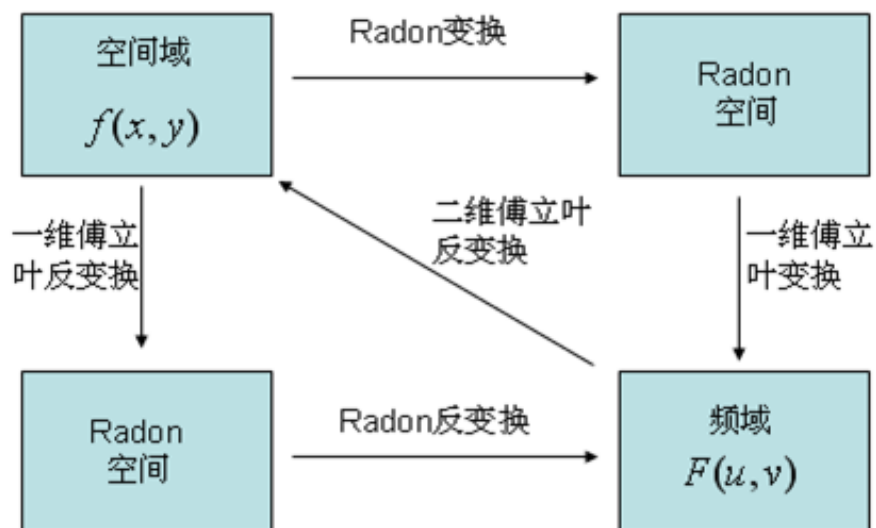


图 8 相关变换关系图

运用 Radon 的反变换算法将其逆用，插值做出矩阵，如支撑材料所示，后根据问题一所得结果计算得出每一位点的吸收系数如下表。

表 1 10 个位点在附件 3 条件下的吸收率

坐标	吸收率
(10.0000, 18.0000)	0.1810
(34.5000, 25.0000)	0.2148
(43.5000, 33.0000)	0.2392
(45.0000, 75.5000)	0.4230
(48.5000, 55.5000)	0.2955
(50.0000, 75.5000)	0.3502
(56.0000, 76.5000)	0.3814
(65.5000, 37.0000)	0.2844
(79.5000, 18.0000)	0.2504
(98.5000, 43.5000)	0.3696

5.3 问题三的解答

5.3.1 未知介质相关信息的确定

问题三中给定了新的未知物质和新的接收数据，我们利用问题一和问题二中建立的模型，利用 Radon 算法和滤波反投影算法经 MATLAB 运算处理附件 5 得出图像，如图 9 所示。



图9 附件 5 中未知介质重建图像

由图 9 可见该未知介质的在 CT 照射后的形状及其位置。

5.3.2 十个位点的吸收率计算

由问题二中建立的各点吸收率求解模型，我们利用 MATLAB 及 Randon 反变换算法，将附件 5 中的数据转化，并生成 256×256 的吸收率图表，见 problem3. 从中我们提取出十个位点的吸收率如表 2 所示。

表 2 10 个位点在附件 5 条件下的吸收率

坐标	吸收率
(10.0000, 18.0000)	0.2881
(34.5000, 25.0000)	0.3335
(43.5000, 33.0000)	0.3680
(45.0000, 75.5000)	0.6637
(48.5000, 55.5000)	0.4710
(50.0000, 75.5000)	0.6603
(56.0000, 76.5000)	0.7272
(65.5000, 37.0000)	0.4117
(79.5000, 18.0000)	0.3575
(98.5000, 43.5000)	0.4663

5.4 问题四的解答

为进一步完善我们的模型，我们对问题二建立的 RL 滤波反投影重建图像模型进行了改进，将 CT 系统因实际安装存在的误差最小化。我们利用平均效应对 RL 滤波函数进行了改进，建立了优化模型 MRL 滤波反投影重建图像模型^[6]，以降低噪声点对重建图像的影响，提高重建图像的清晰度和精确性。

