

# 数字信号处理

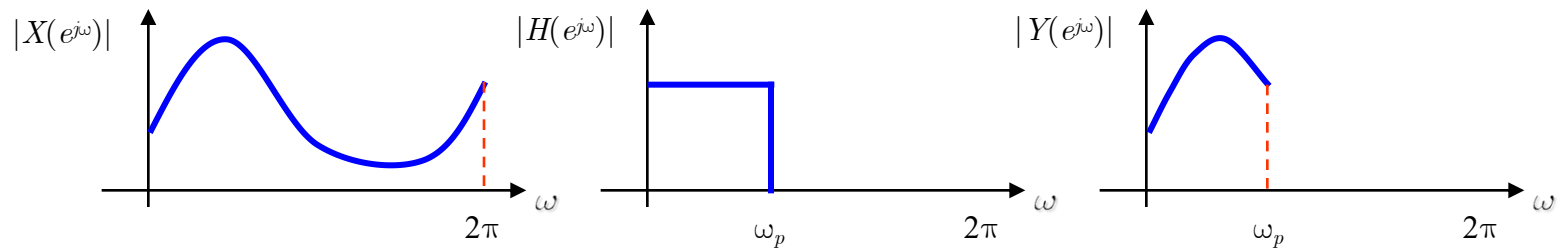
周治国

2023. 10

# 第五章 数字滤波器

## § 5-1 概 述

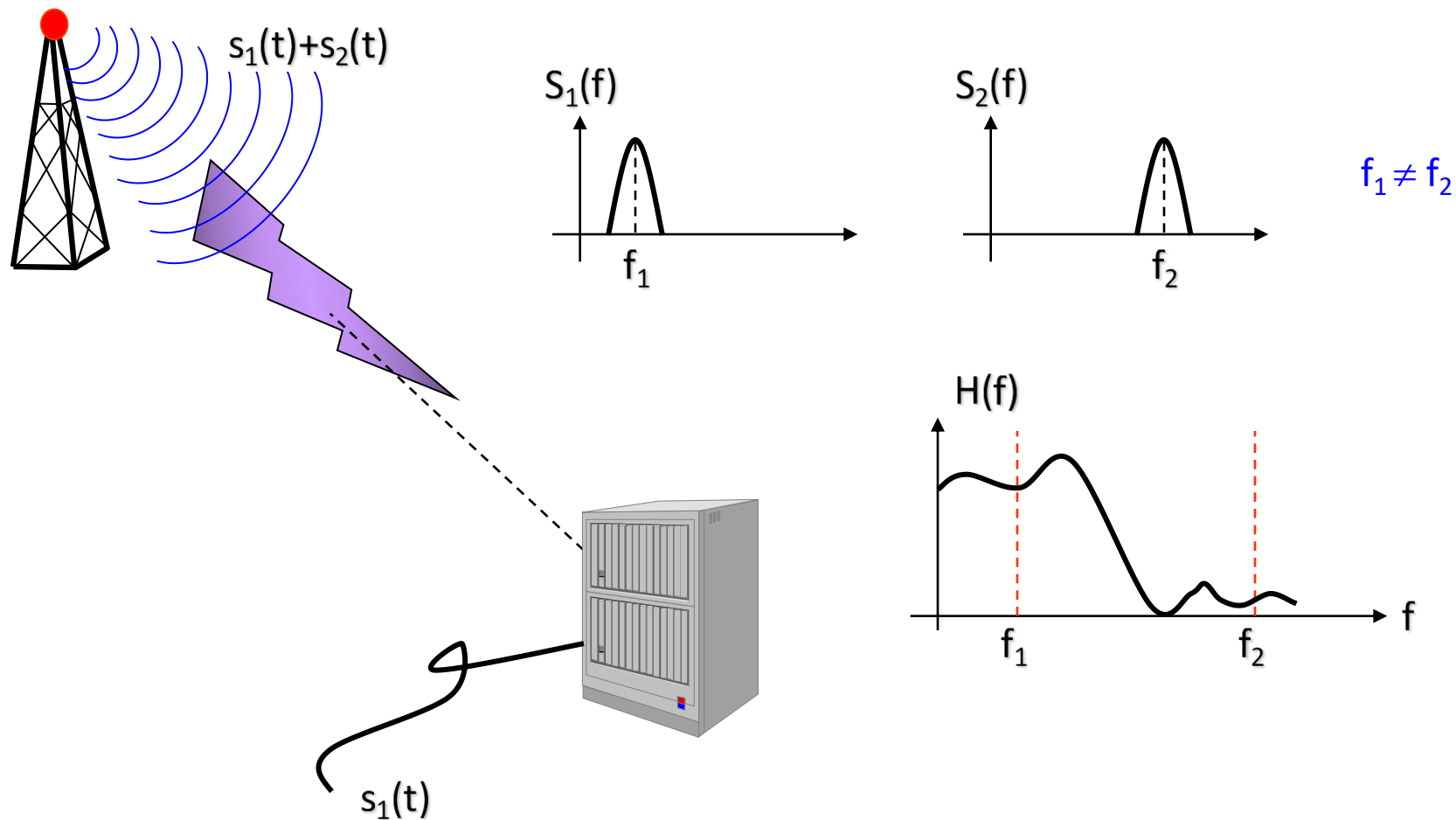
- **数字滤波器**：用有限精度算法实现的离散线性非时变系统，可完成平滑、预测，微分、积分、信号分离和噪声抑制等功能。
- **频率选择数字滤波器**：**LTI, causal & stable**是指输入输出均为数字信号，通过一定运算关系改变输入信号所含频率成分的相对比例或者滤除某些频率成分的器件。（低通，高通，带通，带阻，全通）
- 滤波器的一个非常重要的类型就是频率选择性滤波器。所谓频率选择性滤波，就是让一个或一组频率范围内的信号尽可能无失真的通过，而衰减或者完全抑制其余滤波范围的信号。



