本节内容不要求所有同学掌握——如果你在阅读的过程中，觉得理解起来非常吃力，笔者建议你暂时跳过这一节，优先完成全盘的知识点扫盲后再回来看。

为什么这样说？这里面有两个原因：

1. 根据笔者长期奋战算法面试一线的经验，能用堆结构解决的问题，基本上也都能用普通排序来解决。
2. 即便是后端工程师或者算法工程师，能够在面试现场手写堆结构的人也寥寥无几。这倒不是因为他们不够专业，而是因为他们基本都非常熟悉一门叫做 `JAVA` 的语言—— `JAVA` 大法好，它在底层封装了一个叫做priorty_queue的数据结构，这个数据结构把堆的构建、插入、删除等操作全部做掉了。所以说这帮人非常喜欢做堆/优先队列相关的题目，调几个 `API` 就完事儿了。

那么为什么还要讲堆结构，堆结构在我们整个知识体系里的定位应该怎么去把握，这里有两件事情希望大家能明白：

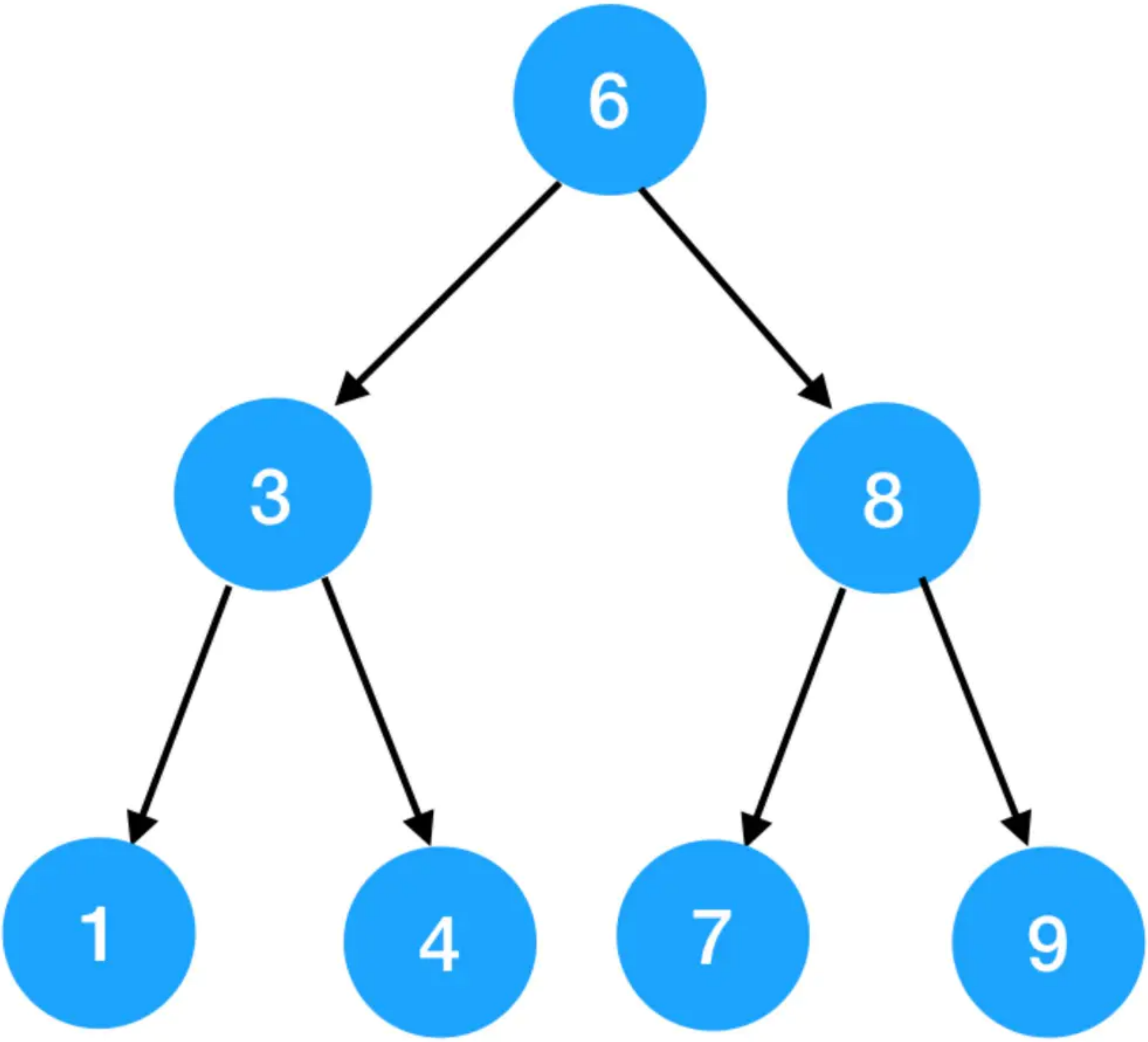
1. 几乎每一本正经的计算机专业数据结构教材，都会介绍堆结构。小册本身虽然是面向面试的，但笔者更希望能借这个机会，帮助一部分没有机会接受科班教育的前端同行补齐自身的知识短板。
2. 笔者个人在素材调研期间经历过的 `N` 次涉及算法的前端面试中，有1次真的考到了需要用堆结构解决的问题（这道题在下面的讲解中也会出现）。当时笔者还不知道堆的玩法，直接用 `JS` 的排序 `API` 做出来了。事后和面试官聊天的时候，突然被他要求用堆结构再做一遍。最后虽然在没写出来的情况下拿到了 `offer` ，但事后想起来，还是非常后怕——没有人能预知自己下一次遇到的面试官到底是什么脾气，我们只能尽自己所能地去做万全的准备。

