数字信号处理

周治国

2023.8

第二章

离散时间信号与系统分析基础

§2-12 系统函数

五、有关系统的一些概念

1.最小相位系统（因果稳定的）

2.最大相位系统（因果稳定的）

3.非最小相位系统

P59定义

$$H(z)=H_1(z)H_2(z)$$

最小相位系统　　　　全通系统

§ 2-12 系统函数

4.全通系统

$$\left|H(e^{j\omega})\right| = 1,\ \ |\omega| \le \pi$$

$$\downarrow$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{j\varphi(\omega)}$$

$\longrightarrow$ 纯相位滤波

$\longrightarrow$ 相位均衡

§ 2-12 系统函数

全通系统的系统函数：

$$H(z)=\frac{\sum_{k=0}^{N}a_k z^{-N+k}}{\sum_{k=0}^{N}a_k z^{-k}} \qquad a_0=1$$

二阶节级联系数排列次序相反

$$=\prod_{k=1}^{L}\frac{z^{-2}+a_{1k}z^{-1}+a_{2k}}{a_{2k}z^{-2}+a_{1k}z^{-1}+1}$$

$$=z^{-N}\frac{\sum_{k=0}^{N}a_k z^{k}}{\sum_{k=0}^{N}a_k z^{-k}}$$

$$=z^{-N}\frac{D(z^{-1})}{D(z)}$$

$$\boldsymbol{D(z)\overset{\triangle}{=}\sum_{k=0}^{N}a_k z^{-k}}$$

$$\because a_k=a_k^*$$

$$\therefore D(e^{-j\omega})=D^*(e^{j\omega})$$

$$\Downarrow$$

$$\left|H(e^{j\omega})\right|=1$$

§2-12 系统函数

六、无限长单位脉冲响应系统（IIR）

—Infinite Impulse Response

- $h(n)$，$0 \le n < +\infty / |n| < +\infty$
- $H(z) = \dfrac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$
- $y(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) + \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$

§ 2-12 系统函数

七、有限长单位脉冲响应系统（FIR）

—Finite Impulse Response

- $h(n),\ 0 \le n \le N-1$
- $H(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$
- $y(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$

作业

- 第二章 习题：
- 1、2、8、10、13，17、20、21、23、24

思考：

1. P56 指出“稳定系统的系统函数H(z)必须在单位圆上收敛，也即频率响应$H(e^{jw})$存在”。是否不稳定系统由于收敛域不包含单位圆，因此其在单位圆上不收敛，并且频率响应$H(e^{jw})$不存在？

思考：

1.P56 指出“稳定系统的系统函数H(z)必须在单位圆上收敛，也即频率响应$H(e^{jw})$存在”。是否不稳定系统由于收敛域不包含单位圆，因此其在单位圆上不收敛，并且频率响应$H(e^{jw})$不存在？