（低通滤波）

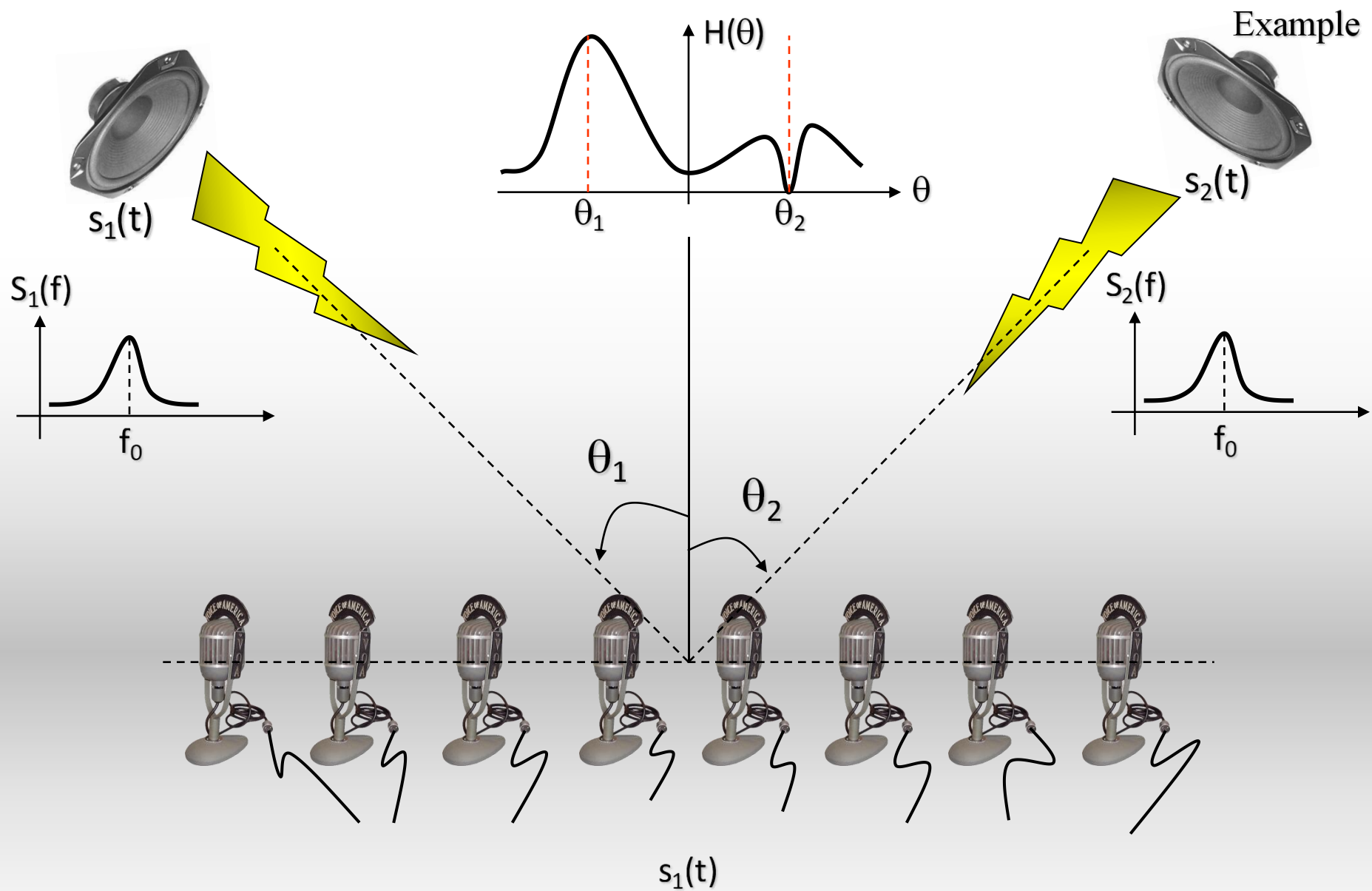
- **现代数字滤波器**：从含有噪声的数据中估计信号的某些特征或者其本身。如：维纳滤波，线性预测滤波，自适应滤波等