前置知识：完全二叉树

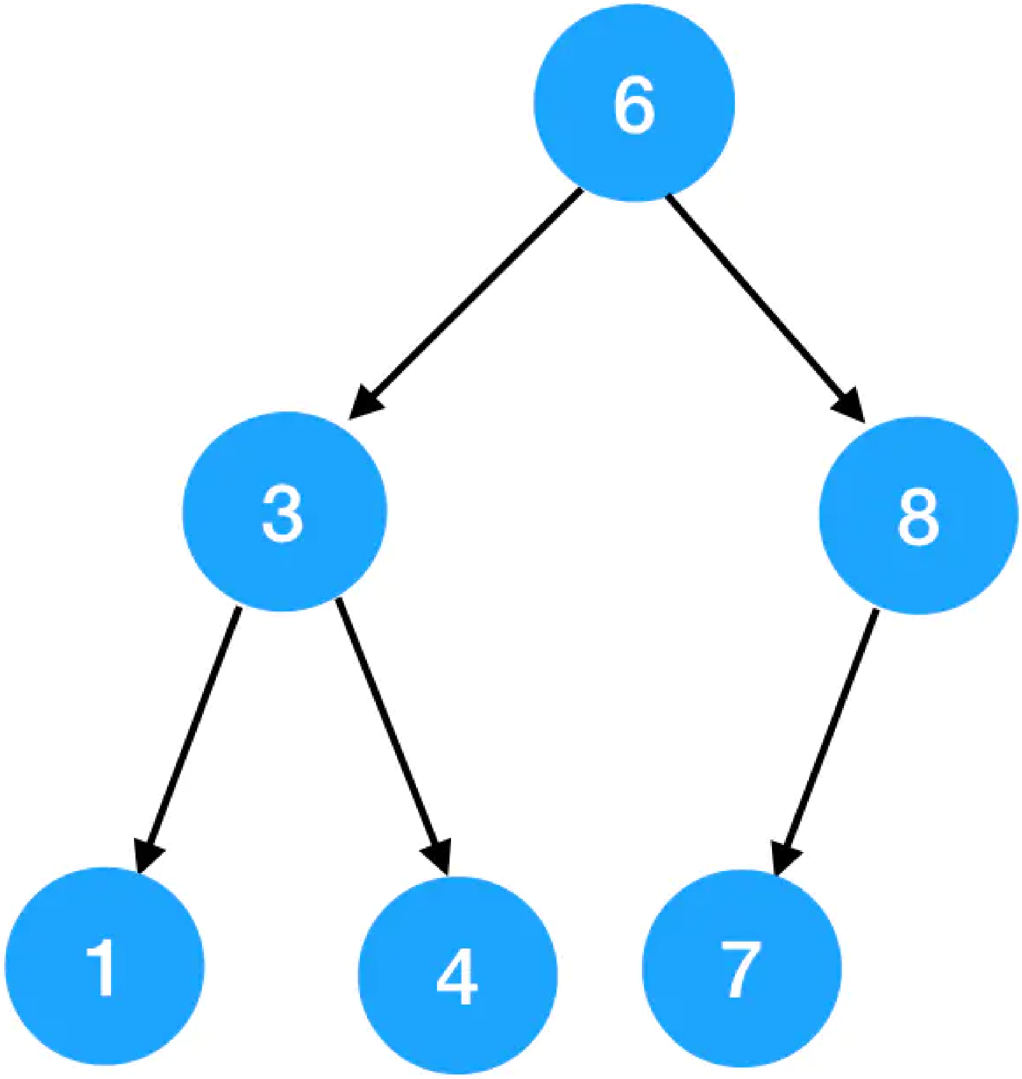
完全二叉树是指同时满足下面两个条件的二叉树：

1. 从第一层到倒数第二层，每一层都是满的，也就是说每一层的结点数都达到了当前层所能达到的最大值
2. 最后一层的结点是从左到右连续排列的，不存在跳跃排列的情况（也就是说这一层的所有结点都集中排列在最左边）。