为进一步比对 MRL 滤波投影重建图像模型和 RL 滤波投影重建图像模型重建得到的图像的差异，我们运用 MRL 滤波投影重建图像模型，绘制出了问题二与问题三的未知介质 CT 的重建图像，如图 10 和图 11。

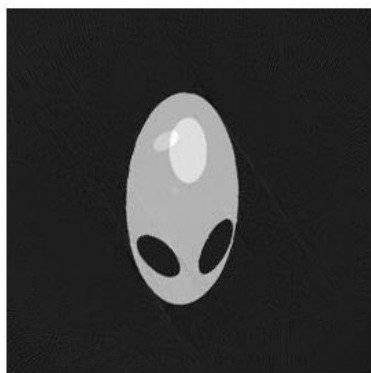


图 10

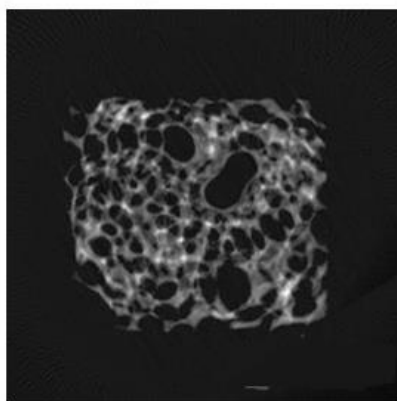


图 11

经图像比对分析可知，MRL 滤波函数不仅能抑制利用 RL，滤波函数重建图像时的震荡，而且在有噪音的情况下，MRL 滤波函数的抗噪音能力远比 RL 滤波函数高很多。