数字滤波器的基本概念



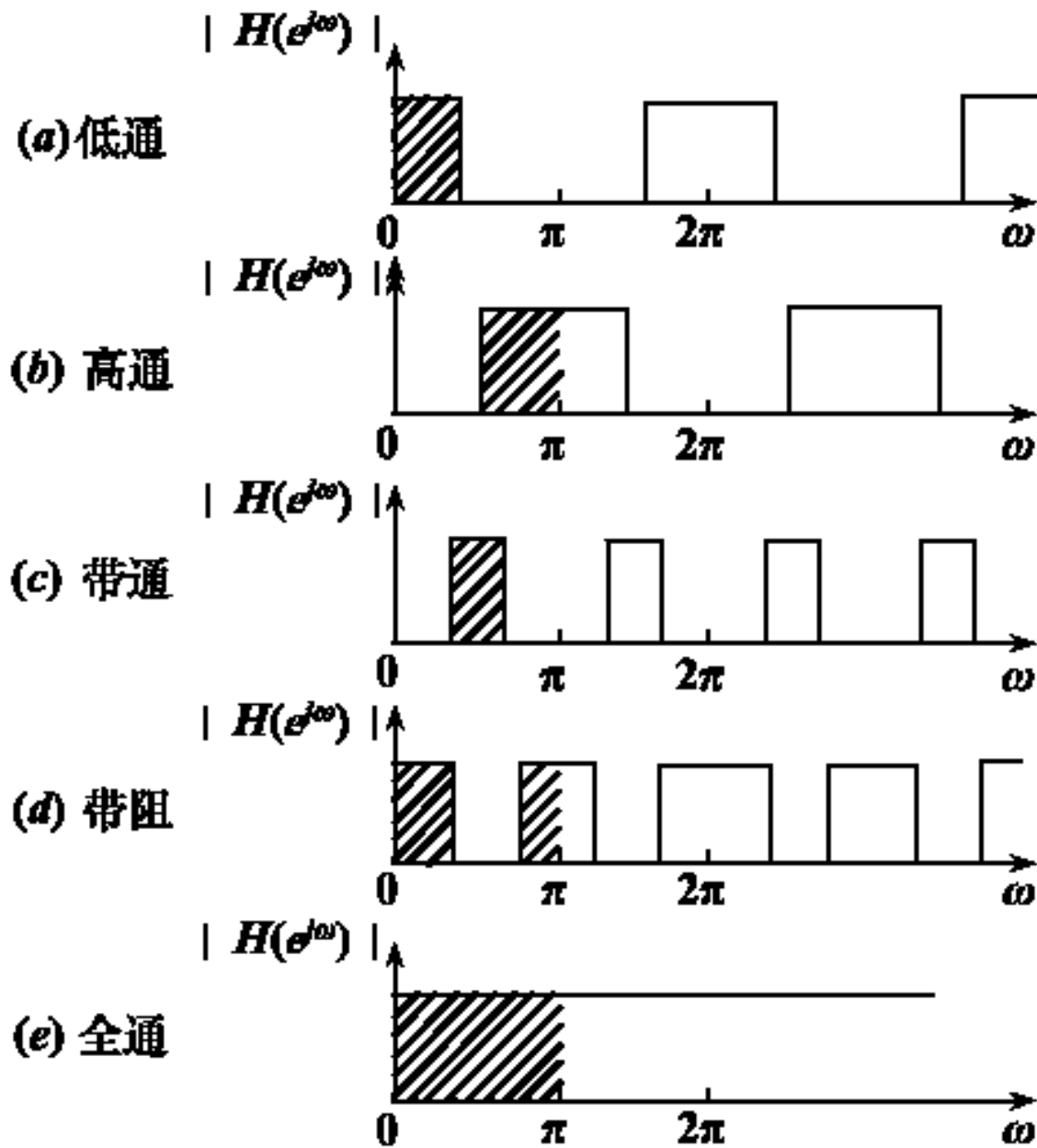
频率选择

Filter?