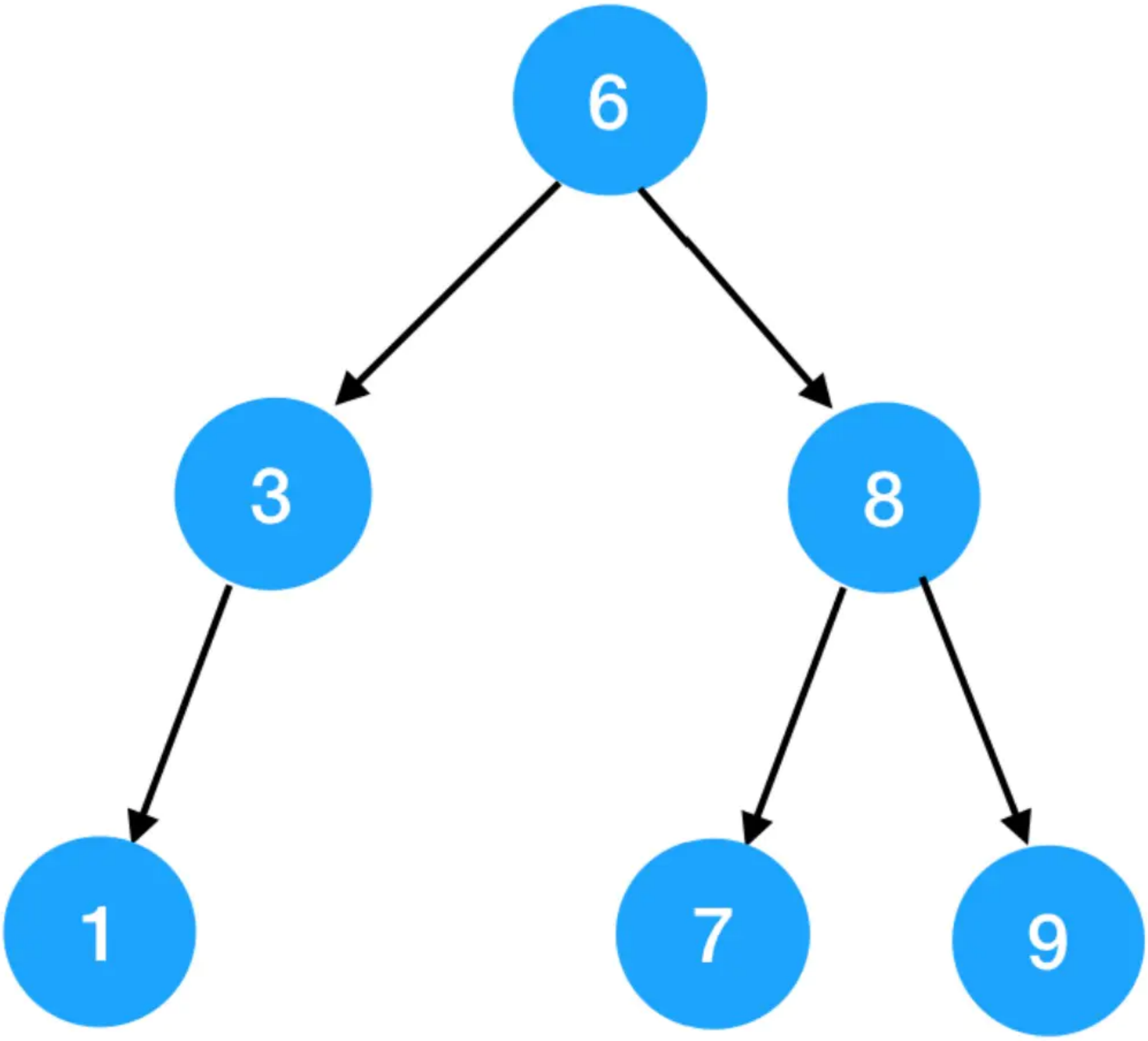
完全二叉树可以是这样的：



也可以是这样的：

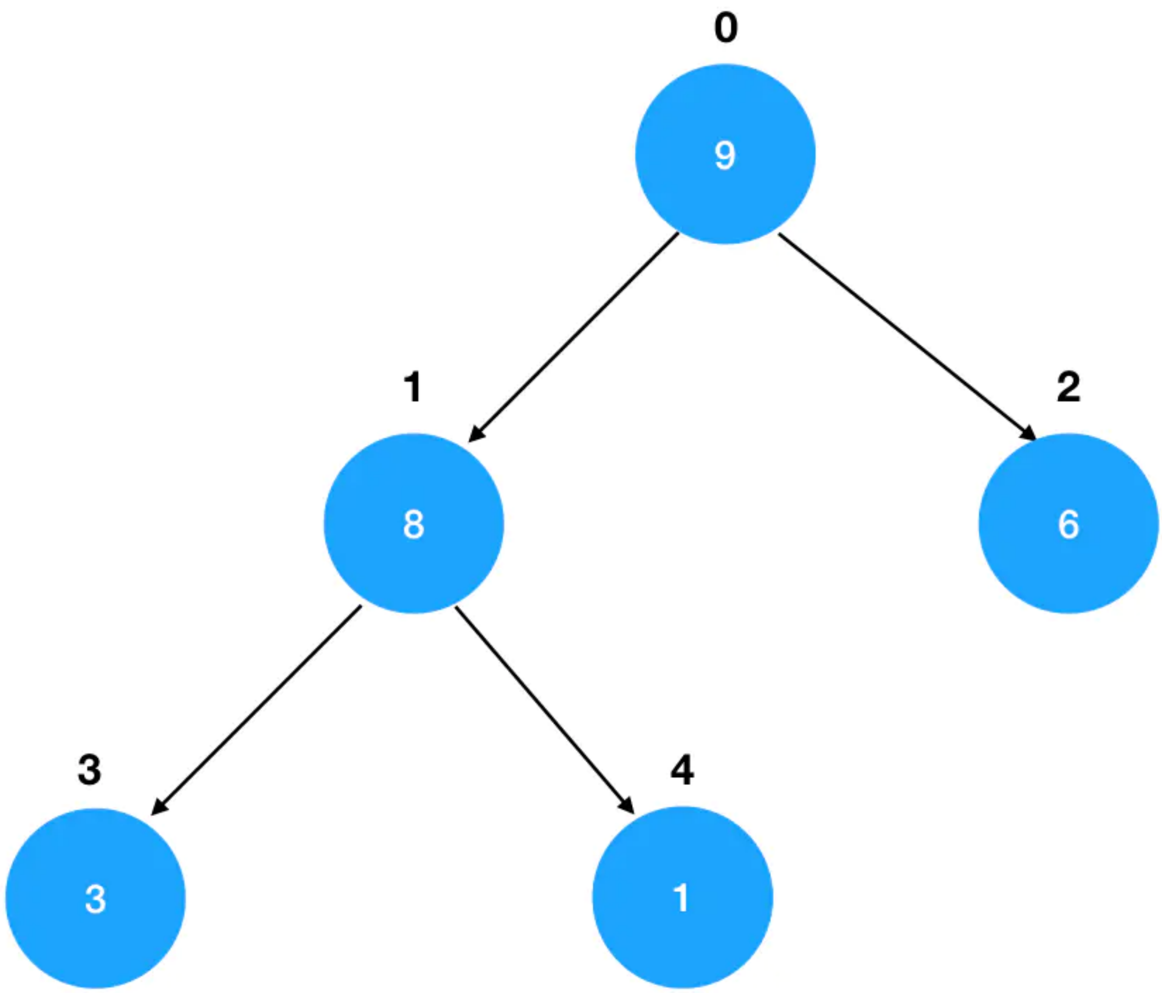


但不能是这样的：



更不能是这样的：

注意，完全二叉树中有着这样的索引规律：假如我们从左到右、从上到下依次对完全二叉树中的结点从0开始进行编码：



那么对于索引为 `n` 的结点来说：

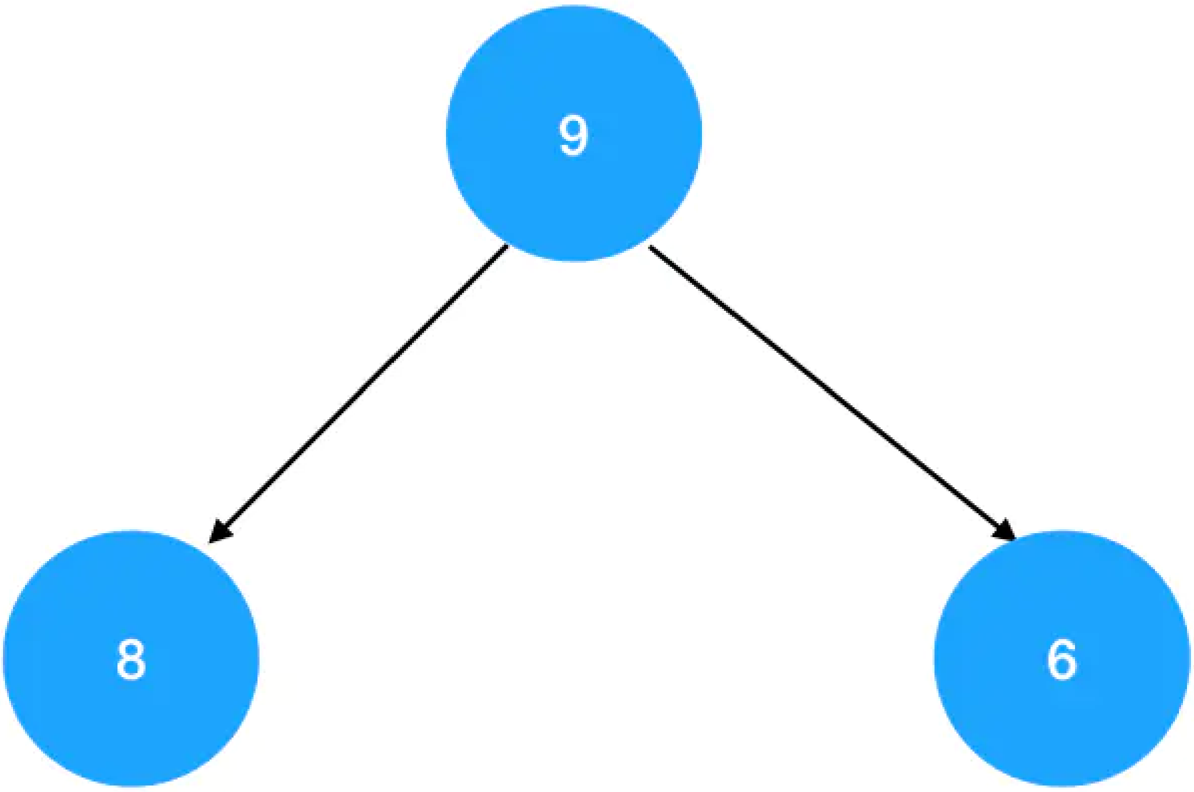
1. 索引为 `(n-1)/2` 的结点是它的父结点
2. 索引 `2*n+1` 的结点是它的左孩子结点
3. 索为引 `2*n+2` 的结点是它的右孩子结点