不稳定系统的收敛域不包含单位圆，但其频率响应有可能存在。

思考：

2.P32 指出理想低通滤波器h(n)不绝对可和，也即不绝对收敛，因此不稳定，但为什么其$H(e^{jw})$存在？难道说明其收敛域包含单位圆吗？

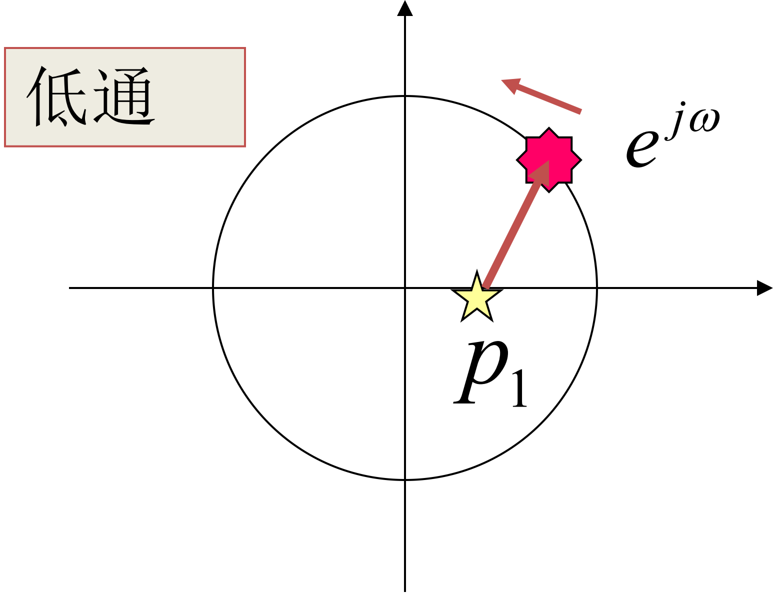
思考：

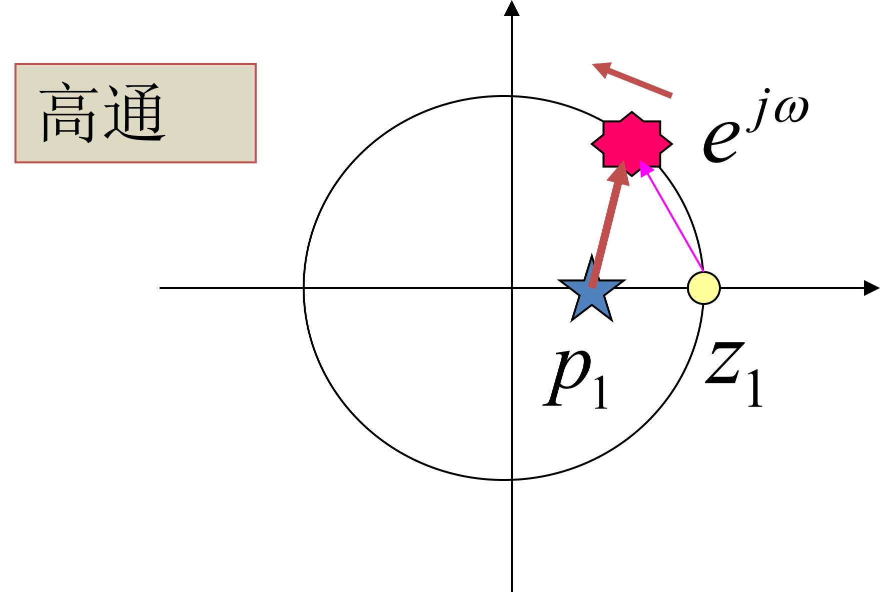
2. P32 指出理想低通滤波器h(n)不绝对可和，也即不绝对收敛，因此不稳定，但为什么其$H(e^{jw})$存在？难道说明其收敛域包含单位圆吗？

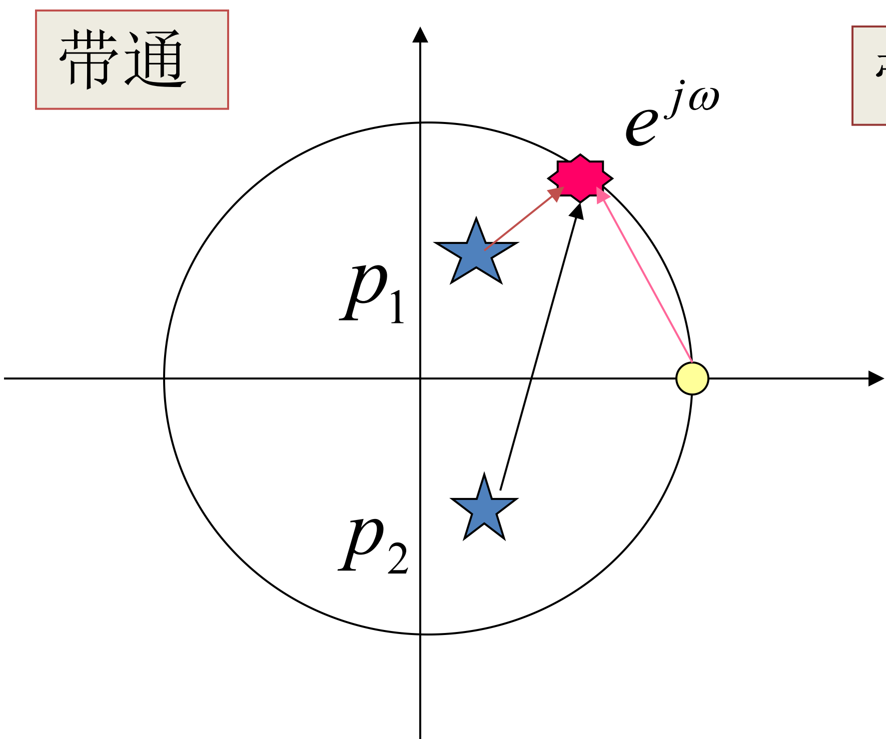
平方可和的序列DTFT也存在，平方可和不一定满足绝对可和。对一些既不是平方可和也不是绝对可和的信号，引入δ函数，可以作DTFT运算，扩展了实现DTFT的条件。$H(e^{jw})$存在与否与稳定是两个概念。