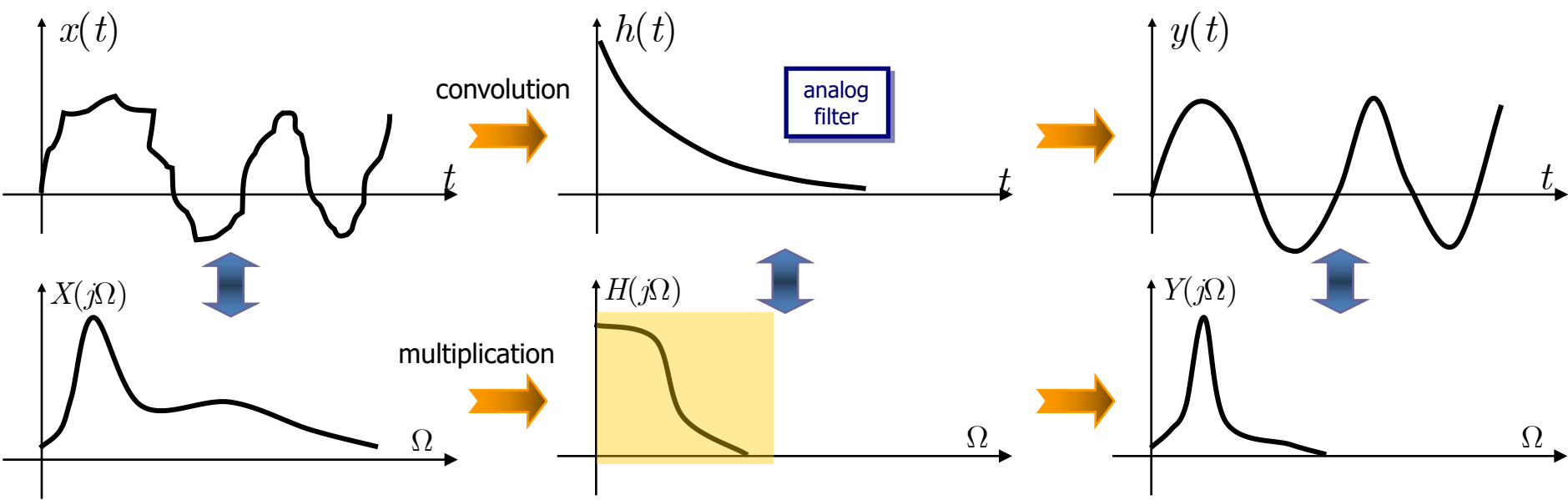


空间选择

Filter?