什么是堆

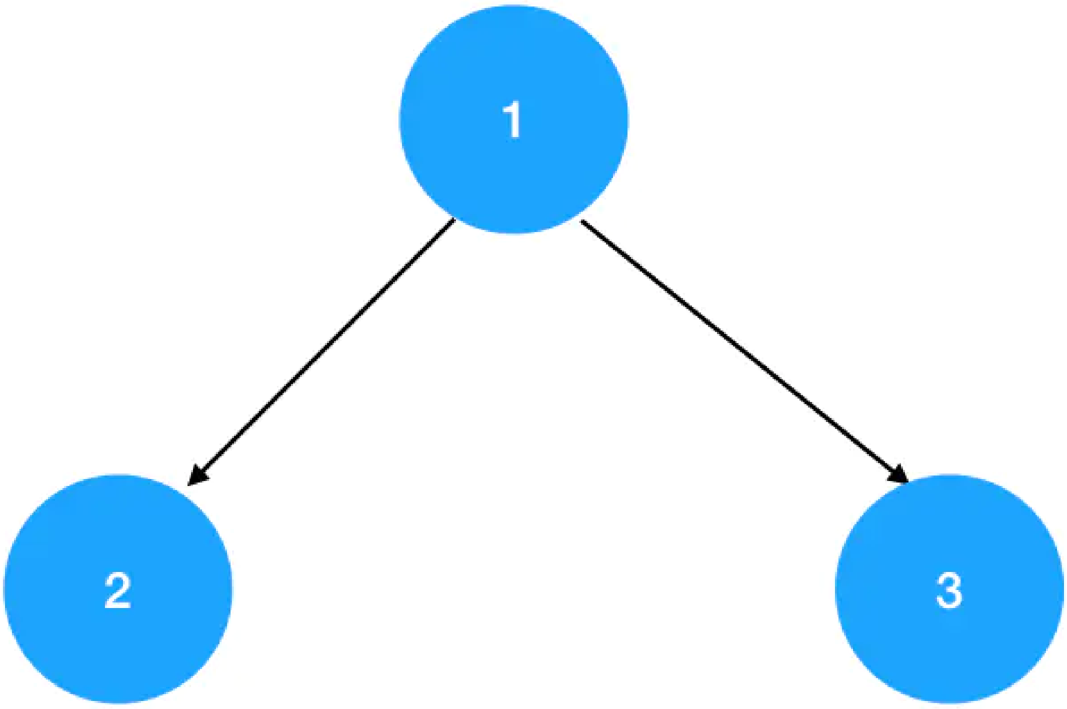
堆是**完全二叉树**的一种特例。根据约束规则的不同，堆又分为两种：

1. 大顶堆
2. 小顶堆

如果对一棵完全二叉树来说，它每个结点的结点值都不小于其左右孩子的结点值，这样的完全二叉树就叫做“大顶堆”：



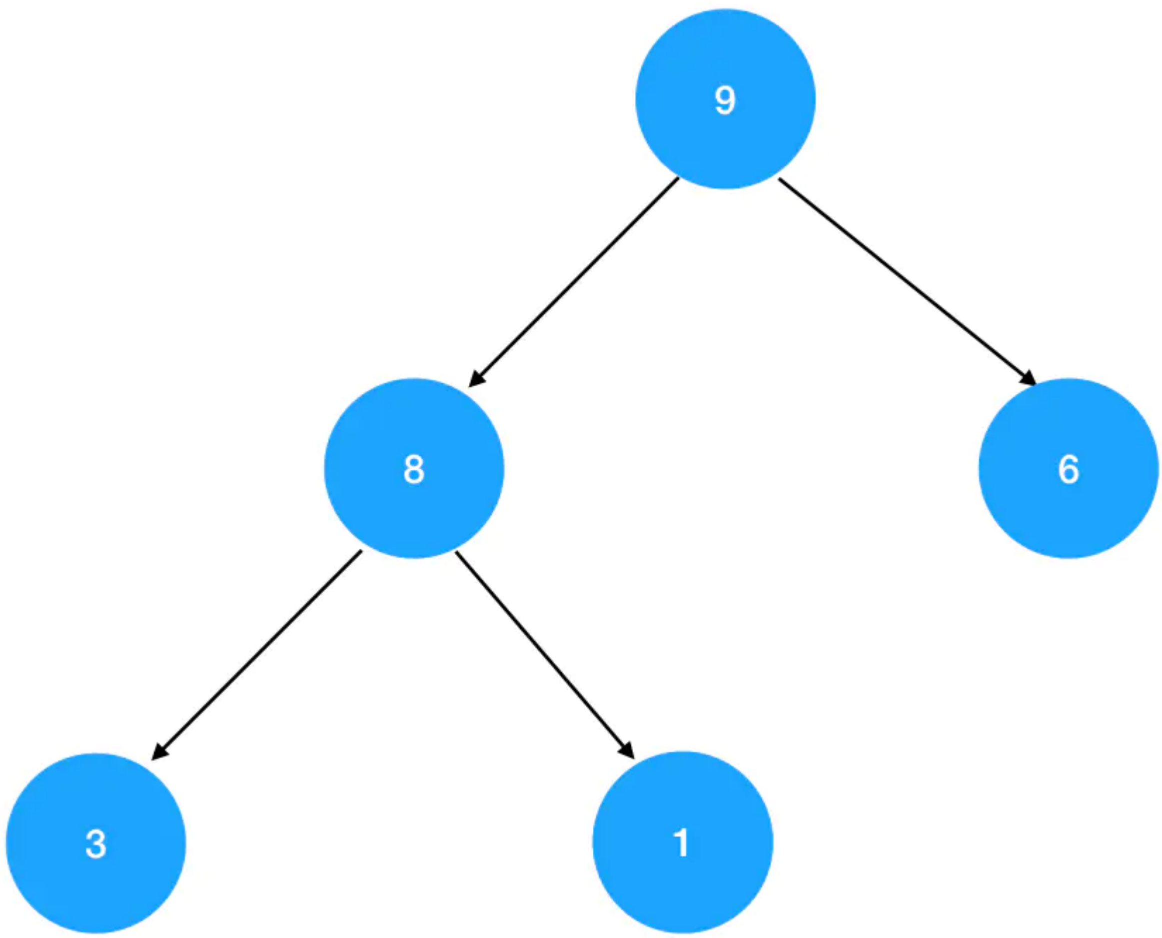
若树中每个结点值都不大于其左右孩子的结点值，这样的完全二叉树就叫做“小顶堆”