六、模型的推广与评价

6.1 模型的评价

6.1.1 优点

(1) 我们采用 Excel 软件，对处理大量的数据具有高效，精确，便捷的优点。

(2) 中心射线法集系统性、实用性、精确性于一体，结合附件中的数据，运用 MATLAB 软件计算简便，所得结果清晰明确，易于被决策者了解和掌握。

(3) 我们采用滤波反投影算法建立的模型具有实时性，实现 CT 系统重建比较简便，且得到的 CT 重建图像精度较高。

(4) 我们的模型在正确、清楚地分析了题意的情况下，加之坚实的数学基础，便捷地解决了问题，具有很好的通用性。

6.1.2 缺点

(1) 由于无法验证附件所给数据的真实性以及个人的主观因素对整个过程的影响，降低了模型的说服力。

(2) 在问题二模型的建立过程中未全面考虑 CT 系统安装过程产生的实际误差

6.2 模型的推广

中心射线法适应于平行扫描，也适用于扇束扫描，且在常规成像几何条件下，也适用于中心射束与旋转中心的连线不严格垂直于探测器，存在精度允许范围内的小偏角的情形。

滤波反投影算法具有强大的噪声抑制功能，基本不受随机噪声的影响。而且具有实时性，实现简便，且精确度较高。

七、参考文献

[1]李增云，吕东辉,利用部分投影的二维 CT 旋转中心偏移快速校正[J],CT 理论与应用研究,2015,24(4): 533—543。

[2]百度文库, CT 基础知识,

<https://wenku.baidu.com/view/25d33a46852458fb770b560a.html>, 2012 年 12 月 30 日。

[3]李保磊，傅健，魏东波，李俊江,工业计算机断层成像系统转台旋转中心的确定[J],航空动力学报,2009,24(7)。1544-1548。

[4]高上凯,医学成像系统[M],北京,清华大学出版社,2000,51-55。

[5]王洋. 基于广义 Radon 变换的圆形物体检测[D]. 吉林大学,2008,15-29。

附录

I=AS1;

```
N = 512;
delta = pi/180;
theta = 0:1:179;
P = radon(I, theta);
d=1;
theta_num = length(theta);
[mm, nn] = size(I);
e = floor((mm-N-1)/2+1)+1;
P = P(e:N+e-1, :);
P1 = I;
```

```
fh_RL = RLfilter(N, d);
fh_SL = SLfilter(N, d);
```

```
rec = Backprojection(theta_num, N, P1, delta);
```

```
rec_RL = RLfilteredbackprojection(theta_num, N, P1, delta, fh_RL);
```

```
rec_SL = SLfilteredbackprojection(theta_num, N, P1, delta, fh_SL);
```

```
figure;
subplot(2, 2, 1), imshow(I), xlabel(' (a) 256x256 头模型 (原始图像) ');
subplot(2, 2, 2), imshow(rec, []), xlabel(' (b) 直接反投影重建图像 ');
subplot(2, 2, 3), imshow(rec_RL, []), xlabel(' (c) R-L 函数滤波反投影重建图像 ');
subplot(2, 2, 4), imshow(rec_SL, []), xlabel(' (d) S-L 函数滤波反投影重建图像 ');
```

SLfilter 方法:

```
function fh_SL = SLfilter(N, d)
fh_SL = zeros(1, N);
for k1 = 1:N
    fh_SL(k1) = -2/(pi^2*d^2*(4*(k1-N/2-1)^2-1));
end
```

SLfilteredbackprojection 方法:

```
function rec_SL = SLfilteredbackprojection(theta_num, N, R1, delta, fh_SL)
rec_SL = zeros(N);
for m = 1:theta_num
```



```

pm = R1(:, m);
pm_SL = conv(fh_SL, pm, 'same');
Cm = (N/2)*(1-cos((m-1)*delta)-sin((m-1)*delta));
for k1 = 1:N
    for k2 = 1:N

        Xrm = Cm+(k2-1)*cos((m-1)*delta)+(k1-1)*sin((m-1)*delta);
        n = floor(Xrm);
        t = Xrm-floor(Xrm);
        n = max(1, n); n = min(n, N-1);
        p_SL = (1-t)*pm_SL(n) + t*pm_SL(n+1);
        rec_SL(N+1-k1, k2) = rec_SL(N+1-k1, k2)+p_SL;
    end
end
end

```

RLfilter 方法:

```

function fh_RL=RLfilter(N, d)
fh_RL = zeros(1, N);
for k1 = 1:N
    fh_RL(k1) = -1/(pi*pi*((k1-N/2-1)*d)^2);
    if mod(k1-N/2-1, 2) ==0
        fh_RL(k1) = 0;
    end
end
end
fh_RL(N/2+1) = 1/(4*d^2);

```

RLfilteredbackprojection 方法:

```

function rec_RL = RLfilteredbackprojection(theta_num, N, R1, delta, fh_RL)

rec_RL = zeros(N);
for m = 1:theta_num
    pm = R1(:, m);
    pm_RL = conv(fh_RL, pm, 'same');
    Cm = (N/2)*(1-cos((m-1)*delta)-sin((m-1)*delta));
    for k1 = 1:N
        for k2 = 1:N
            Xrm = Cm+(k2-1)*cos((m-1)*delta)+(k1-1)*sin((m-1)*delta);
            n = floor(Xrm);
            t = Xrm-floor(Xrm);

```

```

        n = max(1, n); n = min(n, N-1);
        p_RL = (1-t)*pm_RL(n) + t*pm_RL(n+1);
        rec_RL(N+1-k1, k2) = rec_RL(N+1-k1, k2)+p_RL;
    end
end
end

```

Backprojection 方法:

```

function rec = Backprojection(theta_num, N, R1, delta)

rec = zeros(N);
for m = 1:theta_num
    pm = R1(:, m);
    Cm = (N/2)*(1-cos((m-1)*delta)-sin((m-1)*delta));
    for k1 = 1:N
        for k2 = 1:N

            Xrm = Cm+(k2-1)*cos((m-1)*delta)+(k1-1)*sin((m-1)*delta);
            n = floor(Xrm);
            t = Xrm-floor(Xrm);
            n = max(1, n); n = min(n, N-1);
            p = (1-t)*pm(n) + t*pm(n+1);
            rec(N+1-k1, k2) = rec(N+1-k1, k2)+p;
        end
    end
end
end

```