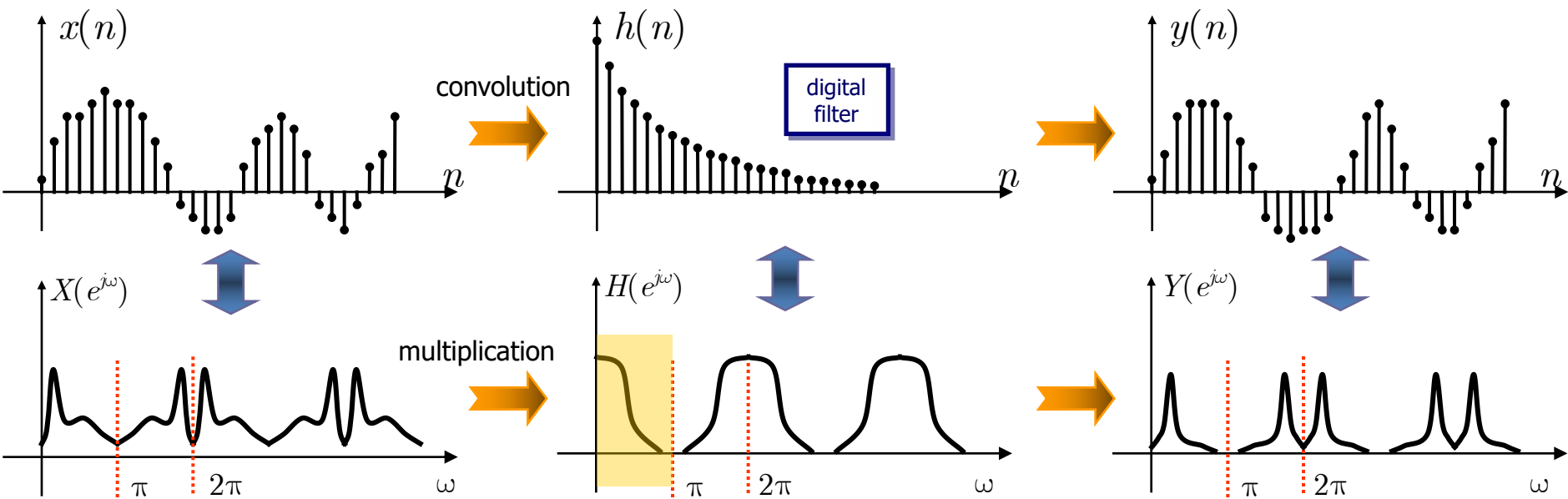


各种数字滤波器的理想幅度频率响应

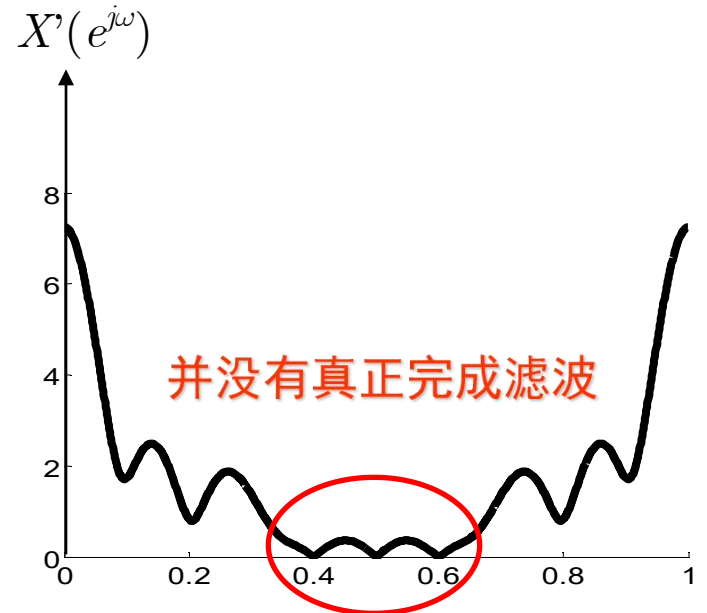
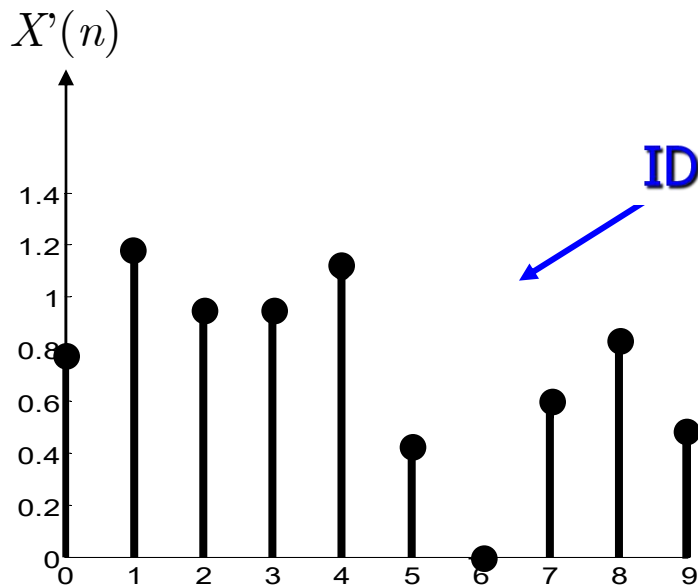
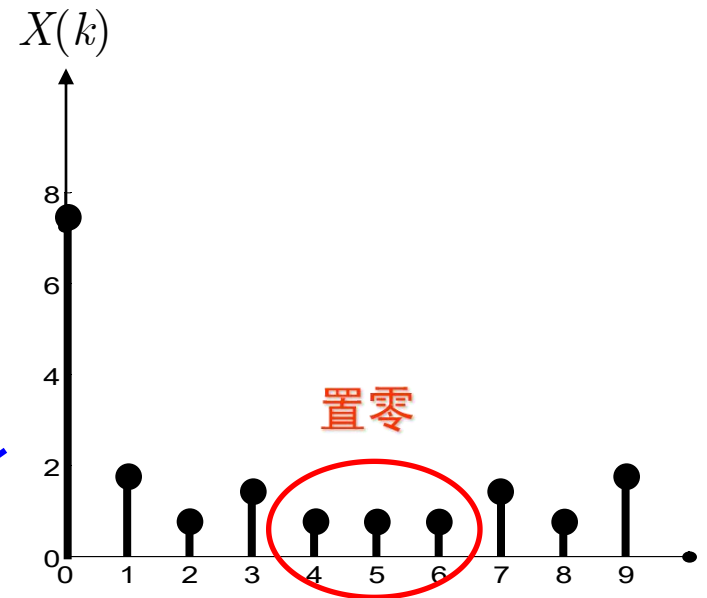
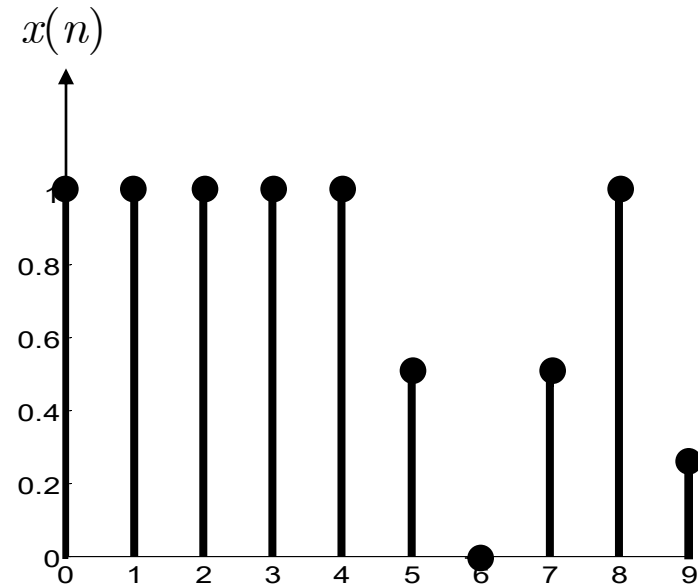