堆的基本操作：以大顶堆为例

大顶堆和小顶堆除了约束条件中的大小关系规则完全相反以外，其它方面都保持高度一致。现在我们以大顶堆为例，一起来看看堆结构有哪些玩法。

这里我给出一个现成的大顶堆：



很多时候，为了考察你对完全二叉树索引规律的掌握情况，题目中与堆结构同时出现的，还有它的层序遍历序列：

```
[9, 8, 6, 3, 1]
```

（现在赶快回去复习一下完全二叉树的索引规律，我们马上写代码要用到了）

我们需要关注的动作有两个：

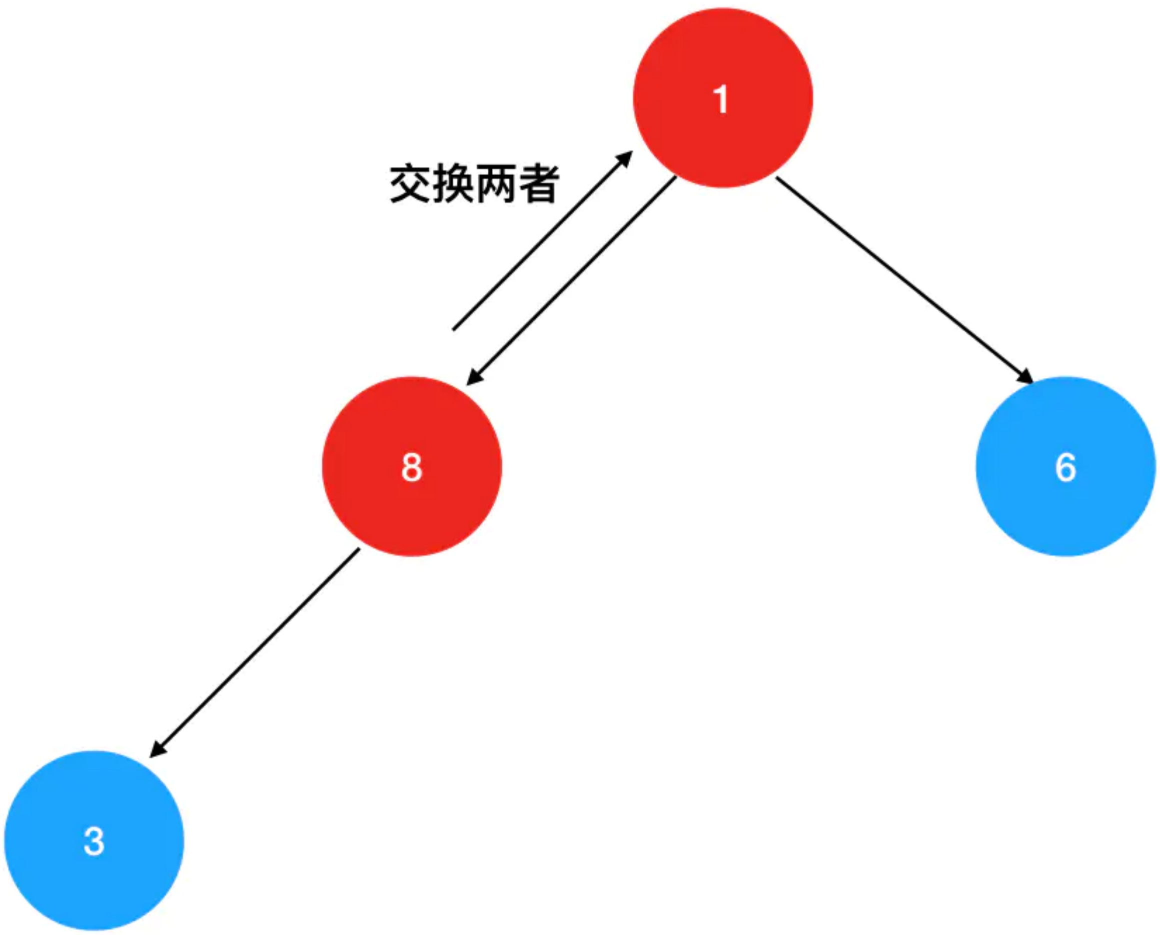
1. 如何取出堆顶元素（删除操作）
2. 往堆里追加一个元素（插入操作）

至于堆的初始化，也只不过是从空堆开始，重复执行动作2而已。因此，上面这两个动作就是堆操作的核心。

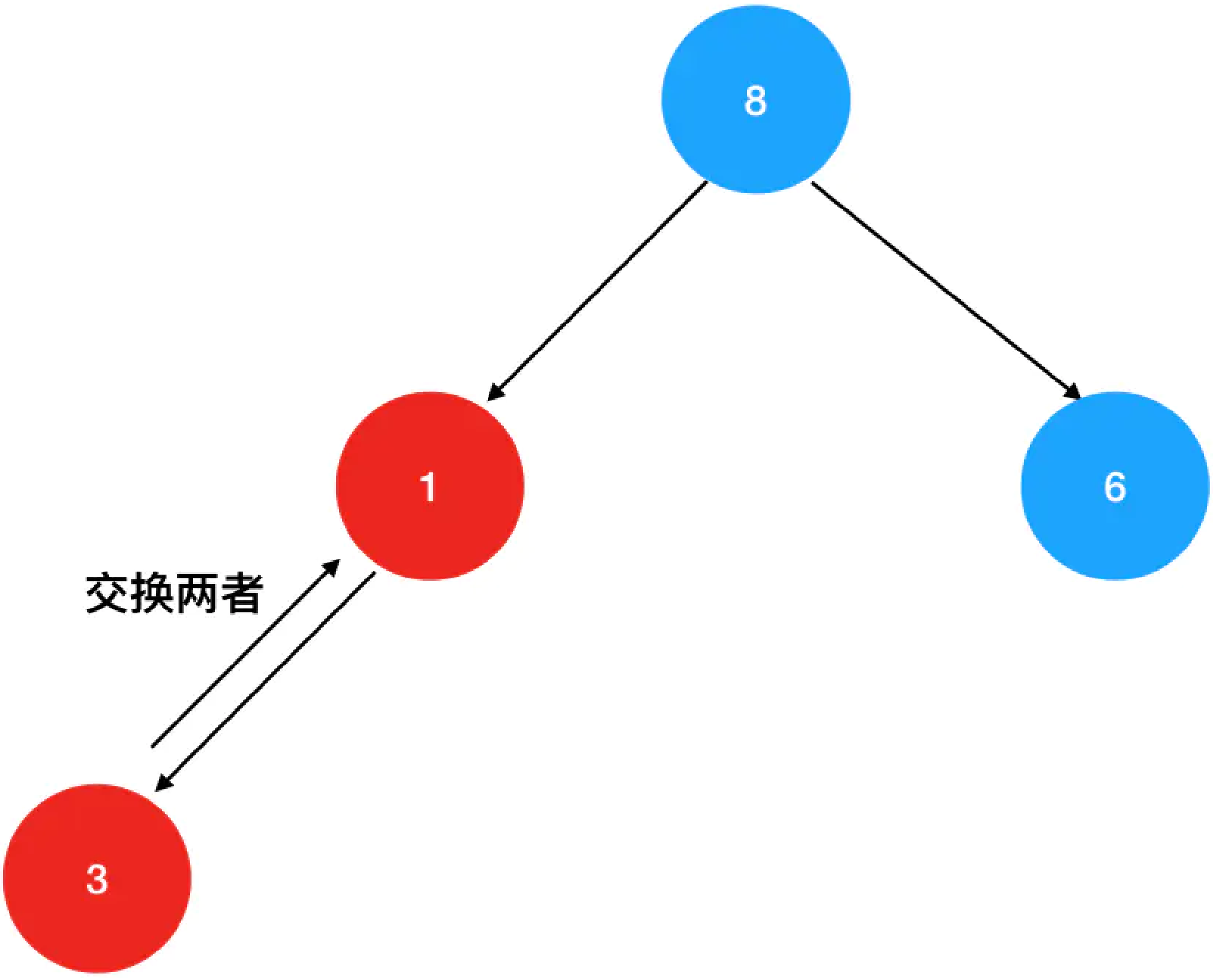
取出堆顶元素

取出元素本身并不难，难的是如何在删除元素的同时，保持住队的“大顶”结构特性。为了做到这点，我们需要执行以下操作：

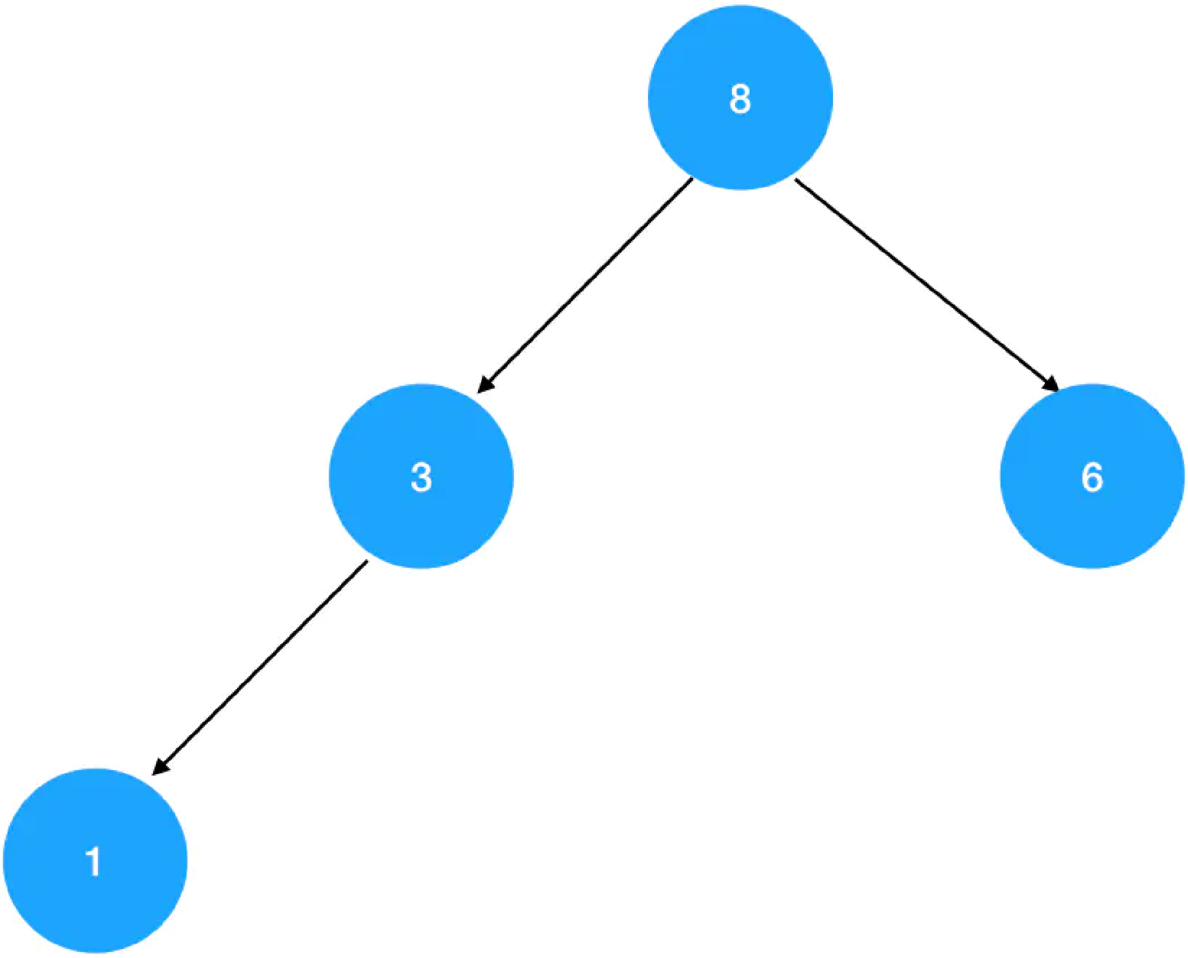
1. 用堆里的最后一个元素（对应图中的数字1）替换掉堆顶元素。
2. 对比新的堆顶元素（1）与其左右孩子的值，如果其中一个孩子大于堆顶元素，则交换两者的位置：



交换后，继续向下对比1与当前左右孩子的值，如果其中一个大于1，则交换两者的位置：



重复这个**向下对比+交换**的过程，直到无法继续交换为止，我们就得到了一个符合"大顶"原则的新的堆结构：



上述这个反复**向下对比+交换**的过程，用编码实现如下（仔细看注释）：

```
// 入参是堆元素在数组里的索引范围，low表示下界，high表示上界
function downHeap(low, high) {
    // 初始化 i 为当前结点，j 为当前结点的左孩子
    let i=low,j=i*2+1
    // 当 j 不超过上界时，重复向下对比+交换的操作
    while(j <= high) {
        // 如果右孩子比左孩子更大，则用右孩子和根结点比较
        if(j+1 <= high && heap[j+1] > heap[j]) {
            j = j+1
        }

        // 若当前结点比孩子结点小，则交换两者的位置，把较大的结点“拱上去”
        if(heap[i] < heap[j]) {
            // 交换位置
            const temp = heap[j]
```

