1. 求 $y(x)$ 满足 $y^{(4)}+y=0$，$y(0)=0$，$y'(0)=1$，$\lim\limits_{x\to\infty} y(x)=\lim\limits_{x\to\infty} y'(x)=0$.

2. 已知 Riccati 方程 $y'=p(x)y^2+q(x)y+r(x)$ 两个特解 $y_1(x)$，$y_2(x)$. 是否存在通解~~公式~~ ~~基本~~表达式，其中只要做一次积分.

3. 用 Lyapunov 第二方法讨论系统

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x-2y+x^2y^2 \\ \dfrac{dy}{dt} = x-\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}x^3y \end{cases}$$

零解的稳定性.

4. 证明 $x'=Ax$，$x\in\mathbb{R}^n$，$t\in\mathbb{R}$ 与 $x'=Bx$，$x\in\mathbb{R}^n$，$t\in\mathbb{R}$ 是微分同胚的~~当且仅当是线性~~（即 $\exists$ ~~微分~~可微映射 $h:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$，s.t. $\forall$ $x'=Ax$ 的流 $\{f^t\}$，h 将 $\{f^t\}$ 映射到 $x'=Bx$ 的流 $\{g^t\}$ 且 $h\circ f^t=g^t\circ h$）当且仅当是线性同胚的（即 $\exists$ 线性映射 $h':\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$，s.t. $\forall$ $x'=Ax$ 的流 $\{f^t\}$，h' 将 $\{f^t\}$ 映成 $x'=Bx$ 的流 $\{g^t\}$ 且 $h'\circ f^t=g^t\circ h'$）.

5. 叙述 $\Omega\subset\mathbb{R}^3$ 上的嵌入和紧嵌入定理

6. ~~设 $\varphi\in L^\infty(\mathbb{R})\cap C(\Omega)$ 求 Ω 上~~ 设 Ω 是有界区域，$p>1$ 的常数.

$$\begin{cases} -\Delta u+|u|^{p-2}u=f, & x\in\Omega. \\ u|_{\partial\Omega}=\varphi. \end{cases}$$

求 u 的最大模估计

7. 设 $\varphi\in L^\infty(\mathbb{R})\cap C(\Omega)$. 用 Fourier 变换求解

$$\begin{cases} u_t-u_{xx}+u=0, & x\in\mathbb{R},\ t>0 \\ u|_{t=0}=\varphi, & x\in\mathbb{R}. \end{cases}$$

并证明所得解为古典解.

8. 叙述 Ω 上的 Neumann 问题

$$\begin{cases} -\Delta u=f, & x\in\Omega \\ \cancel{u|_{\partial\Omega}=0}\ \dfrac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}=0 \end{cases}$$

弱解的定义. 并证明弱解存在的充要条件是 $\int_\Omega f\,dx=0$，其中 $\vec{n}$ 是 $\partial\Omega$ 上的单位外法向量.

10年3月博士资格考试
回忆整理.