From analog filter to digital filter

digitalization



# Try NOT to be simple and naive!



IDFT

DTFT



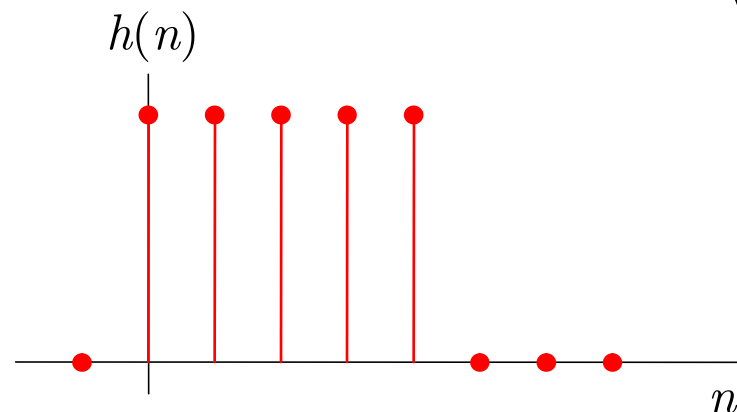
# 频率选择数字滤波器

## **FIR = Finite Impulse Response filter**

系统的单位抽样响应 $h(n)$ 仅有有限项，传递函数是 $z^{-1}$ 的实系数多项式

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

不存在稳定性问题，可以实现线性相位

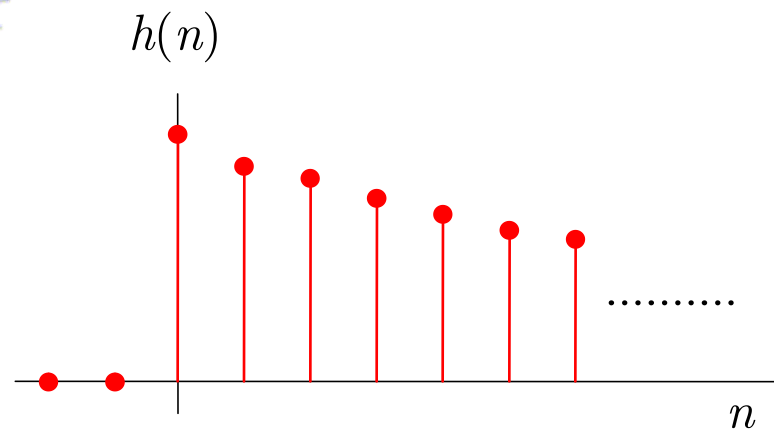


## **IIR = Infinite Impulse Response filter**

系统的单位抽样响应 $h(n)$ 具有无限项，传递函数是 $z^{-1}$ 的实有理函数

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

传递函数必须满足稳定性条件



为达到相同的指标，**FIR**滤波器的阶数通常要高于**IIR**滤波器

**FIR versus IIR**

# FIR versus IIR

IIR 滤波器	FIR 滤波器
$h(n)$ 无限长	$h(n)$ 有限长
极点位于 $z$ 平面任意位置	极点固定在原点
滤波器阶次低	滤波器阶次高得多
非线性相位	可具有严格的线性相位
递归结构	一般采用非递归结构
不能用FFT技术	可用FFT技术
可利用模拟滤波器设计技术	设计借助于计算机
用于设计规格化的选频滤波器	可设计各种幅频特性和相频特性的滤波器

# 数字滤波器的设计步骤

- 定义技术指标 (Define the specifications of filter)