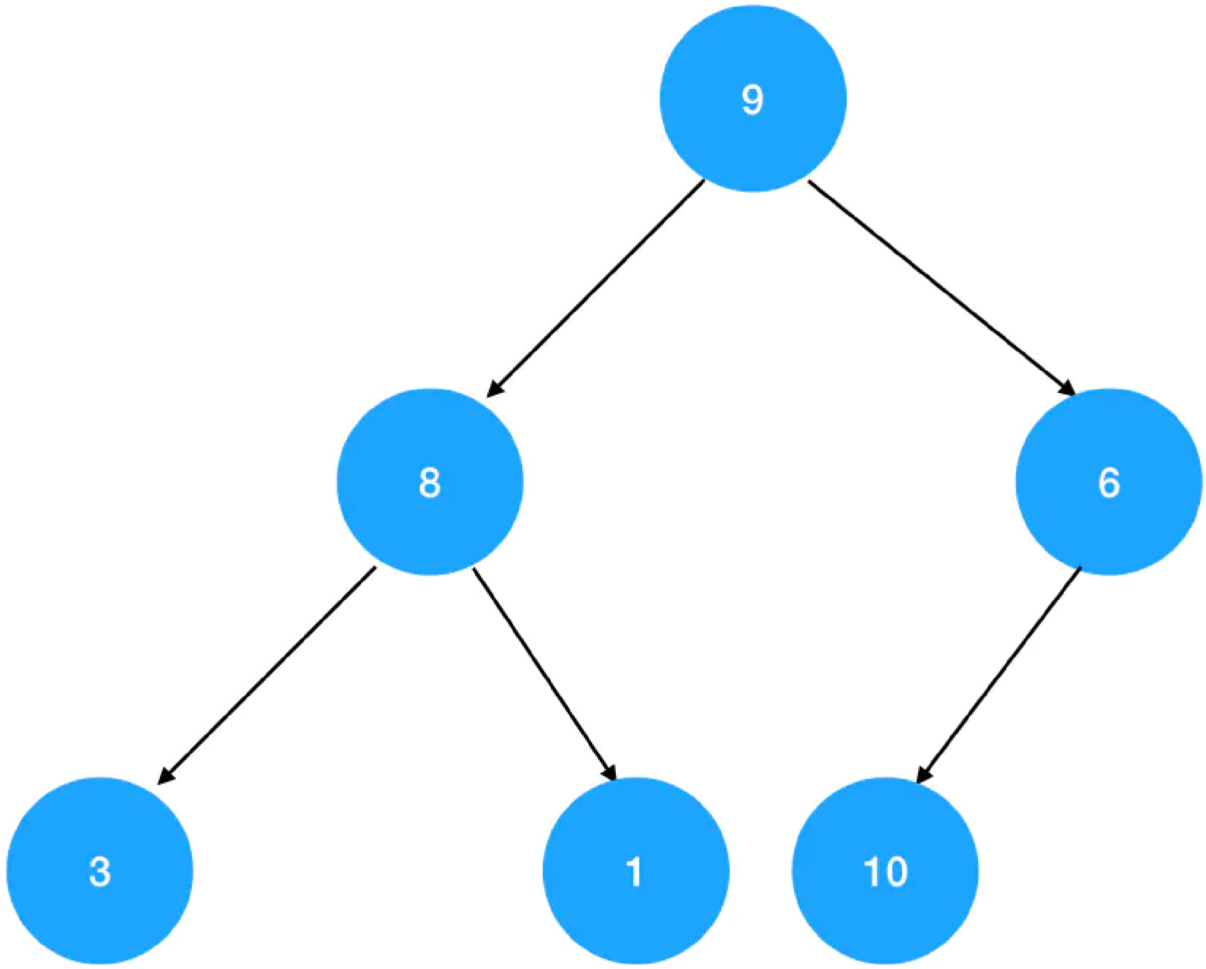
```
                heap[j] = heap[i]
                heap[i] = temp

                // i 更新为被交换的孩子结点的索引
                i=j
                // j 更新为孩子结点的左孩子的索引
                j=j*2+1
            } else {
                break
            }
        }
    }
```