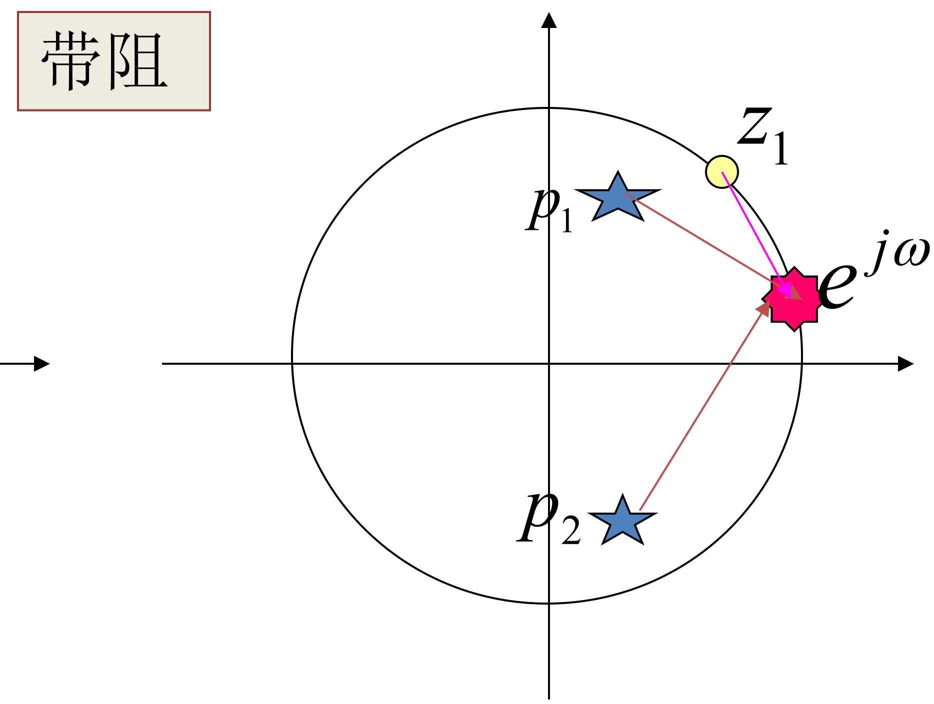
思考：

3. 尝试用频率响应的几何确定法确定低通滤波器，高通滤波器的零极点位置？

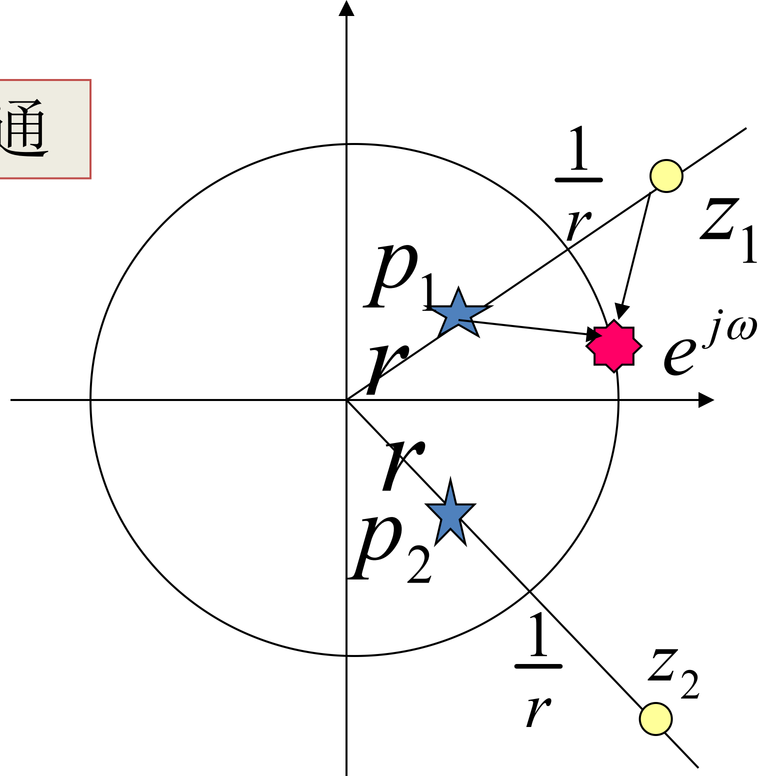

低通
$e^{j\omega}$
p_1


高通
$e^{j\omega}$
p_1
z_1


带通
$e^{j\omega}$
p_1
p_2

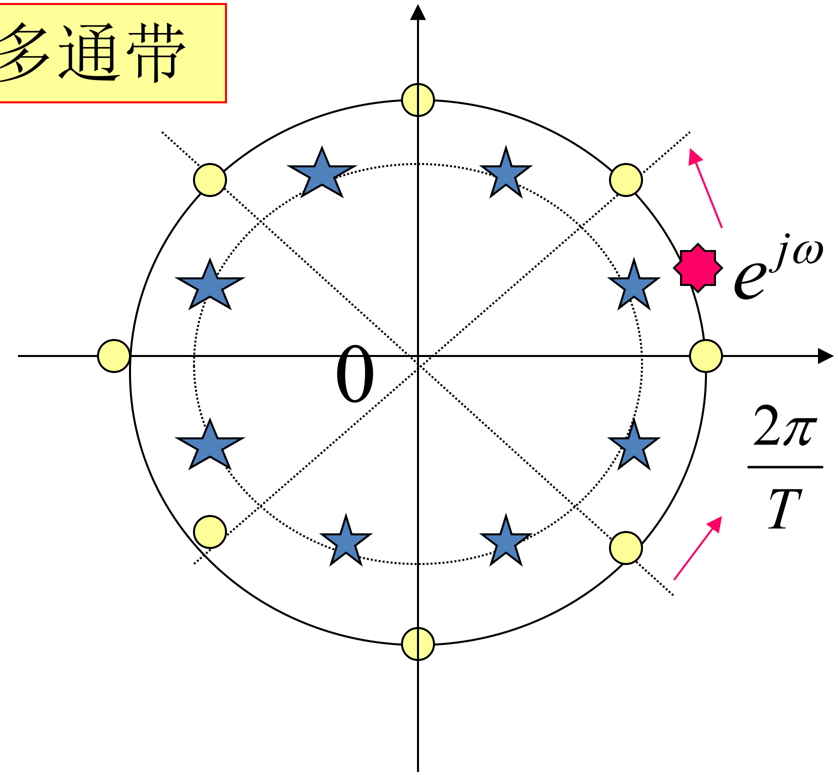

带阻
z_1
p_1
$e^{j\omega}$
p_2

全通

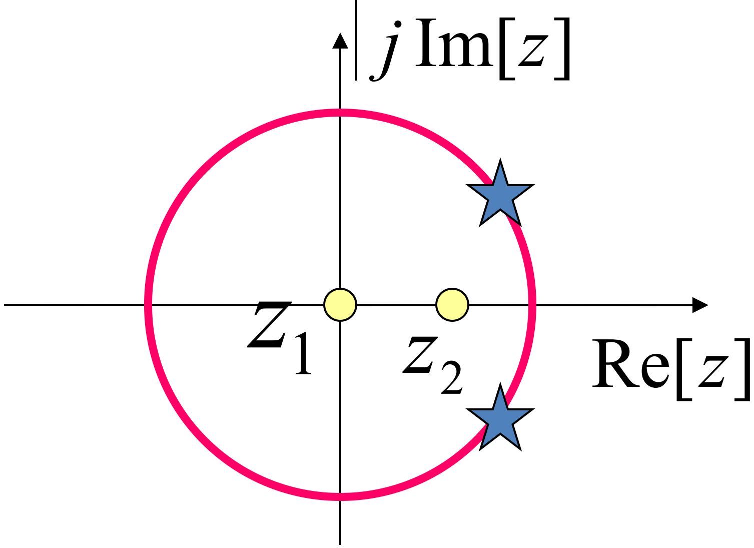


p_1
r
$\frac{1}{r}$
z_1
$e^{j\omega}$
r
p_2
$\frac{1}{r}$
z_2

多通带



$e^{j\omega}$
0
$\frac{2\pi}{T}$



$j\,\mathrm{Im}[z]$
z_1
z_2
$\mathrm{Re}[z]$

小结：

DTFT

平方可和DTFT也存在

系统频率响应

Z变换

收敛域

系统函数

L变换

系统函数

（传递函数）

时域分析法-劳斯判据；
根轨迹法-闭环极点分布；
频率特性法-N氏判据；
极坐标图和Bode图；
超前滞后补偿；
最小相位系统

系统频率响应

的几何确定法

零点

极点

z平面

单位圆

S平面

稳定系统

因果系统

最小相位系统

最大相位系统

非最小相位系统

全通系统

思考：

回忆《自动控制原理》课程中学到连续时间系统判稳法则

时域分析法-劳斯判据；

根轨迹法-闭环极点分布；

频率特性法-N氏判据；

极坐标图和Bode图，超前滞后补偿与最小相位系统等

有兴趣可以与数字系统稳定性进行一下比较