-  **函数逼近：** 利用合适的方法确定滤波器系数  
(Selection of appropriate technique for filter's coefficient evaluation)

-  **有限精度实现：** 选择合适的滤波器实现结构  
(Selection of appropriate structure of filter)

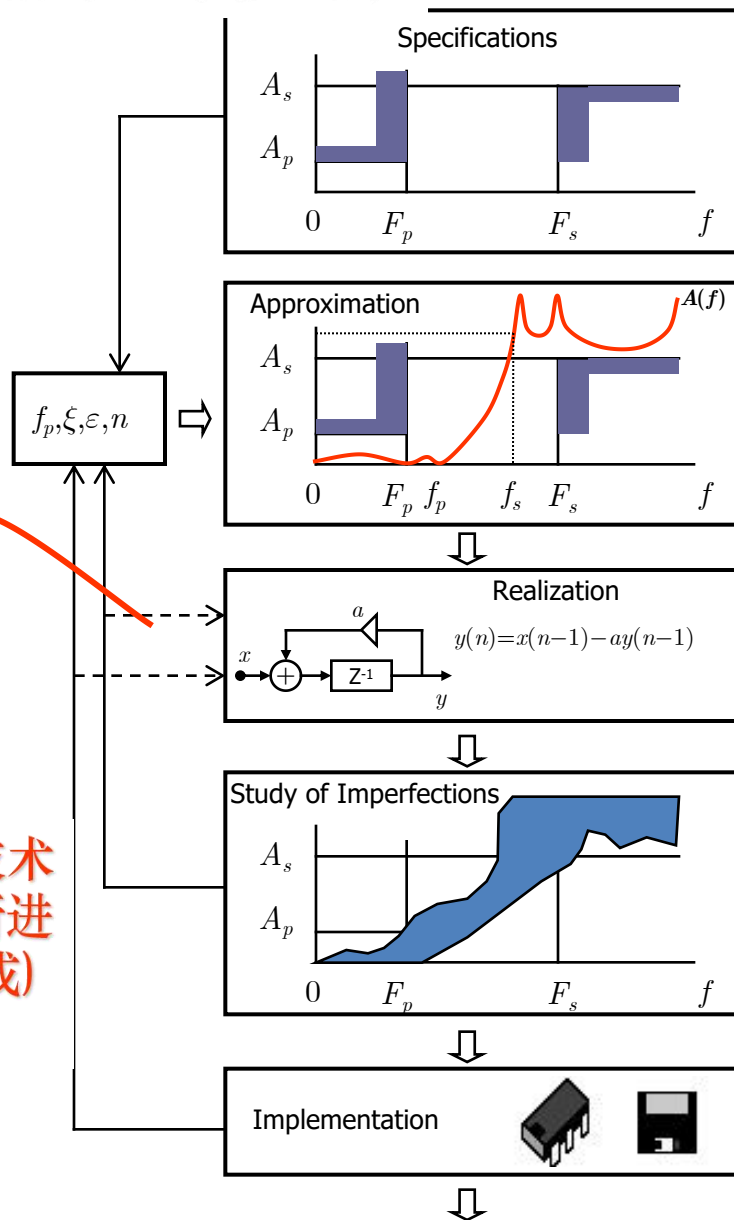
- 分析有限字长效应 (Analysis of finite word-length effect)

- 实现 (Implementation)

# 数字滤波器设计步骤

滤波器实现方案并不唯一!