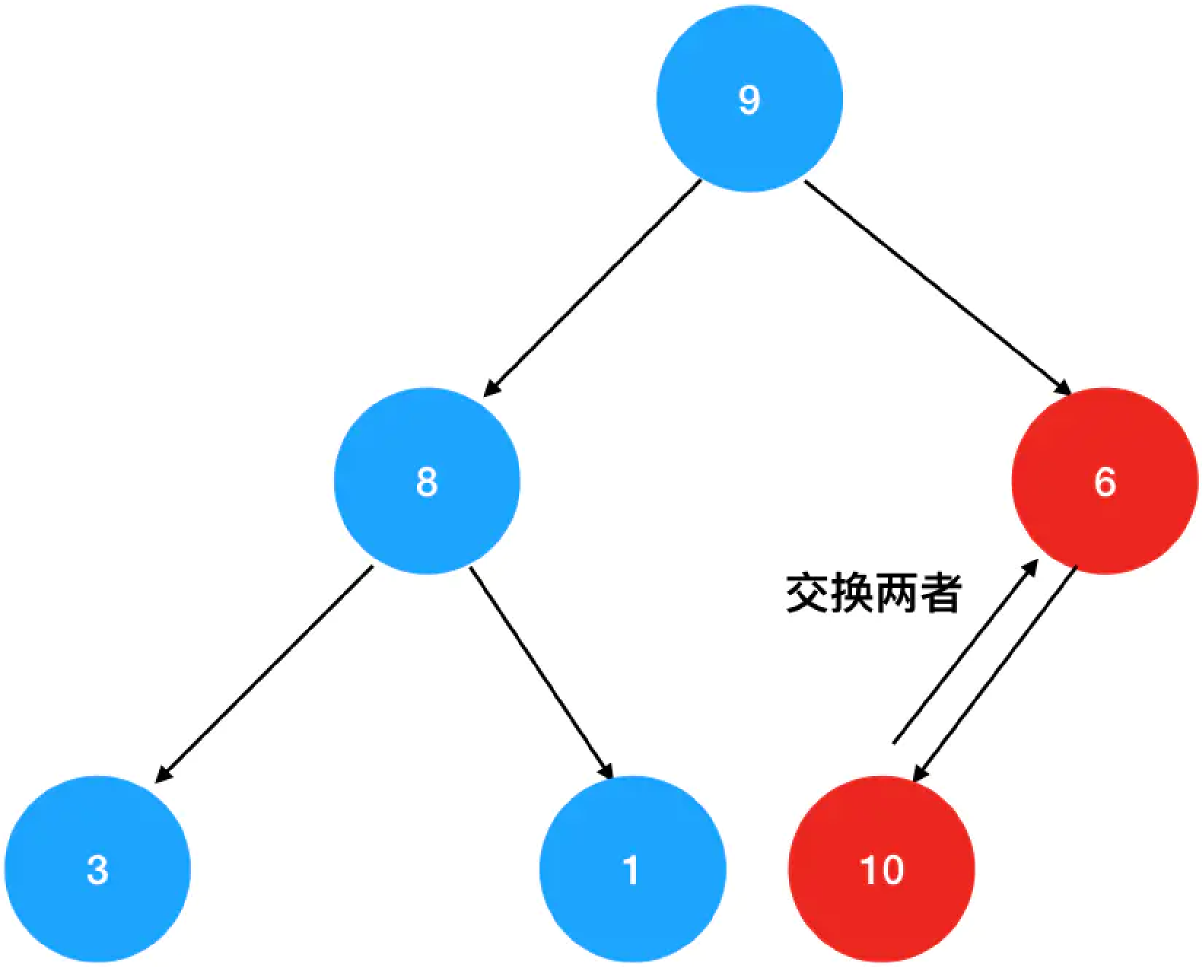
往堆里追加一个元素

当添加一个新元素进堆的时候，我们同样需要考虑堆结构的排序原则：

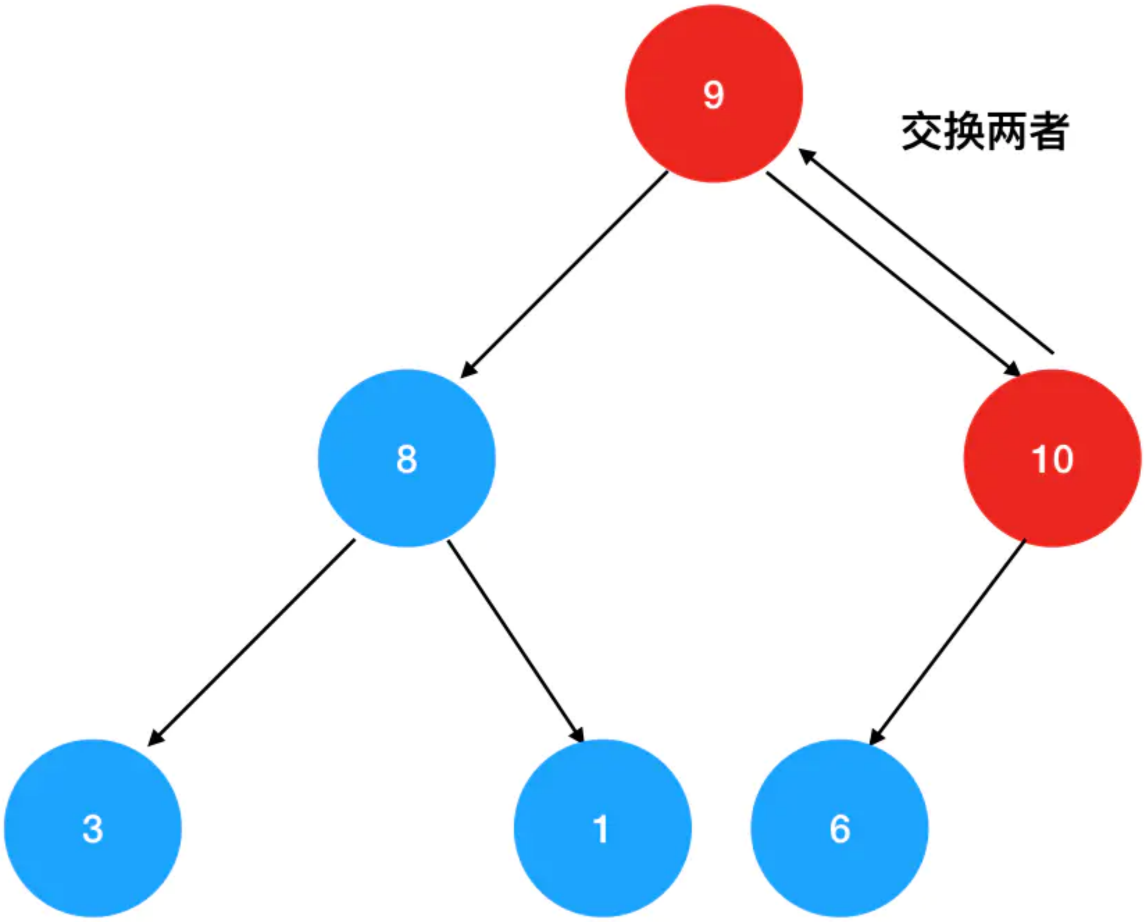
1. 新来的数据首先要追加到当前堆里最后一个元素的后面。比如我现在要新增一个10，它就应该排在最后一层的最后一个位置：



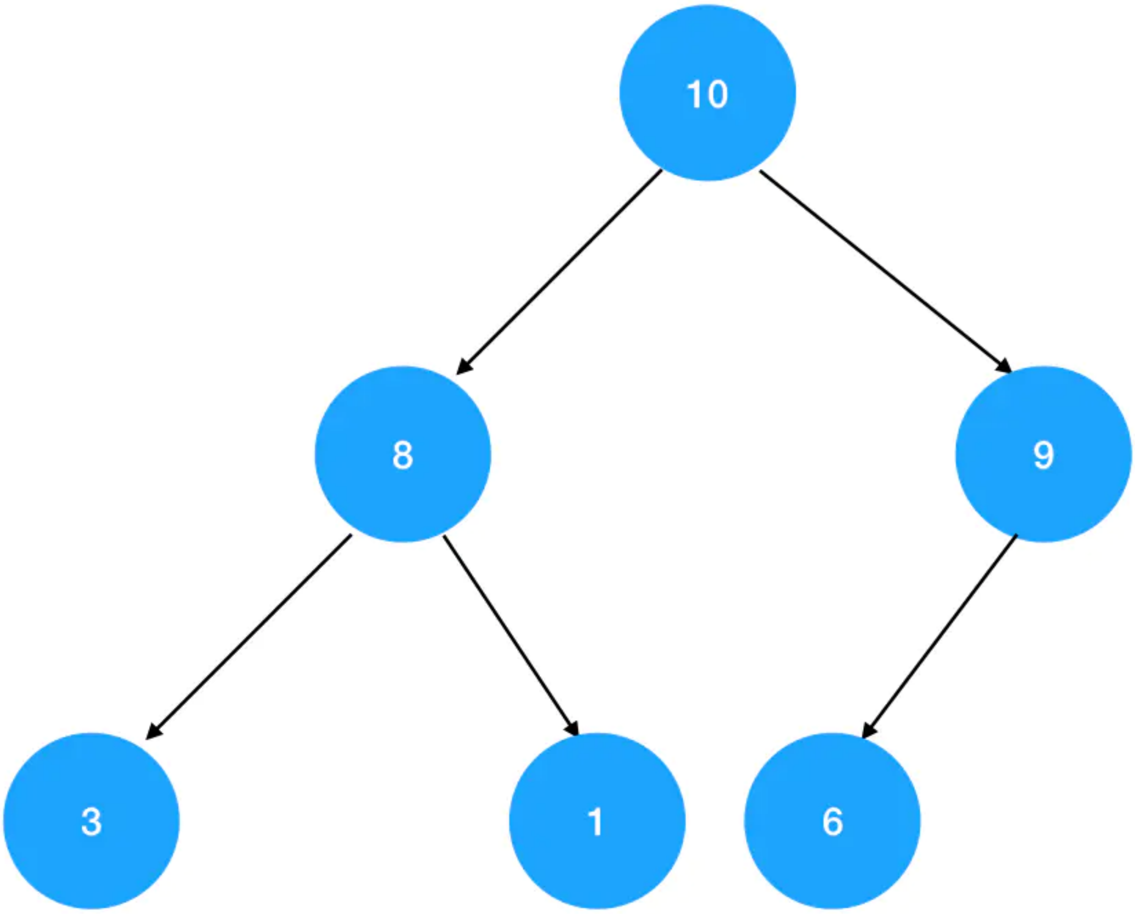
2. 不断进行**向上对比+交换**的操作：如果发现10比父结点的结点值要大，那么就和父结点的元素相互交换，再接着往上进行比较，直到无法再继续交换为止。首先被比下去的是值为6的直接父结点：



接着继续往上找，发现10比根结点9还要大，于是继续进行交换：



根结点被换掉后，再也无法向上比较了。此时，我们已经得到了一个追加过数字10的新的堆结构：



上述这个反复**向上对比+交换**的过程，用编码实现如下（仔细看注释）：

```
// 入参是堆元素在数组里的索引范围，low表示下界，high表示上界
function upHeap(low, high) {
    // 初始化 i（当前结点索引）为上界
    let i = high
    // 初始化 j 为 i 的父结点
    let j = Math.floor((i-1)/2)
    // 当 j 不逾越下界时，重复向上对比+交换的过程
    while(j>=low)  {
        // 若当前结点比父结点大
        if(heap[j]<heap[i]) {
            // 交换当前结点与父结点，保持父结点是较大的一个
            const temp = heap[j]
            heap[j] = heap[i]
            heap[i] = temp
```

```
                // i更新为被交换父结点的位置
                i=j
                // j更新为父结点的父结点
                j=Math.floor((i-1)/2)
            } else {
                break
            }
        }
    }
```

上面这两个过程，需要大家反复理解、深刻记忆。尤其是要记住这几个关键字：“**删除**”就是“**向下比较+交换**”，而“**添加**”则是“**向上比较+交换**”。

> 这里写给大家的两段代码，在实战中具备一定的通用性。希望大家能够充分熟悉，在理解的基础上记忆。下次如果真的用到，争取能够默写。

堆结构在排序中的应用——优先队列

在认识优先队列之前，我们先来看一道题：

> 题目描述：在未排序的数组中找到第 k 个最大的元素。请注意，你需要找的是数组排序后的第 k 个最大的元素，而不是第 k 个不同的元素。

> 示例 1:
> 输入: [3,2,1,5,6,4] 和 k = 2
> 输出: 5

> 示例 2: 输入: [3,2,3,1,2,4,5,5,6] 和 k = 4
> 输出: 4

> 说明:
> 你可以假设 k 总是有效的，且 1 ≤ k ≤ 数组的长度。

思路分析

这道题的诉求非常直接——要求你对给定数组进行排序。关于排序，我们在下一节会展开讲解N种排序算法的实现方式，包括快速排序、归并排序、选择排序等等。**这些排序有一个共同的特点——在排序的过程**

中，你很难去明确元素之间的大小关系，只有在排序彻底完成后，你才能找出第 k 大的元素是哪个。

对整个数组进行排序、然后按顺序返回索引为 `k-1` 的元素，这正是笔者在面试场上写出的第一个解法：

```
/**
* @param {number[]} nums
* @param {number} k
* @return {number}
*/
const findKthLargest = function(nums, k) {
 // 将数组逆序
 const sorted = nums.sort((a,b)=> {
     return b-a
 })
 // 取第k大的元素
 return sorted[k-1]
};;
```

是的，你没有看错，我甚至没有手动实现任何一个排序算法，而是直接调了 `JS` 的 `sort` 方法。
大家不要笑，这个 `sort` 方法真的可以救命。如果你理解不了本节接下来要讲的基于堆结构的解法，又没信心记住后面两节涉及的各种各样的花式排序算法。那么你一定要紧紧抓住这个 `sort API` 。面试的时候，万一被问到“你为什么不会写xx排序算法”，这时候用一句“我用 `sort` 方法比较多，不喜欢自己造轮子”糊弄过去，还是有一定成功率的。

好了，学渣小剧场结束。我们继续来看这个题：有没有一种排序方法能够在不对所有元素进行排序的情况下，帮我们提前定位到第 k 大的元素是哪个呢？当然有——构建一个堆结构就能解决问题！

对于这道题来说，要想求出第 k 大的元素，我们可以维护一个大小为 k 的小顶堆。这个堆的初始化过程可以通过遍历并插入数组的前 k 个元素来实现。当堆被填满后，再尝试用数组的第 k+1 到末尾的这部分元素来更新这个小顶堆，更新过程中遵循以下原则：

- 若遍历到的数字比小顶堆的堆顶元素值大，则用该数字替换掉小顶堆的堆顶元素值
- 若遍历到的数字比小顶堆的堆顶元素值小，则忽略这个数字

仔细想想，为什么要这样做？假设数组中元素的总个数是 `n` ，那么：

- 维护大小为 `k` 的小顶堆的目的，是为了确保堆中除了堆顶元素之外的 `k-1` 个元素值都大于堆顶元素。
- 当我们用数组的 `[0, k-1]` 区间里的 数字初始化完成这个堆时，堆顶元素值就对应着前 `k` 个数字里的最小值。
- 紧接着我们尝试用索引区间为 [k, n-1]的数字来更新堆，在这个过程中，**只允许比堆顶元素大的值进入堆**。这一波操作过后，堆里的 `k` 个数字就是整个数组中最大的 `k` 个数字，而堆顶的数字正是这 k 个数中最小的那个。于是本题得解。

我们用示例中的 `[3,2,1,5,6,4]` 这个序列来模拟一下上面的过程。初始化一个规模为 `k=2` 的小顶堆，它长这样：

```
    2
   /
  3
```

用 `[k, n-1]` 索引范围内的元素来更新这个小顶堆：首先是用索引为2的数字1来试，发现1比堆顶的2还要小，忽略它。接着用索引为3的5来试，5是比2大的，用它把2换掉：

```
    5
   /
  3
```

经过向下对比+调整，新的堆长这样：

```
    3
   /
  5
```

我们发现，现在这个堆里面保存的正是索引范围[0, 3]内的前 `k` 个最大的数。以此类推，当对数组中最后一个元素执行过尝试入堆的逻辑后，堆里面保存的就是整个数组范围内的前 `k` 个最大的数。

在解题的过程中，不出所料地用到了上文中提及的 `downHeap` 方法和 `upHeap` 方法。不过大家千万不要直接复制粘贴，别忘了，前面我们是用大顶堆举例，这道题需要构造的是小顶堆——记得调整大小关系规则。

（一切尽在注释中，不要只记得抄代码啊年轻人）

```
/**
* @param {number[]} nums
* @param {number} k
* @return {number}
*/
const findKthLargest = function(nums, k) {
   // 初始化一个堆数组
   const heap = []
   // n表示堆数组里当前最后一个元素的索引
```

```
let n = 0
// 缓存 nums 的长度
const len = nums.length
// 初始化大小为 k 的堆
function createHeap() {
    for(let i=0;i<k;i++) {
        // 逐个往堆里插入数组中的数字
        insert(nums[i])
    }
}

// 尝试用 [k, n-1] 区间的元素更新堆
function updateHeap() {
    for(let i=k;i<len;i++) {
        // 只有比堆顶元素大的才有资格进堆
        if(nums[i]>heap[0]) {
            // 用较大数字替换堆顶数字
            heap[0] = nums[i]
            // 重复向下对比+交换的逻辑
            downHeap(0, k)
        }
    }
}

// 向下对比函数
function downHeap(low, high) {
    // 入参是堆元素在数组里的索引范围，low表示下界，high表示上界
    let i=low,j=i*2+1
    // 当 j 不超过上界时，重复向下对比+交换的操作
    while(j<=high) {
        // // 如果右孩子比左孩子更小，则用右孩子和根结点比较
        if(j+1<=high && heap[j+1]<heap[j]) {
            j = j+1
        }

        // 若当前结点比孩子结点大，则交换两者的位置，把较小的结点“拱上去”
        if(heap[i] > heap[j]) {
```

```
                // 交换位置
                const temp = heap[j]
                heap[j] = heap[i]
                heap[i] = temp

                // i 更新为被交换的孩子结点的索引
                i=j
                // j 更新为孩子结点的左孩子的索引
                j=j*2+1
            } else {
                break
            }
        }
}

// 入参是堆元素在数组里的索引范围，low表示下界，high表示上界
function upHeap(low, high) {
    // 初始化 i（当前结点索引）为上界
    let i = high
    // 初始化 j 为 i 的父结点
    let j = Math.floor((i-1)/2)
    // 当 j 不逾越下界时，重复向上对比+交换的过程
    while(j>=low)  {
        // 若当前结点比父结点小
        if(heap[j]>heap[i]) {
            // 交换当前结点与父结点，保持父结点是较小的一个
            const temp = heap[j]
            heap[j] = heap[i]
            heap[i] = temp

            // i更新为被交换父结点的位置
            i=j
            // j更新为父结点的父结点
            j=Math.floor((i-1)/2)
        } else {
            break
        }
```

```
        }
    }

    // 插入操作=将元素添加到堆尾部+向上调整元素的位置
    function insert(x) {
        heap[n] = x
        upHeap(0, n)
        n++
    }

    // 调用createHeap初始化元素个数为k的队
    createHeap()
    // 调用updateHeap更新堆的内容，确保最后堆里保留的是最大的k个元素
    updateHeap()
    // 最后堆顶留下的就是最大的k个元素中最小的那个，也就是第k大的元素
    return heap[0]
};
```

编码复盘

上面这个题解中出现的 `heap` 数组，就是一个优先队列。
优先队列的本质是二叉堆结构，它具有以下特性：

- 队列的头部元素，也即索引为0的元素，就是整个数组里的最值——最大值或者最小值
- 对于索引为 `i` 的元素来说，它的父结点下标是 `(i-1)/2` （上面咱们讲过了，这与完全二叉树的结构特性有关）
- 对于索引为 `i` 的元素来说，它的左孩子下标应为 `2*i+1` ，右孩子下标应为 `2*i+2` 。

当题目中出现类似于"第 `k` 大"或者"第 `k` 高"这样的关键字时，就是在暗示你用优先队列/堆结构来做题——这样的手法可以允许我们在不对序列进行完全排序的情况下，找到第 `k` 个最值。

在其它语言的算法面试中，优先队列可以直接借助语言本身提供的数据结构来实现（比如 `JAVA` 中的 `priority_queue` ）。但在 `JS` 中，我们只能手动造轮子。因此，优先队列在前端算法面试中的权重并不高。如果本节内容让你感觉学起来有难度，那么也不用灰心，更不必焦虑——把握好下一节开始的排序算法专题，上了考场你仍然是一条好汉。