如果不能满足技术要求, 则需重新进行函数逼近和(或)电路实现



**技术指标:** 按设计任务, 确定滤波器性能要求, 制定技术指标。(见下页)

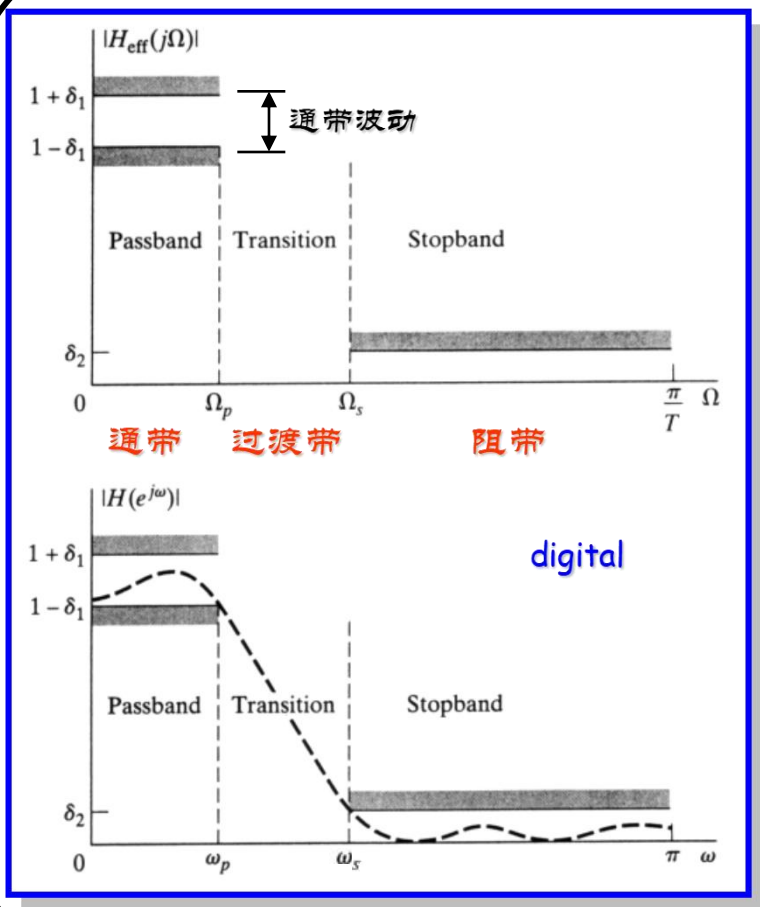
**函数逼近:** 根据技术指标构造某一有理传递函数  $H(z)$ : ① 幅度逼近 (巴特沃思/最平响应, 切比雪夫) ② 时域截断 (窗函数) ③ 频域取样 ...

**有限精度实现:** 将传递函数转化为方框图或程序(软件), 要求经济、简单、廉价、字长短、动态范围高。

**缺陷研究:** 考虑滤波器系数的量化效应, 乘积量化影响(非相关舍入或舍入噪声)和动态范围限制

**产品实现:** 用硬件如(DSP、专用硬件, VLSI芯片等)或普通计算机、专用计算机实现

# 数字滤波器技术指标: 幅频响应



$\delta_p$  or  $\delta_1$  passband ripple

通带波动

$\delta_s$  or  $\delta_2$  stopband ripple

阻带波动

$\Omega_p, \omega_p$  passband edge frequency

通带临界频率

$\Omega_s, \omega_s$  stopband edge frequency

阻带临界频率

$\epsilon^2$  passband ripple parameter

通带波动参数

$$1 - \delta_p = 1/\sqrt{1 + \epsilon^2}$$

BW bandwidth =  $\omega_u - \omega_l$

$\omega_c$  3-dB cutoff frequency

$\omega_u, \omega_l$  upper and lower 3-dB cutoff frequencies

3dB/截止带宽

$\Delta\omega$  transition band =  $|\omega_p - \omega_s|$

过渡带宽

$A_p$  passband ripple in dB

$$= \pm 20\log_{10}(1 \pm \delta_p)$$

通带波动 (dB)



$A_s$  stopband attenuation in dB

$$= -20\log_{10}(\delta_s)$$



阻带衰减 (dB)

# 滤波器系数的确定方法

## —— IIR 滤波器设计

-  • 脉冲响应不变法 (Impulse invariant)
-  • 双线性变换方法 (Bilinear transformation)

## —— FIR 滤波器设计

-  • 窗函数方法 (Windowing)
-  • 频率采样方法 (Frequency sampling)

# 滤波器结构的选择

- IIR 直接型 (Direct form)
- IIR 级联型 (Cascade)
- IIR 并行型 (Parallel)
  
- FIR 直接型 (Transversal)
- FIR 级联型 (Cascade)
- FIR 线性相位型 (Linear phase)
- FIR 频率采样型 (Frequency sampling)
- FIR 快速卷积型 (Fast convolution)

# 有限字长分析 (Analysis of Finite Word-Length Effect)

- **输入/输出信号量化效应** (Input/output signal quantization effect)
- **系数量化效应** (Coefficient quantization effect → frequency response distortion in both FIR and IIR filters, and cause unstable effect in IIR filter)
- **舍入-截尾误差** (Arithmetic round-off errors (finite precision arithmetic operation) → required additional bit for representation of result value, and cause unstable effect in IIR filter as coefficient quantization effect)
- **溢出** (Overflow (finite word-length arithmetic operation) → error of result, and also cause unstable effect in IIR filter as coefficient quantization effect)



# 实现 (Implementation)

- 硬件或软件实现: Hardware or software implementation
- Basic building block requirement
  - 滤波器系数的存储单元Memory unit (i.e. ROM) for storing filter's coefficients:
  - 输入输出值的存储单元Memory unit (i.e. RAM) for storing input and output values:
  - 硬件、软件乘法器Hardware or software multipliers:
  - 硬件或软件加法器和/或其它算术逻辑单元Hardware or software adder and/or another arithmetic logic units: